



ISSN 1814-5566 print

ISSN 1993-3517 online

МЕТАЛЕВІ КОНСТРУКЦІЇ
МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ КОНСТРУКЦИИ
METAL CONSTRUCTIONS

№3, ТОМ 15 (2009) 177-188

УДК 624:519.03

(09)-0195-0

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ФОРМ ВТРАТИ СТІЙКОСТІ ТОНКОСТІННИХ СТЕРЖНЕВИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Т.В. Марченко, Д.О. Банніков

Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка

В. Лазаряна, вул. ім. академіка В.А. Лазаряна 2, м. Дніпропетровськ, 49010, Україна.

E-mail: d2007@optima.com.ua

Отримана 8 липня 2009; прийнята 28 вересня 2009

Анотація. В публікації виконано порівняльний аналіз форм втрати стійкості стержневих тонкостінних елементів відкритого профілю, які складають основу сучасної будівельної технології легких сталевих тонкостінних конструкцій (ЛСТК). Зокрема, проведено розрахунки по знаходженню критичної сили центрально стиснутих тонкостінних стержнів за різними методиками розрахунків: аналітичними, що складають теорії Л. Ейлера та В. З. Власова, чисельними на основі методу скінчених елементів (МСЕ) із використанням проектно-обчислювального комплексу SCAD for Windows та за діючими в Україні нормативними документами. Аналіз отриманих результатів за кожною з методик дозволяє констатувати, що значення критичної сили суттєво відрізняються між собою в залежності від обраного підходу до вирішення задачі стійкості. Для більшості проаналізованих варіантів найвищі значення дають чисельні розрахунки; найнижчими виявляються значення отримані за методикою діючих норм, що в значній мірі іде в запас при проведенні практичних розрахунків з їх використанням.

Ключові слова: втрата стійкості, ЛСТК, критична сила, тонкостінний стержень, МСЕ.

СОПОСТАВИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ФОРМ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ ТОНКОСТЕННЫХ СТЕРЖНЕВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Т.В. Марченко, Д.О. Банников

Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика

В. Лазаряна, ул. им. академика В.А. Лазаряна 2, г. Днепропетровск, 49010, Украина.

E-mail: d2007@optima.com.ua

Получена 8 июля 2009; принята 28 сентября 2009

Аннотация. В публикации выполнен сопоставительный анализ форм потери устойчивости стержневых тонкостенных элементов открытого профиля, которые являются основой современной строительной технологии легких стальных тонкостенных конструкций (ЛСТК). В частности, проведены расчеты по определению критической силы центрально сжатых тонкостенных стержней по различным методикам расчета: аналитическим, которые составляют теории Л. Эйлера и В. З. Власова, численным на основе метода конечных элементов (МКЭ) с применением проектно-вычислительного комплекса SCAD for Windows и по действующим в Украине нормативным документам. Анализ полученных результатов по каждой из методик позволяет констатировать, что значения критической силы существенно отличаются между собой в зависимости от выбранного подхода к решению задачи устойчивости. Для большинства проанализированных вариантов наивысшие значения дают численные расчеты; наименьшими оказываются значения, полученные по методике действующих норм, что в значительной степени идет в запас при проведении практических расчетов с их использованием.

Ключевые слова: потеря устойчивости, ЛСТК, критическая сила, тонкостенный стержень, МКЭ.

A COMPERATIVE ANALYSIS OF COLLAPSE FORMS OF THIN-WALLED BAR ELEMENTS

T.V. Marchenko, D.O. Bannikov

Dnepropetrovsk National University of Railway Transport named after academician V. Lazaryan, academician V.A. Lazaryan str., 2, Dnipropetrovsk, 49010, Ukraine.

E-mail: d2007@optima.com.ua

Received 8 July 2009; accepted 28 September 2009

Abstract. There is presented a comparative analysis of collapse forms of thin-walled bar elements which are the base of the technology of light steel thin-walled structures (LSTWS). In particular, there was determined a critical load of centrally fixed thin-walled columns; different methods of computation were used, namely, analytical ones based on L. Ailer and V.Z. Vlasov's theories; numerical ones based on FEM with the use of design and computer system SCAD for Windows; and according to the operating norms. The results obtained with the use of each method differ which can be explained by different approaches to the solution of the task of stability.

Keywords: collapse, LSTWS, ultimate strength, thin-walled bar FEM.

1. Використання тонкостінних елементів в будівництві

Будівництво на основі легких сталевих тонкостінних конструкцій (ЛСТК) практикується в багатьох країнах: Швеції, США, Австрії, Фінляндії, Данії, Голландії, Вели-кобританії, Франції, Японії, Кореї, Канаді. На початку нового тисячоліття ця технологія прийшла і в Україну. Інтерес до даних технологій обумовлений тим, що вони дозволяють досягати однієї з основних цілей будівництва: отримувати найкращу якість при радикальному зниженні витрат, в основному, за рахунок скорочення строків виконання робіт.

В умовах теперішнього будівництва до будівель і споруд із тонкостінних гнутих профілів можна віднести будівлі, що швидко будуються. Це можуть бути супермаркети та гіпермаркети, центри оптової торгівлі, промислові та адміністративні будівлі, складські термінали, криті ринки та виставкові комплекси, павільйони, паркінги, СТО, спортивні комплекси, будівлі аеропортів, медичні та фармацевтичні установи. Також практикується створення малоповерхових житлових будівель (рис. 1).

Зведення будівель повністю із структурних сталевих каркасів стало можливим та економічно виправданим лише після винайдення та впровадження способу будівництва за допомогою ЛСТК.

Проте з розрахунком таких конструкцій виникають деякі складнощі. В діючих будівельних нормах не досить повно розглядається характер роботи тонкостінних стержнів, особливо відкритого профілю. Оскільки головною з технічних причин аварій та аварійних ситуацій будівель і споруд є втрата місцевої та загальної стійкості елементів та деталей їх конструкцій [1 - 4], то це створює значні проблеми в розвитку технології ЛСТК в Україні.

2. Існуючі підходи до розрахунку на стійкість

При дослідженні стійкості форм рівноваги пружних систем перші кроки було зроблено Л. Ейлером. Ним ще в 1744 р. було вирішено задачу зі знаходження критичного напруження, а звідси і критичної сили, тобто найменшої осьової стискаючої сили, здатної втримувати в рівновазі злегка викривлений стиснутий стержень. Це рішення виявилось придатним для застосування на практиці лише для дуже обмеженої категорії стержнів, а саме тонких та довгих, з великою гнучкістю.

Що стосується стержнів середньої гнучкості, найбільш широко використовуваних в конструкціях, то дослідями було встановлено, що втрата їх несучої здатності визначається порушенням стійкості прямолінійної форми при критичних

напруженнях, що перевищують границю пропорційності, але менших за границю міцності.

Ф. С. Ясинський зібрав та обробив широкий дослідний матеріал щодо поздовжнього згину стержнів, в результаті чого склав таблицю критичних напружень в залежності від гнучкості для ряду матеріалів та запропонував простішу формулу для обчислення критичних напружень за границею пропорційності. Він також дослідив точний розв'язок диференційного рівняння поздовжнього згину та ввів поняття "приведеної" довжини стержня.

Особливості роботи тонкостінних стержнів відкритого профілю, що пов'язані з депланацією перерізів, істотно впливають не тільки на їх міцність, але й на стійкість. Теорія, що склалася в результаті урахування цих особливостей відрізняється від класичної теорії поздовжнього згину тим, що розглядає факт втрати стійкості в більш загальній постановці — з урахуванням просторових згинально-крутильних форм рівноваги.

Загальна теорія згину, кручення та стійкості тонкостінних стержнів була розроблена професором В. З. Власовим.

Ця теорія охоплює дослідження пружної стійкості стержнів, балок, пластин, оболонки, причому формули Л. Ейлера, С. П. Тимошенка та ін. можуть розглядатися як окремі часткові рішення, які випливають із загальної теорії В. З. Власова. Також слід відзначити, що перші випробування і аналіз стержнів відкритого профілю були проведені М. С. Стрілецьким.



На сьогодні існує ряд методик розрахунку тонкостінних стержнів.

Метою даної статті є порівняльний аналіз форм втрати стійкості тонкостінних стержнів за різними методиками розрахунку, а саме розрахунку центрально стиснутих стержнів за аналітичними, чисельними методиками та відповідно до норм, що діють на території України. Об'єктом дослідження стали U-, C-, Z, Ω-подібні тонкостінні відкриті профілі товщиною від 1 до 3 мм.

3. Розрахунки на стійкість за аналітичними методиками

Розрахунок критичної сили за теорією Л. Ейлера зводиться до однієї формули:

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{мин}}{(\mu l)^2}, \quad (1)$$

де $P_{кр}$ — критична сила;

E — модуль пружності;

$J_{мин}$ — найменший момент інерції перерізу;

l — фактична довжина стержня;

μ — коефіцієнт приведення довжини, що залежить від умов закріплення стержня.

Оскільки даний підхід став вже в значній мірі класичним, то наведений вираз можна знайти в багатьох роботах як наукового узагальнюючого типу [5, 6], так і навчального [7, 8].

В табл. 1-4 наведено результати знаходження критичної сили за теорією Л. Ейлера при



Рис. 1. Конструкції із використанням ЛСТК.

Таблиця 1. Значення критичної сили при $\mu = 0,5$.

Товщина, мм	Р _{кр} , кг			
	Вид профілю			
	С	Z	U	Ω
1,00	4864,48	5180,40	3859,74	4609,80
1,50	7149,06	7623,53	5735,10	6764,27
2,00	9334,77	9968,20	7540,90	8817,83
2,50	11421,14	12203,19	9290,31	10773,79
3,00	13390,14	14328,25	11044,43	12607,60

Таблиця 2. Значення критичної сили при $\mu = 0,7$.

Товщина, мм	Р _{кр} , кг			
	Вид профілю			
	С	Z	U	Щ
1,00	4293,07	4735,37	2883,93	4010,92
1,50	6288,68	6952,94	4236,11	5861,57
2,00	8183,08	9069,88	5535,46	7608,17
2,50	9988,00	11082,86	6782,00	9267,70
3,00	11665,79	12979,16	7965,15	11261,07

Таблиця 3. Значення критичної сили при $\mu = 1,0$.

Товщина, мм	Р _{кр} , кг			
	Вид профілю			
	С	Z	U	Щ
1,00	2753,79	4067,81	1413,13	2287,92
1,50	3928,80	5947,06	2075,69	3255,89
2,00	4984,77	8183,71	2712,38	4109,97
2,50	5916,50	9674,49	3323,18	4865,71
3,00	6734,35	10963,38	3902,92	5517,93

Таблиця 4. Значення критичної сили при $\mu = 2,0$.

Товщина, мм	Р _{кр} , кг			
	Вид профілю			
	С	Z	U	Щ
1,00	688,45	1141,37	353,28	571,98
1,50	982,20	1620,18	518,92	813,97
2,00	1246,19	2045,93	678,09	1027,49
2,50	1479,12	2418,62	830,79	1216,43
3,00	1683,59	2740,85	975,73	1379,48

Таблиця 5. Значення критичної сили при $\mu = 0,5$.

Товщина, мм	$P_{кр}, кг$			
	Вид профілю			
	С	Z	U	Щ
1,00	11015,15	18261,95	358,97	401,16
1,50	15715,22	25922,86	630,99	718,07
2,00	19939,07	32734,86	1018,16	1192,76
2,50	23666,00	38697,94	1568,08	1853,11
3,00	26937,41	43853,53	2296,31	2780,59

Таблиця 6. Значення критичної сили при $\mu = 0,7$.

Товщина, мм	$P_{кр}, кг$			
	Вид профілю			
	С	Z	U	Щ
1,00	5619,97	9317,32	350,87	394,25
1,50	8017,97	13225,95	613,77	702,74
2,00	10172,99	16701,46	983,50	1159,94
2,50	12074,49	19743,85	1500,43	1787,55
3,00	13743,58	22374,25	2172,44	2654,77

Таблиця 7. Значення критичної сили при $\mu = 1,0$.

Товщина, мм	$P_{кр}, кг$			
	Вид профілю			
	С	Z	U	Щ
1,00	2753,79	4565,49	335,01	380,46
1,50	3928,80	6480,72	580,60	672,63
2,00	4984,77	8183,71	918,20	1096,85
2,50	5916,50	9674,49	1376,78	1664,88
3,00	6734,35	10963,38	1953,80	2427,01

Таблиця 8. Значення критичної сили при $\mu = 2,0$.

Товщина, мм	$P_{кр}, кг$			
	Вид профілю			
	С	Z	U	Щ
1,00	688,45	1141,37	266,98	317,67
1,50	982,20	1620,18	445,46	542,11
2,00	1246,19	2045,93	669,87	841,53
2,50	1479,12	2418,62	944,32	1206,28
3,00	1683,59	2740,85	1254,52	1648,47

розрахунках на стійкість для центрального стиску обраних зразків тонкостінних профілів.

Розрахунок критичної сили за теорією В.З. Власова зводиться до вирішення системи диференціальних рівнянь [9, 10]:

$$\left. \begin{aligned} EJ_y \xi^{IV} + P_{кр} \xi'' + (M_x + a_y P_{кр}) \cdot \theta'' &= 0 \\ EJ_x \eta^{IV} + P_{кр} \eta'' + (M_y - a_x P_{кр}) \cdot \theta'' &= 0 \\ (M_x + a_y P_{кр}) \cdot \xi'' + (M_y - a_x P_{кр}) \cdot \eta'' + EJ_w \theta^{IV} + \\ + (r^2 P_{кр} + 2\beta_x M_y - 2\beta_y M_x - GJ_d) \cdot \theta'' &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

де $P_{кр}$ — критична сила;

E — модуль пружності;

$J_{мин}$ — найменший момент інерції перерізу;

x, h — переміщення;

Q — кут закручування;

a_x, a_y — координати центра згину;

M_x, M_y — моменти, що діють на стержень;

r^2 — геометрична характеристика;

GJ_d — жорсткість перерізу при чистому крученні стержня.

В табл. 5-8 наведено результати знаходження критичної сили за теорією В. З. Власова при розрахунках на стійкість для центрального стиску обраних зразків тонкостінних профілів.

4. Чисельні методика розрахунків

Поступове ускладнення конструкцій, а звідси і їх розрахункових схем вимагало і якісно нового підходу до їх розрахунку. Одним з найпоширеніших чисельних методів розрахунку на сьогодні є метод скінчених елементів (МСЕ). Розроблений в середині минулого сторіччя [11-13], цей метод в теперішній час став надзвичайно популярним і використовується для рішення багатьох прикладних задач [14-16].

При проведенні даних досліджень практична реалізація МСЕ відбувалася на базі проектно-обчислювального комплексу SCAD for Windows [17, 18]. Задача стійкості в цьому комплексі розв'язується в класичній постановці для пружної системи і в припущенні, що всі прикладені до системи зовнішні навантаження (отже, і внутрішні сили) зростають пропорційно одному і тому ж параметру λ . Те значення параметра λ , при якому матриця жорсткості системи $A(\lambda)$ вперше перестає бути позитивно

визначеною, є критичним, а відповідне значення λ — коефіцієнтом запасу стійкості (КЗС). Пошук КЗС ведеться в інтервалі $[0, \Lambda]$, де Λ — число, задане користувачем комплексу, (оцінка того значення КЗС, яке вважається вже надійним для оцінки якості системи) і з точністю ϵ , яка також задається користувачем. При цьому розв'язується задача визначення мінімального λ , при якому відбувається виродження матриці $A(\lambda)$.

Для створення розрахункової моделі було обрано 4-вузловий ізопараметричний оболонковий скінчений елемент із шістьма ступенями вільності в кожному вузлі (в бібліотеці скінчених елементів комплексу SCAD це елемент № 44). Розрахункова модель складалася з певного числа таких елементів, з'єднаних між собою (рис. 2). Далі їм було задано такі властивості, як товщина від 1 до 3 мм з кроком 0,5 мм, матеріал — сталь звичайна з об'ємною вагою 7850 кг/м³ та модулем пружності 2,1·10⁶ кгс/см².

Так, як за завданням передбачалося дослідження форм втрати стійкості тонкостінних елементів лише в умовах центрального стиску, то для того, щоб прикласти навантаження точно в центрі ваги перерізу, було створено ще одну пластину, складену також із 4-вузлових

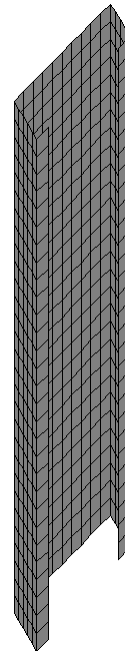


Рис. 2. Розрахункова модель.

ізопараметричних оболонкових скінчених елементів (№ 44). Товщина пластини призначалася такою, за якої навіть під час прикладення критичної сили не виникало ніяких переміщень або прогинів. В даному випадку було прийнято товщину пластини 50 мм. Далі навантаження прикладалося в якості вузлового в тому вузлі пластини, який за своїми координатами відповідав центру ваги перерізу (рис. 3а, 3б, 3в) із початковим значенням 1000 кг.

Така схема навантаження застосовувалася лише для С-, U- та Ω -подібних профілів. Для Z-подібного профілю навантаження в 1000 кг розділялося на кількість вузлів в контурі перерізу (всього 22 вузли) і також прикладалося в якості вузлового по 45,45 кг в кожному вузлі (рис. 3,г).

Далі в спеціальних вихідних даних вказувався вид розрахунку (в даному випадку це пошук коефіцієнта стійкості та форм втрати стійкості), точність та межі пошуку розв'язків.

Умови закріплення являли собою певну комбінацію заборон лінійних переміщень та кутів повороту для моделювання відповідного коефіцієнту μ .

В табл. 9-12 наведено результати знаходження критичної сили в програмному комплексі SCAD при розрахунках на стійкість для центрального стиску обраних зразків тонкостінних профілів.

5. Розрахунок за діючими нормами

Згідно із діючим в Україні на сьогодні нормами — СНиП II-23-81* [19], п. 5.3 і 5.5, розрахунок на стійкість елементів із суцільними стінками, що знаходяться під впливом центрального стиску силою N , слід виконувати за згинальною формою втрати стійкості за формулою:

$$\frac{N}{\varphi \cdot A} \leq R_y \gamma_c \quad (3)$$

і, якщо цей елемент відкритого П-подібного перерізу при $l_x < 3l_y$ та відсутні будь-які планки або решітки, додатково виконують перевірку за згинально-крутильною формою, що враховується введенням у розрахункову формулу понижуючого коефіцієнта c :

$$\frac{N}{c \cdot \varphi_y \cdot A} \leq R_y \gamma_c, \quad (4)$$

де N — стискаюча сила;

A — площа поперечного перерізу;

R_y — розрахунковий опір сталі за межею текучості;

γ_c — коефіцієнт умов роботи, що приймається за додатком 4* [19];

j, j_c — коефіцієнти поздовжнього згину.

Слід зазначити, що незважаючи на те, що даний підхід хоча й використовується вже багато

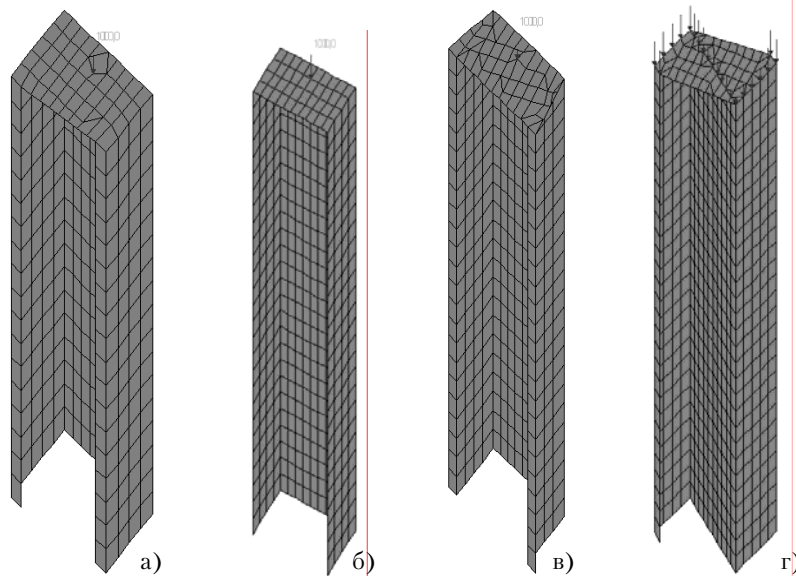


Рис. 3. Схеми навантаження для: а) С-профілю; б) U-профілю; в) Ω -профілю; г) Z-профілю.

Таблиця 13. Значення критичної сили при $\mu = 0,5$.

Товщина, мм	$R_{кр}$, кг			
	Вид профілю			
	С	Z	U	Щ
1,00	2427,24	417,80	1116,77	2065,10
1,50	3556,22	631,41	1645,14	3021,60
2,00	4630,79	848,71	2137,91	3931,36
2,50	5646,23	1070,20	2605,80	4789,17
3,00	6610,75	1294,59	3078,58	5632,21

Таблиця 14. Значення критичної сили при $\mu = 0,7$.

Товщина, мм	$R_{кр}$, кг			
	Вид профілю			
	С	Z	U	Щ
1,00	1048,02	410,88	767,39	1300,53
1,50	2371,83	621,71	1133,93	1867,68
2,00	3040,26	837,37	1473,43	2384,76
2,50	3671,52	1059,03	1797,80	2872,36
3,00	4231,75	1285,92	2137,81	3315,00

Таблиця 15. Значення критичної сили при $\mu = 1,0$.

Товщина, мм	$R_{кр}$, кг			
	Вид профілю			
	С	Z	U	Щ
1,00	1050,42	250,95	405,94	786,64
1,50	1500,44	373,33	603,63	1102,98
2,00	1905,97	494,70	788,41	1394,06
2,50	2293,01	619,45	969,13	1673,95
3,00	2622,69	741,17	1166,40	1920,05

Таблиця 16. Значення критичної сили при $\mu = 2,0$.

Товщина, мм	$R_{кр}$, кг			
	Вид профілю			
	С	Z	U	Щ
1,00	292,25	78,88	118,51	218,79
1,50	423,14	118,20	182,05	317,86
2,00	548,36	159,19	247,91	414,36
2,50	675,88	204,73	318,70	514,54
3,00	794,57	252,73	399,62	612,13

Значення критичної сили, розрахованої за різними методиками для С-подібного профілю при шарнірному закріпленні кінців в залежності від товщини профілю

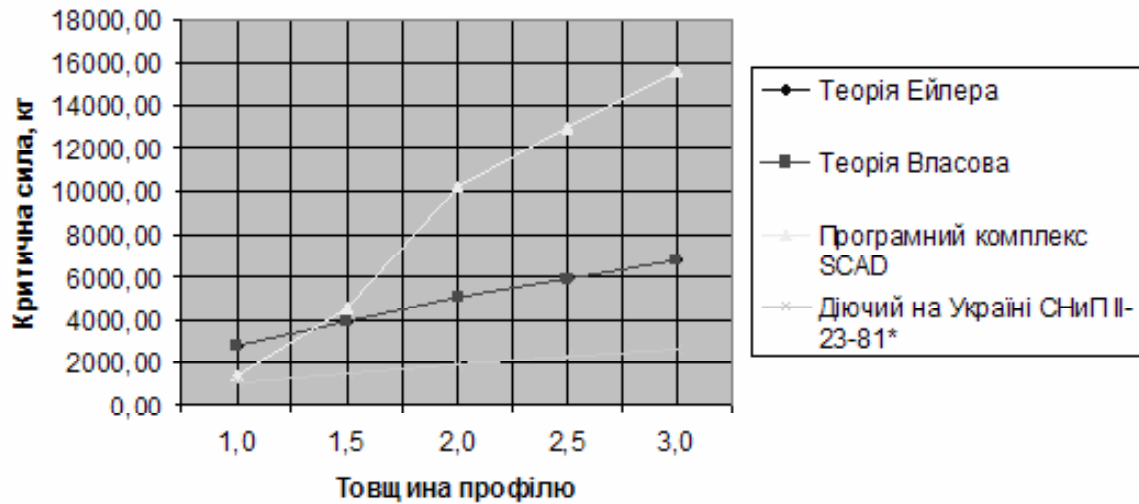


Рис. 4. Залежність критичної сили від товщини для С-подібного профілю.

Значення критичної сили, розрахованої за різними методиками для Z-подібного профілю при шарнірному закріпленні кінців в залежності від товщини профіля

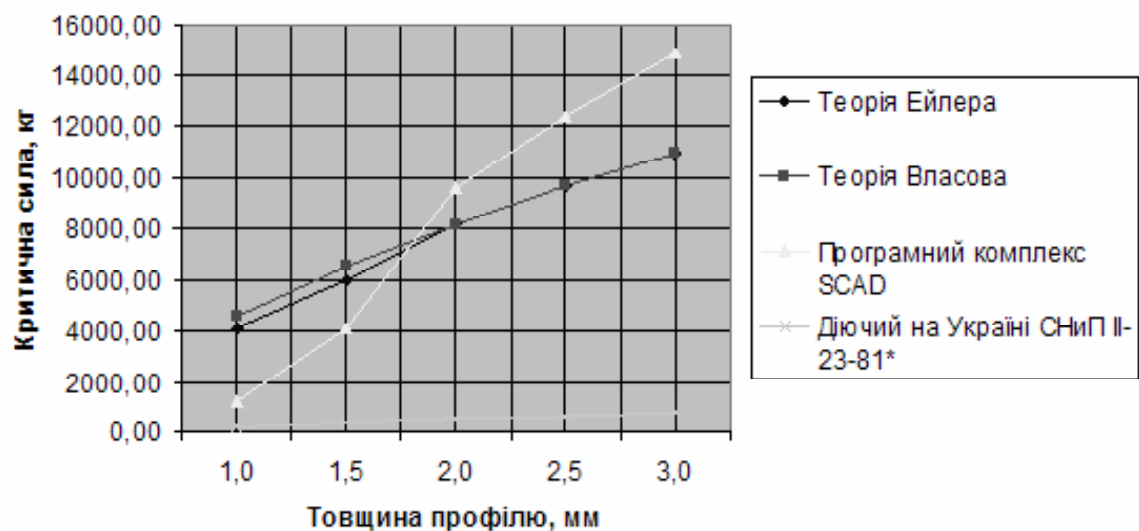


Рис. 5. Залежність критичної сили від товщини для Z-подібного профілю.

Значення критичної сили, розрахованої за різними методиками для U-подібного профілю при шарнірному закріпленні кінців в залежності від товщини профілю

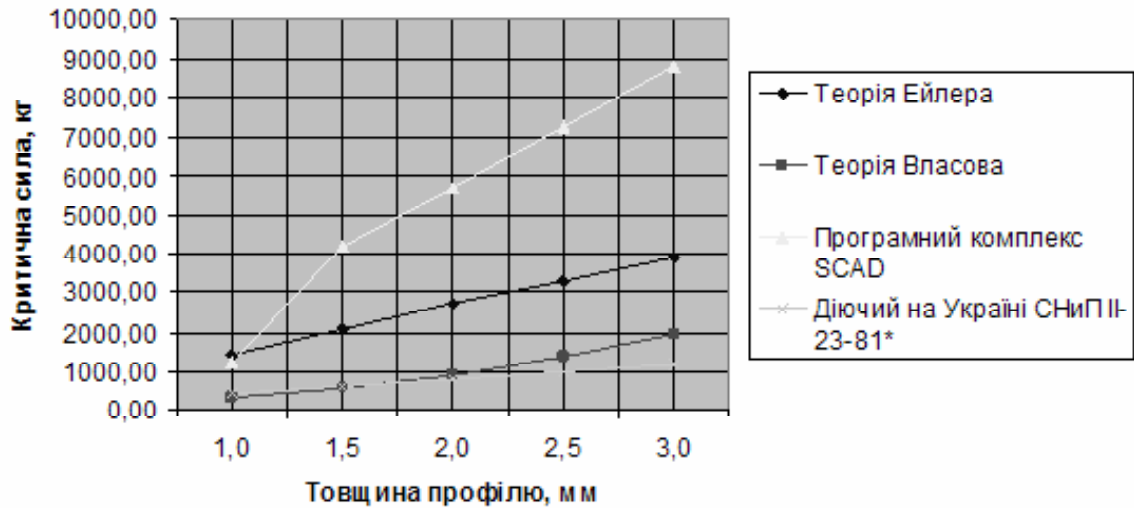


Рис. 6. Залежність критичної сили від товщини для U-подібного профілю.

Значення критичної сили, розрахованої за різними методиками для Ω -подібного профілю при шарнірному закріпленні кінців в залежності від товщини профілю

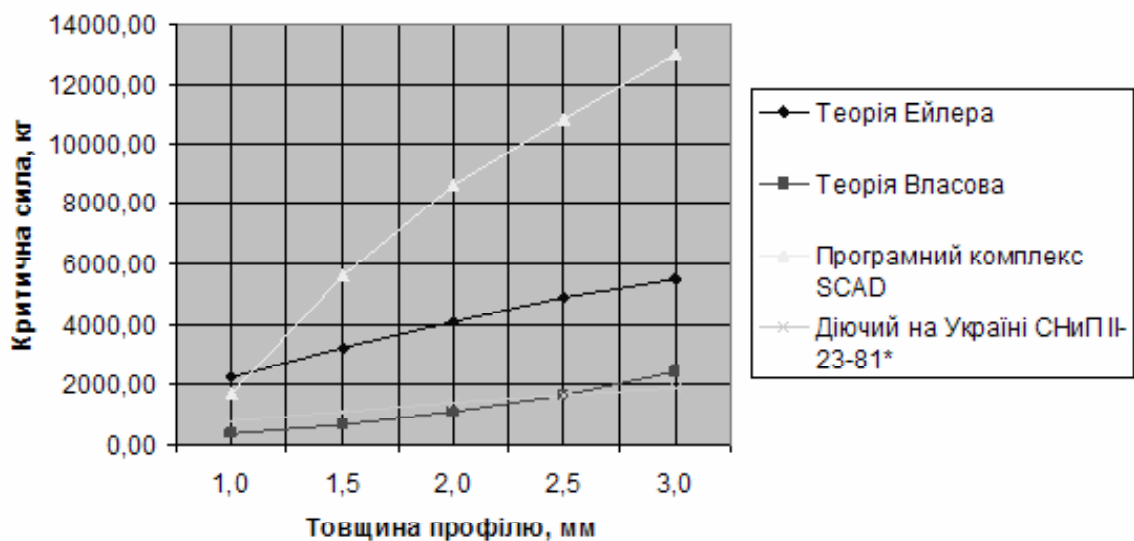


Рис. 7. Залежність критичної сили від товщини для Ω -подібного профілю.

років та відображений у відповідній довідковій літературі [20-22], проте не вважається досконалим серед фахівців. Тому у проєкті нових державних нормативних документів ДБН [23] введені деякі зміни стосовно розрахунку стержневих елементів на стійкість. Однак в даній публікації вони не аналізуються.

Так як значення критичної сили, знайдені за згинальною формою втрати стійкості, дещо більші, ніж за згинально-крутильною, то вони надалі не розглядатимуться. Для подальшого аналізу до уваги будуть прийняті тільки ті значення критичних сил, які були отримані за згинально-крутильною формою втрати стійкості.

В табл. 13-16 наведено результати знаходження критичної сили за методикою діючих норм при розрахунках на стійкість для центрального стиску обраних зразків тонкостінних профілів.

6. Висновки

Співставлення отриманих за наведеними методиками результатів для різних типів розглянутих профілів наочно представлено в графічному вигляді на рис. 4-7.

Аналізуючи отримані дані, можна зробити наступні висновки.

1. Для всіх профілів значення критичної сили, знайденої за чисельними розрахунками, є найбільшими при товщині від 2 до 3 мм, і тільки при товщині 1 і 1,5 мм вони поступаються значенням, отриманим за теорією Л. Ейлера (для U- та Ω -профілів) і значенням по теорії В.З. Власова (для C- і Z-профілів).

2. Для всіх видів профілів значення критичних сил за всіма методиками дещо наближаються одне до одного при товщині перерізів 1 мм, тоді як суттєвий розбіг результатів спостерігається при товщині 3 мм.

3. Найнижчі значення було отримано за методикою діючих норм, які для U- та Ω -профілів найкращим чином узгоджуються із теорією В.З. Власова.

Підсумовуючи проведені дослідження, можна сказати, що теорія Л. Ейлера в цілому дає завищені результати, ніж теорія В. З. Власова. Чисельні методи розрахунку в межах втрати стійкості дають найвищі значення критичної сили, що викликає окремі питання.

На даний час цілком прийнятною методикою розрахунку можна вважати діючі норми, проте в них детально не надається алгоритм розрахунку саме тонкостінних стержнів, що вкотре доводить необхідність проведення подальших досліджень в обраному напрямі. Однак, в цілому, розбіжності між окремими підходами виявляються досить суттєвими для того, щоб надати одному з них остаточну перевагу.

Література

1. Сахновский М.М. Уроки аварий стальных конструкций / М. М. Сахновский, А.М. Титов. — К.: Будівельник, 1969. — 200 с.
2. Аугустин Я. Аварии стальных конструкций / Я. Аугустин, Е. Шлезевский.; пер. с польского. — М.: Стройиздат, 1978. — 183 с.
3. Беляев Б.И. Причины аварий стальных конструкций и способы их устранения / Б.И. Беляев, В.С. Корниенко. — М.: Изд-во лит-ры по строительству, 1968. — 208 с.
4. Сахновский М.М. Надежность строительных сварных конструкций и некоторые уроки аварий / М.М. Сахновский // Труды ДИИТа: Вопросы строительных конструкций, 1971. — Выпуск 118. — С. 3-10.
5. Перельмутер А.В. Устойчивость равновесия конструкций и родственные проблемы / А.В. Перельмутер, В.И. Сливкер. — Том 1. — М.: Издательство СКАД СОФТ, 2007. — 670 с.
6. Феодосьев В.И. Десять лекций-бесед по сопротивлению материалов / В.И. Феодосьев. — М.: Наука, 1969. — 174 с.
7. Беляев Н.М. Сопротивление материалов: [учебн. для вузов] / Н.М. Беляев — М.: Наука, 1976. — 608 с.
8. Сопротивление материалов: [учебн. для вузов] / Под ред. акад. АН УССР Писаренко Г. С. — [5-е изд., перераб. и доп.] — К.: Вища школа, 1986. — 775 с.
9. Власов В. З. Тонкостенные упругие стержни / В.З. Власов. — М.: Госфитматгиз, 1959. — 569 с.
10. Власов В.З. Тонкостенные пространственные системы / В.З. Власов. — М.: Изд-во по строительству, 1958. — 504 с.
11. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич; пер. с англ. — М.: Мир, 1975. — 542 с.
12. Зенкевич О. Метод конечных элементов в теории сооружений и в механике сплошных сред / О. Зенкевич, И. Чанг; пер. с англ. — М.: Недра, 1974. — 284 с.
13. Стренг Г. Теория метода конечных элементов / Г. Стренг, Дж. Фикс; пер. с англ. — М.: Мир, 1977. — 350 с.
14. Розин Л.А. Метод конечных элементов в применении к упругим системам / Л.А. Розин. — М.: Стройиздат, 1977. — 129 с.

15. Горбачев К.П. Метод конечных элементов в расчетах прочности / К.П. Горбачев. — Л.: Судостроение, 1985. — 156 с.
16. Банников Д.О. Расчет пирамидально-призматических бункеров методом конечных элементов / Д.О. Банников, М.И. Казакевич. — Днепропетровск: Наука и образование, 2003. — 150 с.
17. Карпиловский В.С. SCAD для пользователя / В.С. Карпиловский, Э.З. Криксунов, А.В. Перельмутер, М.А. Перельмутер, А.Н. Трофимчук. — К.: ВВП Компас, 2000. — 332 с.
18. Карпиловский В.С. Формирование сечений и расчет их геометрических характеристик / В.С. Карпиловский, Э.З. Криксунов, А.В. Перельмутер, М.А. Перельмутер. — К.: ВВП Компас, 2000. — 80 с.
19. Стальные конструкции. Нормы проектирования: СНиП II-23-81*. — [Чинний від 1983-01-02]. — М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1991. — 96 с.
20. Справочник проектировщика. Металлические конструкции / Под ред. Н.П. Мельникова. — [2-е изд.] — М.: Стройиздат, 1980. — 776 с.
21. Справочник проектировщика инженерных сооружений / Под ред. Д.А. Коршунова. — К.: Будівельник, 1988. — 352 с.
22. Справочник проектировщика. Металлические конструкции: в 3 т. / Под ред. В.В. Кузнецова. — М.: Изд-во АСВ, 1998. — Т. 2: Стальные конструкции зданий и сооружений. — 1998. — 526 с.
23. Сталеві конструкції. Норми проектування, виготовлення і монтажу (проект): ДБН В.2.6-...:200... — [1-ша редакція]. — К.: Міненергобуд України, 2008. — 210 с.

Марченко Тетяна Валентинівна — випускниця факультету "Промислове і цивільне будівництво" Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна. Наукові інтереси: проектування легких сталевих конструкцій, дослідження форм втрати стійкості тонкостінних конструкцій, чисельні методи у вирішенні задачі стійкості.

Банников Дмитрий Олегович — к.т.н., доцент, завідувач кафедри "Будівельні конструкції" Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна. Наукові інтереси: проектування сталевих тонкостінних конструкцій; чисельні методи в теорії проектування конструкцій; питання застосування системного аналізу в сфері будівельних конструкцій.

Марченко Татьяна Валентиновна — випускниця факультета "Промышленное и гражданское строительство" Днепропетровского национального университета железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна. Научные интересы: проектирование легких стальных конструкций, исследование форм потери устойчивости тонкостенных конструкций, численные методы в решении задачи устойчивости.

Банников Дмитрий Олегович — к.т.н., доцент, заведующий кафедрой "Строительные конструкции" Днепропетровского национального университета железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна. Научные интересы: проектирование стальных тонкостенных конструкций; численные методы в теории проектирования конструкций; вопросы применения системного анализа в сфере строительных конструкций.

Marchenko Tatyana Valentynivna — a graduate of the department "Industrial and Civil Engineering" of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after academician V. Lazaryan. Her research interests include design of light steel structures; investigation of form steadiness lost by thin-walled structures; use of numerical methods for solving the steadiness problem.

Bannikov Dmytro Olegovych is a Ph.D. (Eng.), an Associate Professor, Head of Building Structures Department in Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after academician V. Lazaryan. His research interests include design of steel thin-walled structures; numerical methods in the theory of structure designing; questions of using the system analysis in the sphere of building constructions.