



ISSN 1814-5566 print

ISSN 1993-3517 online

МЕТАЛЕВІ КОНСТРУКЦІЇ
МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ КОНСТРУКЦИИ
METAL CONSTRUCTIONS

N4, ТОМ 14 (2008) 285-297

УДК 692.44/47

(08)-0175-1

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРИЖНЬОВИХ МЕТАЛЕВИХ КОНСТРУКЦІЙ З ВИКОРИСТАННЯМ МОДУЛЯРНИХ ФОРМ

І.С. Холопів

*Самарський державний архітектурно-будівельний університет,
194, вул. Молодогвардійська, 443001, м. Самара, Російська Федерація.*

E-mail: kholop@rambler.ru

Отримана 20 жовтня 2008; прийнята 27 жовтня 2008

Анотація. Представлені принципи формування оптимізаційних моделей, прийняття критерію якості, складання системи обмежень для завдань оптимального проектування сталевих стрижньових конструкцій. Розглядається загальна постановка завдання оптимального проектування сталевих каркасів і просторових ґратчастих конструкцій в умовах автоматизованого проектування із застосуванням ЕОМ. Сформульована математична оптимізаційна модель на основі використання модулярних форм (МФ) і аутформ (АФ) об'єму. Розглянуті і проілюстровані властивості опуклих гіперповерхонь, утворених МФ і АФ, запропоновані алгоритми пошуку оптимуму. Розроблений алгоритм для оптимального підбору перерізів сталевих стрижньових елементів. Представлені часткові рішення задачі оптимального проектування сталевих рам електростанцій, металевих структурних покриттів (плоских і вкрупнених), отримані на основі застосування запропонованої математичної моделі оптимізації. Показані результати розрахунків і оптимального проектування сталевих рам і структур.

Ключові слова: модулярні форми, аутформи об'єму, оптимальне проектування, функція мети.

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТЕРЖНЕВЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДУЛЯРНЫХ ФОРМ

И.С. Холопов

*Самарский государственный архитектурно-строительный университет,
194, ул. Молодогвардейская, 443001, г. Самара, Российская Федерация.*

E-mail: kholop@rambler.ru

Получена 20 октября 2008; принята 27 октября 2008

Аннотация. Представлены принципы формирования оптимизационных моделей, принятия критерия качества, составления системы ограничений для задач оптимального проектирования стальных стержневых конструкций. Рассматривается общая постановка задачи оптимального проектирования стальных каркасов и пространственных решетчатых конструкций в условиях автоматизированного проектирования с применением ЭВМ. Сформулирована математическая оптимизационная модель на основе использования модулярных форм (МФ) и аутформ (АФ) объема. Рассмотрены и проиллюстрированы свойства выпуклых гиперповерхностей, образованных МФ и АФ, предложены алгоритмы поиска оптимума. Разработан алгоритм для оптимального подбора сечений стальных стержневых элементов. Представлены частные решения задачи оптимального проектирования стальных рам электростанций, металлических структурных покрытий (плоских и вкрупненных), полученные на основе применения предложенной математической модели оптимизации. Показаны результаты расчетов и оптимального проектирования стальных рам и структур.

Ключевые слова: формы, аутформы объема, оптимальное проектирование, функция цели.

AN OPTIMUM DESIGN OF ROD METAL STRUCTURES USING MODULAR FORM

I.S. Kholopov

*Samara State University of Architecture and Civil Engineering,
194, Molodogvardeyska Str., Samara, Russia.*

E-mail: kholop@rambler.ru

Received 20 October 2008; accepted 27 October 2008

Abstract. There are given principles of the formation of optimization models, of the acceptance of a quality criterion, of the development of the set of constraints for an optimum design of steel rod structures. A general statement of the problem of an optimum design of steel skeletons and spatial frame structures under a computer-aided design is considered. There is formulated a mathematical optimum model with the use of modular forms (MF) and out-forms (OF) of the volume. There are considered and illustrated properties of the MF and AF formed convex hyper-surfaces. An algorithm of an optimum assortment of cross sections for steel rod elements is put forward. There are given specific solutions of the problem of an optimum design of steel frames for power plants, metal structural coverings (both (flat and billowed) obtained on the base of using a suggested mathematical model of optimization. There are also presented the results of calculations and an optimum design of steel frames and structures.

Keywords: modular form, volume out-forms, optimum design, goal function.

1. Формирование оптимизационных моделей. Критерии и ограничения

Задача оптимального проектирования металлических конструкций является задачей минимизации ряда критериев – объема материала, стоимости конструкции «в деле» или приведенной стоимости, стоимости изготовления, транспорта, монтажа при наличии ряда ограничений в виде равенств и неравенств [1].

Критерий стоимости носит конъюнктурный характер, статистические данные о ценах являются справедливыми на коротком временном интервале. Учитывая, что стоимость материала составляет $\approx 70\%$ от стоимости «в деле», критерий минимума стоимости конструкции можно заменить на более простой и физически обоснованный критерий минимума объема материала, который записывается в виде

$$V = \sum_{i=1}^m A_i l_i = \min. \quad (1)$$

Процесс оптимального проектирования позволяет расчленив решаемую задачу на последовательные этапы, на каждом из которых можно использовать все или только часть ограничений. Конструктивные ограничения, связанные с предельной гибкостью стержней, тех-

нологическими факторами и т.п. или ограничением прогибов записываются в виде $A_i \geq [A]$, где $[A]$ – предельное значение площади по технологическим требованиям. Ограничения по несущей способности элементов (расчетные ограничения) включают следующие требования: а) условие прочности (по Губеру-Мизесу-Генки) $u_i(\bar{S}) \leq [u]_f$; б) условия общей устойчивости $\sigma_i(\bar{S}) \leq [\sigma]_{cr}$. Здесь $u_i(\bar{S})$ – удельная энергия формоизменения, являющаяся функцией внутренних усилий $\bar{S} = (M, Q, N)$; $[u]_f = (1 + \mu) / R_T^2$ – предельная энергия формоизменения, σ_i – напряжения по оси сжатого элемента; $[\sigma]_{cr}$ – критические напряжения; в) условие устойчивости отдельных частей элементов каркаса (местная устойчивость полок, стенок). На первом этапе они, как правило, учитываются путем задания статистических коэффициентов формы сечения.

Расчетные ограничения содержат усилия, которые являются функциями неизвестных $\bar{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ метода сил или метода перемещений. Уравнения метода сил или метода перемещений записываются в виде равенств. Следует учитывать, эти уравнения являются условием минимума энергетических функционалов $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \dots, \mathcal{E}_p = \min$, где p – количество загрузок. Поэтому задача

оптимизации может рассматриваться как многокритериальная. Решение многокритериальной задачи сопряжено с большими алгоритмическими и вычислительными трудностями.

Использование различного рода модулярных форм (МФ) и аутформ (АФ), связанных с прочностью, устойчивостью, совместностью деформаций, позволяет свести оптимизационную модель с ограничениями к однокритериальной задаче без ограничений.

Вследствие выпуклости или квазивыпуклости поверхностей МФ и АФ можно использовать методы выпуклой безусловной оптимизации, в которых: 1) ограничения на количество параметров практически отсутствуют; 2) не требуется приспособления к виду ограничений. Модели объема стержневых систем, основанные на МФ и АФ, являются достаточно универсальными. Практика решения задач по оптимальному проектированию сложных рам электростанций показала, что использование оптимизационных моделей на основе МФ и АФ приводит к успешным результатам.

2. Модулярные формы и аутформы

Рассмотрим стержневую систему, у которой произвольно нагруженные стержни (рисунок 1) имеют постоянное сечение в пределах длины. Для наиболее напряженной точки стержня объём записывается в виде «прочностной» модулярной формы (МФ)

$$V_i = F_i l_i \geq \sqrt{\left\{ \frac{1+\mu}{3E} [(M_x \alpha_{ix} + M_y \alpha_{iy} + N)^2] + \frac{1}{2G} (Q_{yz}^2 \beta_{ix}^2 + Q_{zx}^2 \beta_{iy}^2) \right\} l_i^2 [\bar{u}]} \quad (2)$$

В формуле (2) коэффициенты формы сечения зависят от координат i -го волокна x_i и y_i , статического момента S , толщин стенок и полок сечения δ , т.е. $\alpha_{i,x} = y_i / r_x^2$; $\alpha_{i,y} = x_i / r_y^2$; $\beta_{i,x} = S_{i,x} / (r_x^2 \delta)$; $\beta_{i,y} = S_{i,y} / (r_y^2 \delta)$. Для описания коэффициентов можно использовать статистические зависимости между радиусами инерции r_x , r_y и размерами сечения h и b .

В статически (кинематически) неопределимых системах МФ объёма, полученная из ус-

ловия прочности, в общей формулировке записывается как квадратичная форма:

$$V_i = A_i l_i \geq \sqrt{\sum_{j=1}^n \sum_{q=1}^n A_{ijq} X_q X_j + 2 \sum_{j=1}^n B_{ij} X_j + C_i} \quad (3)$$

Здесь A_{ij} , B_j , C - функции усилий в основной системе метода сил (перемещений). Прочностная МФ (2,3) является нелинейной и обобщает зависимости, полученные Ю.А. Радцигом [2] для ферм.

Модулярная форма, определяющая объём из условия устойчивости для стержней всех видов, согласно общепринятой методике, записывается в виде

$$V_{i,cr}^{(q)} = |N_i^{(q)} \cdot l / R \varphi| \quad (4)$$

Для определения коэффициентов φ_{xy} , φ_x , φ_y наиболее рационально использовать табличную зависимость, приведенную в нормах и аппроксимированную в [4]. Для центрально сжатых элементов имеются формулы, полученные путем аппроксимации и отражающие зависимость $\varphi = \varphi(\bar{\lambda})$. В тех случаях, когда изменение усилий вызывает переход от сжатия к растяжению, большую роль играют ограничения по гибкости. Рекомендуется принимать предельную гибкость сжатых элементов от 120 до 150. При этом предельное значение объема

$$V_z = l_0^2 \cdot l / \rho [\lambda]^2 \quad (5)$$

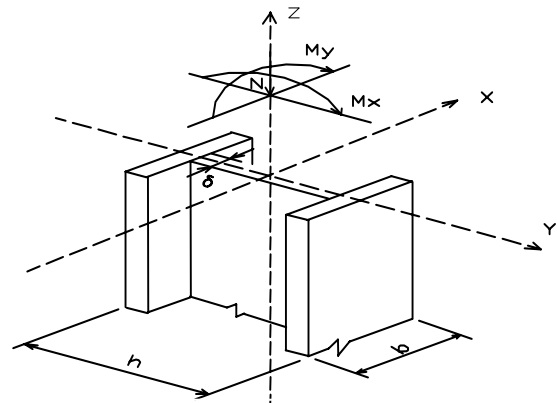


Рис. 1. Произвольно нагруженный стержень.

или не будет обеспечиваться условие сходимости $|V_{\min, k_i} - V_{\min, (k_i-1)}|/|V_{\min, (k_i-1)}| \leq [\varepsilon]$. Здесь ε - критерий сходимости.

Ряд проведенных исследований каркасов электростанций показал, что при наличии прототипа оптимизация приводит к изменению площади сечения на 8-12%, а соотношение жесткостей меняется ещё меньше. Результаты большого количества практических работ по оптимальному проектированию каркасов подтверждают, что высота сечения h часто ограничивается размерами здания, предельными габаритами оборудования и требованиями унификации. Поэтому наличие прототипа конструкции при фиксированных высотах сечений позволяет отказаться от итерационных перерасчетов, считая найденные из первоначального расчета усилия постоянными, и ограничиться оптимизационным подбором сечений. Для этого применяется подсистема ПСМК [7] (см. п).

В тоже время варьирование высоты сечений приводит к значительному изменению соотношения жесткостей каркаса, что приводит к изменению усилий и позволяет получить значительно большую экономию материала. Установление этого факта позволяет разделить задачу оптимального проектирования на два вида: 1) задачу о выборе оптимального объема стального каркаса при $h_i = const$; 2) задачу о поиске оптимального соотношения жесткостей за счет варьирования высот сечения.

Общий алгоритм оптимального проектирования использует поэтапное решение задачи, которое равнозначно методу последовательно применяемых критериев. Вначале минимизируется основной критерий объема, а затем дополнительные критерии минимума потенциальной энергии, то есть после минимизации объема фактически производится расчет методом сил или методом перемещений с определением наиболее опасных комбинаций усилий.

Пример 1. Оптимальное проектирование при варьировании параметров лишних неизвестных и высоты сечений

На основе метода прямого поиска, позволяющего фиксировать начало и конец пологого участка функции цели возле оптимума, решена тестовая задача, изложенная в книге Э. Хога и Я. Ароры [7], где оптимизируется с учетом унификации двухэтажная рама (рисунок 2) с двутавровыми стальными сечениями при двух нагрузках и их комбинациях: а) вертикальная распределенная нагрузка; б) горизонтальные нагрузки, приложенные в узлах. На рисунке 2 изображен график сходимости процесса. Видно, что полученный оптимум превосходит решение [7] на 4%. Сравнение показывает, что предлагаемая оптимизационная модель и алгоритм приводят к достоверным результатам и могут использоваться в автоматизированном

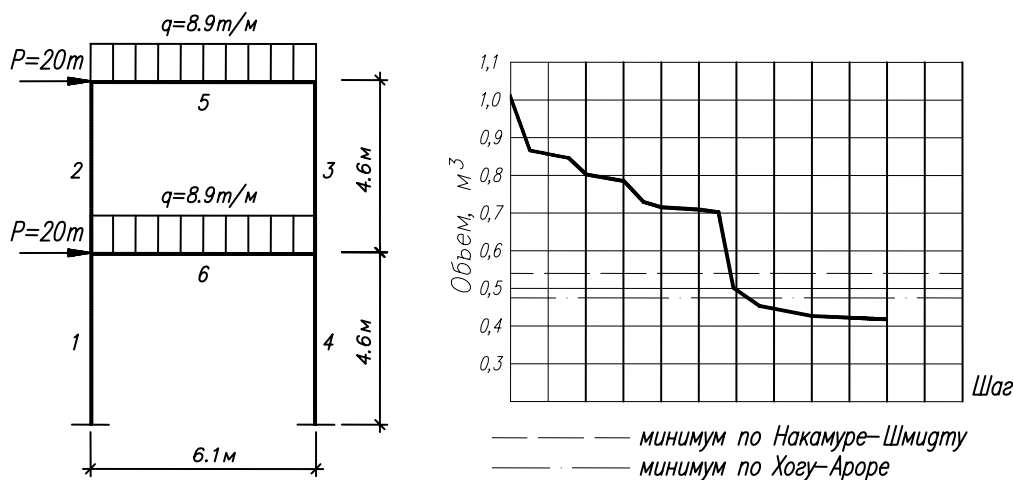


Рис. 2. Схема рамы по Хогу-Ароре. График сходимости процесса.

проектировании металлоконструкций. Весьма интересным является обнаружение обширного «плато» в области оптимума и существование множества равнозначных решений. Впервые это было отмечено В.А.Комаровым [8].

Пример 2. Оптимальное проектирование каркаса электростанции

Задание заказчика предусматривало анализ возможностей по уменьшению расхода стали и снижению стоимости рамы каркаса АЭС, выполненной в соответствии с типовым проектом, за счет следующих факторов: 1) оптимальный подбор поперечных сечений; 2) определение наивыгоднейшей марки стали. Разбивка на отдельные элементы постоянного сечения назначена аналогично разбивке в чертежах металлоконструкций рамы.

Задача оптимального проектирования, предусматривающая снижение объема стали и стоимости, решалась в несколько этапов. Ход решения основывался на предположении, что оптимизация сечений не в состоянии существенно изменить соотношение жесткостей. Поэтому при определении усилий можно было ограничиться статическим расчетом на заданные нагрузки при жесткостях, подсчитанных для прототипа рамы.

Для анализа оптимальности решения и влияния изменения норм на расход стали, сечения колонн каркаса подобраны с помощью программы ПСМК [7]. Поскольку большой интерес представляет определение марок сталей,

обеспечивающих как минимум веса металла, так и минимум стоимости конструкции, оптимальные сечения элементов были просчитаны для сталей ВСтЗпс, 09Г2, 09Г2С, 14Г2, 14Г2АФ.

В результате оптимизационного подбора сечений получено не единственное оптимальное решение, а несколько. Установлено, что возле строгого оптимума имеется ряд решений, незначительно от него отстоящих и весьма удобных в проектировании. Подсчеты, сравнение объема и веса металла выполнены для четырех случаев: 1) вся рама изготовлена из стали 09Г2; 2) то же из стали 14Г2; 3) то же из стали 14Г2АФ; 4) аналогично прототипу часть конструкции выполнена из стали 14Г2, другая часть из стали 14Г2АФ.

В результате расчета для сталей, указанных в проекте прототипа, получена общая экономия в весе 16%. Определение оптимальных сечений, а затем и подсчет общего веса рамы произведены для нескольких вышеуказанных марок сталей. Эти результаты показаны на графике зависимости веса колонн и всей рамы от расчетного сопротивления стали R_y (рисунок 3). При этом экономия за счет оптимизации составила 12 %.

Выполнен также анализ изменения стоимости конструкции в зависимости от выбора марки стали. (рисунок 3). В отличие от графика веса график стоимости имеет точку минимума. Полученные результаты свидетельствуют о том, что наименьшую стоимость колонн можно получить при использовании марки стали 14Г2.

4. Подбор оптимальных сечений (ПСМК)

Вычислительный комплекс ПСМК – Windows (проектирования сечений металлических конструкций) основан на проектировании оптимальных составных сквозных и сплошных сечений стержневых элементов из различных деталей типа пластин (полки, стенки), прокатных и гнутых швеллеров, уголков, прокатных двутавров и т.п. Объем материала V принят в качестве основного критерия.

Задача оптимального проектирования поставлена шире, чем обычно: сформировать набор оптимальных и близких к ним решений при различных марках сталей, типах сечений, габаритах (высоте составных сечений) и опасных комбинациях (расчетных сочетаниях) усилий,

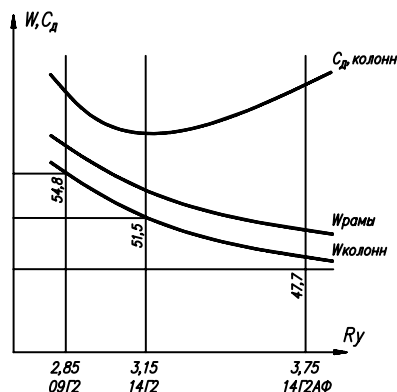


Рис. 3. График зависимости веса и стоимости колонн и рамы от R_y .

полученных при статическом расчете каким либо вычислительным комплексом или заданных пользователем по его усмотрению. Практика решения оптимизационных задач такого рода показала, что, кроме основного критерия необходимо использовать дополнительный критерий наибольшей жесткости J (момента инерции) для сечений, соответствующих наименьшему объёму. Его применение позволяет отбросить профили, имеющие повышенную деформативность и являются нетехнологичными в изготовлении.

Полученные оптимальные решения могут отличаться по жесткостям от первоначально принятых при статическом расчете. Однако практика проектирования и расчетов показывает, что изменение жесткостей в пределах до 20% практически не влияет на распределение усилий. При большем отклонении требуется итерационный перерасчет.

Задача оптимизации в общем виде формулируется следующим образом: найти минимум объема при обеспечении наибольшей жесткости сечения

$$\begin{aligned} V &= V(X_i, X_j) \rightarrow \min \\ J &= J(X_i, X_j) \rightarrow \max \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь X_i, X_j - дискретные параметры сечения (ширина, толщина детали из листового сортамента или из сортамента фасонного профиля).

Запишем критерии объема и жесткости в более общем виде

$$\begin{aligned} V &= \sum_{i=1}^{m_1} \sum_{j=1}^{m_2} a_{ij} X_i X_j; \\ |X_i &\in B_1(B_3); X_j \in B_2(B_3); \\ J &= \sum_{i=1}^{m_1} \sum_{j=1}^{m_2} X_i X_j (k_{ij} X_j^2 + b_{ij}) \end{aligned} \quad (8)$$

причем $k_{ij} = n_i / 12, b_{ij} = n_i \delta_i^2$ (n_i - количество сварных элементов).

Подробные исследования геометрических свойств гиперповерхности V в пространстве параметров X_i и X_j выполнены в [9]. Отметим свойства этих гиперповерхностей: 1) поверхности объема и жесткости являются модулярными формами особого рода, образующими в пространстве дискретных параметров сечений седловидный гиперболический параболоид, имеющего прямолинейные образующие, на пересечении которых лежат перебираемые узлы дискретности; 2) минимум (кроме тривиального) без дополнительных ограничений отсутствует, начало координат - точка седла; 3) объем возрастает при увеличении $X_{i(j)}$ (при $X_{i(j)} > 0$), а минимум лежит в области, примыкающей к границе ограничений, и поэтому поиск его следует начинать от минимальных значений X_i, X_j ; 4) оптимум может быть многозначным, т.е. для одного и того же объема поиск дает иногда несколько комбинаций пар; 5) область примыкания к оптимуму является пологой и рядом с оптимумом существуют незначительно отличающиеся от него решения (квазиоптимальные), которые с успехом можно использовать в проектировании. По геометрическим свойствам поверхность жесткости J близка к поверхности объема [9].

Ограничения делятся на два типа - *конструктивные и расчетные*. Конструктивные ограничения связаны с условиями изготовления, а также с предельными соотношениями по СНиП II-23-81*. Эти ограничения являются *жесткими* и записываются в виде

$$\begin{aligned} f_k(X_i, X_j) - C_k &\geq 0, \\ D_1 \leq X_i \leq D_2; D_3 \leq X_j \leq D_4; \\ X_i &> 0; X_j > 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь k - номер ограничения, $C_k = const$.

Обеспечение прочности, общей и местной устойчивости связано с проверкой расчетных ограничений в соответствии со СНиП II-23-81*. Часть из них (ограничения по прочности) фиксированы, другие же (по устойчивости) являются *"плавающими"*, т.е.

$$f_k(X_i, X_j) - g_k(X_i, X_j) \geq 0. \quad (10)$$

Для успешного выделения паретооптимальных множеств вводятся критериальные ограничения

$$\min V \geq [V], \max J \geq [J], \quad (11)$$

где $[V]$ - предельный объем по условиям гибкости и изготовления, $[J]$ - предельный момент инерции, необходимый для ограничения деформативности здания и элемента.

При оптимизации по нескольким критериям используется метод последовательных уступок [10]. На первом этапе отыскивается

минимальное значение ведущего критерия $\min V(X_i, X_j)$, причем $X_i \in G_1, X_j \in G_2$, где $G_1 \subset B_1, G_2 \subset B_2$. Множества G_1 и G_2 образуются из B_1 и B_2 при использовании ограничений. Затем формируется критериальное ограничение

$$\min V \leq V \leq V^* \mid V^* = [\min V + \varepsilon_1 (\min V)]. \quad (12)$$

Здесь $\varepsilon_1 \min V$ – величина “уступки” по объёму.

На следующем шаге определяется максимальное значение $\max I(X_i, X_j)$ при $X_i \in G_1, X_j \in G_2$. После выбора “уступки” $\varepsilon_2 (\max J)$, назначается ещё одно критериальное ограничение

$$\max J \geq J \geq J^* \mid J^* = [\max J - \varepsilon_2 (\max J)]. \quad (13)$$

Величины ε_i , задаются, исходя из опыта решения практических задач. Путем направленного перебора всех комбинаций дискретных параметров X_i, X_j , с учетом отсекающих точек, не отвечающих ограничениям, определяется множество допустимых точек $D \subseteq G$, где множество $G = G_1 \cup G_2$.

Отбор оптимальных множеств основан на решении двух подзадач:

1. Определение эталона ($V^{ont}; I^{ont}$)
2. Формирование множества допустимых (парето-оптимальных) решений.

На рисунке 4 проиллюстрирован алгоритм выделения эффективных и приближенно эффективных точек при оптимизации по двум критериям методом последовательных уступок. Вертикальные линии здесь соответствуют следам поверхностей V, J для сортамента ширины $X_1 = (X_{11}, X_{12}, \dots, X_{15}$ и т.п.). Наклонные прямые – следы на поверхности объема V , а кривые – следы на поверхностях трудоёмкости и жесткости для сортамента толщин $X_2 = (X_{21}, X_{22}, \dots, X_{24}$ и т.п.). Поиск оптимума сводится к следующим операциям:

- 1) фиксация $X_1, X_2, \dots, X_{n-1}, X_n \in B_1, B_2$;
- 2) проверка возможности шага по исчерпанию (сортамента) B_1, B_2 , конструктивных ограничений и расчетных ограничений;
- 3) варьирование X_i, X_j в порядке, обеспечивающем $J \rightarrow \max$, и определение $\min V$, удовлетворяющих расчетным ограничениям и критериальному ограничению;

- 4) отыскание жесткости, соответствующей своему критериальному ограничению.

Если решение отыскивается впервые, оно принимается за эталонное $V_1^0 = V_1, J_1^0 = J_1$. На рисунке 4 этому случаю соответствуют точки 3' и 3. При последующем варьировании производится анализ на оптимальность путем сравнения V_n с V_{n-1}^0 , где n – номер шага. Здесь возможны три случая:

- а) если $V_n \leq V_{n-1}^0 (1 + \varepsilon_1)$ и $J_n > J_{n-1}^0$ то n -е решение считается оптимумом и принимается за эталон;
- б) если $V_{n-1}^0 \leq V_n \leq V_{n-1}^0 (1 + \varepsilon_1)$, а $J_{n-1} (1 - \varepsilon_2) \leq J_n \leq J_{n-1}^0$, то эталоном для сравнения остаются V_{n-1}^0 и J_{n-1}^0 , хотя V_n и J_n запоминаются, как допустимые, например, точки (1'), 2, (2'), 4, (4') составляют допустимое множество D ;
- в) если $V_n > V_{n-1}^0 (1 + \varepsilon_1)$, решение отбрасывается еще до проверки ограничений.

Критериальные ограничения в процессе оптимизации уточняются вследствие уточнения эталона V^0, J^0 . Поэтому после отыскания множества производится окончательная сортировка и отбрасывание попавших при накоплении неэффективных решений. Путем сравнения накопленных значений критериев выделяется множество эффективных (по Парето) точек.

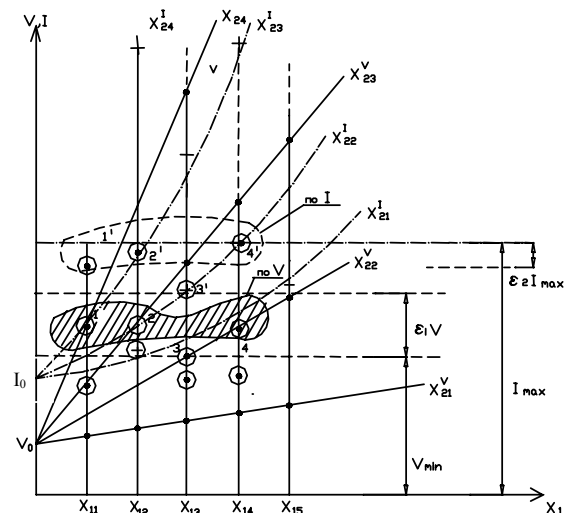


Рис. 4. Образование допустимых и паретооптимальных множеств решений. Сплошные линии – образующие поверхности объема V . Пунктирные – образующие поверхностей жесткости I .

В СГАСУ были выполнены многочисленные работы по оптимальному проектированию каркасов ГРЭС и АЭС. Результаты этих работ и опыт других организаций показал, что оптимальное проектирование элементов металлоконструкций на основе многокритериальных оптимизационных моделей в виде модулярных форм, обеспечивает экономию веса и стоимости на 10-15%. В настоящее время вычислительный комплекс ПСМК-Windows используется в СГАСУ при проектировании промышленных корпусов, реконструкции высотных зданий и сооружений нефтяной промышленности.

5. Оптимальное проектирование структурных конструкций

Рассматриваются структурные конструкции с определенной топологией и геометрией в плане (пролёты L_x, L_y). Необходимо из всего семейства подобных структурных конструкций определить геометрические параметры формы конструкции с наименьшей массой. Параметры формы зависят от выбора количества узлов в поясных сетках, их координат и выбора очертания поясных сеток (рисунок 5).

Под топологией понимается схема объединения стержней в узлах конструкции, под геометрической формой — геометрическое место характерных точек (узлов конструкции), под типом сечения стержней — форма поперечного сечения стержня.

В качестве критерия оптимальности используется функция массы шарнирно-стержневой конструкции:

$$M = \left(\gamma \times \sum_{i=1}^n F_i \times l_i \right) \times \Psi_a, \quad (14)$$

где $i = 1, 2, \dots, n$ — номер стержня; n — количество стержней в конструкции; γ — удельный вес материала; F_i — площадь поперечного сечения i -го стержня; l_i — длина стержня, Ψ_a — строительный коэффициент массы, зависящий от типа узла [11].

В трехмерном пространстве длина стержня определяется по формуле:

$$l_i = \sqrt{(x_i^n - x_i^k)^2 + (y_i^n - y_i^k)^2 + (z_i^n - z_i^k)^2}, \quad (15)$$

где n — начало, k — конец стержня. Критерий массы статически (кинематически) неопределимой структурной конструкции может быть представлен в виде линейной МФ:

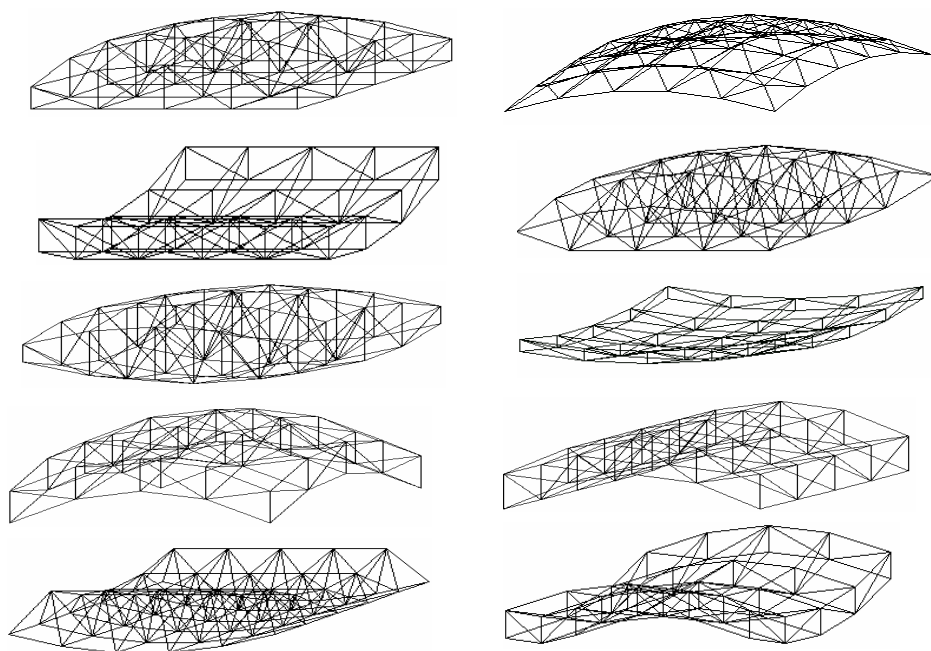


Рис. 5. Возможные формы пространственных конструкций типа структур.

$$M = \gamma \times \Psi_e \times \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{N_i^p + \sum_{j=1}^m N_{ij} \times X_j}{\sqrt{(x_i^n - x_i^k)^2 + (y_i^n - y_i^k)^2 + (z_i^n - z_i^k)^2}} \right) / \sigma^a \right] = \min \quad (16)$$

На проектируемые структурные конструкции наложен ряд ограничений: физические, геометрические, конструктивные, ограничения на пределы изменения геометрических параметров конструкции. Последняя группа ограничений состоит из требований рациональности, архитектурных и эстетических требований.

Топология сеток структур зависит от направления раскосов решётки и смещения узлов верхней поясной относительно узлов нижней.

Для описания геометрической формы поясных сеток структурных конструкций выберем уравнение эллиптического параболоида. Возможен выбор уравнения, описывающего любую другую форму поверхности. На рисунке 5 представлена геометрическая схема верхней поясной сетки структурной конструкции. В общем виде уравнение поверхности в пространстве записывается как:

$$ax^2 + by^2 + cxy + dx + gy + k = z \quad (17)$$

Для определения коэффициентов при координатах используются граничные условия (стрела подъема, пролеты и т.п.).

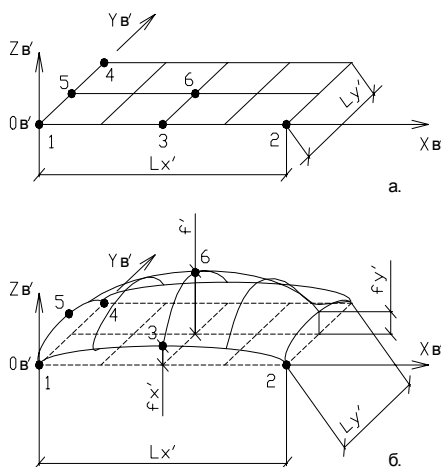


Рис. 6. Верхняя поясная сетка конструкции типа структуры.

Поиск оптимума основан на декомпозиции оптимизационной задачи. Алгоритм на первом этапе предусматривает варьирование геометрических параметров и итерационный перерасчет. При этом определяются интегральные характеристики сечений, соответствующие минимуму массы при обеспечении ограничений. На втором этапе производится оптимизационный подбор и выбор оптимального типа сечений, выполняется унификация типоразмеров. В результате меняются жесткости элементов и снова выполняется статический расчет. Сходимость процесса обусловлена выпуклостью функции цели. Предложенный алгоритм был реализован [12] в виде программного комплекса, включающего стандартную программу статического расчета «Мираж», программу подбора оптимальных сечений ПСМК и управляющую программу «Поиск Оптимальной Формы Структурных Конструкций» (ПОФСК). Разработанный вычислительный комплекс использовался в оптимизационных расчетах ряда структурных конструкций прямолинейной и криволинейной формы, построенных по проектам СГАСУ в Самаре.

Пример 3. Оптимальное проектирование покрытия склада предприятия РЕСАЛ

Покрытие представляет наклонную структурную плиту размерами 30х42 м в плане.

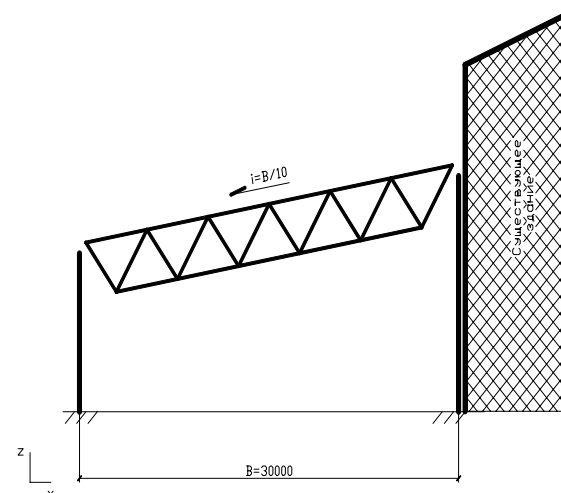


Рис. 7. Схема примыкания проектируемого здания к существующему.

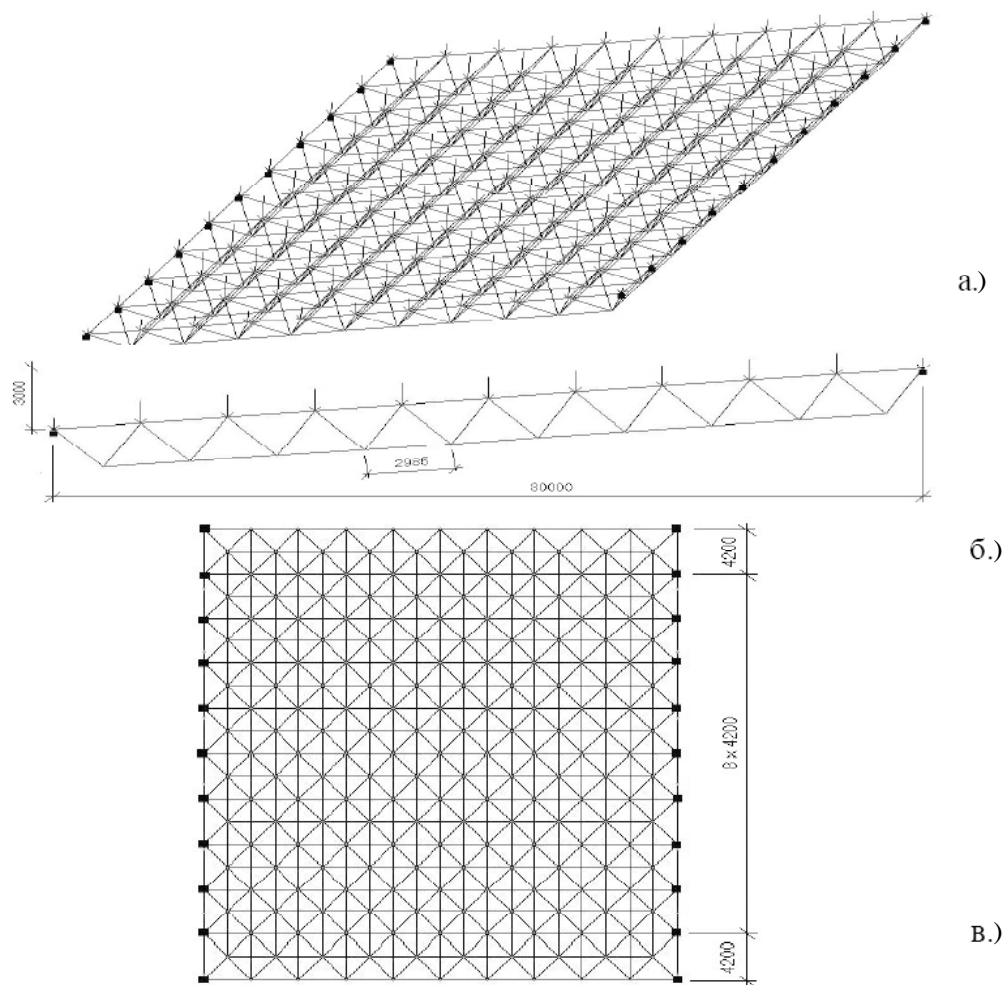


Рис. 8. Расчетная схема структурной плиты: а — аксонометрия; б — вид спереди; в — вид сверху.

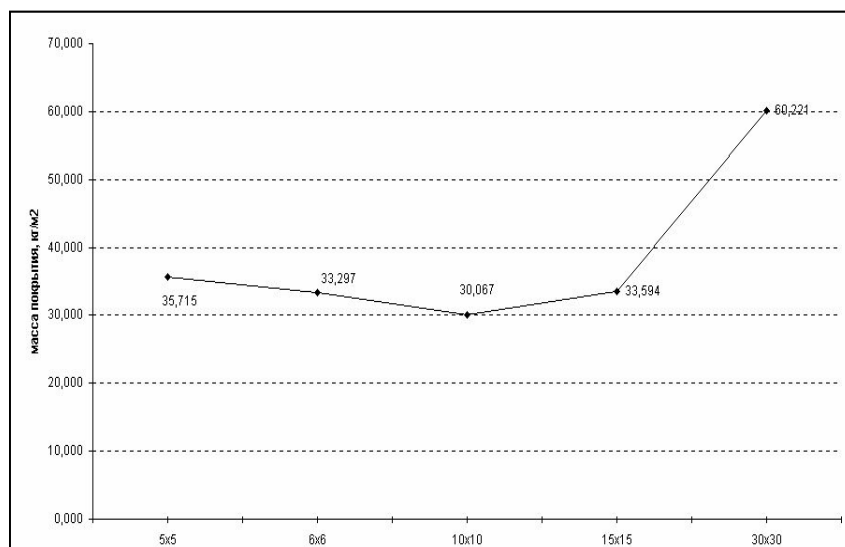


Рис. 9. График изменения массы структурной конструкции в зависимости от геометрии поясной ячейки.

Кровля холодная, покрытие беспрогонное. Склад примыкает к производственному зданию. Снеговая расчетная нагрузка составляет $2,4 \text{ кН/м}^2$. В результате на структуре образуется снеговой мешок. Сборка структурной конструкции выполняется из крупноразмерных марок высокой заводской готовности — треугольных ферм путем объединения их в пространственные блоки при помощи доборных элементов.

В поставленной задаче определены топология, геометрическая форма конструкции, условия опирания, тип сечения стержней и их материал, схема нагружения. Неизвестными в задаче являются: размеры поясной ячейки, площади сечения стержней и их длины, высота структурной плиты, масса конструкции. Высота структурной плиты и количества поясных ячеек в направлении длины и ширины структурной конструкции являются варьируемыми параметрами задачи, изменяемыми в определенных интервалах значений, и являются параметрами управления. Длина, ширина конструкции и количества поясных ячеек в соответствующем направлении определяют величины искоемых параметров — размеров поясной ячейки и высоты конструкции. Площади поперечных сечений стержней являются зависимыми параметрами, изменяемыми в зависимости от внутренних усилий, действующих в стержне, и являются параметрами состояния. Длины стержневых элементов структурной конструкции также являются параметрами состояния. Масса конструкции является критерием качества и изменяется в зависимости от изменения параметров состояния.

Расчетная схема структурной плиты показана на рисунке 8.

Из графика, представленного на рисунке 9, видно, что оптимальной получилась структурная конструкция, у которой количество ячеек составляет 10×10 . Такая конструкция имеет высоту $h=2,1 \text{ м}$ и размеры поясной ячейки $a=2,985 \text{ м}$, $b=4,2 \text{ м}$. Относительный вес такой конструкции составляет $30,06 \text{ кг/м}^2$.

Заключение

Использование расчетных оптимизационных моделей на основе модулярных форм и аутформ позволяет решать широкий круг задач оптимального проектирования стержневых металлических конструкций. Свойства выпуклости и квазивыпуклости обеспечивают сходимость итерационных процессов и поиска оптимума. Приведенные в данной работе примеры расчета и оптимизации конструкций показывают, что алгоритмы расчета, основанные на использовании модулярных форм и аутформ различного рода, позволяют обеспечить высокую экономическую эффективность при обеспечении нормативных требований.

Литература

1. Лихтарников, Я.М. Вариантное проектирование и оптимизация строительных конструкций. — М.: Стройиздат, 1979. — С. 319.
2. Радциг Ю.А. Статически неопределимые фермы наименьшего веса. — Казань: Изд-во Казан. университета, 1969. — С. 286.
3. Ольков Я.И., Холопов И.С. Оптимальное проектирование металлических предварительно напряженных ферм. — М.: Стройиздат, 1985.
4. Холопов И.С., Улицкая Р.А. Об аппроксимации таблиц СНиП II-23-81*. Известия Вузов. Строительство и архитектура. — №3. — 1985.
5. Ефимов Н.В., Розендорн Э.Р. Линейная алгебра и многомерная геометрия. — М., 1970. — 335 с.
6. Виноградов А.И. Проблема оптимального проектирования в строительной механике. — Харьков: Вища школа, 1973. — С.17-42.
7. Хог Э., Арора Я. Прикладное оптимальное проектирование. — М. Мир., 1983. — С.24-28.
8. Комаров А.А. Основы проектирования силовых конструкций. — Куйбышев, 1965. — С.88.
9. Холопов И. С. Оптимизация стержневых систем применительно к САПР. Д. дис. М, 1992.
10. Соболев И.М., Статников Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. М. Наука., 1981. — С. 108.
11. Хисамов Р.И., Исаева Л.А. Определение технико-экономических показателей структурных покрытий. — Казань, 1979. — 78 с.
12. Алпатов В.Ю. Оптимальное проектирование металлических структур. Диссертация на соискание степени кандидата технических наук. — Самара, 2002.

Холопів Ігор Серафимович є завідувачим кафедрою «Металеві і дерев'яні конструкції», директором будівельного інституту Самарського державного архітектурно-будівельного університету, доктор технічних наук, професор. Академік Академії транспорту РФ, Радник РААСН, заслужений робітник вищої школи. Холопів І.С. приймав участь у багатьох міжнародних, всесоюзних та регіональних наукових конференціях, симпозиумах. В 1996, 2002, 2005 роках він був організатором міжнародної конференції «Современные проблемы совершенствования и развития металлических, деревянных и пластмассовых конструкций». Наукові інтереси: теорія оптимального проектування металевих стрижневих систем, розрахунок будівель на пульсаційні та сейсмічні впливи.

Холопов Игорь Серафимович является заведующий кафедрой «Металлические и деревянные конструкции», директором строительного института Самарского государственного архитектурно-строительного университета, доктор технических наук, профессор. Академик Академии транспорта РФ, Советник РААСН, заслуженный работник высшей школы. Холопов И.С. был участником многих международных, всесоюзных и региональных научных конференций, симпозиумов. В 1996, 2002, 2005 году он являлся организатором международной конференции «Современные проблемы совершенствования и развития металлических, деревянных и пластмассовых конструкций». Научные интересы: теория оптимального проектирования металлических стержневых систем, расчет зданий на пульсационные и сейсмические воздействия.

Kholopov Igor Serofimovich – Head of the Department «Metal and Wooden Designs», Director of Samara State University of Architecture and Civil Engineering, Dr.Sc., professor and academician of the Academy of Transport of the Russian Federation, an adviser of the RAABS, an honoured worker of the higher school. Kholopov Igor Serofimovich was a participant of many International, All-Union and regional scientific conferences, symposiums. In 1996, 2002, to 2005 he was an organizer of the International conference «Modern Problems of Perfection and Development of Metal, Wooden and Plastic Designs». Scientific interests: the theory of optimum design of metal rod systems, pulsation and seismic calculation of buildings.