ISSN 1814-5566
МЕТАЛЕВІ КОНСТРУКЦІЇ
МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ КОНСТРУКЦИИ
METAL CONSTRUCTIONS
12, N4 (2006) 249-254
УДК 533.6.013.42; 696.2

(06)-0124-1

ВІДОБРАЖЕННЯ ФАЗОВИХ ТРАЄКТОРІЙ В АНАЛІЗІ ДИНАМІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ХАОТИЧНИХ СИСТЕМ

В.Е. Волкова, М.И. Казакевич
Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту,
вул. ак. В. Лазаряна 2, 49010, г. Дніпропетровськ, Україна.
E-mail: drvev@mail.ru

Отримана 8 вересня 2006; прийнята 16 жовтня 2006

Анотація. Дана стаття присвячена питанням розробки комплексного підходу до якісної і параметричної ідентифікації істотно нелінійних механічних систем. Наданий авторами метод демонструє практичну можливість ідентифікації математичних моделей механічних систем з використанням відображень фазових траєкторій на площині "прискорення - переміщення". Запропонований метод близький методу обробки часових процесів по піках і на відміну від існуючих методів якісної ідентифікації не громіздкий в реалізації.

Ключові слова: гнучкий стержень, хаотичні коливання, відображення фазових траєкторій, фазова площина "прискорення - переміщення", якісна і параметрична ідентифікація.

ОТОБРАЖЕНИЯ ФАЗОВЫХ ТРАЕКТОРИЙ В АНАЛИЗЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ХАОТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В.Е. Волкова, М.И. Казакевич
Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта,
ул. ак. В. Лазаряна 2, 49010, г. Днепропетровск, Украина.
E-mail: drvev@mail.ru

Получена 8 сентября 2006; принята 16 октября 2006

Аннотация. Данная статья посвящена вопросам разработки комплексного подхода к качественной и параметрической идентификации существенно нелинейных механических систем. Представленный авторами метод демонстрирует практическую возможность идентификации моделей механических систем с использованием отображений фазовых траекторий на плоскости "ускорение - перемещение". Предлагаемый метод близок методу обработки временных процессов по пикам и в отличие от существующих методов качественной идентификации не громоздок в реализации.

Ключевые слова: гибкий стержень, хаотические колебания, отображения фазовых траекторий, фазовая плоскость "ускорение - перемещение", качественная и параметрическая идентификация.

PHASE TRAJECTORY MAPPINGS IN THE ANALYSIS OF CHAOTIC SYSTEM DYNAMIC PROPERTIES

V.E. Volkova, M.I. Kazakevitch
Dnepropetrovsk National University of the Railway Transport, Ac.V. Lazarjan str. 2, 49010, Dnepropetrovsk, Ukraine.
E-mail: drvev@mail.ru

Received September 2006; accepted October 16 2006

Abstract. The problems of the complex approach to the qualitative and parametric identification of considerably non-linear mechanical systems are given in this paper. The method described by the authors presents practical possibility of mechanical system identification with the usage of phase trajectory mappings on the plane "acceleration-displacement". The suggested method is close to the method of time process treatment according to the peaks, but in contrast to the existing qualitative identification method is not so complicated in application.

Keywords: flexible rod, chaotic oscillations, phase trajectory mapping, phase plane "acceleration - displacement", qualitative and parametric identification.

Введение

Хаотическое поведение обнаруживается во многих процессах, протекающих в различных природных и технических объектах. Особенностью исследуемого класса динамических систем является существенная зависимость их поведения от начальных условий.

Концепция динамического хаоса, основы которой были сформированы в 70-80гг. XX века, позволяет предполагать, что хотя бы в некоторых случаях за сложным временным поведением может стоять сравнительно простая математическая модель.

Задачи прогнозирования динамического поведения механических систем являются весьма актуальными. Они неразрывно связаны с проблемами идентификации этих систем. Объектом предлагаемого исследования являются существенно нелинейные динамические системы. Цель исследования состоит в разработке методов идентификации моделей принципиально нелинейных механических систем по записям хаотических процессов.

1. Современное состояние методов идентификации механических систем

Последние два десятилетия проблемы построения математических моделей и прогнозирования динамического поведения элементов конструкций по данным экспериментальных записей вызывают повышенный интерес. Задачи идентификации различаются между собою как по своей цели — установление значений отдельных параметров динамической системы или определение преобладающего источника возмущения, так и по объему известной информации. Наиболее ответственными и актуальными являются задачи качественной идентификации – выявления динамической модели колебаний элементов конструкций [3].

Область применения большинства классических методов идентификации ограничена одночастотными динамическими процессами. Данные методы идентификации основаны на использовании внешнего возмущения особой формы – прямоугольного импульсного или ступенчатого знакопеременного [3]. Подобные виды внешнего возмущения весьма сложны в реализации. Поскольку вместо внешнего возмущения, соответствующего нормальному режиму эксплуатации, для реализации данных методов требуется возмущение особого типа, то становится очевидным, что эти методы предполагают идентификацию модели механической системы вне условий нормальной эксплуатации. Таким образом, данные методы применимы только к линейным стационарным

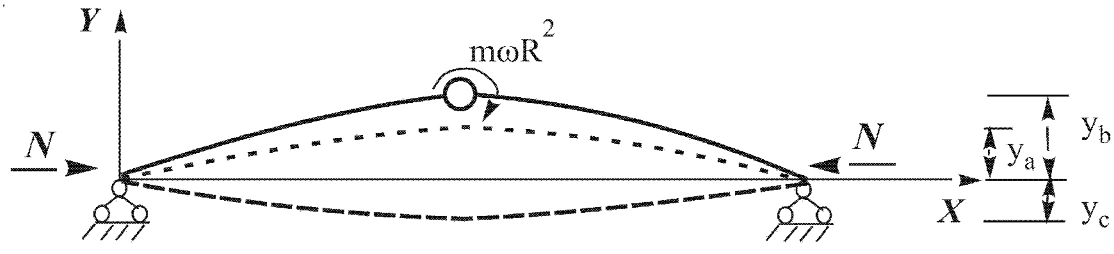

Рис. 1. Схема эксперимента.

системам, в которых соотношение между внешним возмущением и откликом системы сохраняется для всех других типов возмущения.

Большинство современных методов качественной идентификации работают во временной области. Так, объектом их исследования являются временные процессы, а именно, записи изменения перемещений точек исследуемых систем во времени. Данные методы ориентированы на применение вейвлет преобразования, рядов Винера и Гаммерштейна. Данные подходы громоздки в реализации и предполагают применение вычислительной техники [4-6], а также необходимость хранения значительного объема исходной информации. Базисные функции, лежащие в основе этих методов, оперируют производными высших порядков (четвертого, пятого и шестого). Необходимость многократно численно дифференцировать исходный сигнал, содержащий шум, необратимо приводит к увеличению ошибок накопления и усечения, что оказывает существенное влияние на точность построения модели.

2. Экспериментальное исследование вынужденных колебаний стрежня

В качестве исследуемой механической модели был принят стрежень.Он был выполнен из полосы пружинной стали длиною $l_1 = 2$ м и размерами поперечного сечения $\mathrm{b} \times \mathrm{h} = 0{,}05 \times 0{,}0056$ м. Расстояние между опорными отверстиями составляло $l = 1{,}955$ м. Геометрические характеристики сечения стержня составили: площадь сечения $A = 2{,}8 \cdot 10^{-4}$ м^2 и момент инерции $I = 7{,}32 \cdot 10^{-10}$ м^4.

Для исследования вынужденных нелинейных колебаний гибкого стержня на стадии монтажа модели стержню было приложено начальное продольное усилие сжатия N. Величина усилия осевого сжатия принималась больше эйлеровой силы потери устойчивости, равной

$$N_E = EI\left(\pi/l\right)^2 = 363 \text{ Н.} \qquad (1)$$

После обжатия прямолинейная форма продольной оси стержня становилась неустойчивой (см. рис.1). Устойчивым положениям равновесия стержня соответствовали статические начальные прогибы $y_b = 0{,}058$ см и $y_c = -\ 0{,}006$ м.

Для исследования вынужденных колебаний гибкого стержня был использован комплект измерительно-регистрирующей аппаратуры, в состав которого входили средства регистрации, преобразования, хранения сигналов, а также персональный компьютер.

Применение компьютера позволило автоматизировать процедуру численной обработки, дало возможность применять стандартные графические пакеты для представления сигналов.

Величина амплитуды внешнего моногармонического возмущения зависела от скорости вращения возбудителя колебаний и определялась по формуле:

$$P = m_i a = m_i \omega^2 R_i, \qquad (2)$$

где m_i – масса эксцентрика; a – центробежное ускорение; ω – частота возбудителя колебаний; R_i – радиус вращения эксцентрика.

Форма колебаний измерялась посредством регистрации сигналов в процессе всего эксперимента. Формы изгибных колебаний определялись путем одновременной записи сигналов всех пяти тензодатчиков, расположенных на расстояниях $1/8\ l$, $1/4\ l$, $1/2\ l$, $3/4\ l$ и $7/8\ l$ от левой опоры.

Изучение полученных осциллограмм показало, что колебания для всех пяти точек стержня одинаковы, а амплитуды колебаний возрастают от крайних сечений к среднему.

3. Отображения фазовых траекторий хаотических колебаний

При динамических испытаниях гибкого стержня на действие периодического внешнего возмущения были обнаружены диапазоны частот [1], в которых существуют несколько устойчивых режимов колебаний и получены временные процессы хаотических колебаний. Хаотические колебания представляют собою каскад бифуркаций удвоения периода (рис. 2).

Если колебательный процесс несложен и достаточно изучен, то решение задачи идентификации не представляет особых трудностей. Иначе обстоит дело с хаотическими процессами, описание которых чаще всего выполняется на основе статистических закономерностей, несмотря на то, что их описание в виде дифференциальных уравнений известны.

Основным отличительным свойством таких систем является то, что предсказать их поведение на длительное время невозможно, несущественная ошибка в задании начальных условий, спустя короткое время, приводит к тому, что процесс переходит на другую траекторию. Процессы в таких системах эволюционируют вследствие рассеяния энергии в системе.

В последние годы в идентификации хаотических процессов наметились два основных подхода. Первый — основан на изучении поведения физической модели достаточно простого объекта, которая представлена нелинейными дифференциальными уравнениями. Заметим, что для реальной системы чаще всего крайне сложно найти описание с помощью дифференциальных уравнений. Второй подход к идентификации хаотических систем базируется на наблюдении хаотических процессов и построении аттрактора в так называемом реконструированном фазовом пространстве, которое восстанавливается из наблюдаемого временного ряда, представляющего собой последовательность дискретных значений какой-либо переменной, генерируемой системой.

Применим относительно простой метод непараметрической идентификации, который можно использовать для широкого класса механических систем с одной степенью свободы, проявляющих нелинейные свойства, присущие реальным системам. Метод основан на использовании информации относительно перемещений и ускорений [2], действующего на систему внешнего возмущения.

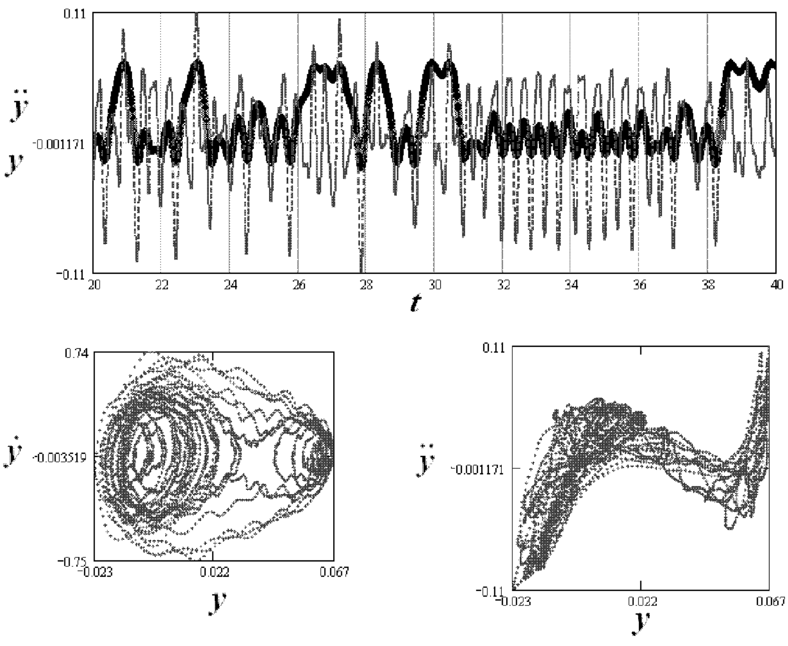

Рис. 2. Хаотические колебания экспериментальной модели.

Предположим, что исследуемая физическая модель может быть описана дифференциальным уравнением второго порядка

$$m_1 \ddot{y} + h(y, \dot{y}) + r(y) = P(t), \qquad (3)$$

где m_1 - масса одного метра длины стержня, $h(y, \dot{y})$ - диссипативная сила, $r(y)$ - упругая сила.

Обозначим множество точек, описывающих измеренные значения перемещений, скоростей и ускорений системы (2) в дискретные моменты времени $t = t_k = t_0 + kT$ $\{\Pi_k\} = \{y_k, \dot{y}_k, \ddot{y}_k\}$, $k = 1, \dots, n$, где T – период внешнего возмущения. Если мы представим эти точки в расширенном фазовом пространстве $(y, \dot{y}, \ddot{y})$, то получим набор точек, параметрически связанных по времени t_k.

Предварительно пренебрегая влиянием диссипации, можно предположить, что характеристика упругой силы может быть определена из соотношения:

$$r(y_k) = c - m_1 \ddot{y}_k. \qquad (4)$$

Для построения отображений фазовых траекторий была выполнена обработка временных процессов ускорения и перемещений длиною 252 периода внешнего возмущения. Построение отображений фазовых траекторий на плоскости $(y, \ddot{y})$ близко к методу обработки временных процессов по пикам. Оценка значений ускорений и перемещений выполнялась в дискретные моменты времени, удовлетворяющие условию $c = F(t_o) = F(t_k)$ [7](см. рис. 3).

Анализируя представленные на рис. 3 отображения фазовых траекторий, можно отметить рассеяние точек в области резонансных амплитуд «малых» колебаний [2]. Основной причиной этого эффекта является наличие высокочастотных шумов с амплитудами, соизмеримыми с амплитудами «малых» колебаний. Путем осреднения полученных значений был получен полиномиальный тренд. Кривая тренда представляет собою несимметричную кубическую параболу, пересекающую ось перемещений в точках $y_1 = 0{,}06$ м, $y_2 = 0{,}039$ м и $y_3 = -0{,}006$ м, близких по значению к координатам положений равновесия стержня $y_b = 0{,}058$ м, $y_a = 0{,}034$ м и $y_c = -0{,}006$ м. Для оценки статистической достоверности полученного полиномиального тренда, было определено значение множественного коэффициента детерминации, которое составило $R^2 = 0{,}835$.

4. Основные выводы

В статье предложен относительно простой метод непараметрической идентификации, который может быть применен для широкого класса

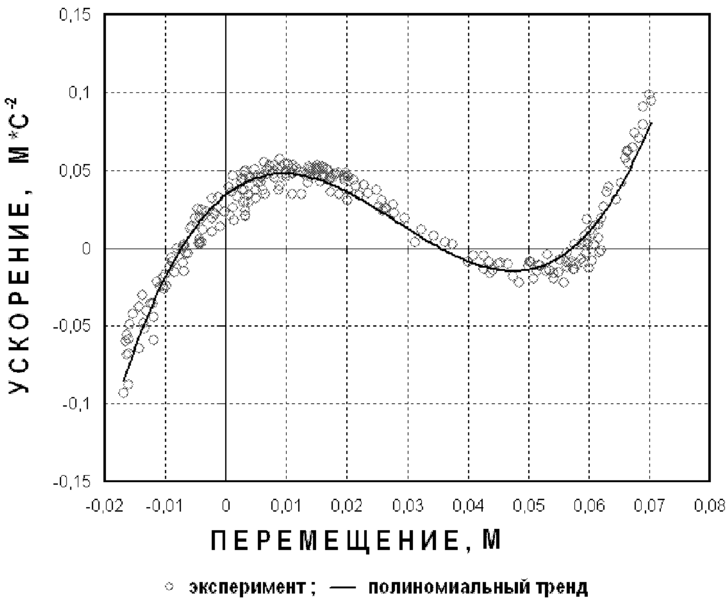

Рис. 3. Отображения фазовых траекторий хаотических колебаний экспериментальной модели.

механических систем с одной степенью свободы, проявляющих нелинейные свойства присущие реальным системам. Метод основан на использовании информации об ускорениях, перемещениях, а также внешнем возмущении, определяемых методами качественной теории, а также регрессионными методами и аппроксимирующими выражениями упругой характеристики как функции от обобщенной координаты.

Предлагаемый метод анализа детерминировано - хаотических процессов открывает новые возможности для обработки данных. Наиболее интересным является то, что при всей своей внешней простоте позволяет получить максимум информации об исследуемом процессе или явлении. Возможности предлагаемого метода ограничены только уровнем шумов, погрешностью измерения и объемом выборки обрабатываемого процесса.

Перспективным для технических приложений является применение описанных приемов для количественного определения параметров детерминированных хаотических систем.

Литература

1. Волкова В. Е. Экспериментальное исследование вынужденных колебаний гибкого стержня // Теоретические основы строительства: Сб. науч. тр. ПГАСиА. – Днепропетровск. — 2006. – С. 525–530.
2. Казакевич М. И., Волкова В. Е. Фазовые траектории нелинейных динамических систем. Атлас. – Днепропетровск: Наука и образование. — 2002. – 94 с.
3. Плахтиенко Н. П. Методы идентификации нелинейных механических колебательных систем // Прикладная механика. – 2000. – Т. 36, № 12. – С. 38–68.
4. Kulisiewics M. Modelling and identification of nonlinear mechanical systems under complex load. – Wroclaw (Poland): Oficyna wydawnicza Politechniki Wroclawickiej, 2005. – 190 p.
5. Masri S. F., Caughey T. K. A nonparametric identification technique or non-linear dynamic problems // Trans. ASME, J. Appl. Mech. – 1979. – Vol. 46. – P. 433–447.
6. Tjahjowido T., Al-Bender F., Von Brussel H. Identification of backlash in mechanical system// Proc. of the ISMA 2004. – P. 2195–2209.
7. Volkova V. E., Schneider K. Qualitative theory and identification of dynamic system with one degree of freedom // Прикладная механика. – 2005. – Т. 41, № 6. – С. 134–139.

Волкова Вікторія Євгенівна є доцентом кафедри "Будівельні конструкції" Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту. Наукові інтереси: прогнозування динамічної поведінки елементів конструкцій, ідентифікація динамічних моделей механічних систем.

Казакевич Михайло Ісаакович, заслужений діяч науки і техніки України, професор кафедри "Мости" Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту. Дійсний член Транспортної Академії України. Член Української асоціації по металевих конструкціях. Наукові інтереси: експлуатаційна надійність будівельних металевих конструкцій, динаміка і аеродинаміка будівельних конструкцій.

Волкова Виктория Евгеньевна является доцентом кафедры "Строительные конструкции" Днепропетровского национального университета железнодорожного транспорта. Научные интересы: прогнозирование динамического поведения элементов конструкций, идентификация динамических моделей механических систем.

Казакевич Михаил Исаакович, заслуженный деятель науки и техники Украины, профессор кафедры "Мосты" Днепропетровского национального университета железнодорожного транспорта. Действительный член Транспортной Академии Украины. Член Украинской ассоциации по металлическим конструкциям. Научные интересы: эксплуатационная надежность строительных металлических конструкций, динамика и аэродинамика строительных конструкций.

VolkovaViktorija Evhenijivna is a Docent of Civil Structures department at Dnepropetrovsk National University of the Railway Transport. The research interests include the prediction of dynamic behaviour of structural elements and identification of non-linear dynamic systems.

Kazakevich Mykhaylo Isaakovich is Honored worker of science and engineering of Ukraine, professor of "Bridges" department of Dnepropetrovsk national university of a railway transport. The member of Transport Academy of Ukraine. Member of Ukrainian Association of Metal Construction. The research interests include the reliability of existing metal structures, dynamics and aerodynamics of structures.