



ISSN 1814-5566 print

ISSN 1993-3517 online

**МЕТАЛЕВІ КОНСТРУКЦІЇ**  
**МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ КОНСТРУКЦИИ**  
**METAL CONSTRUCTIONS**

N2, ТОМ 16 (2010) 135-145

УДК 624.074:042

(10)-0215-1

## **УТОЧНЕННЯ ОСОБЛИВОСТЕЙ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ МЕМБРАННОГО ПОКРИТТЯ НА КВАДРАТНОМ ПЛАНІ**

**В. П. Мушанов, М. П. Кащенко, Ю. В. Сивоконь**

*Донбаська національна академія будівництва і архітектури,*

*вул. Державіна, 2, м. Макіївка, Україна, 86123.*

*E-mail: Margo143@yandex.ru*

*Отримана 15 квітня 2010; прийнята 23 квітня 2010*

**Анотація.** У статті описано дослідження напружено-деформованого стану мембранної оболонки на квадратному плані за допомогою методу кінцевих елементів в ПК SCAD і наближеній аналітичній методиці розрахунку. Дослідження напружено-деформованого стану проводилося в комплексі оболонка + контур з урахуванням їх спільної роботи. Аналіз напружено-деформованого стану проводився з метою встановлення впливу значущих чинників на величину критичної сили при розрахунках стисло-зігнутого контуру на стійкість. Проведений чисельний експеримент, де аналізувався вплив безрозмірних параметрів на напружено-деформований стан мембранної оболонки і величину "вільної" зони.

**Ключові слова:** мембранне покриття, стисло-зігнутий контур, напружено-деформований стан, стійкість, "вільна" зона.

## **УТОЧНЕНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ НАПРЯЖЕННО- ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МЕМБРАННОГО ПОКРЫТИЯ НА КВАДРАТНОМ ПЛАНЕ**

**В. Ф. Мушанов, М. П. Кащенко, Ю. В. Сивоконь**

*Донбасская национальная академия строительства и архитектуры,*

*ул. Державина, 2, г. Макеевка, Украина, 86123.*

*E-mail: Margo143@yandex.ru*

*Получена 15 апреля 2010; принята 23 апреля 2010*

**Аннотация.** В статье описано исследование напряженно-деформированное состояние мембранной оболочки на квадратном плане с помощью метода конечных элементов в ПК SCAD и приближенной аналитической методике расчета. Исследование напряженно-деформированного состояния проводилось в комплексе оболочка + контур с учетом их совместной работы. Анализ напряженно-деформированного состояния проводился с целью установления влияния значимых факторов на величину критической силы при расчетах сжато-изогнутого контура на устойчивость. Проведен численный эксперимент, где анализировалось влияние безразмерных параметров на напряженно-деформированное состояние мембранной оболочки и величину "свободной" зоны.

**Ключевые слова:** мембранное покрытие, сжато-изогнутый контур, напряженно-деформированное состояние, устойчивость, "свободная" зона.

## CLARIFICATION OF SOME PECULIARITIES OF THE DEFLECTED MODE OF A MEMBRANE COATING ON THE SQUARE DESIGN

V. F. Mushchanov, M. P. Kashchenko, Yu. V. Sivikon'

Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture,

Derzavin str. 2, Makeyevka, Ukraine, 86123.

E-mail: Margo143@yandex.ru

Received 15 April 2010; accepted 23 April 2010

**Abstract.** There is described a deflected mode of a membrane shell structure on the square design with the help of the non-finite elements method in the software program SCAD and in the approximated analytical design technique. The investigation of the deflected mode was carried out in the shell structure + profile complex regarding their integrated operation. Analysis of the deflected mode was done to find out an influence of meaningful factors on the critical force value in designing a compressed-bent profile on stability. There was carried out a numerical experiment to analyze an influence of dimensionless parameters on the deflected mode of a membrane coating and a "free" zone value.

**Keywords:** membrane coating, compressed-bent profile, deflected mode, stability, "free" zone.

### Введение

Планируемое проведение EURO 2012 вызвало строительство в разных городах Украины новых стадионов и спортивных сооружений, на возведение которых требуются большие затраты. Благодаря высоким технико-экономическим показателям листовые металлические конструкции, в том числе мембранные, широко применяют качестве ограждений, подвесных потолков, перекрытий и т. п. Применение легких металлических конструкций позволяет уменьшить массу зданий и сооружений на 10...15%, трудоемкость изготовления конструкций в 1,3...1,5 раза и стоимость на 8...10%.

В качестве объекта исследования была выбрана конструкция мембранных покрытий на квадратном плане с заданной стрелой провиса, предметом исследования послужило напряженно-деформированное состояние мембранной оболочки с учетом совместной работы с контуром.

### Основная часть

Параметры исследуемого мембранного покрытия: размеры полуосей покрытия  $a=b=36$  м, начальная стрела провиса  $f=1,6$  м, толщина мембраны  $t=2$  мм. Начальную форму поверхности покрытия принимаем по формуле

$$z = f_0 \left( 1 - \frac{x^n}{a^n} \right) \left( 1 - \frac{y^n}{b^n} \right), \quad (1)$$

где  $a, b$  — половина сторон прямоугольного плана покрытия;  $f_0$  — начальная стрела провиса в центре покрытия;  $x, y$  — текущие координаты (рис. 1).

Для данного типа покрытия существует приближенная аналитическая методика расчета, которая позволяет вычислить основные параметры напряженно-деформированного состояния покрытия. Напряжения, перемещения и усилия в элементах мембранного покрытия с учетом податливости опорного контура и относительно начальной стрелы провиса вычислялись по формулам [5].

Прогиб в центре мембраны

$$w_0 = a_1 \sqrt[3]{qa^4 / (Et)}. \quad (2)$$

Максимальные нормальные напряжения в мембране

$$\sigma_{\max} = \gamma_1 \sqrt[3]{q^2 a^2 E / t^2}. \quad (3)$$

Максимальные изгибающие моменты в опорном контуре в горизонтальной плоскости: в середине стороны

$$M_{1x} = \beta_1 (EI)_k \sqrt[3]{q^2 / (E^2 t^2 a)}, \quad (4)$$

в углах

$$M_{2x} = \beta_2(EI)_k \sqrt[3]{q^2 / (E^2 t^2 a)}. \quad (5)$$

Усилия сжатия в опорном контуре:  
в середине стороны

$$N_{1k} = \beta_3(EA)_k \sqrt[3]{\left(\frac{qa}{Et}\right)^2}, \quad (6)$$

в углах

$$N_{2k} = \beta_4(EA)_k \sqrt[3]{\left(\frac{qa}{Et}\right)^2}. \quad (7)$$

Максимальное перемещение середины опорного контура в горизонтальной плоскости

$$u_k = \alpha_3 a \sqrt[3]{\left(\frac{qa}{Et}\right)^2}. \quad (8)$$

Приближенная аналитическая методика расчета дает не полную картину НДС рассматриваемого покрытия, поэтому для данных исследований был применен МКЭ, реализованный ПК SCAD. Была составлена расчетная схема с первоначальной разбивкой мембраны 6x6 м, которая соответствует размерам сетки элементов постели 6x6 м. Для сравнения были прочитаны схемы разбивкой 3x3 и 1,5x1,5 м. Как видно из таблицы 1, наибольшую точность дает разбивка 1,5x1,5 м.

Таблица 1. Обоснование расчетной модели.

Параметры НДС	Разбиение мембраны сеткой (м)				
	6x6	3x3	3x3 и 6x6	1.5x1.5	1.5x1.5 и 3x3
$w_0 =$	1.3069	1.4041	7%	1.4317	2%
$S_{max} =$	857.1034	1288.43	33%	1684.53	24%
$M_{1x} =$	130.8150	453.08	71%	711.57	36%
$M_{2x} =$	134.2520	390.88	66%	721.87	46%
$N_{1k} =$	8305.5050	8127.11	2%	7974.99	2%
$N_{2k} =$	583.0530	2035.40	71%	2505.21	19%
$Q_{kb} =$	146.0000	154.71	6%	590.71	74%
$u_k =$	0.1115	0.1219	9%	0.1265	4%

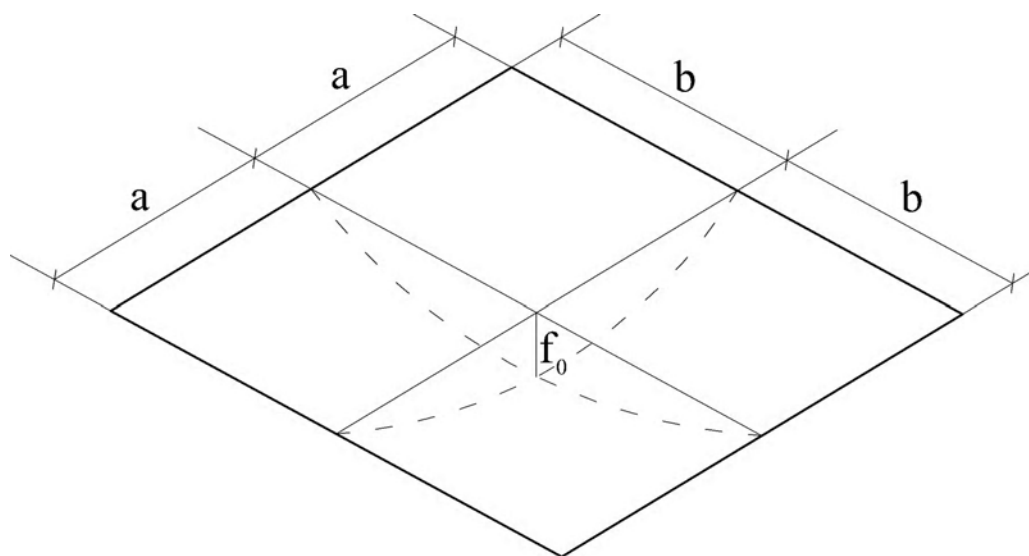


Рис. 1. Геометрические характеристики провисающего мембранного покрытия на квадратном плане.

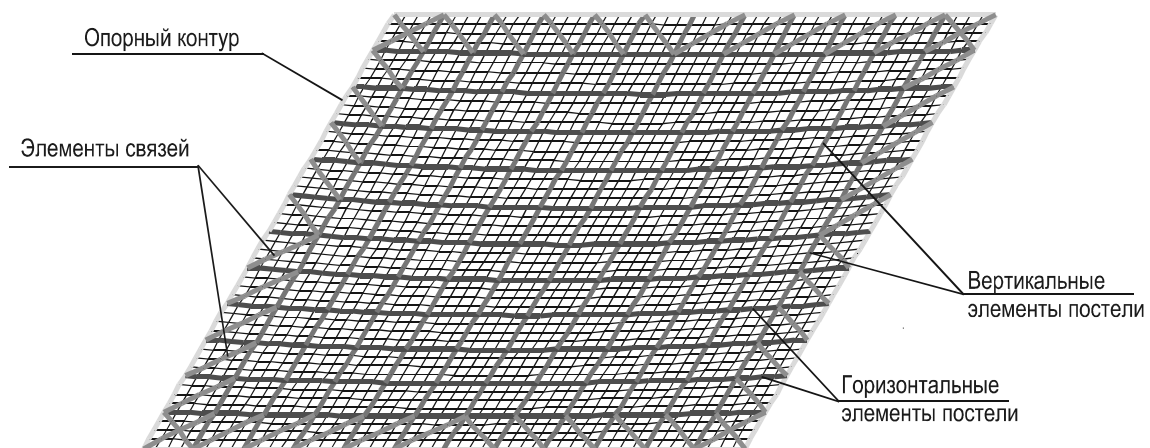


Рис. 2. Расчетная схема.

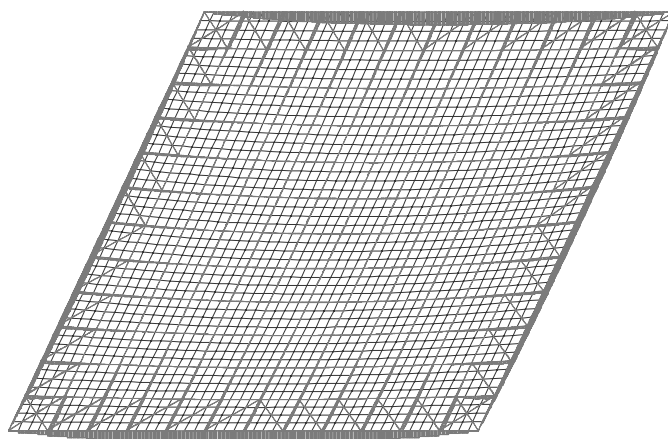


Рис. 3. Эпюра сжимающих напряжений в опорном контуре мембранного покрытия.

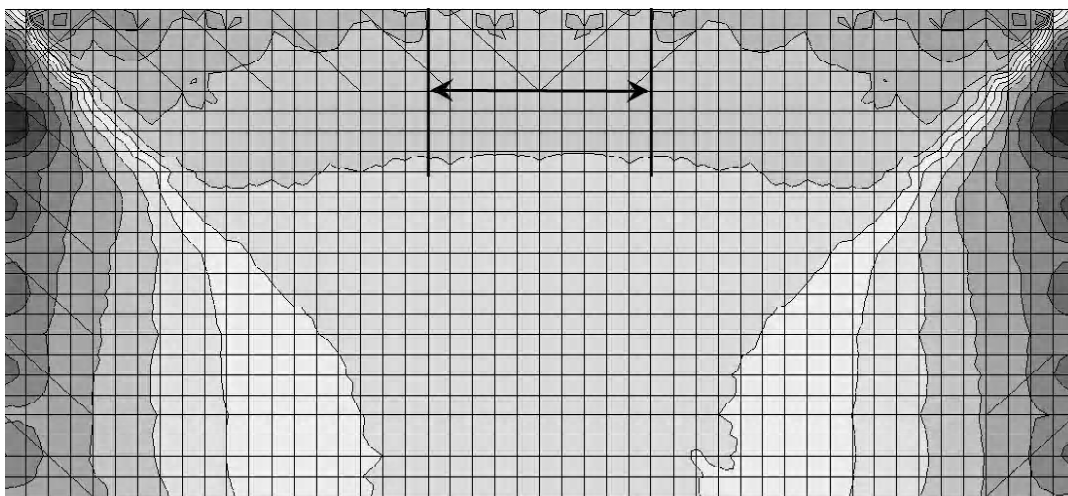


Рис. 4. К определению "свободной" длины опорного контура.

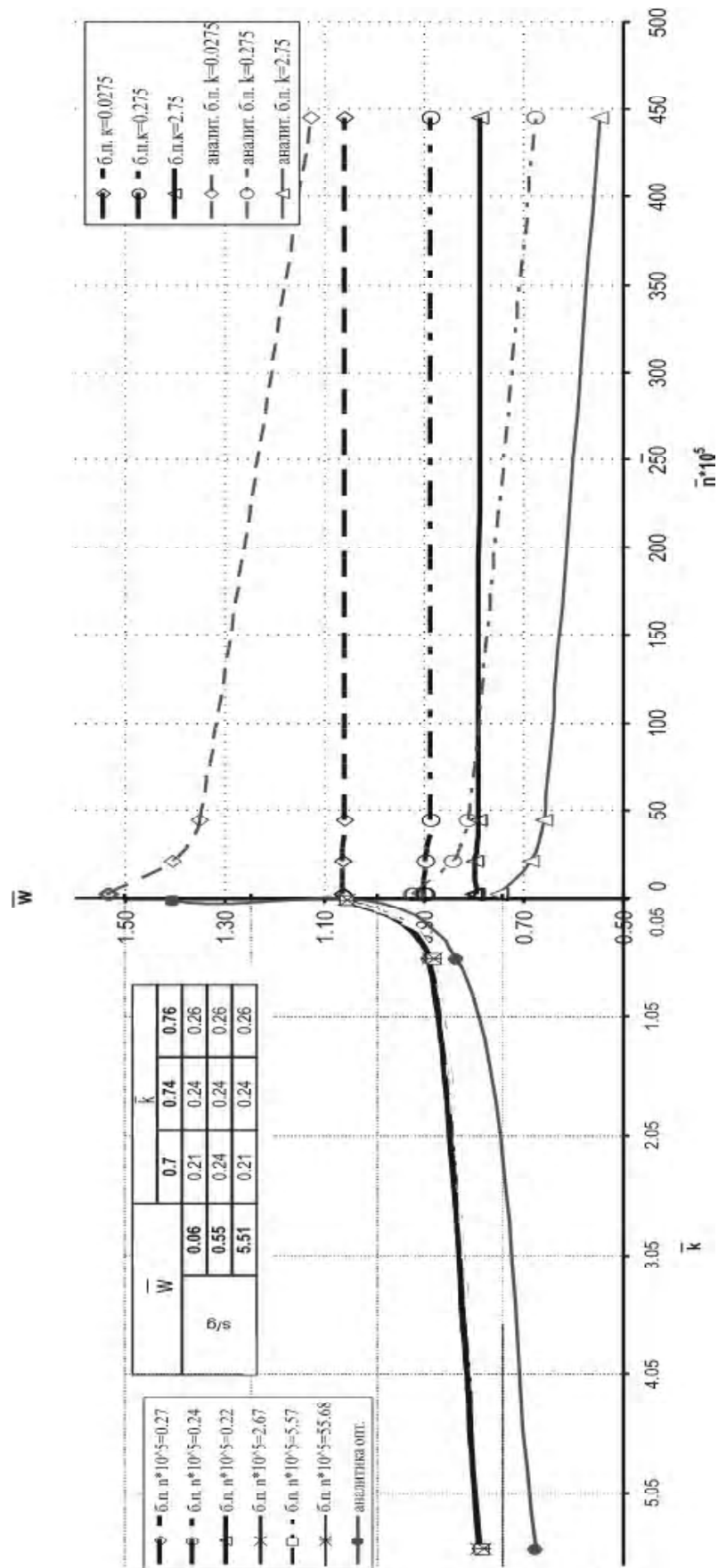


Рис. 5. Зависимость б. п. максимальных перемещений  $\bar{w}$  от б.п. относительной изгибной жесткости  $\bar{n}$  и б.п. относительной продольной жесткости  $\bar{k}$  для отношения снеговой к постоянной нагрузке  $s/g=0,735$ .

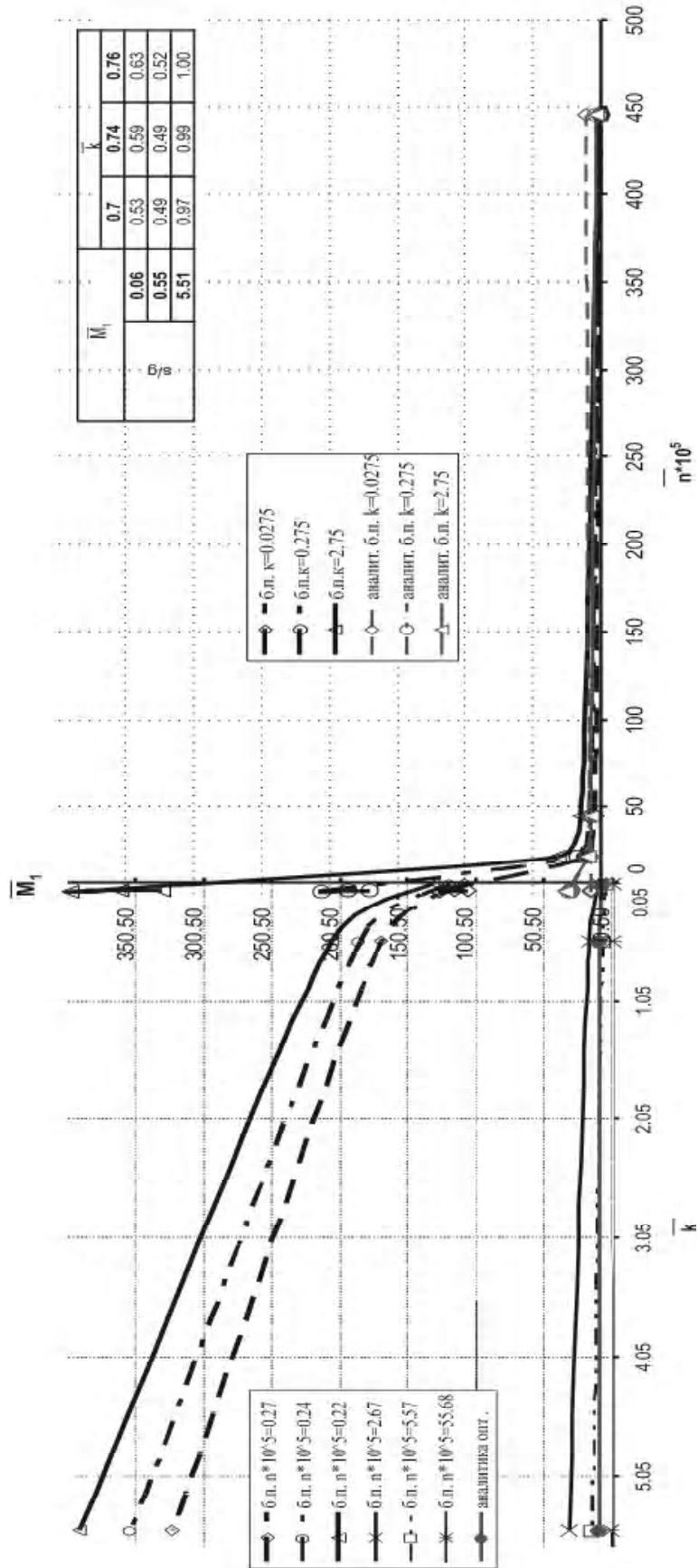


Рис. 6. Зависимость б. п. максимальных изгибающих моментов в угловой зоне опорного контура  $M_1$  от б. п. относительной изгибной жесткости  $n$  и б. п. относительной продольной жесткости  $k$  для отношения снеговой к постоянной нагрузке  $s/g=0,735$ .

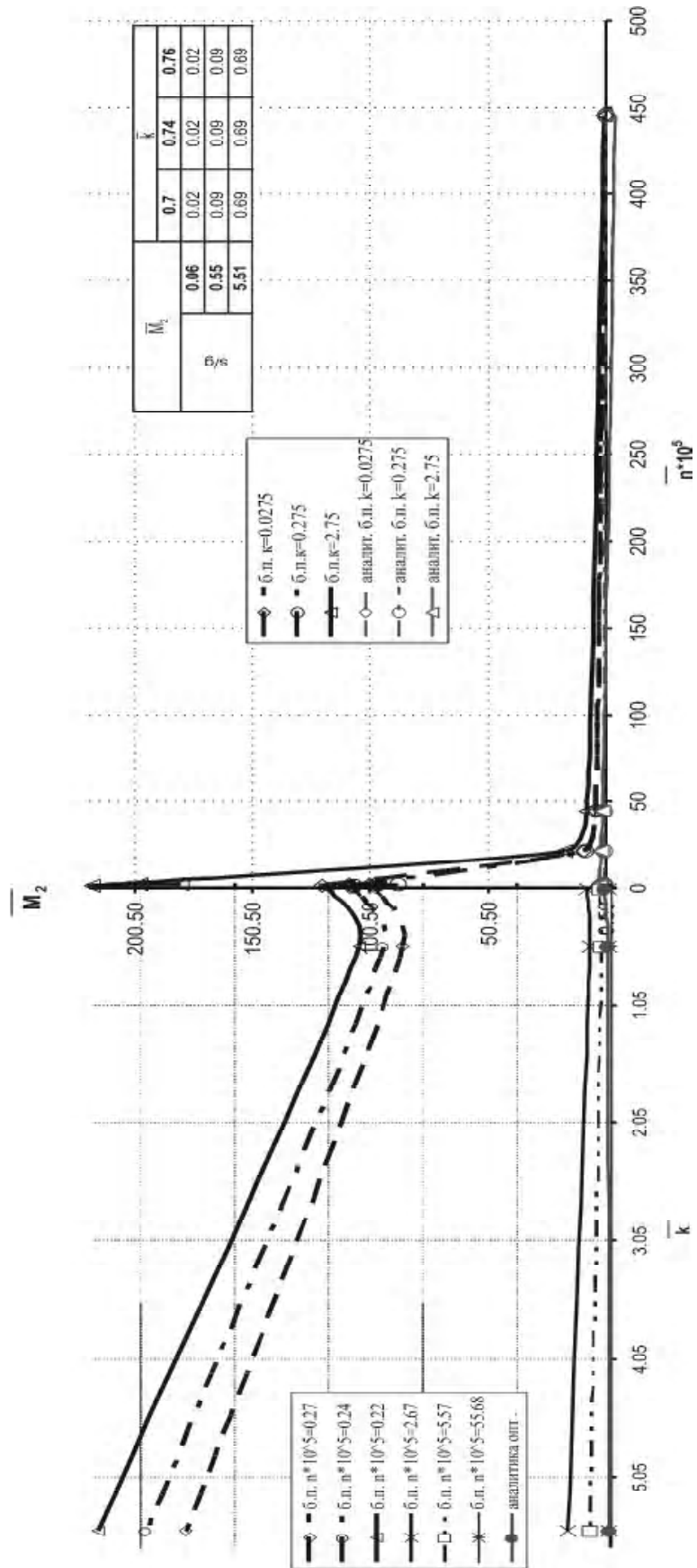


Рис. 7. Зависимость б. п. максимальных изгибающих моментов в середине стороны опорного контура  $\bar{M}_2$  от б.п. относительной изгибной жесткости  $\bar{n}$  и б.п. относительной продольной жесткости  $\bar{k}$  для отношения снеговой к постоянной нагрузке  $s/g=0,735$ .

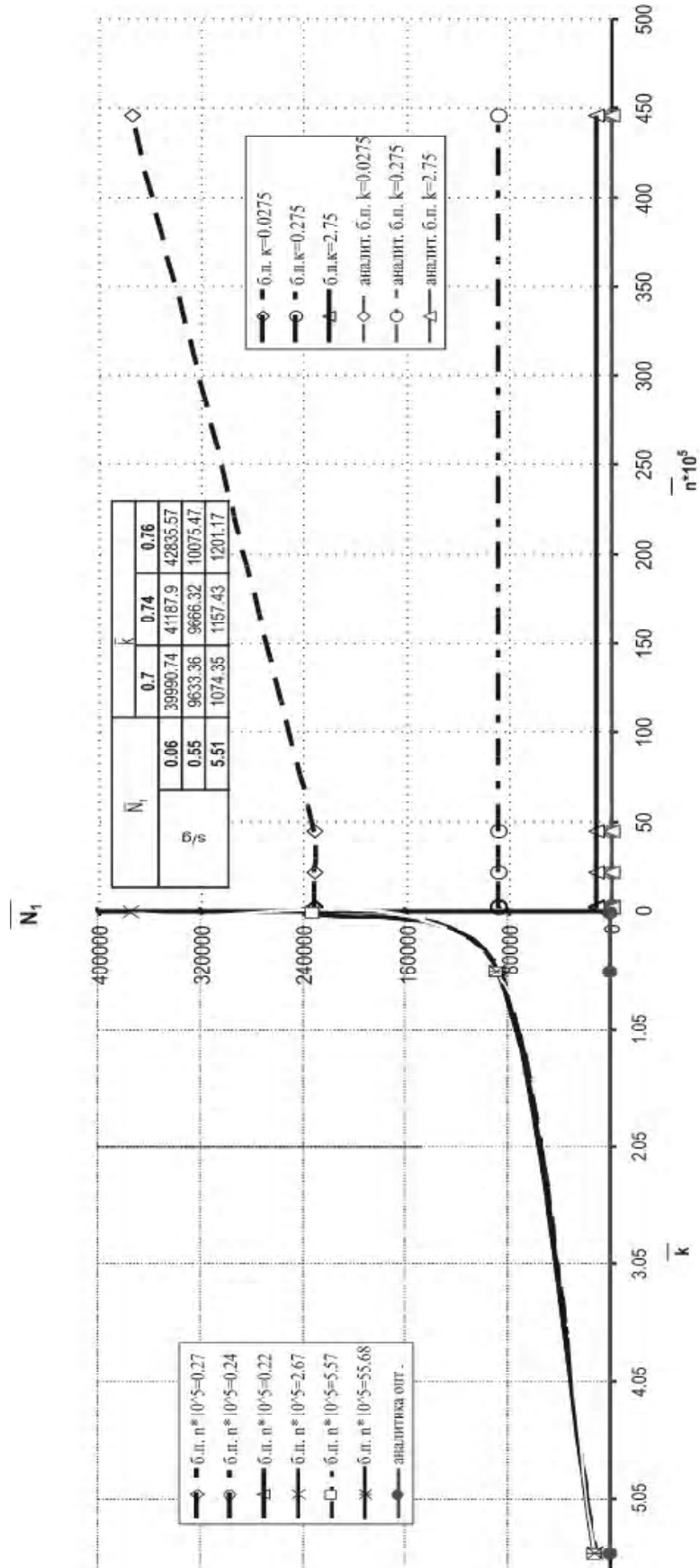


Рис. 8. Зависимость б. п. продольной силы в угловой зоне опорного контура  $\bar{N}_1$  от б.п. относительной изгибной жесткости  $\bar{n}$  и б.п. относительной продольной жесткости  $\bar{k}$  для отношения снеговой к постоянной нагрузке  $s/g=0.735$ .



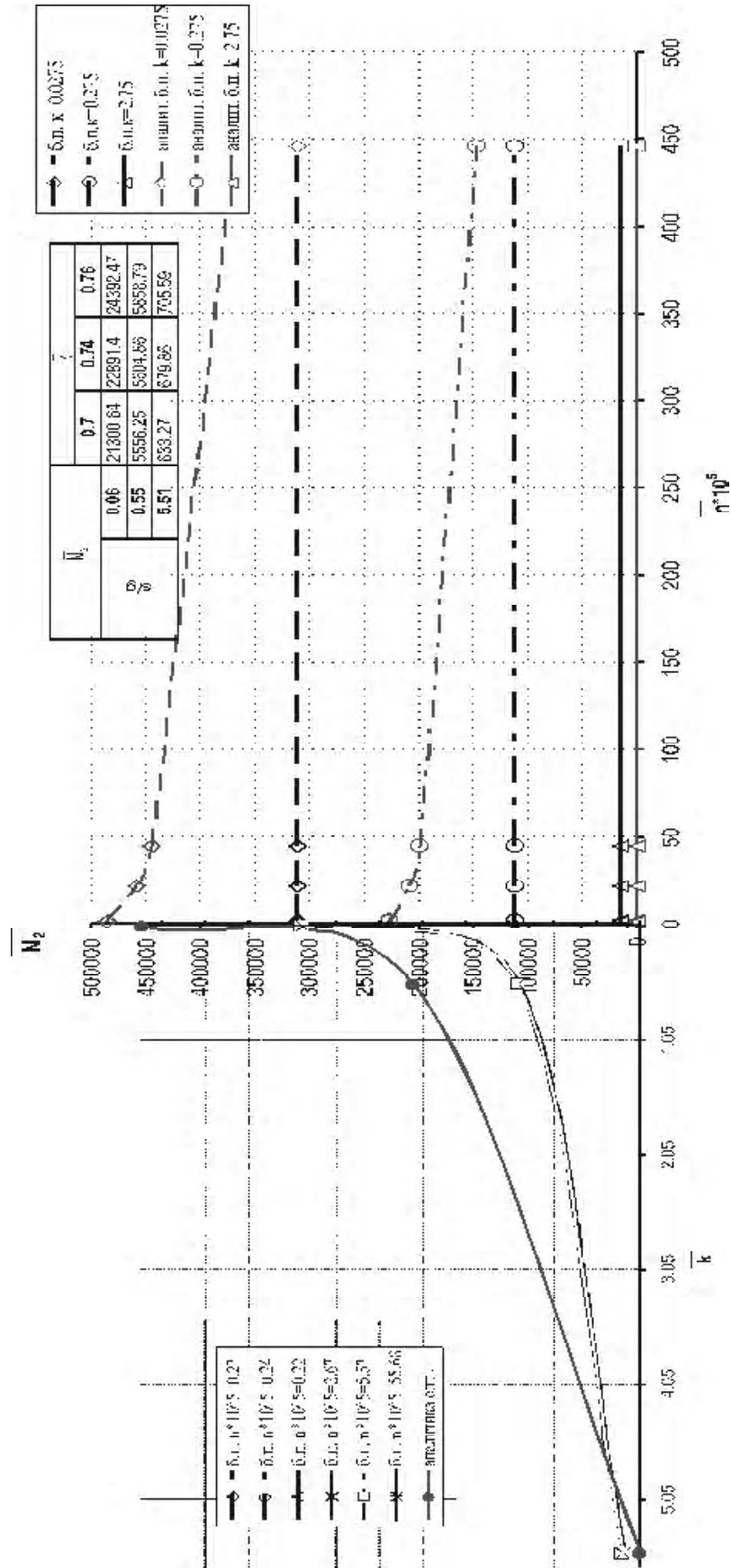


Рис. 9. Зависимость б. п. продольной силы в середине стороны опорного контура  $\bar{N}_2$  от б.п. относительной изгибной жесткости  $\bar{k}$  и б.п. относительной продольной жесткости  $\bar{k}$  для отношения снеговой к постоянной нагрузке  $s/g=0.735$ .

На рис. 2 представлена расчетная схема мембранного покрытия на квадратном плане.

### Результаты численного эксперимента

На рисунках 3-7 приведены результаты численного эксперимента в сравнении с аналитической методикой П.Г. Еремеева [5]. Приведены графики изменения безразмерных параметров максимальных перемещений  $\bar{w}$ , максимальных изгибающих моментов в угловой зоне  $\bar{M}_1$  и середине стороны опорного контура  $\bar{M}_2$ , продольной силы в угловой зоне  $\bar{N}_1$  и середине стороны опорного контура  $\bar{N}_2$  от безразмерных параметров изгибной жесткости  $\bar{n}$  и относительной продольной жесткости  $\bar{k}$  для отношения снеговой к постоянной нагрузке  $s/g=0,735$ .

*Примечание:* при промежуточных значениях безразмерного параметра  $\bar{k}$  значения безразмерных параметров  $\bar{w}$ ,  $\bar{M}_1$ ,  $\bar{M}_2$ ,  $\bar{N}_1$ ,  $\bar{N}_2$  допускается определять интерполяцией величин графика.

Сформированная расчетная схема для анализа напряженно-деформированного состояния мембранного покрытия на квадратном плане используется для решения второй задачи установления влияния значимых факторов на величину критической силы  $N_{кр}$  в расчетах сжато-изогнутого контура на устойчивость.

В дальнейшей работе планируется уточнение методики Гольденберга Л.И. [4] для расчета устойчивости опорного контура, который, как видно на рисунке 8, сжато-изогнут. Одним из исследуемых параметров является зона потери устойчивости опорного контура.

Все мембранные элементы находятся в двухосном напряженном состоянии, когда в приопорной зоне действуют по одной оси растягивающие, а по другой сжимающие напряжения. На рисунке 4 показана зона, в которой растягивающие напряжения сравнительно невелики по сравнению со сжимающими напряжениями, действующими в этих элементах. Такой вид напряженно-деформированного состояния мембранной оболочки в приконтурной зоне не обеспечивает поддерживающего влияния мембраны по отношению к сжато-изогнутому опорному контуру (как это было бы для случая мембраны, растянутой в двух направлениях). По-

этому установление размеров таких зон в зависимости от значимых факторов и будут определять параметр "свободной" длины опорного контура  $a$ , не испытывающего подкрепляющего эффекта "упругого основания" со стороны мембраны.

### Вывод

При учете вышеуказанных факторов удовлетворительное совпадение используемой методики расчета и проектирования [5] и результатов проведенных численных исследований наблюдается:

- для относительного параметра максимальных вертикальных перемещений по обоим результатам расчета при значениях безразмерных параметров  $\bar{k} \leq 0,5$ ,  $\bar{n} \leq 25 \cdot 10^{-5}$ ;
- для относительных параметров максимальных изгибающих моментов в угловой и средней зоне опорного контура ( $\bar{M}_1$  и  $\bar{M}_2$ ) соответственно  $\bar{k} \leq 0,5$  и  $\bar{n} \leq 25 \cdot 10^{-5}$ ;
- для относительных параметров максимальных сжимающих продольных усилий в угловой и средней зоне опорного контура ( $\bar{N}_1$  и  $\bar{N}_2$ ) соответственно при  $\bar{k} \geq 5,05$  и  $\bar{n} \leq 25 \cdot 10^{-5}$ .

### Литература

1. Андреева Г.Н. Гольденберг Л.И. Демьгина С.Н. и др. Мембранные конструкции зданий и сооружений под общей редакцией В.И. Трофимова и П.Г. Еремеева: Справочное пособие в 2-х частях — Москва: Стройиздат, 1990. — 128 с.
2. Беленя Е.И. Балдин В.А. Ведеников Г.С. и др. Металлические конструкции: Учебник для вузов — Москва: Стройиздат, 1986. — 156 с.
3. Бурьгин С.В. Гавриленко И.С. Зеливянский Е.Б. и др. Программный комплекс Structure CAD для Windows. Общее описание.: — Киев: SCAD Group, 1997. — 213 с.
4. Гольденберг Л.И., Учитель З.Е. Напряженно-деформированное и предельное состояние гибкого контура металлической мембраны с начальным прогибом (экспериментально-теоретическое исследование) / Пространственные конструкции зданий и сооружений. — М., Стройиздат 1991. — Вып.6. — С. 116-135.
5. Мембранные конструкции зданий и сооружений: Справ. Пособие: В 2 ч.: Ч 1 / Под ред. В.И. Трофимова и П.Г. Еремеева; ЦНИИ строительных конструкций им. В.А. Кучеренко. — М.: Стройиздат, 1990. — 248 с.

6. СНиП II-23-81\*. Стальные конструкции / Госстрой СССР. — М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1991. — 96с.
7. Зенкевич "Метод конечного элемента в технике".—М., Мир, 1973.
8. Карпиловский В.С. Криксунов Э.З. Перельмутер А.В. И др. SCAD для пользователя: — Киев: ВВП "Компас". — 2000. —332 с.
9. Лаевский Ю. М. Метод конечных элементов (основы теории, задачи) /Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск. — 1999.
10. Митчелл Э., Уэйт Р. Метод конечных элементов для уравнений с частными производными: Пер. с англ. — М.: Мир, 1981.
11. Стренг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов: Пер. с англ. — М.: Мир, 1977.
12. Первоначально плоские мембранные покрытия на прямоугольном плане для производственных зданий: технические решения. Шифр 2241-10. Выпуск 1. Покрытие пролетом 42х42 м и 72х72 м для реконструируемых зданий. Госстрой СССР, Ленинградский промстройпроект. Ленинград 1984 г.

**Мушчанов Володимир Пилипович** — д.т.н., професор, працює завідувачем кафедри "Теоретична і прикладна механіка", проректором з наукової роботи Донбаської національної академії будівництва і архітектури. Член міжнародної організації "Інститут цивільних інженерів" та міжнародної асоціації "Просторові конструкції", аудитор системи сертифікації УкрСЕПРО. Академік Академії будівництва України. Наукові інтереси: теорія надійності, розрахунок, проектування та технічна діагностика просторових металевих конструкцій.

**Кащенко Маргарита Павлівна** — старший лаборант і магістрант кафедри "Теоретична і прикладна механіка" Донбаської національної академії будівництва і архітектури. Наукові інтереси: аналіз напружено-деформованого стану мембранного покриття на прямокутному плані і забезпечення стійкості опорного контуру з урахуванням спільної роботи з мембраною.

**Сивоконь Юлія Володимирівна** — к.т.н., доцент кафедри "Теоретична і прикладна механіка" Донбаської національної академії будівництва і архітектури. Наукові інтереси: проектування і дослідження напружено-деформованого стану мембранних оболонок.

**Мушчанов Владимир Филиппович** — д.т.н., профессор, работает заведующим кафедрой "Теоретическая и прикладная механика", проректор по научной работе Донбасской национальной академии строительства и архитектуры. Член международной организации "Институт гражданских инженеров" и международной организации "Пространственные конструкции", аудитор системы сертификации УкрСЕПРО. Академик Академии строительства Украины. Научные интересы: теория надежности, расчет, проектирование и техническая диагностика пространственных металлических конструкций.

**Кащенко Маргарита Павловна** — старший лаборант и магистрант кафедры "Теоретическая и прикладная механика" Донбасской национальной академии строительства и архитектуры. Научные интересы: анализ напряженно-деформированного состояния мембранного покрытия на прямоугольном плане и обеспечение устойчивости опорного контура с учетом совместной работы с мембраной.

**Сивоконь Юлия Владимировна** — к.т.н., доцент кафедры "Теоретическая и прикладная механика" Донбасской национальной академии строительства и архитектуры. Научные интересы: проектирование и исследование напряженно-деформированного состояния мембранных оболочек.

**Mushchanov Vladimir Filippovich** — Dr. Sc. (Eng.), professor, Head of the Department "Theoretical and Applied Mechanics", pro-rector in scientific work of the Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. A member of the International Organization "Institute of Civil Engineers" and the International Organization "Spatial Structures", an auditor of the certification system UkrSEPRO. Academician of the Civil Engineering Academy of Ukraine. Scientific interests: theory of reliability, design, designing and technical diagnostics of spatial metal structures.

**Kashchenko Margarita Pavlovna** — a senior laboratory assistant and an undergraduate of the Department "Theoretical and Applied Mechanics" of the Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. Scientific interests: analysis of a deflected mode of a membrane coating on the right-angular design and protection of stability of a support contour together with the membrane operation.

**Sivikon' Yuliya Vladimirovna** — Ph.D. (Eng.), an associate professor undergraduate of the Department "Theoretical and Applied Mechanics" of the Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. Scientific interests: design and investigation of a deflected mode of membrane coatings.