



ISSN 1814-5566 print

ISSN 1993-3517 online

**МЕТАЛЕВІ КОНСТРУКЦІЇ**  
**МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ КОНСТРУКЦИИ**  
**METAL CONSTRUCTIONS**

N2, TOM 14 (2008) 77-84

УДК 624.97:620.91

(08)-0156-1

## **АНАЛІЗ РІВНОСТЕЙ ПЕРЕБУВАННЯ МАСШТАБНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ ДЛЯ ІМІТАЦІЇ ОЖЕЛЕДІ В КЛІМАТИЧНІЙ КАМЕРІ ДОННАБА**

**А.М. Альохін**

*Донбаська національна академія будівництва і архітектури*

*Вул. Державіна 2, 86123, м. Макіївка, Україна.*

*E-mail: andrey-alyochin@rambler.ru, Alyokhin\_20@mail.ru*

*Отримана 1 квітня 2008; прийнята 19 квітня 2008*

**Анотація.** У статті проведено аналіз третьої рівності системи основних співвідношень [3], які містять три коефіцієнти масштабування для імітації ожеледі в кліматичній камері ДонНАБА, а також представлена параметрична система рівнянь. Ця залежність відрізняється від двох попередніх тим, що зв'язує величини  $K_d$ ,  $K_n$ ,  $K_{pb}$ , які характеризують водяний потік. Проведено аналіз явної залежності масштабного коефіцієнта щільності води  $K_{pb}$  від кількості молекул води  $K_n$ . Знайдено вирішення окремих похідних функцій  $g_1(\Delta K_{pb}, \Delta K_n)$ , які прирівняні до нуля, що, по-перше, представляють рівняння прямих, на яких розташовуються вершини еліпса, а, по-друге, із системи отриманих рівнянь знайдені покладені центри еліпса  $\Delta K_{pb}=0,6$  та  $\Delta K_n=0,6$ . При рішенні даної задачі необхідно знати можливі зміни масштабних коефіцієнтів, щоб швидше знайти потрібний варіант рішення. Так, у першій напівсистемі передбачалося, що обмежено коефіцієнти  $K_v < 1$  та  $K_w < 1$ , а в другій системі відомій системі  $K_c$  і незалежної  $K_d$ .

**Ключові слова:** масштабні коефіцієнти, система рівнянь, кліматична камера ДонНАБА, експеримент, натурна модель, ожеледь, потік повітря, система координат, гіпербола, пряма, крива, ряд Тейлора.

## **АНАЛИЗ РАВЕНСТВ НАХОЖДЕНИЯ МАСШТАБНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ДЛЯ ИМИТАЦИИ ГОЛОЛЕДА В КЛИМАТИЧЕСКОЙ КАМЕРЕ ДОННАСА**

**А.М. Алёхин**

*Донбасская национальная академия строительства и архитектуры,*

*ул. Державина 2, 86123, г. Макеевка, Украина.*

*E-mail: andrey-alyochin@rambler.ru, Alyokhin\_20@mail.ru*

*Получена 1 апреля 2008; принята 19 апреля 2008*

**Аннотация.** В статье произведен анализ третьего равенства системы основных соотношений [3], содержащих три коэффициента масштабирования для имитации гололеда в климатической камере ДонНАСА, а также представлена параметрическая система уравнений. Эта зависимость отличается от двух предыдущих тем, что связывает величины  $K_d$ ,  $K_n$ ,  $K_{pb}$  характеризующие водяной поток. Проведен анализ явной зависимости масштабного коэффициента плотности воды  $K_{pb}$  от количества молекул воды  $K_n$ . Разрешены частные производные функции  $g_1(\Delta K_{pb}, \Delta K_n)$ , приравненные нулю, которые, во-первых, представляют уравнения прямых, на которых располагаются вершины эллипса, а во-вторых, из системы полученных уравнений найдены положенные центры эллипса  $\Delta K_{pb}=0,6$  и  $\Delta K_n=0,6$ . При решении данной задачи необходимо знать возможные изменения масштабных коэффициентов,

чтобы быстрее найти нужный вариант решения. Так, в первой подсистеме предполагалось, что ограничены коэффициенты  $K_b < 1$  и  $K_v < 1$ , а во второй системе известной системе  $K_\tau$  и независимой  $K_d$ .

**Ключевые слова:** масштабные коэффициенты, система уравнений, климатическая камера ДонНАСА, эксперимент, натура, модель, гололед, поток воздуха, система координат, гипербола, прямая, кривая, ряд Тейлора.

## ANALYSIS OF FINDING EQUALITIES OF SCALE COEFFICIENTS FOR THE GLASSED FROST IMITATION IN THE CLIMATIC CHAMBER OF DSACA

A.M. Alyokhin

Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture,  
Derzavin str. 2, 86123, Makeyevka, Ukraine.

E-mail: andrey-alyochin@rambler.ru, Alyokhin\_20@mail.ru

Received 8 July 2005; accepted 9 September 2005

**Abstract.** In article the analysis of the third equation of the main correlations system [3] containing three coefficients of scaling for the glazed frost imitation in the climatic chamber of DSACA has been made, as well as parametric system of the equations has been represented. This dependency differs from two previous by linking the values  $K_d$ ,  $K_n$ ,  $K_{pb}$  characterizing water flow. There has been made the evident dependency analysis of the scale coefficient for water density  $K_{pb}$  from amount of the molecules in water  $K_n$ . The Particular derived functions  $g_1(\Delta K_{pb}, \Delta K_n)$  leveled zero have been resolved, which, first, represent the straight lines equations where the tops of the ellipse are placed, but secondly, from system of the got equations centres of the ellipse  $\Delta K_{pb} = 0,6$  and  $\Delta K_n = 0,6$ . Have been found while solving given problems it is necessary to know possible change of scale coefficients to find the necessary solution version. So in the first semisystem it was supposed limited coefficients  $K_b < 1$  and  $K_v < 1$ , but in the second system known as  $K_\tau$  and independent  $K_d$ .

**Keywords:** scale coefficients, system of equalizations, climatic chamber of DSACA, experiment, nature, model, гололед, blast, the system of co-ordinates, hyperbola, is direct, curve, the row Teylor.

### 1. Анализ третьего равенства

$$K_d^3 \times K_n \times K_{pb} = 1$$

Эта зависимость отличается от двух предыдущих тем [3], что связывает величины  $K_d$ ,  $K_n$ ,  $K_{pb}$ , характеризующие водяной поток. Проводим анализ следующей явной зависимости масштабного коэффициента плотности воды  $K_{pb}$  от количества молекул воды  $K_n$ :

$$K_{pb} = K_d^{-3} \frac{1}{K_n}. \quad (1)$$

Причём диаметр молекулы  $K_d^{-3}$  считаем заданной величиной.

Для масштабного коэффициента  $K_d < 1$  величины  $K_d^{-3} > 1$  и соответствующая ветвь гиперболы на рис. 1 зависимости (1) находится выше

гиперболы, определяемой при  $K_d = 1$  и проходящей через точку  $(K_n; K_{pb}) = (1; 1)$ . Когда  $K_d > 1$ , то кривая (1) пересекает прямые  $K_{pb} = 1$  и  $K_n = 1$  соответственно в точках  $K_n = K_d^{-3} < 1$  и  $K_{pb} = K_d^{-3} < 1$ . Построенные кривые показывают, что уменьшение диаметра молекул воды приводит к увеличению плотности воздушной массы и количества в ней молекул воды, а увеличение диаметра – к понижению численности молекул и снижению плотности воздушной массы воды. Как распределяются приращения  $\Delta K_{pb}$  и  $\Delta K_n$  между масштабными коэффициентами при изменении величины  $K_d$  можно наблюдать на рис. 1, а можно получить этот анализ отдельно.

Для функции  $K_{pb}(K_d, K_n)$  находим частные производные первого порядка [1,2,5,7,9,10,14]:

$$\frac{\partial K_{pb}}{\partial K_d} = -3K_d^{-4} \cdot K_n^{-1},$$

$$\frac{\partial K_{\rho b}}{\partial K_n} = -K_d^{-3} \cdot K_n^{-2}$$

и второго порядка:

$$\frac{\partial^2 K_{\rho b}}{\partial K_d^2} = 12K_d^{-5} \cdot K_n^{-1},$$

$$\frac{\partial^2 K_{\rho b}}{\partial K_n \partial K_d} = 3K_d^{-4} \cdot K_n^{-2},$$

$$\frac{\partial^2 K_{\rho b}}{\partial K_n^2} = 2K_d^{-3} \cdot K_n^{-3}.$$

Учитывая значения выражений:

$$K_d^{-5} \cdot K_n^{-1} = K_d^{-4} \cdot K_n^{-2} = K_d^{-3} \cdot K_n^{-3} = 1$$

записываем приращение

$$\Delta K_{\rho b} = -3\Delta K_d - \Delta K_n + \frac{1}{2}(12(\Delta K_d)^2 + 6\Delta K_d \times \Delta K_n + 2\Delta K_n^2)$$

относительно приращений  $\Delta K_d$  и  $\Delta K_n$  фиксированном значении  $\Delta K_{\rho b}$  эта зависимость является уравнением второго порядка  $g(\Delta K_d, \Delta K_n) = 0$ ;

$$6(\Delta K_d)^2 + 3\Delta K_d \cdot \Delta K_n + (\Delta K_n)^2 - 3\Delta K_d - \Delta K_n - \Delta K_{\rho b} = 0 \quad (2)$$

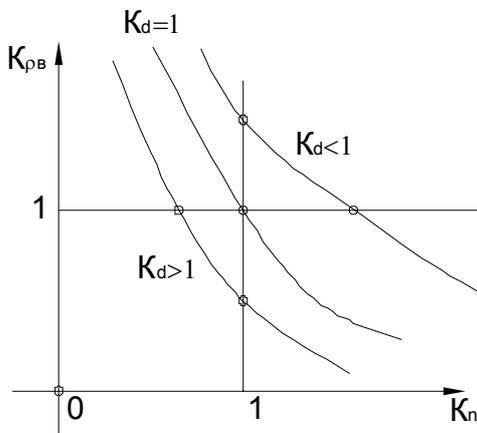


Рис. 1. Зависимость  $K_{\rho b}$  от  $K_n$ .

Тип кривой определим через вычисление её инварианта:

$$A = \begin{vmatrix} 6 & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \\ \frac{3}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & -\Delta K_{\rho b} \end{vmatrix} =$$

$$= -6\Delta K_{\rho b} + \frac{9}{8} \cdot 2 - \frac{9}{4} - \frac{6}{4} + \frac{9}{4} \Delta K_{\rho b} =$$

$$= -\frac{6}{4} - \frac{15}{4} \Delta K_{\rho b} = -\frac{3}{4}(2 + 5\Delta K_{\rho b})$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} 6 & \frac{3}{2} \\ \frac{3}{2} & 1 \end{vmatrix} = 6 - \frac{9}{4} = \frac{15}{4} > 0,$$

$$S = 6 + 1 = 7 > 0$$

При условиях  $A \neq 0$ ,  $A_{33} > 0$  и  $A \cdot S < 0$  имеем эллипс, а в случае  $A \cdot S > 0$  он будет мнимым. Величина  $S > 0$  знакпостоянная, а определитель  $A < 0$  только в случае положительных и отрицательных " $K_{\text{Бв}} > 0$ " и " $K_{\text{Бв}} \in (-0,4;0)$ ". Для равенства " $K_{\text{Бв}} = 0$ " и  $S > 0$  кривая второго порядка выражается в совокупности двух мнимых непараллельных сопряженных прямых.

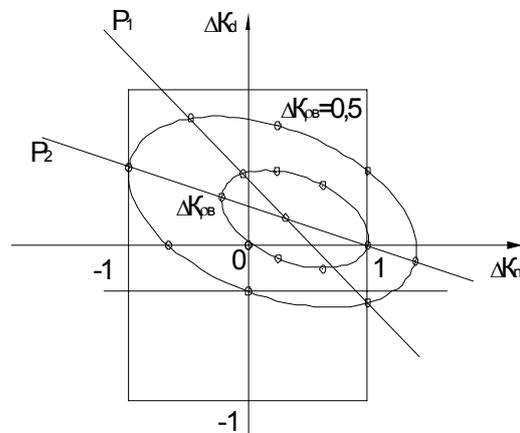


Рис. 2. Зависимость  $\Delta K_d$  от  $\Delta K_n$ .

Вариант  $\Delta K_{\rho\epsilon} \in [-0,4;0]$ . Для функции  $g(\Delta K_d; \Delta K_n)$  вычисляем частные производные:

$$\begin{aligned} \frac{\partial g}{\partial \Delta K_d} &= 12\Delta K_d + 3\Delta K_n - 3 = \\ &= 3(4\Delta K_d + \Delta K_n - 1) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial g}{\partial \Delta K_n} = 3\Delta K_d + 2\Delta K_n - 1$$

Из равенств их нулю находим уравнения прямых P2 и P1, на которых располагаются вершины эллипсов (рис. 2).

$$\begin{aligned} 4\Delta K_d + \Delta K_n - 1 &= 0 \quad \text{и} \\ 3\Delta K_d + 2\Delta K_n - 1 &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

На рис. 2 имеются горизонтальные и вертикальные прямые.

Они понижены в случаях  $\Delta K_{\rho\epsilon} = 0$  и  $\Delta K_{\rho\epsilon} = 0,5$ . Из совместности их решения находим центр эллипсов  $\Delta K_n = 0,2$  и  $\Delta K_d = 0,2$ . Записывая уравнение (2) относительно выражений (3):

$$\begin{aligned} 15(4\Delta K_d + \Delta K_n - 1)^2 + (5\Delta K_n - 1)^2 &= \\ = 40(0,4 + \Delta K_{\rho\epsilon}) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} 5(3\Delta K_d - 2\Delta K_n - 1)^2 + 3(5\Delta K_d - 1)^2 &= \\ = 20(0,4 + \Delta K_{\rho\epsilon}) \end{aligned} \quad (5)$$

определяем из этих равенств вторые оси эллипса – прямую  $\Delta K_n = 0,2$  к прямой P2 и прямую  $\Delta K_d = 0,2$  к прямой P1.

Разрешая зависимости (4) и (5) относительно величин:

$$\Delta K_n = \frac{1 - 3\Delta K_d}{2} \pm \sqrt{4(0,4 + \Delta K_{\rho\epsilon}) - \frac{3}{5}(5\Delta K_d - 1)^2}$$

и

$$\Delta K_d = \frac{1}{4}(1 - \Delta K_n) \pm \sqrt{\frac{5}{3}(0,4 + \Delta K_{\rho\epsilon}) - \frac{1}{15}(5\Delta K_n - 1)^2}$$

Запишем зависимость (1) в ином явном виде:

$$K_d = K_{\rho\epsilon}^{-\frac{1}{3}} \cdot K_n^{-\frac{1}{3}}$$

Для функции  $K_d(K_{\rho\epsilon}, K_n)$  вычисляем частные производные первого и второго порядков [1,2,5,7,9,10,14]:

$$\frac{\partial K_d}{\partial K_{\rho\epsilon}} = -\frac{1}{3} K_{\rho\epsilon}^{-\frac{4}{3}} \cdot K_n^{-\frac{1}{3}},$$

$$\frac{\partial K_d}{\partial K_n} = -\frac{1}{3} K_{\rho\epsilon}^{-\frac{4}{3}} \cdot K_n^{-\frac{4}{3}}$$

$$\frac{\partial^2 K_d}{\partial K_{\rho\epsilon}^2} = \frac{4}{9} K_{\rho\epsilon}^{-\frac{7}{3}} \cdot K_n^{-\frac{1}{3}},$$

$$\frac{\partial^2 K_d}{\partial K_n \partial K_{\rho\epsilon}} = \frac{1}{9} K_{\rho\epsilon}^{-\frac{4}{3}} \cdot K_n^{-\frac{4}{3}}$$

$$\frac{\partial^2 K_d}{\partial K_n^2} = \frac{4}{9} K_{\rho\epsilon}^{-\frac{4}{3}} \cdot K_n^{-\frac{7}{3}}.$$

Учитывая в точки  $(K_{\rho\epsilon}, K_n) = (1;1)$  значения функций:

$$\begin{aligned} K_{\rho\epsilon}^{-\frac{4}{3}} K_n^{-\frac{1}{3}} &= K_{\rho\epsilon}^{-\frac{1}{3}} K_n^{-\frac{4}{3}} = K_{\rho\epsilon}^{-\frac{7}{3}} K_n^{-\frac{1}{3}} = \\ &= K_{\rho\epsilon}^{-\frac{4}{3}} K_n^{-\frac{4}{3}} = K_{\rho\epsilon}^{-\frac{4}{3}} K_n^{-\frac{7}{3}} = 1 \end{aligned}$$

находим приращение  $\Delta K_d$ , получаем по формуле Тейлора [1,2,5,7,9,10,14]:

$$\begin{aligned} \Delta K_d &= -\frac{1}{3}\Delta K_{\rho\epsilon} - \frac{1}{3}\Delta K_n + \\ &+ \frac{1}{2}\left(\frac{4}{9}(\Delta K_{\rho\epsilon})^2 + \frac{2}{9}\Delta K_{\rho\epsilon}\Delta K_n + \frac{4}{9}\Delta K_n^2\right) \end{aligned}$$

При фиксированном значении  $\Delta K_d$  получаем относительно переменных  $\Delta K_{\rho\epsilon}$  и  $\Delta K_n$  уравнение второго порядка  $g_1(\Delta K_{\rho\epsilon}, \Delta K_n) = 0$ :

$$\begin{aligned} 4(\Delta K_{\rho\epsilon})^2 + 2\Delta K_{\rho\epsilon}\Delta K_n + 4\Delta K_n^2 - \\ - 6\Delta K_{\rho\epsilon} - 6\Delta K_n - 18\Delta K_d = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Тип кривой определим через вычисление инвариант:

$$A = \begin{vmatrix} 4 & 1 & -3 \\ 1 & 4 & -3 \\ -3 & -3 & -18\Delta K_d \end{vmatrix} =$$

$$= -18 \cdot 16 \Delta K_d + 18 - 96 - 36 + 18 \Delta K_d =$$

$$= -18 \cdot 15 \Delta K_d - 54 = -54(1 + 5 \Delta K_d)$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 16 - 1 = 15 > 0,$$

$$S = 4 + 4 = 8 > 0$$

Определитель  $A = -54(1 + 5 \Delta K_d) < 0$  при  $\Delta K_d \in [-0,2; 1]$ . Поэтому при условиях  $A \neq 0$ ,  $A_{33} > 0$  и  $A \cdot S < 0$  имеем разные (канонические) уравнения одного эллипса:

$$(4 \Delta K_{\rho e} + \Delta K_n - 3)^2 + 0,16(5 \Delta K_{\rho e} - 3)^2 =$$

$$= 72(0,2 + \Delta K_d) \quad (8)$$

или

$$(\Delta K_{\rho e} + 4 \Delta K_n - 3)^2 + 0,6(5 \Delta K_{\rho e} - 3)^2 =$$

$$= 72(0,2 + \Delta K_d) \quad (9)$$

Частные производные функции  $g_1(\Delta K_{\rho e}, \Delta K_n)$ :

$$\frac{\partial g_1}{\partial \Delta K_{\rho e}} = 2(4 \Delta K_{\rho e} + \Delta K_n - 3),$$

$$\frac{\partial g_1}{\partial \Delta K_n} = 2(4 \Delta K_{\rho e} + \Delta K_n - 3)$$

приравненные нулю, во-первых, представляют уравнения прямых, на которых располагаются вершины эллипса, а во-вторых, из системы полученных уравнений находим положенные центры эллипса  $\Delta K_{\rho e} = 0,6$  и  $\Delta K_n = 0,6$ . Этими зависимостями определены прямые параллельными осями координат. Выражения  $\Delta K_{\rho e}^{-0,6}$  и  $\Delta K_n^{-0,6}$  входят в соответствующие уравнения (5) и (6). Если учесть, что число в уравнении (4) приращений  $\Delta K_{\rho e}$  и  $\Delta K_n$  можно поменять местами, что из уравнений (4) и (8) получены ограничения на изменения приращений снизу:

$$\Delta K_d \in [-0,2; 1,0], \Delta K_{\rho e} \in [-0,4; 1,0], \Delta K_n \in [-0,4; 1,0].$$

Пусть  $\Delta K_d = -0,2$ , тогда  $\Delta K_{\rho e} = 0,6$ ;  $\Delta K_n = 0,6$ ; согласно (8).

Значение  $\Delta K_{\rho e} = 0,6$  вносим в (4):

$$15(4 \Delta K_d + \Delta K_n - 1)^2 + (5 \Delta K_n - 1)^2 = 40.$$

Пересекаем этот эллипс прямой  $\Delta K_n = 0,6$

$$15(4 \Delta K_d + 0,6 - 1)^2 + (5 \cdot 0,6 - 1)^2 = 40$$

$$15(4 \Delta K_d - 0,4)^2 + 4 = 40$$

$$15(4 \Delta K_d - 0,4)^2 = 36$$

$$5(4 \Delta K_d - 0,4)^2 = 12$$

$$80(\Delta K_d - 0,1)^2 = 12$$

$$(\Delta K_d - 0,1)^2 = \frac{3}{20}$$

$$\Delta K_d = 0,1 \pm \sqrt{0,15}$$

$$\Delta K_d = 0,1 - \sqrt{0,15} < -0,2$$

$$\Delta K_d = 0,1 + \sqrt{0,15} < 0,5$$

На прямой P2:  $3 \Delta K_d + 2 \Delta K_n - 1 = 0$  определим точку горизонтального при  $\Delta K_d = -0,2$ :

$$3(-0,2) + 2 \Delta K_n - 1 = 0$$

$$2 \Delta K_n = 1,6 \quad \Delta K_n = 0,8$$

Вычисляем значение  $\Delta K_{\rho e}$ :

$$3(5 \cdot (-0,2) - 1)^2 = 20(0,4 + \Delta K_{\rho e})$$

$$12 = 20(0,4 + \Delta K_{\rho e})$$

$$4 = 20 \Delta K_{\rho e}$$

$$0,2 = \Delta K_{\rho e}$$

При  $\Delta K_n = 1$

$$60(\Delta K_d)^2 + 16 = 16 + 40 \Delta K_{\rho e}$$

$$3(\Delta K_d)^2 = 2 \Delta K_{\rho e}$$

$$3 \Delta K_d + 2 \cdot \Delta K_n - 1 = 0$$

$$3 \Delta K_d = -1$$

$$\Delta K_d = -\frac{1}{3} < -0,2$$

$$\frac{3}{9} = 2 \Delta K_{\rho e}$$

$$\frac{1}{6} = \Delta K_{\rho e}$$

## 2. Параметрическая система уравнений

Модель для проведения испытаний в климатической камере ДонНАСА [4] считается известной и соизмеримой масштабным коэффициентом

$K_b$  с натурным объектом исследования. Поэтому выбор модели [11,12,13], а значит определение коэффициента масштабирования  $K_b$  можно отнести к первоочередной задаче и далее величину  $K_b$  будем называть независимой переменной. Покажем, как остальные семь коэффициентов исследуемой системы четырёх уравнений представляются функциями указанной переменной [3].

При коэффициенте первых двух уравнений  $K_v K_\tau = K_b$  и  $K_b K_v = K_v$  запишем в виде:

$$K_v = K_b^x, K_\tau = K_b^{1-x}, K_v = K_b^{x-0,75} \quad (10)$$

Эта система уравнений примечательна тем, что содержит в показателе степени переменной  $K_b$  произвольную величину  $X$  – параметр.

Учитывая область определения переменной  $K_b \in (0;1)$ , строим графики показательных функций (10) (рис. 3).

Из рис. 3 следуют выводы, которые дополняют предыдущее исследование. Равенство  $K_v = K_v$  принимает вид  $K_b = K_b^{1-x}$  и выполняется для  $x=0,5$ . Второе равенство  $K_v = K_\tau$  имеет место при  $K_b^{x-\frac{1}{4}} = K_b^{1-x}$ , когда  $X = \frac{5}{8}$ .

Ранее приводилось условие  $K_b < K_v$ . Оно выполняется на интервале (0;1) изменения параметра  $X$ , согласно тому, что возведение положительного числа меньшего единицы в дробную степень, меньшую единицы, приводит к увеличению результата.

Значения масштабного коэффициента  $K_\tau < 1$  для  $X \in (0;1)$  и будет больше 1, когда выполнено условие  $K_b < K_v$ . Для всех значений  $X$  имеет место неравенство  $K_v > K_v$ .

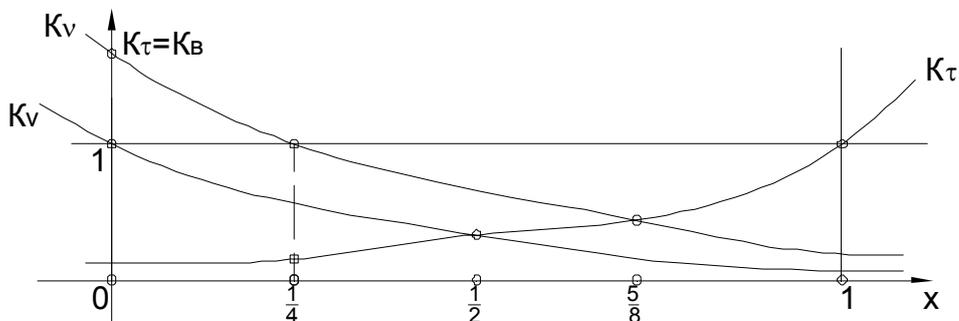


Рис. 3. Зависимость  $\Delta K_v$  от  $\Delta K_b$  и  $\Delta K_\tau$ .

Третье уравнение  $K_d^3 K_n K_{pb} = 1$  не зависит непосредственно от первых двух уравнений, хотя косвенная связь существует. Выделяем в этом уравнении независимую переменную  $K_d$  и с помощью параметра  $Z$  записывается третье уравнение в параметрической форме:

$$K_{pb} = K_d^z, K_n = K_d^{-z-3} \quad (11)$$

На рис. 4 представлены графики этих зависимостей в случаях  $K_d < 1$  (рис. 4а) и  $K_d > 1$  (рис. 4б).

Равенство  $K_n = K_{pb}$  выполняется при  $z=-1,5$ , а другие отношения между коэффициентами можно видеть на рис. 4.

Четвёртое уравнение  $K_d^2 K_v = K_b K_\mu$  является связующим между первыми двумя и третьим, и оно принимает вид:

$$K_\mu = K_g^{(x-1)} \cdot K_d^2$$

Не будем его рассматривать как функцию двух переменных, а введем еще параметр  $y$ , таким образом:

$$K_\mu = K_g^{(x-1)y}, K_d = K_g^{\frac{(x-1)(y-1)}{2}} \quad (12)$$

Если  $K_b < 1$ , тогда  $x \in (0;1)$ .

Опуская два равенства (3.4), образующего отдельное решение, и учитывая уже использованное (3.8), будем иметь еще три равенства:

$$K_\mu \cdot K_n = 1, K_{pb} \cdot K_\tau = 1, K_n \cdot K_\tau = 1 \quad (13)$$

Для проведения анализа существования решений с помощью равенства  $K_\mu \cdot K_n = 1$  достаточно в предыдущих рассуждениях поменять местами индексы  $n$  и  $\rho_b$ . Из двух последних выражений в (13) необходимо использовать одно, например,  $K_n \cdot K_\tau = 1$ . Тогда уравнения (10), (11) принимают вид:

$$K_\tau = K_\mu^{-1} \cdot K_d^2 \quad (14)$$

$$K_n = K_{\rho_b}^{-1} \cdot K_d^{-1} \quad (15)$$

Эта система отличается от системы тем, что в каждом уравнении присутствуют разные множители  $K_{\mu-1}$  и  $K_{\rho_b-1}$ , поэтому точка пересечения параболы и гиперболы принадлежит прямой  $K_d=1$  только в случае  $K_\mu = K_{\rho_b}$ . Для остальных значений этих величин получаем равенство:

$$K_d^3 = \frac{K_\mu}{K_{\rho_b}} \quad (16)$$

Из него при выбранном коэффициенте масштабирования  $K_d$  определяется зависимость:

$$K_\mu = K_d^2 \cdot K_{\rho_b} \quad (17)$$

и, наоборот, задавая значения  $K_\mu$  и  $K_{\rho_b}$  находим величину

$$K_d = \sqrt[3]{\frac{K_\mu}{K_{\rho_b}}} \quad (18)$$

Существует еще третий случай  $K_\tau \neq K_n$ , в котором несовместные уравнения (14), (15) служат для определения одной величины при известных двух других.

При  $y \in (0;1)$  имеем  $K_d > 1$  и  $K_\mu < 1$ , тогда  $y > 0$ , то  $K_\mu < K_d < 1$ .

Итак, имея систему уравнения:

$$\begin{aligned} K_v &= K_\rho^x \\ K_\tau &= K_\rho^{1-x} \\ K_v &= K_\rho^{x-0,25} \\ K_\mu &= K_\rho^{(x-1)y} \\ K_d &= K_\rho^{\frac{(x-1)(y-1)}{2}} \\ K_{\rho_b} &= K_\rho^{\frac{(x-1)(y-1)z}{2}} \\ K_n &= K_\rho^{\frac{-(1-x)(y-1)(z+3)}{2}} \end{aligned}$$

при выбранном профиле  $K_b$  и подбирая параметры  $x, y, z$ , можно найти необходимое решение.

**Примечание**

Следует хорошо знать возможные изменения масштабных коэффициентов, чтобы быстрее найти нужный вариант решения. Так, в первой полусистеме предполагалось, что ограничены коэффициенты  $K_b < 1$  и  $K_v < 1$ , а во второй системе изменой системе  $K_\tau$  и независимой  $K_d$ .

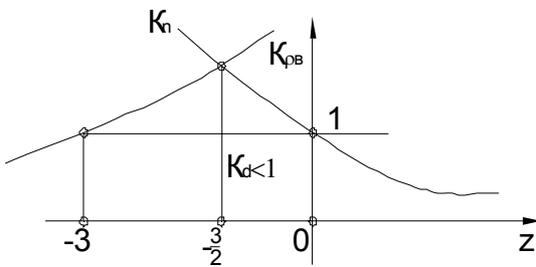


Рис. 4а. Зависимость при  $K_d < 1$ .

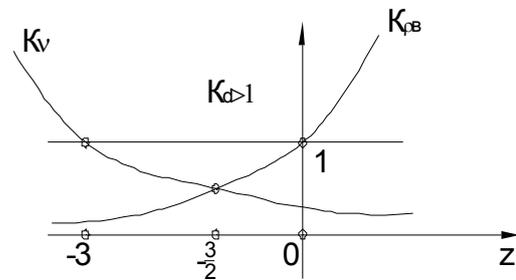


Рис. 4б. Зависимость при  $K_d > 1$ .

**Литература**

1. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов: Пер. с нем. /Под ред. Г. Гроше, В. Циглера. – Изд. перераб. – М.: Наука; Лейпциг: Тойбнер, 1981.– 718 с., ил.; 24см.
2. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике /М.Я. Выгодский.-11-е изд., стереотип. – М.: «Наука», 1975.–871 с.: ил.; 17см.
3. Горохов Е.В., Васылев В.Н., Коваль В.И., Алёхин А.М. Краевые условия для постановки испытаний в условиях искусственного обледенения // Металеві конструкції. Том 13, номер 2. 2007. С. 97-102.
4. Горохов Е.В., Васылев В.Н., Тимофеев Н.В., Саливон Ю.И., Алёхин А.М. Климатическая камера ДонНАСА // Вісник ДонДАБА. – Макіївка, 2004. – Вып. 2004-2(44). – С. 150-153.
5. Г. Корн, Т. Корн Справочник по математике. Для научных работников и инженеров. М., 1978г., 832 стр. с илл.
6. Гухман А. А., Введение в теорию подобия, Изд. 2-е, доп. и перераб. Учеб. пособие для втузов. М., «Высшая школа», 1973. – 296с. с ил.
7. Клетенник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. М., 1980г., 240 стр. с илл.
8. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М., 1975г., 432 стр. с илл.
9. Математический энциклопедический словарь / Гл. ред. Ю.В. Прохоров. – М.: Сов. энцикл., 1988.–845, [2] с.: ил.; 27 см.
10. Пак В.В., Лосенко Ю.Л. Высшая математика: Учебник. – Д.: Сталкер, 1997.–560 с.-6-00.
11. Пенхерст Р, Холдер Д. Техника эксперимента в аэродинамических трубах. Изд-во: ил., 1955.
12. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. – М.: Изд-во «Наука», 1967.
13. С.Дж. Клайн, Подобие и приближённые методы /перевод с английского, под ред. И.Т. Аладьева, К.Д. Воскресенского. – Изд-во «Мир», Москва, 1968.
14. Фильчаков П.Ф. Справочник по высшей математике. К., «Наукова думка», 1972., 743с.

**Альо́хин Андрі́й Миха́йлович** є асистентом кафедри «Металеві конструкції» Донбаської національної академії будівництва і архітектури. Наукові інтереси: ожеледні навантаження та впливи на будівельні конструкції; надійність повітряних ліній електропередачі.

**Алёхин Андрей Михайлович** является аспирантом и преподавателем кафедры «Металлические конструкции» Донбасской национальной академии строительства и архитектуры. Научные интересы: гололедные нагрузки на строительные конструкции, надежность воздушных линий электропередачи.

**Alyokhin Andrey Mykhaylovych** is a postgraduate and a lecturer of the Department "Metal Structures" of the Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. His research interests include icing loads on building structures, reliability of overhead power transmission lines.