ISSN 1814-5566
МЕТАЛЕВІ КОНСТРУКЦІЇ
МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ КОНСТРУКЦИИ
METAL CONSTRUCTIONS
8, N1 (2005) 5-12
УДК 69.059.4

(05)-0091-1

МОЖЛИВІСТНИЙ МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ НАДІЙНОСТІ СТЕРЖНЕВИХ КОНСТРУКЦІЙ ЗА МОДЕЛЛЮ ГРАНИЧНОЇ РІВНОВАГИ

В.С. Уткін, О.С. Плотнікова
Кафедра "Промислове та цивільне будівництво", Вологодський державний технічний університет, вул. Леніна 15, 160000, м. Вологда, Росія.
E-mail: pgs@mh.vstu.edu.ru

Отримана 11 квітня 2005; 20 липня 2005

Анотація. Розглянуто новий метод визначення надійності металевих стержневих систем за умовами граничної рівноваги, розробленого на підставі теорії можливостей при обмеженій інформації про параметри об'єкту та впливи. Особлива увага приділяється використанню принципу узагальнення Заде з теорії нечітких множин для розрахунку надійності при нелінійних моделях граничної рівноваги.

Ключові слова: стержнева конструкція, надійність, можливістний метод, гранична рівновага.

ВОЗМОЖНОСТНЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ СТЕРЖНЕВЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПО МОДЕЛИ ПРЕДЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ

В.С. Уткин, О.С. Плотникова
Кафедра "Промышленное и гражданское строительство", Вологодский государственный технический университет, ул. Ленина 15, 160000, г. Вологда, Россия.
E-mail: sergey@icm.dn.ua

Получена 11 апреля 2005; принята 20 июля 2005

Аннотация. Рассмотрен новый метод определения надежности металлических стержневых систем по условию предельного равновесия, разработанному на основе теории возможностей при ограниченной информации о параметрах объекта и воздействий. Особое внимание уделено использованию принципа обобщения Заде из теории нечетких множеств для расчета надежности при нелинейных моделях предельного равновесия.

Ключевые слова: стержневая конструкция, надежность, возможностный метод, предельное равновесие.

OPPORTUNITY METHOD OF DEFINITION OF RELIABILITY OF ROD DESIGNS ON MODEL OF LIMITING BALANCE

V.S. Utkin, O.S. Plotnikova
Department "Industrial and civil construction", The Vologda State Technical University, Lenin street. 15, 160000, Vologda, Russia.
E-mail: sergey@icm.dn.ua

Received 11 April 2005; accepted 20 July 2005

Abstract. The new method of definition of reliability of metal rod systems is considered on the condition of the limiting balance developed on the basis of the theory of opportunities at the limited information on object's and influence's parameters. The special attention is given to use of a Zade's principle of generalization from the theory of indistinct sets for calculation of reliability at nonlinear models of limiting balance.

Keywords: a rod design, reliability, opportunity's method, limiting balance.

Расчет надежности конструкций по моделям предельного состояния, в которых значения расчетных сопротивлений материалов и воздействий получены с учетом статистической изменчивости исходных данных, дает, как правило, заниженные значения надежности [1] и с погрешностью неподдающейся оценке. Под погрешностью, как принято, понимается отличие полученных результатов расчетной надежности от «истинного» значения надежности.

В связи с этим предлагается оценивать надежность конструктивных элементов и конструкции в целом путем использования модели предельного равновесия, по которой несущая способность элементов конструкции в целом характеризуется значением предельной нагрузки, соответствующей превращению конструкции или элемента в механизм, т.е. в подвижную, геометрически изменяемую систему.

Предельная прочность материала вообще является случайной величиной. В качестве ее в дальнейших рассуждениях используем предел текучести материала. Надежность конструкции по модели предельного равновесия можно записать в виде «Вероятность события (эксплуатационная нагрузка $F \leq$ предельной нагрузки F_{np})».

Вероятностный подход к оценке надежности стержневых строительных конструкций по модели предельного равновесия был развит в работе В.Д.Райзера [1], где распределение предела текучести и возможного эксцентриситета приложения нагрузки принимается по нормальному закону; нагрузка от снегового покрова по распределению Гумбеля; давление ветра по распределению Вейбулла.

При проектировании строительных конструкций вероятностный подход оправдан для сравнения вариантов проекта и для примерной оценки безопасности конструкций. Однако в условиях эксплуатации, после длительного и разнообразного воздействия нагрузок и окружающей среды, а также воздействий техногенного характера свойства материалов претерпевают изменения, в частности они охрупчиваются и предположение о нормальном распределении предела текучести вызывает сомнение. Тем более известно [2], что предел текучести как случайная величина в мировой практике характеризуется нормальным распределением, логнормальным, урезанным нормальным, бета-распределением и экстремальным типа I. Эти распределения близки между собой вблизи математического ожидания, но существенно отличаются в «хвостах» при малых значениях вероятностей. А именно, эти уровни вероятностей используются при определении требований к надежности строительных конструкций. Распределения снеговой и ветровой нагрузок в условиях городской застройки могут существенно отличаться от распределений Гумбеля и Вейбулла. В связи с этим результаты расчетов надежности конструкций вызывают недоверие. Проведение сравнительного анализа конструкций по надежности теряет смысл.

Большая озабоченность в настоящее время связана с безопасностью эксплуатации зданий, т.е. с состоянием зданий, при котором отсутствует недопустимый риск, связанный с причинением вреда жизни и здоровью граждан, имуществу и окружающей среде. В этих условиях требуется проверка принимаемых распределений или выявление других, используемых в теории надежности, построенных с использованием методов теории вероятностей и математической статистики.

Понятно, что в условиях отсутствия мониторинга за поведением базисных переменных – случайных величин, характеризующих безопасность, и из-за невозможности проведения испытаний материалов конструкции в необходимых (больших) объемах проверка и выявление законов распределения прочности материалов и воздействий на конструкции практически исключены.

Для анализа неопределенностей в условиях ограниченной информации о базисных переменных модели предельного состояния, в частности в моделях предельного равновесия, могут найти применение методы, построенные на основе теории возможностей. Модель надежности конструкции в условиях предельного равновесия будет иметь вид «Возможность события (эксплуатационная нагрузка $F \leq$ предельной нагрузки $F_{пр}$)». Возможность, как понятие, в этом случае является количественной оценкой относительной потенциальности реализации исхода эксперимента. По форме предложенный вид записи надежности совпадает с записью условия надежности в контексте мер вероятностей, однако имеется в виду, что информация о значениях F и $F_{пр}$ ограничена малым объемом, когда вероятностный подход становится некорректным. Расчетный анализ надежности конструкции при возможностном подходе получается в «размытом» виде, в виде интервала [нижнее значение вероятности или «необходимость» и верхнее значение вероятности или «возможность»]. Аналогично вероятностному подходу используются характеристики базисных переменных в моделях предельного равновесия в виде функций распределения возможностей (ФРВоз). Для анализа надежности строительных конструкций нашла [3.4] широкое применение ФРВоз вида

$$\pi_x(x) = exp\left\{-\left[(x-a)/в\right]^2\right\} \quad (1)$$

где $a = (x_{\max} + x_{\min})/2$ - среднее значение, $в = (x_{max} - x_{min})/2\sqrt{-\ell n\,\alpha}$, $\alpha \in [0, 1]$. Значением α - уровнем риска задаются с учетом ряда факторов, описанных в [5, 6].

Значения x_{max}, x_{min} находятся из вариационного ограниченного ряда измерений (испытаний) $\{x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n\}$. Так как рассматриваются верхнее $\overline{P}$ и нижнее $\underline{P}$ значения вероятности нормального функционирования конструкции, то используют две функции: функцию распределения безопасной работы R и функцию распределения отказа Q, показанных на рис.1.

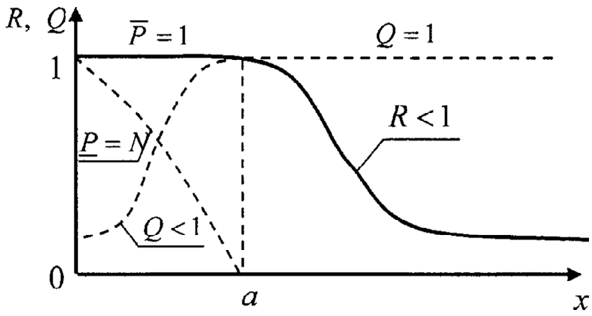

Рис. 1. ФРВоз R, Q и $N = 1 - Q$.

Пусть $\pi_X(x)$ характеризует прочность материала, например, предела текучести, x — значения предела текучести. Если $x \leq a$ среднего значения предела текучести, то реализация события (x = пределу текучести σ_T) характеризуется возможностью равной единице ($\overline{P} = R = 1$). При $\sigma_T = x > a$ эта реализация характеризуется ниспадающей ветвью ФРВоз $\pi_X(x) = R$ (см. рис.1). Возможность противоположного события («отказа») при $x \geq a$ равна $Q = 1$ и при $x \leq a$ $Q = \pi_X(x)$ (см.рис.1.). При $x = a$ имеет место неопределенность ($R = 1$, $Q = 1$). Такую степень реализации на практике стараются избегать. Видно, что $R + Q > 1$. Необходимость N того, что x равно пределу текучести определяется из $N = 1 - Q$.

Таким образом, степень реализации события « x = пределу текучести» характеризуется интервалом $[R,\ \ N]$ или $[\overline{P},\ \ \underline{P}]$. При этом по условию совместимости или связности по [7] $R \geq P \geq N$ или $\overline{P} \geq P \geq \underline{P}$, т.е. класс возможных вероятностных мер должен находиться внутри интервала $[R,\ \ N]$, иначе статистическая гипотеза теории вероятностей, утверждения относительно распределения случайной величины, отвергается (ошибка второго рода). Видно, что и в теории возможностей приходится подбирать ту или иную функцию распределения возможностей, чего нельзя сделать без наличия статистических данных. Однако, как утверждается в [7], необязательно располагать точными знаниями функции распределения возможностей. Небольшие ошибки в определении границ ядра и носителя нечеткого множества, обусловленные видом ФРВоз, будут менее значимы по сравнению с ошибками четких множеств, с которыми приходится иметь дело в теории вероятностей. Кроме того, «ошибка» не будет возрастать при комбинировании нечетких множеств, так как в теории возможностей используются лишь операции нахождения минимума и максимума вместо объединения и пересечения в теории вероятностей. Известно, что при любых математических преобразованиях (умножение, сложение и т.д.) возможная ошибка накапливается.

Нередко положительным качеством при определении надежности конструкций вероятностными методами считается однозначность (точечность) значения надежности, что якобы облегчает специалисту принимать те или иные решения, в отличие от возможностных методов с их «размытой» интервальной оценкой надежности. Однако это ложное утверждение, которое противоречит самой идее поиска оценки некоторой неопределенности. Не случайно В.В.Болотин в [8] пишет, что «заказчики часто настаивают на обеспечении гарантированного ресурса (надежности, замечание от автора), не принимая вероятностно-статистической точки зрения даже при наличии очевидного разброса физико-механических свойств материалов и условий эксплуатации».

Из-за ограниченности объема результатов экспериментов остается высокий уровень неопределенности и по отношению к численным значениям параметров распределения - математическому ожиданию и дисперсии. Все это свидетельствует о том, что к однозначному значению расчетной надежности следует относиться с озабоченностью и видеть в нем не достоинства, а определенный недостаток в информативности. Получение более узкого доверительного интервала, а не его отсутствие, вот практическая цель расчетов. А это связано с объемом информации, который на практике всегда ограничен и чаще всего информации недостает.

Не останавливаясь более на преимуществах оценки надежности конструкций возможностным методом по сравнению с вероятностным подходом при ограниченной (неполной) информации о системах и воздействиях на них [3, 4, 7], рассмотрим методику оценки надежности отдельных стержневых металлических систем, для которых может быть использована при расчетах модель предельного равновесия при различных вариантах поведения эксплуатационной и предельной нагрузок.

Рассмотрим решение статически определимой однопролетной балки постоянного сечения, нагруженной по всей длине равномерно распределенной нагрузкой методом предельного равновесия. Известно, что предельная нагрузка q_{np} соответствует для статически определимой системы состоянию образования одного пластического шарнира. Для однопролетной балки он образуется в середине пролета и предельная нагрузка для балки равна $q_{np} = 8 \cdot \sigma_{\text{Т}} \cdot W_{\text{Т}} / \ell^2$ (математическая модель предельного равновесия). Балку следует рассматривать как систему с последовательным соединением «n» элементов (участков балки длиной $\Delta\ell \to 0$). В отличие от вероятностных методов определения надежности системы-балки, в контексте мер возможностей надежность характеризуется значениями $R_c = \min\{R_i\}$ и $Q_c = \max\{Q_i\}$, $i = 1, \quad 2, \quad \ldots, \quad n$. Если принять $W_{i\text{Т}} = const$, т.е. неслучайной и эксплуатационную нагрузку $q = const$, то математическую модель предельного равновесия балки можно записать в виде $q \cdot \ell^2 / 8 \cdot W_{\text{Т}} \le \tilde{\sigma}_{\text{Т}}$. В этом случае из конструкции необходимо вырезать 3-4 заготовки для образцов и произвести их испытания на выявление значения физического (или условного) предела текучести. В результате имеем значения $\sigma_{\text{Т}} = \{x_1, \ldots, x_n\}$, где $x_i = \sigma_{\text{Т}i}$.

Пусть $x_{max} = \sigma_{\text{Т}\,max} = 250$ МПа, $x_{\min} = \sigma_{\text{Т}\min} = 200$ МПа, тогда в (1) имеем $a_{\sigma_{\text{Т}}} = 225$ МПа, $в_{\sigma_{\text{Т}}} = 20$ МПа, при $\alpha = 0{,}2$. Положим $q_{эк} = 15$ кН/м, $\ell = 6$ м, двутавр I N24 с $W_x = 289\,см^3$ и $W_{\text{Т}} = 1{,}16 \cdot W_x = 1{,}16 \cdot 289 = 335\,см^3$ [9].

Надежность балки найдем из условия «Возможность $q_{эк} \le \tilde{q}_{np} = 8 \cdot \tilde{\sigma}_{\text{Т}} \cdot W_{\text{Т}} / \ell^2$, или $\dfrac{q_{эк} \cdot \ell^2}{8 \cdot W_{\text{Т}}} \le \tilde{\sigma}_T$».

Найдем $\sigma_{эк} = \dfrac{q_{эк} \cdot \ell^2}{8 \cdot W_{\text{Т}}} = \dfrac{15 \cdot 10^3 \cdot 6^2}{8 \cdot 335 \cdot 10^{-6}} =$

$$= 200 \cdot 10^6\ Па = 200\ МПа.$$

Так как $\sigma_{эк} = 200\ МПа < a_{\sigma_T} = 225$ МПа, то $R = 1$ и по (1) $Q = \pi_{\tilde{\sigma}_T}(\sigma_T) = exp\left\{-\left[(200-225)/20\right]^2\right\} = 0{,}21$. Тогда $N = 0{,}79$. Надежность балки по условию предельного равновесия характеризуется интервалом [0,79; 1].

Рассмотрим случай, в котором $q_{эк}$ — нечеткая переменная с известными значениями $\tilde{q}_{эк} = \{13, 15, 17\}$ кН/м, $a_q = 15$ кН/м, $в_q = 1{,}6$ кН/м при $\alpha = 0{,}2$.

Модель предельного равновесия примет вид

$$\frac{\tilde{q} \cdot \ell^2}{8 \cdot W} \le \tilde{\sigma}_T.$$

Обозначим

$$X = \frac{\tilde{q} \cdot \ell^2}{8 \cdot W} = \frac{36 \cdot \tilde{q}}{8 \cdot 335 \cdot 10^{-6}} = 1{,}33 \cdot 10^4\ \tilde{q};$$

$a_x = 15 \cdot 1{,}33 \cdot 10^4 = 20 \cdot 10^4\ кПа = 200\ МПа$, $в_x = 21{,}1$ МПа. Построим ФРВоз в общем виде нечетких переменных X и $\tilde{\sigma}_T$ по (1), как показано на рис.2.

Для определения возможности отказа балки при $a_x < a_{\sigma_T}$ находят значение абсциссы $x = \sigma_T$ в интервале $(a_x < x < a_{\sigma_T})$, соответствующей месту пересечения ФРВоз, которое определяется решением двух уравнений

$$\pi_X(x) = exp\left\{-\left[(x - a_x)/в_x\right]^2\right\},$$

$$\pi_{\tilde{\sigma}_T}(\sigma_T) = exp\left\{-\left[\left(x - a_{\sigma_T}\right)/в_{\sigma_T}\right]^2\right\}$$

при $x = \sigma_T$ из условия $\pi_X(x) = \pi_{\tilde{\sigma}_T}(\sigma_T)$, т.е. из уравнения

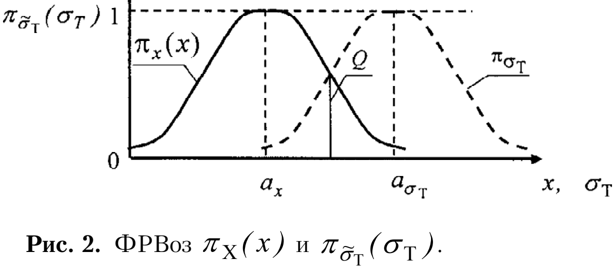

Рис. 2. ФРВоз $\pi_X(x)$ и $\pi_{\tilde{\sigma}_T}(\sigma_T)$.

$$\left|x - a_x\right| / в_x = \left|x - a_{\sigma_T}\right| / в_{\sigma_T} \quad (2).$$

Подставляя значение x в любое из двух уравнений, находим возможность отказа $Q = \pi_X(x)$ (см. рис.2). По числовым данным примера (при условии $a_x < x < a_{\sigma_T}$) и по решению уравнения (2) получим $x = 213{,}8$ МПа. При этом значении x найдем

$$\pi_X(x) = exp\left\{-\left[(213{,}8 - 225)/20\right]^2\right\} = 0{,}73,$$

т.е. возможность отказа $Q = 0{,}73$, а необходимость безотказного функционирования конструкции $N = 0{,}27$. Надежность балки будет характеризоваться интервалом [1; 0,27]. Практически такая надежность мала и требуется либо понижать нагрузку q, если это возможно, или усиливать балку. Такое принятие решений оказалось возможным благодаря полученной информации об уровне надежности балки. Если судить о работоспособности балки из сравнения средних, т.е.

$$\sigma_э = 200\ МПа < \tilde{\sigma}_T = 225\ МПа,$$

то, как раньше писали, прочность обеспечена, что на самом деле может оказаться ошибочным.

Известно [9], что для стандартного двутавра $W_T = (1{,}14 \pm 1{,}18) \cdot W_x$, т.е. W_T нечеткая переменная с $a_W = 1{,}16 \cdot W_x$ и $в_W = 1{,}6 \cdot 10^{-2} W_x$ при $\alpha = 0{,}2$ и модель предельного равновесия примет вид

$$\frac{\tilde{q} \cdot \ell^2}{8 \cdot \tilde{W}_T} \le \tilde{\sigma}_T,$$

т.е. нечетких переменных более двух и зависимость между нечеткими переменными нелинейная. Такая задача может быть решена с использованием принципа обобщения теории нечетких множеств Заде [7]. При этом нечеткие переменные $\tilde{q}$, $\tilde{W}$ и $\tilde{\sigma}_T$ должны быть монотонными и непрерывными.

Теоретическую информацию и практическое применение принципа обобщения можно найти в ряде опубликованных работ Дюбуа Д. [7] и автора статьи [3, 4, 10, и др.]. Приведем алгоритм решения задачи на определение надежности с использованием принципа обобщения.

1. Математическая модель предельного равновесия приводится к функции $Y \ge C$ (или $Y \le C$ в зависимости от формул (модели) предельного равновесия), где Y зависит от нечетких переменных X_i, а C — некоторая константа, в частности равная нулю.

2. Записывают обратные функции $\overset{-1}{\pi}_{X_i}(x)$ нечетких переменных. Для ФРВоз (1) они имеют вид $x_i = a_i \pm в_i\sqrt{-\ell n\,\alpha}$, где $\alpha = \pi_X(x)$ и является неизвестной. Так как функция Y зависит от нечетких переменных X_i, то она также будет нечеткой переменной. Конечной целью моделирования является определение возможности и необходимости того, что $Y \ge C$ (или $Y \le C$). Для этого необходимо найти выражение функции распределения возможности Y в точке C. Воспользуемся известным подходом для реализации вычислений по принципу обощения с использованием α — уровневых срезов, который может быть применен, если функция Y является монотонной по всем нечетким переменным X_i. Особенностью предлагаемой в данной работе модели является то, что полный расчет функции Y заменяется непосредственным аналитическим вычислением единственного значения уровня среза для условия $Y \ge C$ (или $Y \le C$), в точке $Y = C$, используя обратные функции x_i в явном виде. Тогда, согласно методу α — уровневых срезов, найдем значение обратной функции Y в зависимости от одного α:

$$y = f(x_1(\alpha), x_2(\alpha), \ldots, x_n(\alpha))\cdot$$

При этом перед корнем в обратных функциях X_i берется знак минус, если функция Y будет возрастающей от нечеткой переменной X_i и знак плюс, если X_i приводит к убыванию функции Y. По-прежнему

$$a_i = (x_{i\,max} + x_{i\,min})/2,$$

$$b_i = (x_{i\,max} - x_{i\,min})/2\sqrt{-\ell n\cdot\alpha_*}$$

значением α_* при вычислении b_i задаются, $\alpha_* \in [0,1]$. Обозначение α_* введено для того, чтобы не путать его с α, которое неизвестно.

3. В уравнении $y = f(x_1(\alpha), x_2(\alpha), \ldots, x_n(\alpha))$ будет два неизвестных, а именно $y(\alpha)$ и α. На стадии проектирования задаемся значением $y(\alpha)$ и вычисляют значение α. На стадии эксплуатации значение $y(\alpha)$ вычисляют по детерминированной правой части модели предельного равновесия и находят α из уравнения

$$y = f(x_1(\alpha), x_2(\alpha), \ldots, x_n(\alpha))$$

с обратными функциями распределения возможностей вида (1) в виде $x_i(\alpha) = a_i \pm в_i\sqrt{-\ell n\,\alpha}$ при ранее найденных значениях a_i и $в_i$ (при нахождении $в_i$ значением $\alpha_* \in [0,1]$ задаются в соответствии с рекомендациями в [6]).

4. Если при средних значениях a_i нечетких переменных X_i (в этом случае $\pi_{X_i}(a_i) = \alpha = 1$, $\ell n(\alpha) = \ell n 1 = 0$ и $в_i\sqrt{-\ell n\alpha} = 0$) левая часть уравнения $y(\alpha)$ будет больше (меньше) правой детерминированной части, в зависимости от модели предельного равновесия, то возможность нормального функционирования конструкции будет равна единице ($R = 1$), а возможность отказа $Q = \alpha$.

Решим предыдущий пример при следующих данных: $a_{\sigma_Т} = 225$ МПа, $в_{\sigma_Т} = 20$ МПа, $a_q = 15$ кН/м, $в_q = 1{,}6$ кН/м, $a_w = (1{,}14\cdot 335 + 1{,}18\cdot 335)/2 = 335{,}2\ см^3$, $в_w = 4{,}62\ см^3$, при $\alpha_* = 0{,}2$, $\ell = 6\ м$.

$$Y(y) = \frac{\widetilde{q}}{\widetilde{\sigma}_Т\cdot\widetilde{W}_Т} \le \frac{8}{\ell^2},$$

$$y = \frac{a_q - в_q\sqrt{-\ell n\,\alpha}}{(a_{\sigma_Т} + в_{\sigma_Т}\sqrt{-\ell n\,\alpha})\cdot(a_w + в_w\sqrt{-\ell n\,\alpha})} \le \frac{8}{6^2},$$

где неизвестное α или $\beta = \sqrt{-\ell n\,\alpha}$ и $\alpha = e^{-\beta^2}$. Получим

$$y = \frac{(15 - 1{,}6\cdot\beta)\cdot 10^3}{(225 + 20\cdot\beta)\cdot 10^6\cdot(335{,}2 + 4{,}62\cdot\beta)\cdot 10^{-6}} = \frac{8}{6^2},$$

решая которое относительно β найдем $\beta_1 = -0{,}85$, $\beta_2 = -161$ и из $\alpha = \ell^{-\beta^2}$ получим $\alpha_1 = 0{,}485$, $\alpha_2 \approx 0$. Принимаем $\alpha = 0{,}485$, т.к. при $\alpha_2 \approx 0$, $Q = 0$ и $N = 1$, чего не может быть, т.к.

$$a_y = \frac{a_q}{a_{\sigma_Т}\cdot a_w} = \frac{15\cdot 10^3}{225\cdot 335{,}2} = 0{,}199,$$

что меньше значения правой части уравнения предельного равновесия

$$\frac{8}{\ell^2} = \frac{8}{6^2} = 0{,}222$$

и следовательно $R = 1$, тогда $Q = 0{,}485$ и $N = 1 - 0{,}485 = 0{,}515$. Надежность балки характеризуется интервалом [1; 0,515].

Расстояние до пластического шарнира в реальности является нечеткой переменной, но нахождение этого расстояния технически (экспериментально) трудоемкая процедура. Поэтому был рассмотрен самый неблагоприятный случай, когда пластический шарнир находится в середине пролета балки.

Рассмотрим статически неопределимую систему в виде балки, представленной на рис.3. Для сравнения с предыдущим примером выберем те же параметры задачи. $W_x = 289\ см^3$, $W_{\text{Т}} = (1{,}14 \div 1{,}18) \cdot W_x \cdot$ $\widetilde{q} = \{13, 14, 16, 17\}$ кН/м, $\ell = 6\ м$, $M_{\text{Т}} = \sigma_{\text{Т}} \cdot W_{\text{Т}}$, $\sigma_{\text{Т}\max} = 250$ МПа, $\sigma_{\text{Т}\min} = 200$ МПа.

Известно [11], что пластический шарнир находится на расстоянии $0{,}414\ \ell$ от подвижной опоры и предельная нагрузка $q_{пр} = 11{,}6 \cdot M_{\text{Т}} / \ell^2$ или $\widetilde{q}_{пр} = 11{,}6 \cdot \widetilde{\sigma}_{\text{Т}} \cdot \widetilde{W}_{\text{Т}} / \ell^2$. Надежность балки по условию предельного равновесия определяется из условия «Возможность $\widetilde{q}_{экс} \le \widetilde{q}_{пр} = 11{,}6 \cdot \widetilde{\sigma}_{\text{Т}} \cdot \widetilde{W}_{\text{Т}} / \ell^2$».

В силу ограниченности информации об эксплуатационной нагрузке $q_{экс}$, а также о $\sigma_{\text{Т}}$ и $W_{\text{Т}}$ расчет надежности проводим методом теории возможностей, используя принцип обобщения Л.Заде.

Известны значения $a_{\sigma_{\text{Т}}} = 225$ МПа, $в_{\sigma_{\text{Т}}} = 20$ МПа, $a_q = 15$ кН/м, $в_q = 1{,}6$ кН/м, $a_w = 335{,}2\ см^3$, $в_w = 4{,}62\ см^3$,

при $\alpha_* = 0{,}2$, $Y(y) = \dfrac{\widetilde{q}}{\widetilde{\sigma}_{\text{Т}} \cdot \widetilde{W}_{\text{Т}}} \le \dfrac{11{,}6}{\ell^2}$.

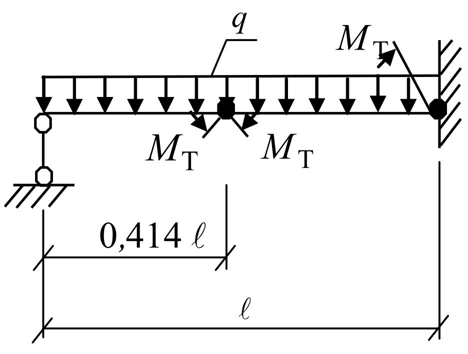

Рис. 3. Расчетная схема балки в состоянии предельного равновесия.

Аналогично предыдущему примеру найдем:

$$a_y = \frac{a_q}{a_{\sigma_{\text{Т}}} \cdot a_W} = 0{,}199\,м^{-1} < \frac{11{,}6}{6^2}\,м^{-1} = 0{,}322\,м^{-1}.$$

Следовательно, R = 1. Из решения уравнения

$$\frac{a_q - в_q \beta}{(a_{\sigma_{\text{Т}}} + в_{\sigma_{\text{Т}}} \cdot \beta) \cdot (a_w + в_w \cdot \beta)} = \frac{11{,}6}{\ell^2}$$

после подстановки параметров задачи найдем $\beta = -2{,}3$, $\alpha = \ell^{-\beta^2} \approx 0{,}005$ и $N \approx 0{,}995$. Балка характеризуется высокой надежностью, т.е. интервалом [1; 0,995]. Нижнее значение вероятности безотказной работы балки существенно повысилось. Это показывает на более высокую надежность статически неопределимых систем.

Такая же балка, но с двумя защемленными концами, оказалась бы еще более надежной, что видно из сравнения математических моделей предельного равновесия. Для балки с защемленными концами она имеет вид

$$\widetilde{q}_{пр} = \frac{16 \cdot \widetilde{\sigma}_{\text{Т}} \cdot \widetilde{W}_{\text{Т}}}{\ell^2}.$$

Литература

1. Райзер В.Д. Теория надежности в строительном проектировании. — М.: Изд-во АСВ, 1998. – 304 с.
2. Шпете Г. Надежность несущих строительных конструкций. — М.: Стройиздат, 1994. Перевод с немецкого. — 288 с.
3. Уткин В.С., Уткин Л.В. Определение надежности строительных конструкций. Учебное пособие. – Вологда. ВоГТУ, 2000. – 176 с.
4. Уткин, В.С. Уткин Л.В. Несущая способность и надежность строительных конструкций. – Вологда. ВоГТУ, 2000. – 152 с.
5. Уткин В.С., Кошелева Ж.В. Об оценке качества строительных материалов в зависимости от числа образцов. // Строительные материалы. – 2001. - №9. – с.26-28.
6. Уткин В.С. Значение уровня риска в теории возможностей. // Строительные материалы. – 2004. - №8. – с.35.
7. Дюбуа Д., Прад А.Теория возможностей. Приложения к представлению знаний в информатике. – М.: Радио и связь, 1990. – 288 с.
8. Болотин В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. – М.: Машиностроение, 1984. – 312 с.

9. СНиП II-23-81*. Стальные конструкции. Взамен СНиП II-В.3-72; СНиП II_И.9-62; СН 376-67; Введ. 01.01.1982. - Госстрой России.- М.: ФГУП ЦПП, 2004.- 90 с.
10. Кошелева Ж.В., Уткин В.С. Принцип обобщения Л.Заде и его использование при оценке надежности железобетонных конструкций. //Материалы Всероссийской научной конференции «Молодые исследователи регионy». — Вологда. ВоГТУ. – 2003. – с. 284-286.
11. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1963. – 400 с.

Уткін Володимир Сергійович являється професором кафедри "Промислове та цивільне будівництво" Вологодського державного технічного університету, заслужений робітник ВШ РФ. Наукові інтереси: неруйнівні методи визначення несучої здатності будівельних конструкцій, визначення надійності будівельних конструкцій.

Плотнікова Ольга Серафімівна являється ст. викладачем кафедри "Промислове та цивільне будівництво" Вологодського державного технічного університету. Наукові інтереси: розрахунок та проектування металевих конструкцій цивільних і промислових будівель, неруйнівні методи визначення несучої здатності металевих конструкцій, визначення надійності металевих конструкцій.

Уткин Владимир Сергеевич является профессором кафедры "Промышленное и гражданское строительство" Вологодского государственного технического университета, заслуженный работник ВШ РФ. Научные интересы: неразрушающие методы определения несущей способности строительных конструкций, определение надежности строительных конструкций.

Плотникова Ольга Серафимовна является ст. преподавателем кафедры "Промышленное и гражданское строительство" Вологодского государственного технического университета. Научные интересы: расчет и проектирование металлических конструкций гражданских и промышленных зданий, неразрушающие методы определения несущей способности металлических конструкций, определение надежности металлических конструкций.

Utkin Volodymyr Sergiyovich is the professor of the faculty "Industrial and civil construction" of the Vologda State Technical University, deserved worker of High School of Russian Federation. Scientific interests: non-destroying methods of definition of carrying capacity of building structures, definition of reliability of building structures.

Plotnikova Olga Serafimivna is the lecturer of the department "Industrial and civil construction" of the Vologda State Technical University. Scientific interests: calculation and designing of metal designs of the civil and industrial buildings, non-destroying methods of definition of carrying capacity of building structures, definition of reliability of building structures.