

ISSN 1814-5566 print ISSN 1993-3517 online МЕТАЛЕВІ КОНСТРУКЦІЇ МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ КОНСТРУКЦИИ МЕТАL CONSTRUCTIONS

> N3, ТОМ 16 (2010) 179-188 УДК 624.074:042 + 624.046.3

(10)-0219-1

# ВИЗНАЧЕННЯ ДІЛЯНКИ «ВІЛЬНОЇ» ДОВЖИНИ ОПОРНОГО КОНТУРУ МЕМБРАННОГО ПОКРИТТЯ НА КВАДРАТНОМУ ПЛАНІ

В. Ф. Мущанов, М. П. Кащенко, Ю. В. Сивоконь

Донбаська національна академія будівництва і архітектури, вул. Державіна, 2, м. Макіївка, Україна, 86123. E-mail: Margo143@yandex.ru Отримана 8 липня 2010; прийнята 27 серпня 2010.

Анотація. Основним питанням, що розробляється в статті, є вдосконалення методики визначення ділянки «свободної» довжини стисло-зігнутого опорного контура в порівнянні з відомими раніше підходами. Результати обчислень за пропонованою методикою можуть надалі бути використані при оцінці здатності несучого елементу при розрахунках за першою групою граничних станів замість існуючих громіздких і незручних формул для обчислення критичної сили в існуючих методиках.

**Ключові слова:** мембранне покриття, стисло-зігнутий контур, напружено-деформований стан, стійкість, «свободна» довжина.

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ УЧАСТКА «СВОБОДНОЙ» ДЛИНЫ ОПОРНОГО КОНТУРА МЕМБРАННОГО ПОКРЫТИЯ НА КВАДРАТОМ ПЛАНЕ

В. П. Мущанов, М. П. Кащенко, Ю. В. Сивоконь

Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ул. Державина, 2, г. Макеевка, Украина, 86123. E-mail: Margo143@yandex.ru

Получена 8 июля 2010; принята 27 августа 2010.

Аннотация. Основным вопросом, разрабатываемым в статье, является совершенствование методики определения участка «свободной» длины сжато-изогнутого опорного контура по сравнению с известными ранее подходами. Результаты вычислений по предлагаемой методике могут в дальнейшем быть использованы при оценке несущей способности элемента при расчетах по первой группе предельных состояний вместо существующих громоздких и неудобных формул для вычисления критической силы в существующих методиках.

**Ключевые слова:** мембранное покрытие, сжато-изогнутый контур, напряженно-деформированное состояние, устойчивость, «свободная» длина.

## DETERMINATION OF «FREE» LENGTH SECTION OF SHELL SUPPORTING OUTLINE ON SQUARE LAYOUT

Volodymyr P. Mushchanov, Margarita P. Kashchenko, Yulia V. Syvokon

Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture, 2, Derzhavin Str., Makiivka, Ukraine, 86123. E-mail: Margo143@yandex.ru

Received 8 July 2010; accepted 27 August 2010.

**Abstract.** The principle problem considered in the paper is imperfection of the determination technique of «free» length of the compressed and curved supporting contour in comparison with the previous known approaches. The outcomes of the design by recommended technique can be furthermore used at estimation of bearing capacity of a element during the design by the first group of the limiting states instead of the existing awkward and inconvenient formulas to determine the critical load in available techniques.

Keywords: shell, compressed and curved contour, stressed and strained state, stability, «free» length.

#### Введение

В мембранных оболочках покрытий удачно совмещены несущие и ограждающие функции, позволяющие эффективно использовать материал конструкции. Такие конструкции выделяются необычностью форм, архитектурной выразительностью, в них удачно совмещены несущие и ограждающие функции.

Для мембранной конструкции оболочки на квадратном плане рассматривалось поведение опорного контура мембранного покрытия, опирающегося в вертикальной плоскости на сплошное основание, а в горизонтальной плоскости, подкрепленного по всей длине мембранной оболочкой.

К сожалению, в современных нормативных документах [3] вопросы нормирования предельной гибкости такого рода конструкций не освещены. На указанном моменте не стоило бы заострять внимание, если бы сжато-изогнутый опорный контур подкреплялся по всей длине растянутой мембраной, препятствующей потере устойчивости в плоскости мембраны. Однако, учитывая, что в приопорной зоне мембраны для различных планов и схем загружения возникают участки с ярко выраженными сжимающими напряжениями, при которых тонколистовая мембрана может потерять устойчивость и, естественно, не сможет реализовывать подкрепляющую функцию, вопрос нормирования предельной гибкости сжато-изогнутого контура в

пределах «свободных» длин таких участков является актуальным и необходимым [5, 6].

Для решения указанной задачи в известной работе [2] опорный контур рассматривался как балка на упругом основании, присоединенной к тонколистовой мембране.

#### Основная часть

Анализ работы замкнутого опорного контура мембранного покрытия на квадратном плане.

Как было сказано выше, одним из наиболее известных подходов, применяемых к решению данного вопроса, является подход, излагаемый в работах [2], где в качестве определяющей гипотезы используется модель балки на упругом основании, в которой анализируется поведение «балки» — сжато-изогнутого опорного контура, - и упругого основания, создаваемого прикрепленной по всей длине мембранной оболочкой. Наличие участков мембраны со сжимающими напряжениями сводит на нет эффект ее подкрепляющего воздействия, в связи с чем появляются участки «свободной» длины опорного контура, для которых возможна потеря устойчивости в плоскости мембранного покрытия. В анализируемой методике расчета на устойчивость авторами параметр «свободной» длины предлагается определять в пределах 0,50...0,46 его длины в независимости от геометрических и жесткостных параметров сооружения (см. рис. 1).

При таких изначальных условиях значение осевой критической силы в контуре предлагается авторами [2] определять по формулам

$$N_{\kappa p} = (-0,0283w^2 / f_k + 0,126Ca / f_k + 0,00942\Delta a / f_k)E_0t + \pi^2 E_k I / a^2,$$
(1)

$$N_{\kappa p} = \left[\alpha (0,194+0,423n+5,08k+3,78kn) - (0,15+1,12kn)\right]$$

$$+0,342n+4,44k+6kn] \cdot \frac{w^2}{f_k} tE_0 / T + \pi^2 E_k I / a^2, \quad (2)$$

где w — прогиб мембраны;  $f_k$  — прогиб контурного ребра по горизонтали; С,  $\Delta$ , T — величины, зависящие от размеров, прогиба мембраны, продольной и изгибной жесткости опорного контура; a — половина стороны мембраны; t — толщина мембраны;  $E_kI$  — изгибная жесткость опорного контура;  $E_0 = E/(1-\mu^2)$ , где E — модуль упругости,  $\mu$  — коэффициент Пуассона;  $\alpha = (a_B/a)^2$  — коэффициент, где  $a_B$  — половина расстояния между концами вутов, n, k — жесткостные характеристики.

Для уточненного решения указанной задачи рассмотрим мембранное покрытие с размерами полуосей a = b = 36 м, начальной стрелой провиса f = 1,6 м и толщиной мембраны t = 2 мм. Начальную форму поверхности покрытия принимаем по формуле

$$z = f_0 \left( 1 - \frac{x^n}{a^n} \right) \left( 1 - \frac{y^n}{b^n} \right), \tag{3}$$

где a, b — половина сторон прямоугольного плана покрытия;  $f_o$  — начальная стрела провиса в центре покрытия; x, y — текущие координаты (рис. 2).

Особенностью проводимого исследования является также изучение конструктивной формы мембранного покрытия не в упрощенной постановке (опорный контур + мембрана), а в полной мере соответствующего правилам конструирования (наличие связей по постели покрытия, самой постели, угловых вутов и т. д.). На рис. 3 представлена расчетная схема мембранного покрытия



**Рисунок 1.** Экспериментальная картина напряженного состояния мембраны в приконтурной зоне: а) и расчетная схема; б) контурного ребра (пунктирными линиями показаны экспериментальные траектории главных растягивающих напряжений).

В. П. Мущанов, М. П. Кащенко, Ю. В. Сивоконь

на квадратном плане с цветовым выделением жесткостных характеристик элементов [5].

С целью обоснования корректности расчетной схемы было выполнено сравнение результатов конечно-элементного расчета [1] при различных схемах сгущения сетки ( $6 \times 6$  м,  $3 \times 3$  м,  $1,5 \times 1,5$  м). Результаты такого предварительного исследования приведены в таблице 1, и по их данным для анализа принята сетка с разбиением стороны на 48 равных отрезков длиной 1,5 м.

Для обработки результатов численного эксперимента используется общепринятая система безразмерных параметров:

- «свободной» длины опорного контура



**Рисунок 2.** Геометрические характеристики провисающего мембранного покрытия на квадратном плане.

$$\bar{a} = \frac{a}{L},\tag{4}$$

где *а* — «свободная» длина, *L* — длина опорного контура.

— жесткостных характеристик

$$\overline{n} = \frac{(EI)_k}{Et^* a^3}, \ \overline{k} = \frac{(EF)_k}{Et^* a},$$
(5)

где  $(EI)_k$  и  $(EF)_k$  – изгибная и продольная жесткость контура; E – модуль упругости материала оболочки,  $(t^*)$  – приведенная толщина мембраны; a – половина пролета покрытия.

Для расчета напряженно-деформированного состояния конструкции и последующего анализа влияния значимых факторов расчета на параметр «свободной» длины опорного контура использовался метод конечных элементов, реализованный в виде универсального вычислительного комплекса SCAD. В зоне примыкания мембранной оболочки к опорному контуру возникает двухосное напряженное состояние: в направлении оси у на рисунке возникают сжимающие напряжения, а в перпендикулярном ей направлении (вдоль оси х) возникают растягивающие напряжения. В средней зоне опорного контура имеются участки с незначительными растягивающими напряжениями по сравнению со сжимающими, что приводит к тому, что мембрана на этих участках не оказывает поддерживающего влияния на опорный контур, который



Рисунок 3. Расчетная схема мембранного покрытия на квадратном плане с цветовым выделением жесткостных характеристик элементов.

### 182

подвержен на них потере устойчивости в горизонтальной плоскости. На основании этого, в интерактивном режиме исследовались участки со сжимающими и незначительными растягивающими (не более 50 % от номинальной величины) напряжениями. На рисунке 4 показаны изополя растягивающих нормальных напряжений  $\sigma_{x}$ , а на рисунках 5 — изополя сжимающих нормальных напряжений на половине мембранного покрытия с указанием «свободной» длины опорного контура.

Для более тщательного исследования влияния значимых факторов на величину параметра «свободной» длины выполнен численный эксперимент с более обширным по сравнению с [5] варьированием этих факторов с матрицей планирования эксперимента, приведенной в таблице 2.

В таблице 3 приведены значения флагов варьируемых параметров, используемых в матрице планирования эксперимента.

На рисунках 6—9 показаны уточненные объемные графики зависимости безразмерных параметров изгибающих моментов в середине опорного контура в плоскости мембраны, сжимающих усилий в середине опорного контура и безразмерного параметра *a*.

На их основе средствами MathCAD проведена двумерная сплайн-интерполяция полученных табличных данных, с помощью которой легко получить в MathCAD при необходимости значения безразмерного параметра «свободной» длины при промежуточных значениях безразмерных параметров  $\overline{n}$  и  $\overline{k}$ .

## Выводы

- 1. Проведенные исследования по уточнению значения параметра «свободной» длины  $\overline{a}$  по сравнению с [5, 6] позволяют сделать выводы об ограниченном характере применимости рекомендаций по его назначению в рамках методики [4], при значениях  $\overline{k} = 2,75$  и  $\overline{n} \in (45 \cdot 10^{-5}; 120 \cdot 10^{-5})$ .
- 2. В результате выполненных исследований предложены зависимости, которые позволяют более четко назначить параметр «свободной» длины при отличных от вышеуказанного диапазона значениях безразмерных параметров  $\overline{n}$  и  $\overline{k}$ .
- 3. Уточнение значений параметра «свободной» длины позволяет во многих случаях снизить ее значения в среднем до 25 %, а при определенном сочетании значимых параметров — до 50 %. При этом зафиксированные значения *а* могут быть определяющим фактором в расчетах устойчивости сжато-изогнутого контура.
- 4. С помощью двумерной сплайн-интерполяции легко получить при необходимости значения безразмерного параметра «свободной» длины *a* в зависимости от безразмерных параметров *n* и *k*.
- 5. Из полученных графиков видно, что безразмерный параметр «свободной» длины  $\bar{a}$  зависит в большей степени от безразмерного параметра  $\bar{k}$  (продольной жесткости) и мало зависит от безразмерного параметра  $\bar{n}$  (изгибной жесткости).

	Разбиение мембраны сеткой (м)						
Параметры НДС	6×6	3×3	3×3 и 6×6	1,5×1,5	1,5×1,5 и 3×3		
$w_0 =$	1,3069	1,4041	7 %	1,4317	2 %		
s <sub>max</sub> =	857,1034	1288,4300	33 %	1684,5300	24 %		
$M_{1x} =$	130,8150	453,0800	71 %	711,5700	36 %		
$M_{2x}=$	134,2520	390,8800	66 %	721,8700	46 %		
$N_{1k}=$	8305,5050	8127,1100	2 %	7974,9900	2 %		
N <sub>2k</sub> =	583,0530	2035,4000	71 %	2505,2100	19 %		
Q <sub>kb</sub> =	146,0000	154,7100	6 %	590,7100	74 %		
$u_k =$	0,1115	0,1219	9%	0.1265	4 %		

Таблица 1. Обоснование расчетной модели.

№ экспериме нта	Изгибная жесткость ЕІ	Продоль- ная жесткость ЕА	Нагрузка «снег+кров ля» q	№ экспериме нта	Изгибная жесткость ЕІ	Продоль- ная жесткость ЕА	Нагрузка «снег+кров ля» q
21	0	0	1	32	4	3	1
22	1	0	1	33	5	3	1
23	2	0	1	34	6	3	1
24	3	0	1	77	0	4	1
25	4	0	1	78	1	4	1
26	5	0	1	79	2	4	1
27	6	0	1	80	3	4	1
63	0	1	1	81	4	4	1
64	1	1	1	82	5	4	1
65	2	1	1	83	6	4	1
66	3	1	1	84	0	5	1
67	4	1	1	85	1	5	1
68	5	1	1	86	2	5	1
69	6	1	1	87	3	5	1
70	0	2	1	88	4	5	1
71	1	2	1	89	5	5	1
72	2	2	1	90	6	5	1
73	3	2	1	35	0	6	1
74	4	2	1	36	1	6	1
75	5	2	1	37	2	6	1
76	6	2	1	38	3	6	1
28	0	3	1	39	4	6	1
29	1	3	1	40	5	6	1
30	2	3	1	41	6	6	1
31	3	3	1		•	•	•

Таблица 2. Матрица планирования эксперимента.

Таблица 3. Флаги варьируемых параметров.

	Изгибная жесткость		Прод	ольная	Нагрузка q (Т	
Флаг	$EI(\kappa H^* M^2)$		жесткос	ть ЕА (кН)	лет)/ кН/м²	
0	$EI_{opt}/10=$	580062	$EA_{opt}/10=$	1152776	20	1.785
1	сред. 1=	530309.4	сред. 1=	4284388		
2	EI <sub>min</sub> =	480556.8	EA <sub>min</sub> =	7416000		
3	EI <sub>opt</sub> =	5800620	EA <sub>opt</sub> =	11527760	50	2.04
4	EI <sub>max</sub> =	12081796.8	EA <sub>max</sub> =	15812148		
5	сред. 2=	120817968	сред. 2=	65544874		
6	8	5800620	EA <sub>opt</sub> *10=	115277600	100	2.25

## 184



**Рисунок 4.** К определению «свободной» длины опорного контура  $\overline{a}$ , поля растягивающих нормальных напряжений  $\sigma_x$  в горизонтальном направлении.



**Рисунок 5.** К определению «свободной» длины опорного контура  $\overline{a}$ , поля растягивающих нормальных напряжений  $\sigma_u$  в вертикальном направлении.



**Рисунок 6.** Изгибающие моменты в середине опорного контура в плоскости мембраны в зависимости от безразмерных параметров  $\bar{n}$  и  $\bar{k}$ .



**Рисунок 7.** Сжимающие усилия в середине опорного контура в плоскости мембраны в зависимости от безразмерных параметров  $\bar{n}$  и  $\bar{k}$ .



**Рисунок 8.** Безразмерный параметр «свободной» длины опорного контура *a* в зависимости от безразмерных параметров n и  $\bar{k}$ .

#### Литература

- Агапов В. П. Метод конечных элементов в статике, динамике и устойчивости пространственных тонкостенных подкрепленных конструкций : учебное пособие / Агапов В. П. – М. : изд-во АСВ, 2000. – 152 с.
- Гольденберг Л. И. Напряженно-деформированное и предельное состояние гибкого контура металлической мембраны с начальным прогибом (экспериментально-теоретическое исследование) / Л. И. Гольденберг, З. Е. Учитель // Пространственные конструкции зданий и сооружений. – 1991. – Вып. 6. – С. 116–135.
- Стальные конструкции : СНиП II-23-81\*. Госстрой СССР. — М. : ЦИТП Госстроя СССР, 1991. — 96 с.
- Трофимов В. И. Мембранные конструкции зданий и сооружений: справ. пособие. В 2 ч. Ч. 1 / В. И. Трофимов, П. Г. Еремеев. М. : Стройиздат, 1990. 248 с.
- Мущанов В. Ф. Определение участка «свободной» длины опорного контура мембранного покрытия на квадратом плане / В. Ф. Мущанов, Ю. В. Сивоконь, М. П. Кащенко, И. Н. Тимощенко // Промислове будівництво та інженерні споруди. 2010. № 4. С. 1–7.
- Мущанов В. Ф. Уточнение особенностей напряженно-деформированного состояния мембранного покрытия на квадратом плане / В. Ф. Мущанов, М. П. Кащенко, Ю. В. Сивоконь // Металеві конструкції 2010. Т 16, № 2. С. 135–145.

- Gorokhov Y. V., Mushchanov V. F. The new design concepts for large-span membrane roofs. / Gorokhov Y. V., Mushchanov V. F. // J. Construct. Steel Res. – 1998. – Vol. 46, Nos. 1-3. – Pp. 335–336, paper number 191-1998.
- Mushchanov V. F. The probabylystic-based design of membrane structures. / Mushchanov V. F., Gorokhov Y. V. // Proceedings international congress ICSS-98 «Spatial structures in new and renovation projects of buildings and construction. Theory, investigations, design, erection». June 22–26, 1998, Moscow, Russia. – 1998. – Vol. 2. – Pp. 656–663.
- Mushchanov V. F. Probability-based method of calculation and design for sheet structures / Mushchanov V. F. // The ninth International conference «Metal structures» 26–30 June 1995, Krakow (Poland). Preliminary report. – 1995. – Vol. 2 – Pp. 179–187.
- Mushchanov V. F. Probabilistic-optimum design of sheet structures / Mushchanov V. F. // EUOREPAN WORKSHOP «Thin-walled steel structures» 25-27 September 1996, Wroclaw (Poland) - 1996. - Pp. 121-125.
- Maria S. Nerantzataki\*. Katsikadelis Ponding of floating membranes / Maria S. Nerantzataki\*, John T. // Engineering Analysis with Boundary Elements 27. – 2003. – C. 589–596.

**Мущанов Володимир Пилипович** – д.т.н., професор, завідувач кафедри теоретичної і прикладної механіки, проректор з наукової роботи Донбаської національної академії будівництва і архітектури. Член міжнародної організації «Інститут цивільних інженерів» та міжнародної асоціації «Просторові конструкції», аудитор системи сертифікації УкрСЕПРО. Академік Академії будівництва України. Наукові інтереси: теорія надійності, розрахунок, проектування та технічна діагностика просторових металевих конструкцій.

Кащенко Маргарита Павлівна – старший лаборант, магістрант кафедри теоретичної і прикладної механіки Донбаської національної академії будівництва і архітектури. Наукові інтереси: аналіз напружено-деформованого стану мембранного покриття на прямокутному плані і забезпечення стійкості опорного контуру з урахуванням спільної роботи з мембраною.

**Сивоконь Юлія Володимирівна** – к.т.н., доцент кафедри теоретичної і прикладної механіки Донбаської національної академії будівництва і архітектури. Наукові інтереси: проектування і дослідження напруженодеформованого стану мембранних оболонок.

**Мущанов Владимир Филиппович** – д.т.н., профессор, заведующий кафедрой теоретической и прикладной механики, проректор по научной работе Донбасской национальной академии строительства и архитектуры. Член международной организации «Институт гражданских инженеров» и международной организации «Пространственные конструкции», аудитор системы сертификации УкрСЕПРО. Академик Академии строительства Украины. Научные интересы: теория надежности, расчет, проектирование и техническая диагностика пространственных металлических конструкций.

Кащенко Маргарита Павловна — старший лаборант, магистрант кафедры теоретической и прикладной механики Донбасской национальной академии строительства и архитектуры. Научные интересы: анализ напряженно-деформированного состояния мембранного покрытия на прямоугольном плане и обеспечение устойчивости опорного контура с учетом совместной работы с мембраной.

**Сивоконь Юлия Владимировна** — к.т.н., доцент кафедры теоретической и прикладной механики Донбасской национальной академии строительства и архитектуры. Научные интересы: проектирование и исследование напряженно-деформированного состояния мембранных оболочек.

**Volodymyr P. Mushchanov** – a D.Sc. (Engineering), a Professor, a Vice-Chancellor on Research and Investigations and the Chair of the Theoretical and Applied Mechanics Department of the Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture, an Academician of Academy of Civil Engineering of Ukraine. A Fellow of the World Organizations the «Institute of the Civil Engineers» and the «Three-Dimensional Structures». A certification system auditor of the UkrSEPRO. Research interests: reliability theory, analysis, design and engineering diagnostics of the tree-dimensional metal structures.

**Margarita P. Kashchenko** – a B. Sc. (Engineering), a senior laboratory assistant of the Theoretical and Applied Mechanics Department of the Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. Research interests: analysis of the stressed and deformed state of membrane roofs on a rectangular plan and stability maintenance of supporting outline with regard to collaboration with a membrane.

**Yuliya V. Syvokon** – a Ph. D. (Engineering), an Assistant Professor of the Theoretical and Applied Mechanics Department of the Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. Research interests: design and investigations of the stressed and deformed state of membrane shells.