



ISSN 1814-5566 print

ISSN 1993-3517 online

МЕТАЛЕВІ КОНСТРУКЦІЇ
МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ КОНСТРУКЦИИ
METAL CONSTRUCTIONS

№3, ТОМ 14 (2008) 125-142

УДК 624.04+624.074

(08)-0161-1

ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНИЙ НАПРУЖЕНИЙ СТАН КРУГОВИХ КОНІЧНИХ ОБОЛОНОК ЗМІННОЇ І ПОСТІЙНОЇ ТОВЩИНИ З ОТВОРОМ

В.П. Мущанов, О.І. Демидов

Донбаська національна академія будівництва і архітектури,

вул. Державіна 2, 86123, м. Макіївка, Україна.

E-mail: mvf@dgasa.dn.ua

Отримана 20 червня 2008; прийнята 30 червня 2008

Анотація. Стаття присвячена застосуванню розробленої методики з пружно-пластичного напружено-деформованого стану оболонок довільної форми на основі теорії малих пружно-пластичних деформацій. Лінеаризація рішення задач виконується методом пружних рішень з використанням варіаційних рівнянь Лагранжа. При його записі зв'язок між напруженнями і деформаціями представлено у формі закону Гука, але з додатковими членами, які враховують пластичні деформації. Кінематичні граничні умови задовольняються точно, а статичні – на вільних від закріплення краях оболонки наближено. В якості прикладу розглядається розрахунок двох незамкнених конічних оболонок змінної товщини в окружному напрямку і оболонки постійної товщини з однаковою площею перерізу, рівняння серединної поверхні яких записані у параметричній формі. Задача вирішується методом пружних рішень у сполученні з варіаційно-різницевим методом у переміщенні точок серединної поверхні оболонки. Розв'язання задачі доведено до чисельних результатів. Представлені поля інтенсивності дотичних напружень з внутрішньої, зовнішньої світлової і серединної поверхні для усіх трьох типів оболонок при напружено-пластичному розв'язанні задачі.

Ключові слова: незамкнута конічна оболонка з отвором, варіаційно-різницевий метод, метод пружних рішень, інтенсивність деформацій зсуву, інтенсивність дотичних напружень, функція пластичності.

УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОЕ НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ КРУГОВЫХ КОНИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПЕРЕМЕННОЙ И ПОСТОЯННОЙ ТОЛЩИНЫ С ОТВЕРСТИЕМ

В.Ф. Мущанов, А.И. Демидов

Донбасская национальная академия строительства и архитектуры,

ул. Державина 2, 86123, г. Макеевка, Украина.

E-mail: mvf@dgasa.dn.ua

Получена 20 июня 2008; принята 30 июня 2008

Аннотация. Статья посвящена применению ранее разработанной методики по определению упруго-пластического напряженно-деформированного состояния оболочек произвольной формы на основе теории малых упруго-пластических деформаций. Линейаризация решения задач выполняется методом упругих решений с использованием вариационных уравнений Лагранжа. При его записи связь между напряжениями и деформациями представлена в форме закона Гука, но с дополнительными членами, учитывающими пластические деформации. Кинематические граничные условия удовлетворяются точно, а статические – на свободных от закрепления краях оболочки приближенно. В качестве примера

рассматривается расчет двух незамкнутых конических оболочек переменной толщины в окружном направлении и оболочки постоянной толщины с одинаковой площадью сечения, уравнения срединной поверхности которых записаны в параметрической форме. Задача решается методом упругих решений в сочетании с вариационно-разностным методом в перемещениях точек срединной поверхности оболочки. Решение задачи доведено до численных результатов. Представлены поля интенсивности касательных напряжений по внутренней, наружной световой и срединной поверхности для всех 3-х типов оболочек при упруго-пластическом решении задачи.

Ключевые слова: незамкнутая коническая оболочка с отверстием, вариационно-разностный метод, метод упругих решений, интенсивность деформаций сдвига, интенсивность касательных напряжений, функция пластичности.

PLASTO-ELASTIC STRESSED STATE CIRCULAR CONICAL SHELL STRUCTURE OF A TAPERED AND CONSTANT THICKNESS WITH A HOLE

V.F. Muschanov, A.I. Demidov

Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture,

Derzavin str. 2, 86123, Makeyevka, Ukraine.

E-mail: mvf@dgasa.dn.ua

Received 20 June 2008; accepted 30 June 2008

Abstract. The article is devoted to the use of the before developed methods on determining plasto-elastic stressed-deformed state of arbitrary shells on the base of the theory of small plasto-elastic deformations. Linearization of problem solution is performed by the method of elastic solutions with the use of Lagrange's variational equations. When writing it down, the relationship between stresses and deformations is given in the form of Hook's law but with complementary members for plastic deformation. Kinematic boundary conditions are accurately met, while static ones on shell free edges are satisfied approximately. There is considered a design of two open conic shells of a tapered thickness in a peripheral direction and one shell of a constant thickness of an even area of section, the equations of their middle surface being written down in the parametric form. The problem is solved by the method of elastic solutions in combination with the variational-differential method in the displacement of points of the shell middle surface. The problem is solved till the numerical results. There are given the fields of shearing stress intensity by the internal, external light and middle surface for these three types of shells at a plasto-elastic solution.

Keywords: open conic shell with a hole, variational-differential method, method of elastic solutions, shear deformation intensity, shearing stress intensity, plasticity function.

Постановка задачи

В книге [8] разработана методика численного расчета тонких упруго-пластических оболочек произвольной формы постоянной и переменной толщины при простых процессах нагружения на основе метода упругих решений. В каждом последовательном приближении решение задачи упругости для тонких оболочек выполняется разностным методом на основе вариационного уравнения Ж. Лагранжа. При записи этого уравнения в перемещениях точек u , v , w , точек срединной поверхности физические уравнения приняты в форме обобщенного за-

кона Гука, но с дополнительными членами, зависящими от пластических деформаций:

$$\begin{aligned}\sigma_{11}^z &= \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_{11}^z + \mu \varepsilon_{22}^z + \varepsilon_{11}^{pz}), \\ \sigma_{22}^z &= \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_{22}^z + \mu \varepsilon_{11}^z + \varepsilon_{22}^{pz}), \\ \sigma_{12}^z &= \frac{E}{2(1+\mu)} (\gamma^z - \gamma^{pz}), \\ \varepsilon_{33}^z &= \frac{\mu}{1-\mu} (\varepsilon_{11}^{pz} + \varepsilon_{22}^{pz}) + \frac{1-2\mu}{1-\mu} \varepsilon_{33}^{pz},\end{aligned}\quad (1)$$

где E – модуль упругости, μ – коэффициент Пуассона материала оболочки. Кроме того, материал оболочки характеризуется диаграммой растяжения цилиндрического образца в виде функции $\sigma=f(\epsilon)$, которую перестраиваем к виду $S=f(\Gamma)$ по формулам:

$$\Gamma = (1 + \mu) \frac{\epsilon}{\sqrt{3}}, \quad S = \frac{\sigma}{\sqrt{3}}.$$

Дополнительные члены, зависящие от пластических деформаций в уравнениях (1), представлены в виде:

$$\begin{aligned} \epsilon_{33}^z &= -\frac{[3\mu + \omega(1 - 2\mu)](\epsilon_{11}^z + \epsilon_{22}^z)}{3(1 - \mu) - 2\omega(1 - 2\mu)}, \\ \epsilon_{22}^{pz} &= \omega(\mu\epsilon_{33}^z - (1 - \mu)\epsilon_{22}^z), \\ \gamma^{pz} &= \omega\gamma^z, \\ \epsilon_{33}^{pz} &= \omega\epsilon_{33}^z. \end{aligned} \quad (2)$$

Значения пластических деформаций уточняются от приближения к приближению в виде дополнительных нагрузок к внешней нагрузке. Эти дополнительные нагрузки вычисляем по формуле Симпсона путем численного интегрирования, принимая по толщине оболочки определенное количество точек, обеспечивающих требуемую точность решения задачи пластичности. При этом сохраняется матрица системы разностных уравнений. Это дает возможность решать систему уравнений с использованием обращения матрицы.

Основные относительные продольные деформации ϵ_{11}^z , ϵ_{22}^z по направлению координатных линий α_1 и α_2 и деформации сдвига γ^z приняты в виде геометрически линейных соотношений, связывающих с перемещениями u , v , w , точек срединной поверхности, по книге В.В. Новожилова [4].

Компоненты девиатора деформаций $\epsilon_{ii}^z = \epsilon_{ii}^z - \epsilon_0^z$, ($i = 1, 2, 3$), а средняя деформация:

$$\epsilon_0^z = \frac{1}{3}(\epsilon_{11}^z + \epsilon_{22}^z + \epsilon_{33}^z).$$

Относительная деформация по направлению нормали к срединной поверхности

$$\epsilon_{33}^z = -\frac{[3\mu + \omega(1 - 2\mu)](\epsilon_{11}^z + \epsilon_{22}^z)}{3(1 - \mu) - 2\omega(1 - 2\mu)}. \quad (3)$$

Индекс z в формулах (1, 2, 3) определяет положение произвольной точки по толщине оболочки.

Функция пластичности в формулах (2) А.А. Ильюшина [1] представляет такое выражение:

$$\omega = 1 - \frac{G_s}{G}. \quad (4)$$

Секущий модуль G_s и модуль сдвига G находим по диаграмме растяжения цилиндрического образца из соотношений:

$$G_s = S\Gamma^{-1}, \quad 2G = E(1 + \mu)^{-1}. \quad (5)$$

Интенсивность касательных напряжений S и деформаций сдвига Γ при плоском напряженном состоянии находим по формулам [3, 5, 7]:

$$S^z = \sqrt{\frac{1}{3}[(\sigma_{11}^z)^2 + (\sigma_{22}^z)^2 - \sigma_{11}^z \cdot \sigma_{22}^z + 3(\sigma_{12}^z)^2]},$$

$$\Gamma^z = \sqrt{\frac{1}{6} \left[(\epsilon_{11}^z - \epsilon_{22}^z)^2 + (\epsilon_{22}^z - \epsilon_{11}^z)^2 + (\epsilon_{11}^z - \epsilon_{22}^z)^2 + \frac{3}{2}(\gamma^z)^2 \right]}. \quad (6)$$

Это даёт возможность по найденным перемещениям u , v , w , точек срединной поверхности определить деформации ϵ_{11}^z , ϵ_{22}^z и γ^z , а по формуле (6) найти интенсивность деформаций сдвига. По интенсивности деформаций сдвига, используя диаграмму $S=f(\Gamma)$, найдем секущий модуль G_s (5), функцию пластичности (4) и уточняем дополнительные члены (2) в каждом приближении. Процесс последовательных приближений продолжается до тех пор, пока функция пластичности в двух последовательных приближениях не будет отличаться на сколько угодно малую величину δ , т. е.

$$\frac{\omega_n - \omega_{n-1}}{\omega_n} \leq \delta.$$

Применение этой методики проиллюстрируем на конкретных примерах.

Пример расчета конических оболочек

Рассмотрим три круговые незамкнутые конические оболочки. Первая из них (рис.1а) имеет

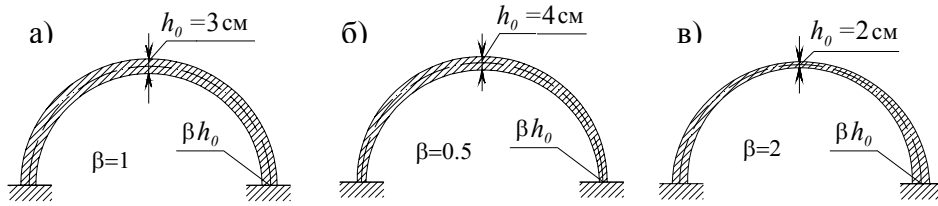


Рис.1. Схемы сечений конических оболочек.

постоянную толщину $h=3$ см. Вторая и третья оболочки (рис. 1б, в) переменной толщины, меняющейся по линейному закону в окружном направлении с таким расчетом, чтобы площадь окружного сечения была равна площади окружного сечения оболочки постоянной толщины. Оболочки ослаблены прямоугольными неподкрепленными отверстиями, края которого совпадают с направлениями координатных линий α_1 и α_2 (рис. 2).

Примем значения $R_1=0,5$ м, $R_2=0,8$ м, $0 \leq \alpha_1 \leq l=1,5$ м, $0 \leq \alpha_2 \leq \pi$. Положение отверстия определим параметрами от $\alpha_{10}=l/3$ до $\alpha_{10}=2l/3$ и от $\alpha_{20}=\pi/4$ до $\alpha_{20}=3\pi/4$. Нагрузка $q=1,5$ МПа – равномерное нормальное давление к срединной поверхности.

Окружные края оболочки при $\alpha_1=0$ и $\alpha_1=l$ шарнирно закреплены, где перемещения $u=v=w=0$. При $\alpha_2=0$ и $\alpha_2=\pi$ – жестко закреплены, где перемещения $u=v=w=\frac{\partial w}{\partial \alpha}=0$. Оболочка изготовлена из конструкционной стали применяемой при проектировании и строительстве специальных сооружений марки ЭИ-195, характеризуемой диаграммой растяжения $S=f(\Gamma)$ (рис. 3), модулем нормальной упругости $E=1,95 \cdot 10^5$ МПа, коэффициентом Пуассона $\mu=0,3$, пределом упругости $\sigma_y=390$ МПа.

В каждом последовательном приближении задача упругости решалась вариационно-разностным методом на базе уравнения Ж. Лагранжа. В силу симметрии оболочек расчету подвергались их половины. Как показали расчеты оболочек без отверстий, достаточно было применение сетки размером 21 на 11 узлов. Наличие отверстий потребовало применения более густой сетки размером 39 на 35 узлов. Схема нанесения сетки показана на рис. 4.

В результате расчетов таких оболочек были получены результаты, оцениваемые по интен-

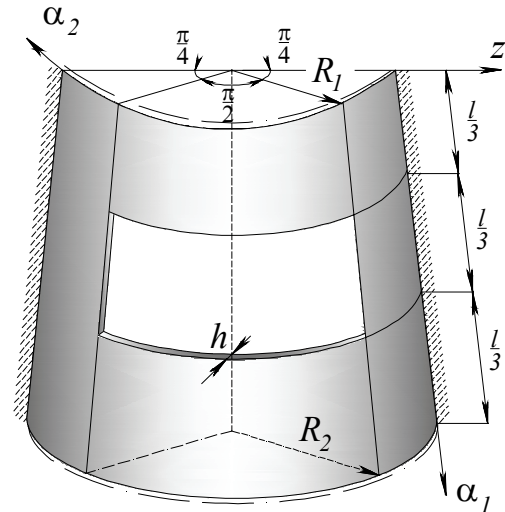


Рис. 2. Геометрия незамкнутой конической оболочки переменной толщины с отверстием.

сивностям касательных напряжений S , при упругом и упруго-пластическом решении задачи.

В таблицах 1, 2, 3 приведены значения интенсивности касательных напряжений S для оболочек трех типов (рис. 1а, б, в), по ряду узлов $i=24$. По данным этих таблиц для наглядной иллюстрации построены соответствующие графики (рис. 5, 6, 7). Эти графики показывают, что по данному ряду узлов пиковые значения интенсивности касательных напряжений S (узел 24,17) (на рис. 4 – это узел 26,19) мало отличаются и не выходят за пределы упругости. Поэтому здесь приведены результаты только для упруго-пластического решения задачи. Здесь и далее узлу (0,0) таблиц в соответствие узел 2,2 (рис. 4).

В таблицах 4, 5 показаны значения тех же напряжений по толщине равны const оболочки (рис. 1а) по ряду узлов $i=12$ при упругом и упруго-пластическом решении задачи. Здесь также видно, что пиковые значения напряжений

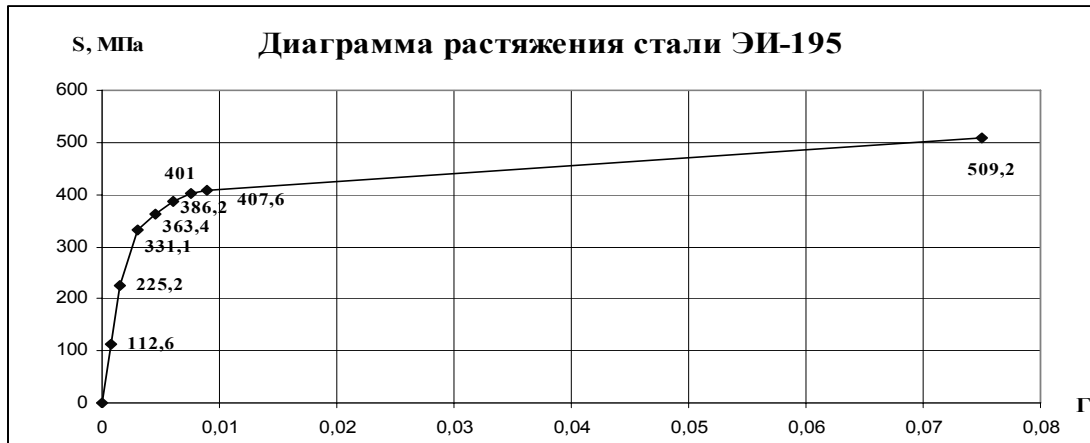


Рис. 3. Диаграмма растяжения стали ЭИ-195.

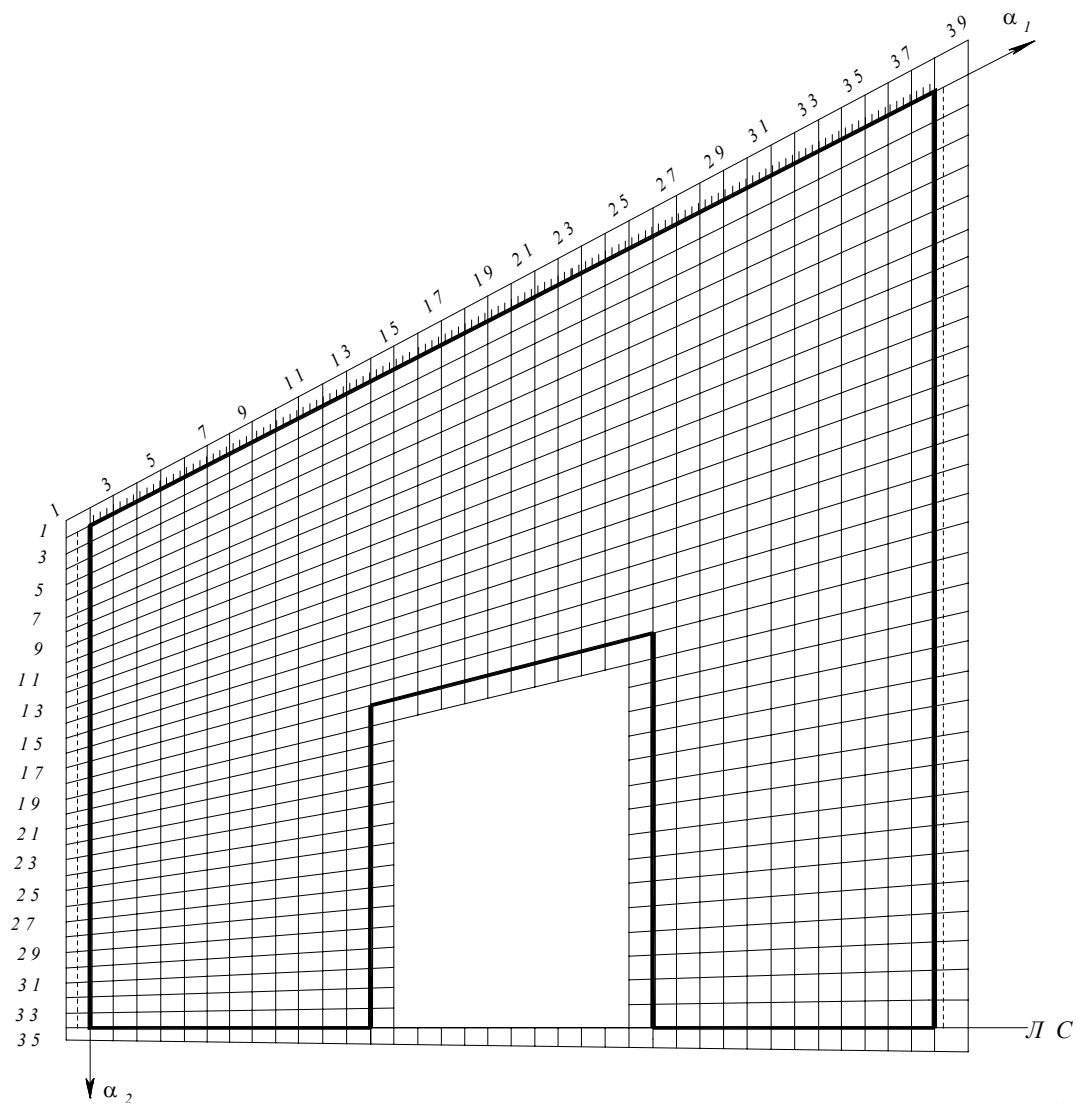


Рис. 4. Схема сеточной оболочки конической оболочки с отверстием (1/2 часть).

Таблица 1. $h=3$ см=const $i=24$ (пластическое решение).

j	$S(-h/2)$	$S(0)$	$S(h/2)$
0	47,305	16,025	15,256
1	40,31	16,218	8,272
2	33,746	16,333	4,454
3	27,751	16,461	8,281
4	22,391	16,637	14,021
5	17,716	16,923	19,67
6	13,755	17,401	25,009
7	10,523	18,172	30,031
8	8,051	19,346	34,789
9	6,513	21,028	39,372
10	6,357	23,304	43,909
11	8,021	26,239	48,565
12	11,553	29,884	53,58
13	17,222	34,309	59,268
14	26,216	39,684	66,025
15	43,847	49,091	76,358
16	102,221	94,083	114,847
17	63,624	98,913	166,007
18	70,469	89,468	137,4
19	75,169	80,641	99,174
20	71,886	72,28	83,687
21	66,853	63,998	69,953
22	60,578	55,784	57,552
23	53,561	47,85	46,532
24	46,267	40,475	37,147
25	39,109	33,929	29,731
26	32,423	28,432	24,601
27	26,475	24,123	21,824
28	21,46	21,025	20,977
29	17,509	19,023	21,255
30	14,693	17,881	21,904
31	13,021	17,332	22,45
32	12,473	17,174	22,651

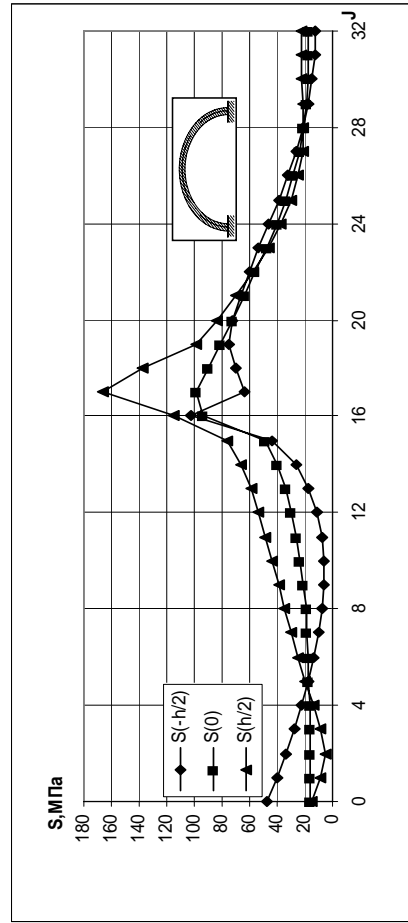
Рис. 5. Интенсивность касательных напряжений для конической оболочки постоянной толщины по ряду узлов $i=24$ ($h=$ const).

Таблица 2. $h_0=4$ см, $\beta =0.5$, $i=24$ (пластическое решение).

j	$S(-h/2)$	$S(0)$	$S(h/2)$
0	61,45	23,835	13,781
1	48,849	23,992	2,274
2	38,085	23,566	9,748
3	29,287	23,115	17,884
4	22,191	22,694	24,581
5	16,595	22,388	30,092
6	12,338	22,309	34,664
7	9,28	22,589	38,54
8	7,415	23,371	41,947
9	7,03	24,784	45,112
10	8,477	26,921	48,282
11	11,723	29,828	51,713
12	16,698	33,513	55,679
13	23,755	37,994	60,473
14	34,24	43,405	66,291
15	54,606	53,568	75,449
16	121,178	100,956	109,259
17	71,93	102,895	169,135
18	78,948	91,434	138,397
19	79,937	80,903	97,765
20	73,757	71,279	81,134
21	66,539	62,166	66,817
22	58,73	53,498	54,365
23	50,734	45,394	43,703
24	42,91	38,016	34,89
25	35,541	31,502	28,01
26	28,824	25,942	23,089
27	22,883	21,375	19,994
28	17,78	17,79	18,351
29	13,543	15,128	17,622
30	10,214	13,292	17,307
31	7,961	12,174	17,068
32	7,201	11,775	16,848

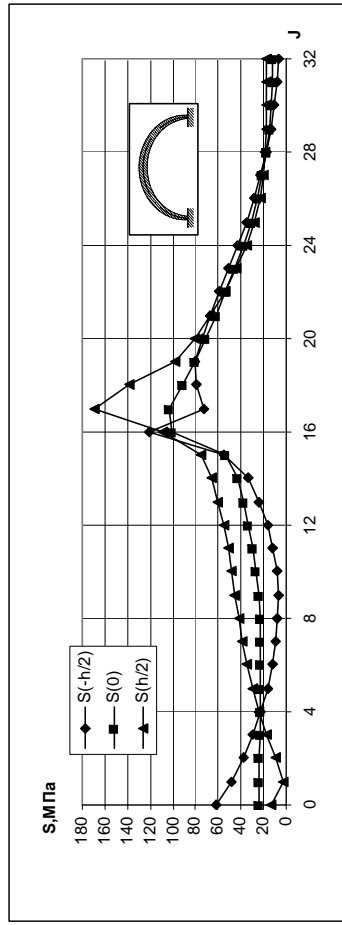


Рис. 6. Интенсивность касательных напряжений для конической оболочки переменной толщины по ряду узлов $i=24$ ($h_0=4$ см, $\beta=0,5$).

Таблица 3. $h_0 = 2$ см, $\beta = 2$, $i=24$ (пластическое решение).

j	$S(-h/2)$	$S(0)$	$S(h/2)$
0	39,458	11,999	15,46
1	35,065	12,193	11,005
2	30,735	12,449	7,378
3	26,522	12,738	6,731
4	22,519	13,091	9,703
5	18,797	13,56	14,117
6	15,414	14,213	18,932
7	12,416	15,131	23,864
8	9,847	16,404	28,843
9	7,807	18,12	33,869
10	6,561	20,358	38,996
11	6,684	23,193	44,324
12	8,722	26,698	50,024
13	12,991	30,979	56,391
14	20,452	36,24	63,899
15	35,41	44,964	75,081
16	86,164	87,524	116,665
17	57,483	95,428	161,034
18	62,899	87,993	134,735
19	71,015	80,782	100,209
20	70,235	73,596	85,895
21	67,259	66,064	72,736
22	62,595	58,233	60,347
23	56,769	50,43	48,905
24	50,326	43,111	38,914
25	43,794	36,771	31,125
26	37,668	31,862	26,389
27	32,369	28,661	25,078
28	28,22	27,123	26,415
29	25,366	26,858	29,019
30	23,712	27,326	31,83
31	22,986	28,069	34,254
32	22,646	28,486	35,616

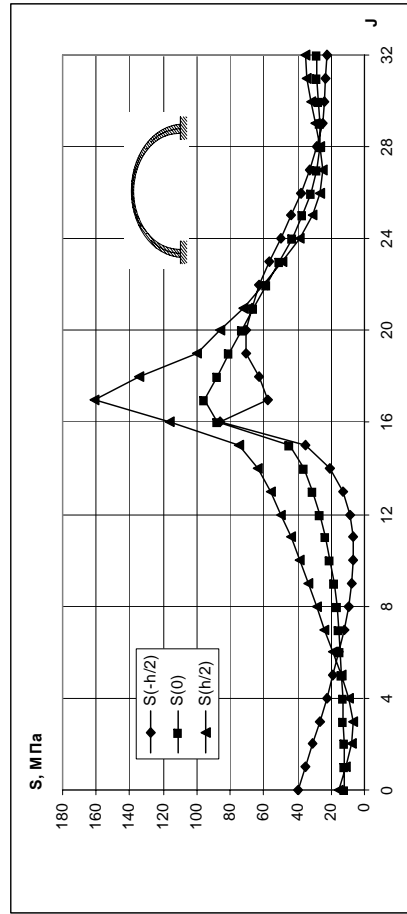


Рис. 7. Интенсивность касательных напряжений для конической оболочки переменной толщины по ряду узлов $i=24$ ($h_0 = 2$ см, $\beta=2$).

Таблица 4. $i=12$, $h=3$ см=const (упругое решение).

$j=$	$S(-h/2)$	$S(0)$	$S(h/2)$
0	50,77	13,132	24,507
1	42,618	13,459	16,843
2	35,02	13,446	11,056
3	28,156	13,483	9,211
4	22,029	13,607	12,108
5	21,234	14,75	14,375
6	12,079	14,38	22,163
7	8,407	15,212	27,322
8	5,849	16,469	32,341
9	4,753	18,231	37,233
10	5,155	20,542	42,085
11	6,63	23,406	47,015
12	9,162	26,792	52,194
13	13,396	30,657	57,851
14	20,745	35,037	64,265
15	34,663	40,659	71,822
16	78,749	82,602	116,05
17	85,366	115,51	188,39
18	63,671	115,307	182,118
19	89,686	112,907	141,627
20	92,766	109,186	130,833
21	92,666	104,123	120,254
22	90,014	97,766	109,504
23	85,308	90,287	98,515
24	78,98	81,91	87,367
25	71,412	72,869	76,191
26	62,938	63,379	65,119
27	53,846	53,636	54,267
28	44,405	43,823	43,739
29	34,91	34,151	33,656
30	25,802	24,979	24,277
31	18,123	17,254	16,422
32	14,674	13,741	12,809

Таблица 5. $h=3$ см=const, $i=12$ (пластическое решение).

j	$S(-h/2)$	$S(0)$	$S(h/2)$
0	50,709	13,126	24,457
1	42,576	13,454	16,819
2	34,999	13,441	11,065
3	28,159	13,479	9,252
4	22,056	13,604	12,148
5	16,704	13,88	16,983
6	12,157	14,391	22,191
7	8,505	15,238	27,36
8	5,947	16,523	32,402
9	4,802	18,33	37,34
10	5,132	20,71	42,273
11	6,579	23,68	47,338
12	9,136	27,221	52,745
13	13,418	31,285	58,774
14	20,795	35,786	65,76
15	36,164	43,866	76,864
16	79,596	79,763	114,663
17	80,389	115,219	187,664
18	64,619	115,124	179,582
19	89,452	112,841	141,743
20	92,64	109,209	131,025
21	92,622	104,208	120,492
22	90,032	97,893	109,765
23	85,371	90,44	98,784
24	79,073	82,077	87,631
25	71,524	73,037	76,439
26	63,057	63,541	65,342
27	53,965	53,782	54,458
28	44,517	43,948	43,891
29	35,011	34,249	33,763
30	25,891	25,047	24,331
31	18,208	17,29	16,415
32	14,76	13,762	12,763

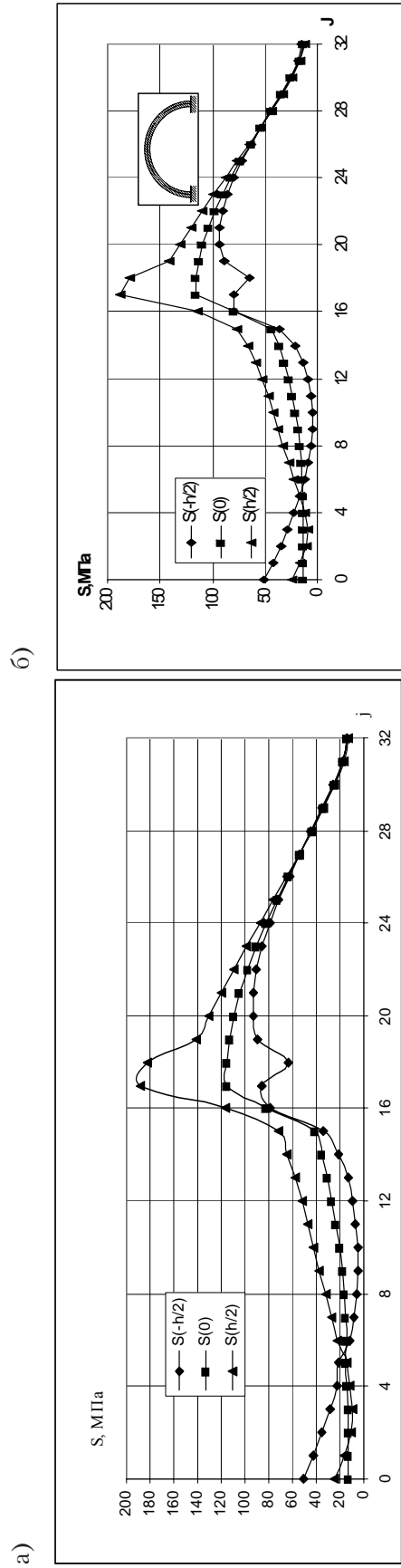


Рис. 8. Интенсивность касательных напряжений для конической оболочки постоянной толщины по ряду узлов $i=12$ ($h = \text{const}$): а) – упругое решение; б) – пластическое решение.

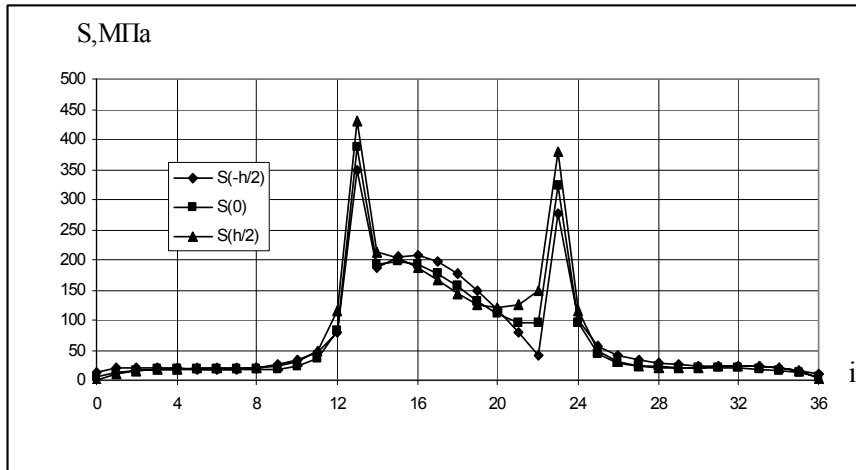
Таблица 7. $h=3$ см=const $j=16$ (пластическое решение).

i	$S(-h/2)$	$S(0)$	$S(h/2)$
0	12,056	5,97	1,244
1	19,575	12,903	9,835
2	21,136	15,555	14,742
3	20,978	17,227	17,539
4	20,086	17,873	18,957
5	19,158	17,836	19,51
6	18,664	17,504	19,609
7	19,082	17,267	19,717
8	21,076	17,579	20,566
9	25,521	19,169	23,48
10	33,528	23,636	30,979
11	47,272	36,033	50,094
12	79,596	79,763	114,663
13	279,709	314,142	337,794
14	191,012	197,984	221,306
15	206,065	199,877	202,619
16	208,023	193,562	187,925
17	198,365	178,536	167,908
18	178,922	157,321	146,263
19	151,57	133,178	128,291
20	118,587	110,843	120,223
21	83,015	96,368	125,064
22	40,231	99,008	162,726
23	240,947	280,231	321,127
24	102,221	94,083	114,847
25	56,888	43,319	49,537
26	41,286	29,559	30,393
27	32,369	24,332	23,158
28	27,283	22,337	20,722
29	24,8	21,771	20,556
30	23,938	21,689	21,312
31	23,799	21,434	22,194
32	23,588	20,495	22,667
33	22,558	18,506	22,207
34	19,977	15,382	20,054
35	15,667	11,716	15,032
36	9,764	5,008	2,069

Таблица 6. $j=16$, $h=$ const=3 см (упругое решение).

i	$S(-h/2)$	$S(0)$	$S(h/2)$
0	12,068	5,973	1,246
1	19,588	12,907	9,827
2	21,154	15,561	14,733
3	21,004	17,237	17,529
4	20,121	17,887	18,949
5	19,201	17,852	19,503
6	18,702	17,52	19,6
7	19,084	17,269	19,697
8	20,986	17,545	20,508
9	25,269	19,061	23,317
10	33,074	23,413	30,55
11	46,71	35,81	49,018
12	78,749	82,602	116,05
13	347,819	386,23	430,988
14	188,172	193,522	212,345
15	204,251	198,165	201,485
16	206,463	191,928	186,474
17	196,848	176,854	166,222
18	177,372	155,587	144,506
19	149,938	131,443	126,738
20	116,789	109,264	119,347
21	80,756	95,199	125,278
22	41,575	93,868	149,806
23	275,889	324,233	379,306
24	100,094	95,788	115,645
25	56,323	43,193	48,674
26	40,922	29,376	30,013
27	32,163	24,223	22,997
28	27,197	22,288	20,656
29	24,789	21,757	20,531
30	23,963	21,692	21,302
31	23,834	21,444	22,188
32	23,621	20,505	22,662
33	22,585	18,515	22,201
34	19,997	15,388	20,048
35	15,682	11,719	15,026
36	9,765	5,010	2,070

а)



б)

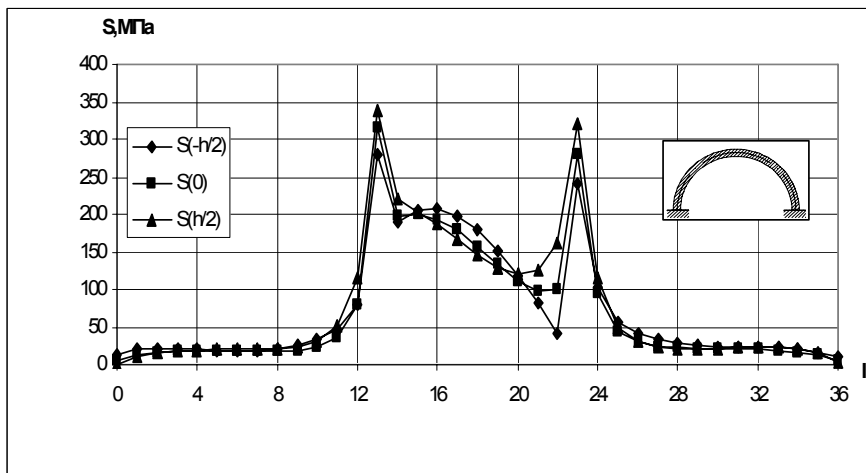


Рис. 9. Интенсивность касательных напряжений для конической оболочки постоянной толщины по ряду узлов $j=16$ ($h = \text{const}$): а) – упругое решение; б) – пластическое решение.

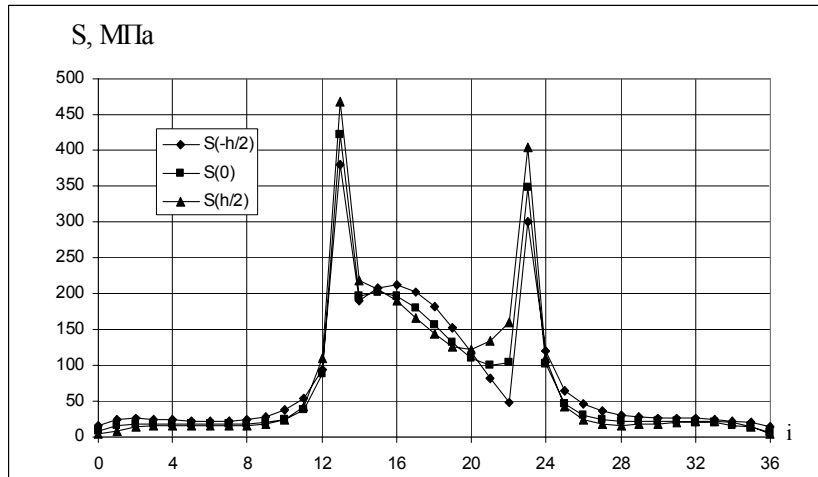
Таблица 9. $J=16$, $h_0=4$ см, $\beta=0,5$ (пластическое решение).

i	S(-h/2)	S(0)	S(h/2)
0	16,942	7,223	3,109
1	24,7	14,978	8,64
2	25,393	17,181	13,405
3	24,685	18,503	15,882
4	23,464	18,885	16,904
5	22,325	18,642	17,012
6	21,663	18,153	16,628
7	21,955	17,806	16,21
8	23,98	18,082	16,491
9	28,86	19,764	18,811
10	38,083	24,551	25,695
11	54,829	37,72	44,225
12	97,791	83,638	108,415
13	284,896	331,894	348,682
14	288,514	292,437	302,683
15	212,486	206,324	209,35
16	214,505	198,033	191,297
17	204,404	181,542	169,433
18	183,552	158,679	146,389
19	154,318	133,683	129,004
20	119,814	112,654	124,365
21	84,749	102,371	133,716
22	47,442	111,204	176,178
23	253,888	293,596	332,494
24	121,178	100,956	109,259
25	65,36	45,505	43,213
26	46,696	30,655	24,974
27	36,283	24,899	18,623
28	30,362	22,651	17,001
29	27,386	21,999	17,573
30	26,228	21,935	18,963
31	25,943	21,767	20,383
32	25,74	20,97	21,322
33	24,922	19,186	21,265
34	22,861	16,356	19,453
35	19,507	13,085	14,687
36	13,25	5,833	3,022

Таблица 8. $J=16$, $h_0=4$ см, $\beta=0,5$ (упругое решение).

i	S(-h/2)	S(0)	S(h/2)
0	16,973	7,235	3,117
1	24,743	15,001	8,632
2	25,445	17,206	13,39
3	24,752	18,533	15,864
4	23,552	18,921	16,883
5	22,434	18,686	16,988
6	21,779	18,198	16,599
7	22,035	17,835	16,16
8	23,929	18,058	16,377
9	28,54	19,624	18,527
10	37,345	24,225	24,973
11	53,548	37,349	42,344
12	94,473	87,739	109,489
13	379,474	421,01	468,423
14	189,177	196,415	217,255
15	208,433	202,087	205,889
16	212,013	195,452	189,335
17	202,241	179,025	166,941
18	181,509	156,169	143,66
19	152,302	131,254	126,49
20	117,701	110,528	122,734
21	82,179	100,841	133,39
22	48,966	104,466	160,757
23	299,582	348,011	403,398
24	119,412	102,985	109,499
25	64,779	45,347	41,939
26	46,301	30,431	24,411
27	36,09	24,773	18,375
28	30,319	22,604	16,891
29	27,428	21,996	17,524
30	26,305	21,952	18,938
31	26,021	21,79	20,366
32	25,808	20,993	21,309
33	24,978	19,206	21,254
34	22,906	16,374	19,444
35	19,545	13,101	14,681
36	13,275	5,843	3,022

а)



б)

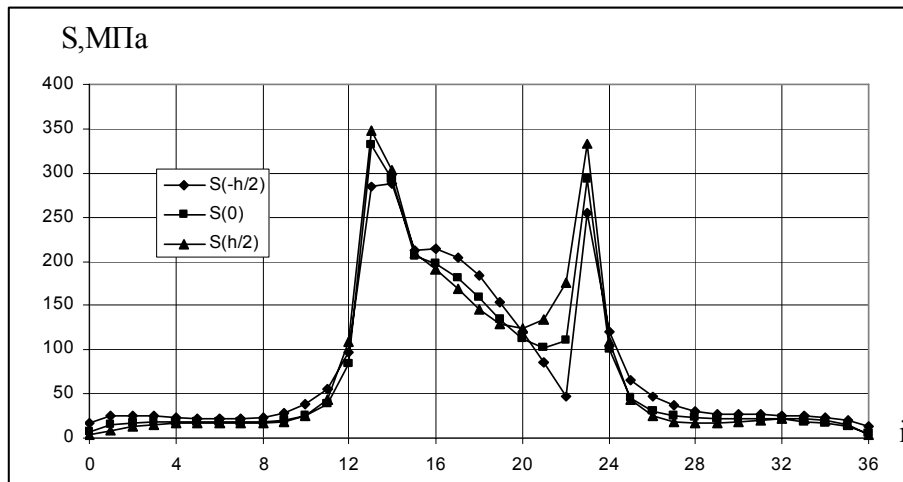


Рис. 10. Интенсивность касательных напряжений для конической оболочки переменной толщины по ряду узлов $j=16$ ($h_0=4$ см, $\alpha=0,5$): а) – упругое решение; б) – пластическое решение.

Таблица 11. $h_0=2$ см, $\beta = -2$, $J=16$ (пластическое решение).

i	$S(-h/2)$	$S(0)$	$S(h/2)$
0	7,243	4,942	2,776
1	15,05	11,274	11,031
2	17,559	14,336	15,577
3	17,968	16,278	18,379
4	17,446	17,112	19,987
5	16,794	17,218	20,831
6	16,538	17	21,282
7	17,132	16,838	21,791
8	19,11	17,16	23,063
9	23,128	18,638	26,364
10	30,037	22,773	34,15
11	41,383	34,328	53,193
12	66,465	74,886	115,445
13	268,31	297,236	328,527
14	183,494	188,585	208,087
15	195,818	190,165	192,372
16	196,869	184,462	179,462
17	187,923	171,147	161,892
18	170,443	152,186	142,484
19	145,863	130,036	125,264
20	115,862	108,3	115,401
21	82,468	91,906	116,606
22	40,507	89,606	148,772
23	231,054	268,399	307,255
24	86,164	87,524	116,665
25	49,56	41,195	53,61
26	36,624	28,532	34,286
27	29,091	23,82	26,58
28	24,818	22,07	23,596
29	22,809	21,594	22,857
30	22,195	21,511	23,071
31	22,138	21,2	23,477
32	21,86	20,163	23,556
33	20,585	18,024	22,804
34	17,475	14,666	20,493
35	12,062	10,639	15,481
36	6,224	4,319	2,702

Таблица 10. $J=16$, $h_0=2$ см, $\beta = -2$ (упругое решение).

i	$S(-h/2)$	$S(0)$	$S(h/2)$
0	7,246	4,94	2,769
1	15,053	11,271	11,021
2	17,568	14,336	15,568
3	17,982	16,282	18,371
4	17,465	17,119	19,98
5	16,814	17,228	20,828
6	16,548	17,007	21,28
7	17,106	16,835	21,782
8	19,007	17,128	23,027
9	22,901	18,548	26,25
10	29,662	22,593	33,838
11	40,954	34,143	52,42
12	65,776	77,131	116,88
13	322,228	355,861	395,864
14	181,407	185,285	201,382
15	194,532	188,928	191,557
16	195,738	183,26	178,383
17	186,79	169,885	160,621
18	169,256	150,855	141,134
19	144,582	128,665	124,025
20	114,415	106,986	114,639
21	80,613	90,846	116,743
22	41,544	85,62	137,471
23	257,766	303,013	354,722
24	83,603	88,856	117,776
25	48,987	41,086	53,015
26	36,293	28,384	34,023
27	28,895	23,73	26,469
28	24,722	22,028	23,552
29	22,779	21,58	22,842
30	22,2	21,511	23,066
31	22,157	21,206	23,474
32	21,882	20,17	23,553
33	20,605	18,03	22,798
34	17,49	14,668	20,486
35	12,07	10,637	15,473
36	6,224	4,317	2,697

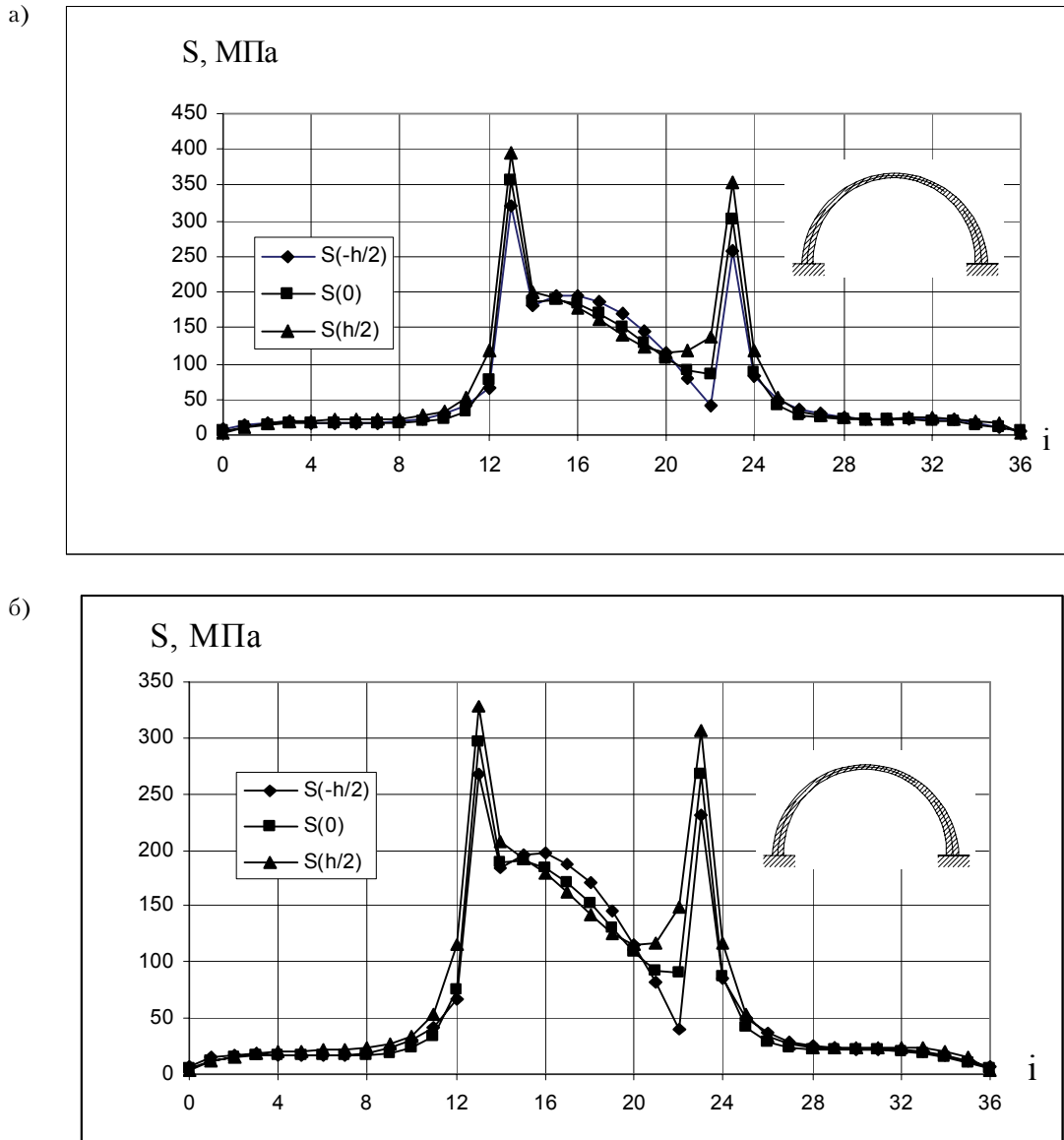


Рис. 11. Интенсивность касательных напряжений для конической оболочки переменной толщины по ряду узлов $j=16$ ($h_0 = 2$ см, $\alpha=2$): а) – упругое решение; б) – пластическое решение.

S мало отличается друг от друга с учетом и без учета пластических деформаций (рис. 8 а, б).

Таблицами 6, 7 представлены значения интенсивности касательных напряжений S для оболочки постоянной толщины $h=\text{const}=3$ см по ряду узлов и соответствующие им графики (рис. 9 а, б).

В таблицах 6 - 11 приведены значения интенсивности касательных напряжений S по линии узлов $j=16$ для всех трех типов оболочек (рис 1 а, б, в) при упругом и упруго-пластическом решении задач, а на рис. 9 - 11 дана их графическая иллюстрация.

Пластические зоны локализовались около узлов 13, 16 и 23,16. Учет пластических деформаций приводит за счет перераспределения напряжений к их уменьшению в пластических областях. В таблицах 12-14 приведены значения интенсивности касательных напряжений и их снижение для всех трех типов оболочек (рис. 1 а, б, в). Видно, что чем больше развита пластическая зона, тем больше происходит перераспределение напряжений. Наибольшие напряжения S возникли при одинаковой нормальной нагрузке в узле 13,16 при $z=h/2$ в оболочке по

Таблица 12.

Узлы									
	Упругое решение			Пластическое решение			% снижения напряжений S		
	S(-h/2)	S(0)	S(h/2)	S(-h/2)	S(0)	S(h/2)	ДС(-h/2)	ДС(0)	ДС(h/2)
13,16	347,8	386,2	431,0	279,7	314,1	337,8	19,5	18,7	21,6
23,16	275,9	324,2	379,3	240,9	280,2	321,1	12,7	13,6	15,3

Таблица 13.

Узлы									
	Упругое решение			Пластическое решение			% снижения напряжений S		
	S(-h/2)	S(0)	S(h/2)	S(-h/2)	S(0)	S(h/2)	ДС(-h/2)	ДС(0)	ДС(h/2)
13,16	379,5	421,0	468,2	284,9	331,9	348,7	24,9	21,2	25,5
23,16	299,6	348,0	403,4	253,9	293,6	332,5	15,25	15,63	17,57

Таблица 14.

Узлы									
	Упругое решение			Пластическое решение			% снижения напряжений S		
	S(-h/2)	S(0)	S(h/2)	S(-h/2)	S(0)	S(h/2)	ДС(-h/2)	ДС(0)	ДС(h/2)
13,16	322,2	355,9	395,9	268,3	297,2	328,6	16,7	16,5	17,0
23,16	257,8	303,0	354,7	231,1	268,4	307,3	10,4	11,4	13,4

рис. 16. Наименьшие напряжения возникли в оболочке по схеме 1в.

Таким образом данная методика расчета позволяет выбрать более рациональную форму сечения конической оболочки, ослабленной прямоугольным вырезом.

Литература

1. Ильюшин А.А., Ленский В.С. Сопротивление материалов. -М: Физматгиз, 1959, 372с.
2. Sen. S. K., Gould P. L. Criteria for finite element discretization of shells of revolution.- Int. J. for Numerical Methods in Engineering, 1973, 6, 2, p 265 – 274.

3. Мущанов В.Ф., Демидов А.И. Линейные и нелинейные задачи теории упругости в расчетах тонкостенных конструкций. – Макеевка: РИС ОМС ДонГАСА, 2000. – 182 с.
4. Мущанов В.Ф., Демидов А.И. Упруго-пластическое состояние круговой тороидальной оболочки с прямоугольным отверстием. Современное промышленное и гражданское строительство. – Том 3. – №2. – 2007. – с. 67-77.
5. Демидов А.И. Упруго-пластическое напряженно-деформированное состояние тонкой незамкнутой тороидальной оболочки. // Современное промышленное и гражданское строительство. – ДонНАСА т. 2, номер 4, 2006, с. 163-176.
6. Новожилков В.В. Теория тонких оболочек. Ленинград: Судпромгиз, 1962. – 432 с.
7. Шевченко Ю.Н., Прохоренко И.В. Методы расчета оболочек. Теория упруго-пластических оболочек при неизотермических процессах нагружения. – Киев: Наук. думка, 1981. – 296 с.
8. Избранные методы строительной механики в расчетах пространственных конструкций. Под общей ред. д.т.н., проф. В.Ф. Мущанова. – Макеевка; – 2006. – с. 55 - 136.
9. Stang G. Linear algebra and its applications. – New York, Sanfracisco, London: 1976, 456 page
10. Коларов Д., Бончева Н. Механика на пластичните среди. – София: Издателство на Българската Академия на науките, 1975. – 510 с.

Мущанов Володимир Пилипович працює завідувачем кафедри “Теоретична і прикладна механіка”, проректором з наукової роботи Донбаської національної академії будівництва і архітектури. Член міжнародної організації „По мостам і будівельним конструкціям” та міжнародної асоціації “Просторові конструкції”, аудитор системи сертифікації УкрСЕПРО. Наукові інтереси: теорія надійності, розрахунок, проектування та технічна діагностика просторових металевих конструкцій.

Демидов Олександр Іванович працює на посаді доцента кафедри “Теоретична і прикладна механіка”, секція “Опір матеріалів”. Наукові інтереси: фізичні лінійні і нелінійні задачі теорії тонких оболонок постійної і змінної товщини.

Мущанов Владимир Филиппович работает заведующим кафедрой теоретической и прикладной механики, проректор по научной работе. Член международной организации “По мостам и строительным конструкциям” и международной ассоциации “Пространственные конструкции”, аудитор системы сертификации УкрСЕПРО. Научные интересы: теория надежности, расчет, проектирование и техническая диагностика пространственных металлических конструкций.

Демидов Александр Иванович работает в должности доцента кафедры “Теоретическая и прикладная механика”, секция “Соппротивление материалов”. Научные интересы: физически линейные и нелинейные задачи теории тонких оболочек постоянной и переменной толщины.

Muschanov Vladimir Filippovich is Head of the Department of Theoretical and Applied Mechanics, pro-rector in science of the Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture; a member of the International Association on Bridges and Building Structures and a member of the International Association “Spatial Structures”, an auditor of the certification scheme UkrSEPRO. His research interests: reliability theory, design, designing and engineering diagnostics of spatial metal structures.

Demidov Alexander Ivanovich is an Associate professor of Department “Theoretical and Applied Mechanics”, section “Strength of Materials”. Scientific interests: physical linear and non-linear problems of the theory of shells of a constant and tapered thickness.