ISSN 1814-5566
МЕТАЛЕВІ КОНСТРУКЦІЇ
МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ КОНСТРУКЦИИ
METAL CONSTRUCTIONS
10, N2 (2006) 99-105
УДК 69.059.4

(06)-0108-1

ВИЗНАЧЕННЯ НАДІЙНОСТІ СТАЛЕВОГО СТРИЖНЯ ПРИ ПОЗАЦЕТРОВОМУ СТИСКУ В УМОВАХ ПРУЖНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ПРИ НАЯВНОСТІ ОБМЕЖЕНОЇ СТАТИСТИЧНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

В.С. Уткін, О.С. Плотникова
Вологодський державний технічний університет, вул. Леніна 15, 160000,
м. Вологда, Росія.
E-mail: pgs@mh.vstu.edu.ru

Отримана 17 жовтня 2005; прийнята 10 квітня 2006

Анотація. В статті розглянуто методику визначення ексцентриситетів у позацентрово-стиснутих стрижнях з будь-якими типами перерізів. Також розглянуті окремі випадки моделі граничного стану позацентрово-стиснутого стрижня. В статті також запропонована нова методика визначення надійності сталевого стрижня при позацетреному стиску в умовах пружного деформування при відсутності повної статистичної інформації, також наведений приклад.

Ключові слова: позацентрово-стиснутий стрижень, пружне деформування, обмежена статистичні інформація, надійність, метод можливостей.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАДЕЖНОСТИ ПРИ ВНЕЦЕНТРЕННОМ СЖАТИИ СТАЛЬНОГО СТЕРЖНЯ В УСЛОВИЯХ УПРУГОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПРИ ОГРАНИЧЕННОЙ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

В.С. Уткин, О.С. Плотникова
Вологодский государственный технический университет, ул. Ленина 15, 160000,
г. Вологда, Россия.
E-mail: pgs@mh.vstu.edu.ru

Получена 17 октября 2005; принята 10 апреля 2006

Аннотация. В статье рассмотрена методика определения эксцентриситетов во внецентренно-сжатых стержнях с различными типами сечений, рассмотрены частные случаи модели предельного состояния внецентренно-сжатого стержня. В статье предлагается новая методика определения надежности при внецентренном сжатии стального стержня в условиях упругой деформации при отсутствии полной и точной статистической информации, приведен численный пример.

Ключевые слова: внецентренно-сжатый стержень, упругое деформирование, ограниченная стастистическая информация, надежность, возможностный метод.

DEFINITION OF RELIABILITY AT THE THE NON-CENTRALLY COMPRESSED ROD IN CONDITIONS OF ELASTIC DEFORMATION AT THE LIMITED STATISTICAL INFORMATION

V.S.Utkin, O.S.Plotnikova
The Vologda state technical university, Lenin street. 15, 160000, Vologda, Russia.
E-mail: pgs@mh.vstu.edu.ru

Received 17 October 2005; accepted 10 April 2006

Abstract. In article the technique of definition of points of the appendix of forces the non-centrally compressed rod with various types of sections, special cases of model of a limiting condition are considered. In article the new technique of definition of reliability of similar steel cores in conditions of elastic deformation is offered at absence of the full and exact statistical information, the numerical example is given.

Keywords: the non-centrally compressed rod, the elastic deformation, limited statistical the information, reliability, a method of opportunities.

Для определения надежности любых структурных систем необходима информация о надежности отдельных ее элементов. Наибольшую трудность при определении надежности элементов, например в фермах, представляет оценка надежности внецентренно-сжатого стержня. Это вызвано, во-первых, тем, что измерение эксцентриситета представляет не простую задачу в условиях эксплуатации фермы или другой конструкции, а во-вторых, трудностью выявления действительного распределения и значения усилия (напряжений) в элементе от эксплуатационной нагрузки на конструкцию и определения значения прочности материала (стали). Например, определение предела текучести σ_T элемента неразрушающими или полуразрушающими методами на практике связано с известными трудностями.

Теоретическое решение задачи по определению надежности внецентренно-сжатого стержня рассмотрено А.Р.Ржаницыным в работе [1]. Анализ существующих математических моделей границ предельного состояния стержней при внецентренном сжатии для использования их при оценке надежности железобетонных стержней приведен В.Д.Райзером в работе [2]. Для упругой модели деформирования В.Д.Райзер в [2] использовал решение, полученное А.Р.Ржаницыным в [1], а также показал возможность использования других математических моделей. При этом использованы следующие допущения:

- сечения при деформировании стержня остаются плоскими и перпендикулярными оси стержня;
- сечения не изменяются при деформации стержня;
- дифференциальные уравнения изгиба составляются в предположении, что прогибы малы и допустима линеаризация дифференциального уравнения, т.е. рассматривается физически и геометрически линейная задача;
- точная кривая оси изогнутого стержня заменяется приближенно той или иной кривой, например, синусоидой.

В предлагаемой работе используется известная модель [2] предельного состояния при принятых допущениях в условиях упругой деформации в виде (1). За отказ принято появление краевой текучести в сечении стержня:

$$\sigma_{\max} = N/A + N e_y / W(1 - N L^2/\pi^2 E I_y) \le \sigma_T, \quad (1)$$

где N – сжимающее усилие в стержне;
A – площадь поперечного сечения стержня;

e_y – эксцентриситет (по одной из главных осей сечения) при $e_x = 0$;

E – модуль упругости материала элемента;

$I_y = I_{\min}$ – момент инерции поперечного сечения относительно главной оси;

σ_T – предел текучести материала элемента, например, стали;

L – расчетная длина стержня.

Рассмотрим методику определения значения эксцентриситетов e_x и e_y в составном стержне, например, состоящем из двух уголков, работающих совместно, поперечное сечение которого показано на рис.1.

Значения деформаций устанавливают при пробном нагружении (разгружении) конструкции уменьшенной эксплуатационной нагрузкой с помощью тензометров или других средств измерения деформаций в точках (участках) 1,2,3,4 внецентренно-сжатого стержня (см.рис.1).

При оценке надежности стальных колонн, поддерживающих подкрановые балки мостовых кранов, пробное нагружение осуществляется подъемом грузов мостовым краном. Нагрузка на сжатые стержни мостовых ферм осуществляется транспортными средствами, разгрузку сжатых колонн зданий удобно производить с помощью гидравлических домкратов и соответствующего обустройства.

Предположим, что в результате пробного нагружения выявлено, что $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$, например, $\varepsilon_1 = k\,\varepsilon_2$, ($k > 1$), как показано на рис.1. Для стали по закону Гука: $\sigma_i = \varepsilon_i E$ ($i = 1,2,3,4$).

Тогда будем иметь:

$$\sigma_1 = \frac{N}{A} + \frac{N e_x}{W_y} + \frac{N e_y}{W_x}, \quad \sigma_2 = \frac{N}{A} - \frac{N e_x}{W_y} + \frac{N e_y}{W_x};$$

Отсюда, при вычитании получим

$$e_x = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) E W_y}{2N}.$$

При $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ (см. рис.1)

$$e_y = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_3) E W_x}{2N}.$$

Общий эксцентриситет $e = \sqrt{e_x^2 + e_y^2}$.

Измерение деформаций ε_i проводится на обоих концах стержня, вблизи узлов, если речь идет о стержне фермы, рамы или другой конструкции. В расчет принимаются наибольшие значения эксцентриситетов. В работе не рассматривается случай разных эксцентриситетов по концам стержня (это отдельная задача).

Аналогично находится значение эксцентриситета для других по форме поперечного сечения стержней. Рассмотрим частные случаи поперечных сечений в виде полого прямоугольного

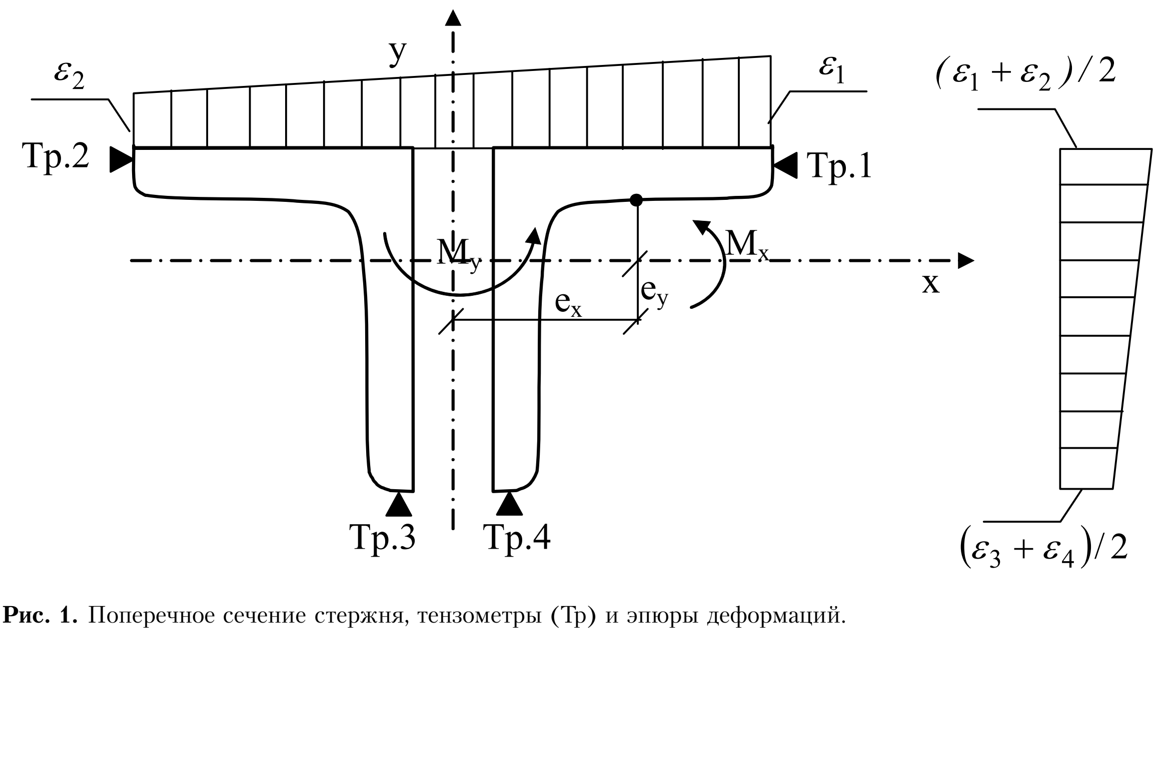

Рис. 1. Поперечное сечение стержня, тензометры (Тр) и эпюры деформаций.

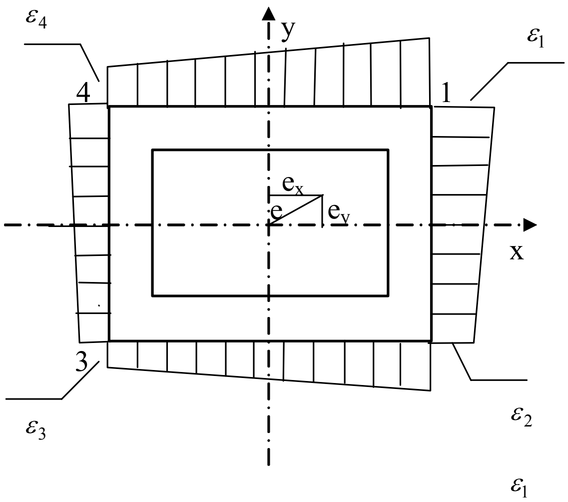

Рис. 2. Поперечное сечение полого прямоугольного стержня и эпюра деформаций.

стержня и круглой трубы, которые нашли широкое применение для сжатых стержней в стальных конструкциях. На рис.2 представлено поперечное сечение стержня в виде полого прямоугольника. В первом квадранте знаки напряжений от моментов ($N \cdot e_x$ и $N \cdot e_y$) и сжимающей силы N одинаковые.

Место приложения сжимающего усилия неизвестно и, следовательно, неизвестны эксцентриситеты e_x и e_y. Для их определения стержень нагружается (разгружается) пробной эксплуатационной нагрузкой. Деформации измеряются в точках 1,2,3,4. Допустим, что $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_4 > \varepsilon_3$ (во всяком случае, по значениям деформаций можно так обозначить точки). Тогда

$$\left.\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{N}{A} + \frac{N e_y}{W_x} + \frac{N e_x}{W_y} \\ \sigma_2 &= \frac{N}{A} - \frac{N e_y}{W_x} + \frac{N e_x}{W_y} \end{aligned}\right\}$$

Отсюда при $\sigma_i = \varepsilon_i E$ и при вычитании ($\sigma_1 - \sigma_2$) получим

$$e_y = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) E W_x / 2N$$

Из

$$\left.\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{N}{A} + \frac{N e_y}{W_x} + \frac{N e_x}{W_y} \\ \sigma_4 &= \frac{N}{A} + \frac{N e_y}{W_x} - \frac{N e_x}{W_y} \end{aligned}\right\}$$

при вычитании ($\sigma_1 - \sigma_4$) найдем

$$e_x = (\varepsilon_1 - \varepsilon_4) E W_y / 2N .$$

На рис.3 представлено поперечное сечение стержня в форме круглой трубы. В круглом сечении труднее найти $\sigma_{\max}$ и $\sigma_{\min}$, или $\varepsilon_{\max}$ и $\varepsilon_{\min}$. Для этого придется проделать несколько испытаний пробной нагрузкой (разгрузкой), измеряя деформации по периметру кольца с фиксацией деформаций. Удобно поставить сразу несколько измерителей деформаций и затем (после очередной нагрузки) перемещать их по окружности (поверхности) стержня. Допустим, что $\varepsilon_{\max}$ будет в точке «1» сечения стержня. Тогда $\varepsilon_{\min}$ будет в точке «2» (см. рис.3).

Соответственно, $\sigma_1 = \frac{N}{A} + \frac{N e}{W}$.

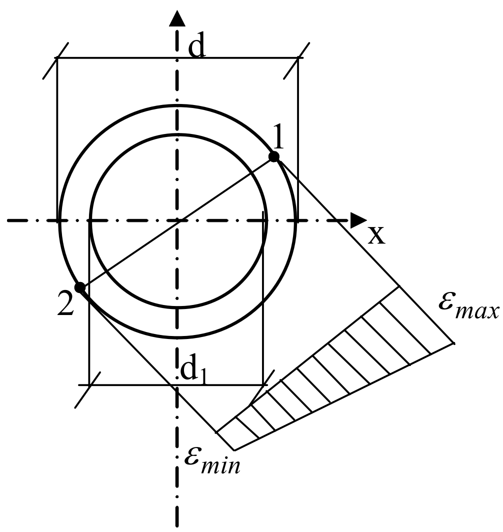

Рис. 3. Поперечное сечение стержня в форме круглой трубы и эпюра деформаций.

При $\sigma_1 = \varepsilon_1 E$ будем иметь:

$$e = \frac{(\varepsilon_1 E - N/A)W}{N},$$

где $W = \frac{\pi}{32}(d^3 - d_1^3)$;

$A = \frac{\pi}{4}(d^2 - d_1^2)$; E=2,1*10^5 МПа (для стали);

N — значение пробной нагрузки (разгрузки).

В.Д.Райзер в [2] приводит решение задачи по оценке надежности внецентренно-сжатого стержня на основе теории вероятностей и теории математической статистики, когда статистической информации о параметрах модели предельного состояния достаточно, т.е. когда по имеющейся информации можно выявить закон распределения случайных величин (определяющих параметров) математической модели предельных состояний и надежно определить его параметры. На практике, иногда, при отсутствии полной и точной статистической информации о случайных величинах их законами распределения априорно задают. В этом случае к результатам расчетов надежности относятся с недоверием. Обратимся к разрешению такой задачи с помощью других методов.

Рассмотрим ситуацию, в которой статистической информации недостаточно, или она недостаточно точная для использования вероятностных методов при оценке надежности элемента, что нередко встречается на практике в эксплуатационных условиях, например, при ускоренной оценке надежности элемента в условиях аварийной ситуации.

В этом случае используется методика оценки надежности, построенная на основе теории возможностей [3,4]. Будем считать, что в модели предельного состояния (1) нечеткой переменной (в терминологии теории возможностей) является эксцентриситет, например, в силу неточности или ограниченного объема измерений, вызванного реальными условиями проведения испытаний конструкции. Нечеткой переменной будем считать также предел текучести σ_T материала конструкции. Параметры $N, A, W_x, W_y, I_x, I_y, L, E$ являются неслучайными (детерминированными). Значение расчетной длины стержня L зависит от способа закреплений его концов, а точнее от жесткости этих закреплений. Определение жесткости закреплений стержня в узлах конструкции представляет определенную сложность, часто непреодолимую. Методы определения жесткости опорных закреплений можно найти в работе [6]. В связи с этим в запас значения надежности предлагается принимать за L длину стержня (в предположении шарнирного закрепления его концов). В расчетах можно принять длину стержня L как детерминированную величину, т.к. ее измерение проводится достаточно точно, т.е. с малым коэффициентом вариации результатов измерений.

В этом случае (1) для произвольной формы поперечного сечения стержня при внецентренном сжатии примет вид:

$$\frac{N}{A} + \frac{N\tilde{e}_x}{W_y(1 - NL^2/\pi^2 E I_y)} + \frac{N\tilde{e}_y}{W_x(1 - NL^2/\pi^2 E I_x)} \le \tilde{\sigma}_T \qquad (2)$$

Если известно,

что $\frac{e_x}{W_y} > \frac{e_y}{W_x}$, то третий член суммы можно принять равным $N\tilde{e}_y/W_x$, т.к. потери устойчивости в направлении оси «у» не будет. То же самое можно рассматривать при

$$\frac{e_y}{W_x} > \frac{e_x}{W_y}.$$

С учетом этих замечаний (2) примет вид:

$$\frac{N}{A} + \frac{N\tilde{e}_y}{W_x} + \frac{N\tilde{e}_x}{W_y(1 - NL^2/\pi^2 E I_y)} \le \tilde{\sigma}_T \qquad (2')$$

или $$\tilde{\sigma}_T - K_1\tilde{e}_y - K_2\tilde{e}_x \ge N/A \qquad (3)$$

где

$$K_1 = N/W_x; \quad K_2 = N/W_y(1 - N/N_Э);$$

$$N_Э = \frac{\pi^2 E I_y}{L^2}.$$

Частные случаи:

1) $e_y = 0$

$$\frac{N}{A} + \frac{N\tilde{e}_x}{W_y(1 - NL^2/\pi^2 EI_y)} \le \tilde{\sigma}_T;$$

2) $e_y = e_x = 0$

$$N \le N_{кр} = \pi^2 EI_{\min}/(\mu l)^2$$

(гибкий стержень). В данной работе этот случай не рассматривается;

3) $e_y = e_x = 0 \qquad \frac{N}{A} \le \sigma_T$

(стержень большой жесткости). Этот случай относится к центральному сжатию.

Для оценки надежности по модели (2′) используем принцип обобщения Заде [3]. Символично его можно представить в виде:

$$\left(\pi^{\in}_{f(x_1,x_2,\dots x_n)}\right)^{-1} = f\left((\pi^{\in}_{x_1})^{-1},(\pi^{\in}_{x_2})^{-1},\dots(\pi^{\in}_{x_n})^{-1}\right),$$

$\in\ \in \{+,-\}$, где x_i — нечеткая переменная.

Для (3) будем иметь

$$\tilde{Y}(y) = \tilde{\sigma}_T - K_1\tilde{e}_y - K_2\tilde{e}_x, \qquad (4)$$

где $\tilde{Y}(y)$ - нечеткая функция, т.к. зависит от нечетких аргументов.

Для характеристики всех нечетких переменных, входящих в (4), примем функцию распределения возможностей в виде (5):

$$\pi_x(x) = \exp\{-[(x-a_x)/b_x\ ]^2\} \quad (5)$$

при $a_x = 0.5(x_{\max} + x_{\min})$,

$b_x = 0{,}5(x_{\max} - x_{\min})/\sqrt{-\ln\alpha_*}$, $\alpha* \in [0,1]$; значением $\alpha*$ (уровнем риска) задаются, о чем можно найти в работе [5]. $x_{\max}$ и $x_{\min}$ значения нечеткой переменной $\tilde{x}$, получаемые в результате измерений (испытаний). Обратная функция для (5) будет

$$x = a_x \pm b_x\sqrt{-\ln\alpha},$$

где $\alpha = \pi_x(x)$ при определенном значении x является неизвестной (в отличие от α_*). По принципу обобщения, при обозначении $\beta = \sqrt{-\ln\alpha}$, согласно [3,4] будем иметь:

$$y = (a_{\sigma_T} - b_{\sigma_T}\beta) - K_1(a_{e_y} + b_{e_y}\beta) - \\ - K_2(a_{e_x} + b_{e_x}\beta) \qquad (6)$$

В обратных функциях нечетких аргументов перед параметром «b» принимается знак минус, если функция $\tilde{Y}(y)$ в (4) будет возрастающей и знак плюс, если $\tilde{Y}(y)$ будет убывать (в нашем случае от $\tilde{e}_y$ и $\tilde{e}_x$).

В (6) два неизвестных: α или β и y. В условиях, когда конструкция находится в эксплуатации, значением «y» задаются в виде правой части уравнения (3). Тогда из (6) находят β, а из $\beta = \sqrt{-\ln\alpha}$. Возможность отказа $Q = \alpha = e^{-\beta^2}$, если среднее значение $\bar{Y}(y)$, обозначаемое a_y и которое находят из (6) при $\alpha = 1$ или $\beta = 0$, будет $a_y = a_{\sigma_T} - K_1 a_{e_y} - K_2 a_{e_x}$.

Известно [4], что нечеткая переменная характеризуется двумя функциями распределения: функцией распределения безотказной работы (функционирования) R и функцией распределения отказа Q, ($R + Q$ >1). В рассматриваемой задаче при выполнении условия (3) с учетом (4) при $a_y \ge N/A$ будем иметь $R = 1$, а возможность отказа Q по методике оценки надежности, построенной на основе теории возможностей, определяется как

$$Q = \pi_Y(N/A) = \alpha = e^{-\beta^2}.$$

Пример. Пусть по результатам обследования стального внецентренно-сжатого стержня установлено следующее: σ_T={240, 280, 300} $МПа$, e_x ={0,6; 0,8; 1,2} $см$, e_y ={0,8; 1,1; 1,2} $см$.

Примем, что нечеткие переменные характеризуются функциями распределения возможностей вида (5). Зададимся уровнем риска для всех нечетких переменных равным α_* = 0,3.

Значения других детерминированных параметров в уравнении (2) следующие: $N = 670\ кН$, $A = 51{,}7\ см^2$, $W_x = 383\ см^3$, $W_y = 131\ см^3$, $I_x = 3730\ см^4$, $I_y = 1310\ см^4$, $L = 2{,}5\ м$, $E = 2.1\cdot10^5\ МПа$.

Тогда $a_{\sigma_T} = 270 МПа$, $b_{\sigma_T} = 27{,}3 МПа$, $a_{e_ч} = 0{,}9\cdot10^{-2}\ м$, $b_{e_x} = 0.3\cdot10^{-2}\ м$;

$a_{e_y} = 1{,}0 \cdot 10^{-2}\,м$, $b_{e_y} = 0.2 \cdot 10^{-2}\,м$; $\lambda = 50$.

$K_1 = 1{,}75 \cdot 10^3\, МПа/м$, $K_2 = 6{,}04 \cdot 10^3\, МПа/м$,

$N_Э$=4340 *кН*.

Значением « y » задаются в виде правой части уравнения (3). Из (6), принимая $y = N/A = 670 \cdot 10^3 / 51.7 \cdot 10^{-4} = 129{,}6 МПа$ находят β=1,39. Тогда $\alpha = e^{-1.39^2} = 0.144$.

$$a_y = a_{\sigma_T} - K_1 a_{e_y} - K_2 a_{e_x} =$$
$$= 270 - 1{,}75 \cdot 10^3 \cdot 10^{-2} - 6{,}04 \cdot 10^3 \cdot 0{,}9 \cdot 10^{-2} =$$
$$= 198 МПа,$$

т.к a_y=198 $МПа. > N/A = 129{,}6\ МПа$, то возможность безотказной работы R=1, а возможность отказа $Q = \pi_Y(N/A) = \alpha = 0.144$.

Необходимость безотказной работы $N = 1 - Q = 1 - 0.144 = 0.856$. Таким образом, надежность по условию появления краевой текучести в стержне характеризуется интервалом [1, 0,856]. Значение истинной надежности находится внутри этого интервала.

В предлагаемой методике оценки надежности внецентренно-сжатого стержня рассмотрены наиболее распространенные стержни малой гибкости, т.е. для стальных стержней с гибкостью λ<100. При λ>100 существенное влияние на значение надежности стержня оказывают случайные, даже незначительные, искривления оси стержня [1]. Это отдельная задача.

Литература

1. Ржаницын А.Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность. — М.: Стройиздат, 1978. — 239 с.
2. Райзер В.Д. Теория надежности в строительном проектировании. — М.: Изд-во АСВ, 1998. — 304 с.
3. Дюбуа Л., Прад А. Теория возможностей. Приложения к представлению знаний в информатике. — М.: Радио и связь, 1990. — 288 с.
4. Уткин В.С., Уткин Л.В. Определение надежности в строительных конструкциях. Учеб.пособие. Изд. 2-е, перераб. и доп. — Вологда, ВоГТУ, 2000. —175 с.
5. Уткин В.С. Значение уровня риска в теории возможностей // Строительные материалы, №8, 2004. — с.35.
6. Уткин В.С., Уткин Л.В. Несущая способность и надежность строительных конструкций. — Вологда, ВГТУ, 2000. — 152 с.

Уткін Володимир Сергійович є професором кафедри "Промислове та цивільне будівництво" Вологодського державного технічного університету, заслужений працівник ВШ РФ. Наукові інтереси: неруйнівні методи визначення несучої здатності будівельних конструкцій, визначення надійності будівельних конструкцій.

Плотникова Ольга Серафимівна є старшим викладачем кафедри "Промислове та цивільне будівництво" Вологодського державного технічного університету. Наукові інтереси: розрахунок і проектування металевих конструкцій цивільних і промислових будинків, неруйнівні методи визначення несучої здатності металевих конструкцій, визначення надійності металевих конструкцій.

Уткин Владимир Сергеевич является профессором кафедры "Промышленное и гражданское строительство" Вологодского государственного технического университета, заслуженный работник ВШ РФ. Научные интересы: неразрушающие методы определения несущей способности строительных конструкций, определение надежности строительных конструкций.

Плотникова Ольга Серафимовна является ст. преподавателем кафедры "Промышленное и гражданское строительство" Вологодского государственного технического университета,. Научные интересы: расчет и проектирование металлических конструкций гражданских и промышленных зданий, неразрушающие методы определения несущей способности металлических конструкций, определение надежности металлических конструкций.

Utkin Vladimir Sergeevich is the professor of faculty " Industrial and civil construction " the Vologda state technical university, deserved worker High School of Russian Federation. Scientific interests: non-destroying methods of definition of carrying capacity of building structures, definition of reliability of building structures.

Plotnikova Olga Serafimovna is the teacher of faculty "Industrial and civil construction" Vologda state technical university. Scientific interests: calculation and designing of metal structures of the civil and industrial buildings, non-destroying methods of definition of carrying capacity of building structures, definition of reliability of building structures.