



(19)-0393-1

ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ПОСТАНОВКЕ ПРИ СОЗДАНИИ АВТОРСКИХ ПРОГРАММ

В. Ф. Мущанов¹, А. Н. Оржеховский², А. И. Демидов³, С. А. Фоменко⁴, Ф. Ф. Стифеев⁵

ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»,
2, ул. Державина, г. Макеевка, ДНР, 86123.

E-mail: ¹volodymyr.mushchanov@mail.ru, ²aorzhehovskiy@bk.ru, ³alexdemidov41@gmail.com,
⁴Fomenko_SA@mail.ru, ⁵stifeevff@mail.ru

Получена 02 мая 2019; принята 24 мая 2019.

Анотация. В статье рассматриваются некоторые особенности реализации метода конечных элементов в пространственной постановке при создании авторских приложений для вычисления внутренних усилий строительных конструкций. Рассмотрена методика автоматизации формирования локальных и глобальной матриц жесткости, вычисления матриц жесткости стержневых элементов при различных граничных условиях. В основу методики положен метод конденсации матрицы жесткости. Приводятся наиболее оптимальные способы формирования матриц направляющих косинусов и вектора внешней нагрузки. Методика вычисления основного блока матрицы направляющих косинусов базируется на использовании углов Эйлера. Рассматривается прием формирования локальных векторов внешней нагрузки, а также алгоритм формирования вектора внешней нагрузки системы в целом из локальных составляющих. Приведен тестовый пример расчета пространственной рамы по предложенной методике, реализованной на языке программирования MATLAB. Полученные результаты сопоставлялись с расчетом аналогичной конструкции в программном комплексе «ЛИРА-САПР». Разница составила менее одного процента.

Ключевые слова: строительные конструкции, метод конечных элементов, матрица направляющих косинусов, матрица жесткости, программный продукт.

ОСОБЛИВОСТІ РЕАЛІЗАЦІЇ МЕТОДУ КІНЦЕВИХ ЕЛЕМЕНТІВ В ПРОСТОРОВІЙ ПОСТАНОВЦІ ПРИ СТВОРЕННІ АВТОРСЬКИХ ПРОГРАМ

В. П. Мущанов¹, А. М. Оржеховський², О. І. Демидов³, С. О. Фоменко⁴, Ф. Ф. Стіфеев⁵

ДОУ ВПО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури»,
2, вул. Державіна, м. Макіївка, ДНР, 86123.

E-mail: ¹volodymyr.mushchanov@mail.ru, ²aorzhehovskiy@bk.ru, ³alexdemidov41@gmail.com,
⁴Fomenko_SA@mail.ru, ⁵stifeevff@mail.ru

Отримана 02 травня 2019; прийнята 24 травня 2019.

Анотація. У статті розглядаються деякі особливості реалізації методу кінцевих елементів в просторовій постановці при створенні авторських програм для обчислення внутрішніх зусиль будівельних конструкцій. Розглянуто методіку автоматизації формування локальних і глобальної матриць жорсткості, обчислення матриць жорсткості стрижневих елементів при різних граничних умовах. В основу методики покладено метод конденсації матриці жорсткості. Наводяться найбільш оптимальні способи формування матриць напрямних косинусів і вектора зовнішнього навантаження. Методика обчислення

основного блока матриці напрямних косинусів базується на використанні кутів Ейлера. Розглядається прийом формування локальних векторів зовнішнього навантаження, а також алгоритм формування вектора зовнішнього навантаження системи в цілому з локальних складових. Наведено тестовий приклад розрахунку просторової рами за запропонованою методикою, реалізованою на мові програмування MATLAB. Отримані результати зіставлялися з розрахунком аналогічної конструкції в програмному комплексі «ЛІРА-САПР». Різниця складала менше одного відсотка.

Ключові слова: будівельні конструкції, метод кінцевих елементів, матриця напрямних косинусів, матриця жорсткості, програмний продукт.

FEATURES OF THE IMPLEMENTATION OF THE FINITE ELEMENT METHOD IN THE SPATIAL FORMULATION WHEN CREATING AUTHORIZING PROGRAMS

Volodymyr Mushchanov¹, Anatoly Orzhekhovskiy², Alexander Demidov³,
Serafym Fomenko⁴, Fedor Stifeev⁵

*Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture,
2, Derzhavina Str., Makeyevka, DPR, 86123.*

*E-mail: ¹volodymyr.mushchanov@mail.ru, ²aorzhehovskiy@bk.ru, ³alexdemidov41@gmail.com,
⁴Fomenko_SA@mail.ru, ⁵stifeevff@mail.ru*

Received 02 May 2019; accepted 22 May 2019.

Abstract. The article discusses some features of the implementation of the finite element method in the spatial formulation when creating authoring applications for calculating the internal efforts of building structures. The technique of automating the formation of local and global stiffness matrices, the calculation of stiffness matrices of rod elements under various boundary conditions is considered. The method is based on the method of condensation of the stiffness matrix. The most optimal ways of forming the cosine guide matrices and the external load vector are given. The method of calculating the main block of the matrix of cosine guides is based on the use of Euler angles. We consider the method of forming local vectors of the external load, as well as the algorithm for forming the vector of the external load of the system as a whole from local components. A test example of calculating the spatial frame according to the proposed method implemented in the programming language MATLAB is given. The obtained results were compared with the calculation of a similar design in the LIRA-SAPR software package. The difference was less than one percent.

Keywords: building structures, finite element method, cosine guide matrix, stiffness matrix, software.

Введение

В силу различных обстоятельств аналитическое решение дифференциальных уравнений для большинства реальных задач строительной механики установить невозможно, поэтому приближённые численные методы расчёта конструкций являются единственно возможным подходом в исследовании и получении приемлемых результатов при решении практически важных задач. Метод конечных элементов (МКЭ) получил наибольшее распространение в современной практике проектирования строительных систем. На нем базируются практически все программные продукты, производящие расчет внутреннего

напряженного состояния конструкции. К таким продуктам можно отнести общеизвестные системы автоматического проектирования: «ЛИРА», «ЛИРА-САПР», «SCAD», «ANSYS», «RobotOffice». Основной проблемой для рядового проектировщика при использовании приведенных программных продуктов является непонимание принципа работы продукта. Это может вызвать ряд неточностей или даже ошибок при создании расчетной схемы конструкции. При проведении численных исследований напряженно-деформируемого состояния системы для решения различного рода научных задач может возникнуть необходимость в

создании авторского программного продукта. Задачи такого рода возникают в случае, если применение существующих программных комплексов не позволяет решить рассматриваемую проблему. В качестве примера можно привести некоторые задачи надежности, динамики и сейсмичности строительных конструкций.

В данной статье авторы детально рассмотрят некоторые особенности реализации МКЭ. Так как стержневые конструкции получили значительную степень применения в строительстве, то особенности реализации алгоритма МКЭ в качестве программного приложения рассмотрим на примере рамных пространственных систем.

Общая методика МКЭ приведена в качестве блок-схемы на рисунке 1. Рассмотрим все этапы алгоритма. Расчет конструкции начинается с подготовки данных для расчета: нумеруются узлы и элементы, задаются жесткости элементов, вводятся координаты узлов. Если конструкция представляет собой простую систему, то допустимо применение интерфейса программы в виде режима диалога. Данная реализация интерфейса проста и интуитивно понятна, но имеет ряд недостатков. Основным недостатком является сложность корректировки уже введенной информации и значительные временные затраты на формирование исходных данных. Если конструкция представляет собой сложную систему, то применение режима диалога не целесообразно. Возможным решением проблемы является создание собственного интерфейса, но в силу сложности реализации этой задачи прием применяется редко. Допустимым вариантом решения является создание загрузочного файла с исходными данными конструкции. Прием позволяет обеспечить взаимодействие между различными программными продуктами и использование уже готовых интерфейсов сторонних разработчиков. Также упрощается процедура редактирования.

Формируется вектор-столбец эквивалентных узловых нагрузок. В пространстве точка имеет шесть степеней свободы, соответственно на узел могут действовать шесть видов узловых нагрузок: три узловых силы вдоль осей и три угла поворота относительно этих осей. Предложенная система координат изображена на рисунке 2. Локальная система координат размещается в узле таким образом, чтобы направление осей 1, 2 и 3

совпадало с направлением осей глобальной системы X, Y, Z .

Нагрузки рассматриваются положительными, если они направлены в противоположном направлении степеням свободы. Узловая сосредоточенная сила принимается положительной, если она ориентирована противоположно относительно направления оси. Узловой изгибающий момент положительный, если действует по часовой стрелке относительно оси поворота при рассмотрении оси со стороны узловой точки. Вектор-столбец для отдельного узла сформирован из шести элементов. Первые три составляющие под номерами 1, 2 и 3 соответствуют сосредоточенным силам, а элементы 4–6 представляют собой изгибающие моменты (рис. 1б). Глобальный вектор эквивалентных узловых нагрузок для пространственной рамы формируется из вектор-столбцов отдельных узлов и имеет размерность $(n \cdot 6)$, где « n » – число узлов в конструкции.

Матрица жесткости для стержневого элемента пространственной рамы (рис. 3) приведена на рисунке 4. Стержень имеет двенадцать степеней свободы, соответственно размерность матрицы жесткости 12×12 . Матрица симметрична относительно главной диагонали. Следует обратить внимание на то, что при изменении системы локальных координат матрица жесткости элемента также изменится. Использование приведенных зависимостей станет невозможным.

Приведенная на рисунке 4 матрица жесткости соответствует пространственному элементу с двумя жестко закрепленными узлами. При установке шарнирной связи по направлению любого из возможных перемещений приведенная матрица жесткости теряет свою актуальность и дальнейшее её использование приводит к ошибкам в расчете. Как правило, для учета шарниров используют два способа. Первый заключается в применении уже насчитанных матриц жесткости с учетом шарниров в локальных координатах. То есть, в алгоритме программы заранее предусматриваются все возможные варианты расположения шарнирных связей. Данный способ применяется редко и в основном при условии решения только плоских задач. Недостатками способа является значительное увеличение объема программного кода и применение процесса учета шарниров исключительно при формировании

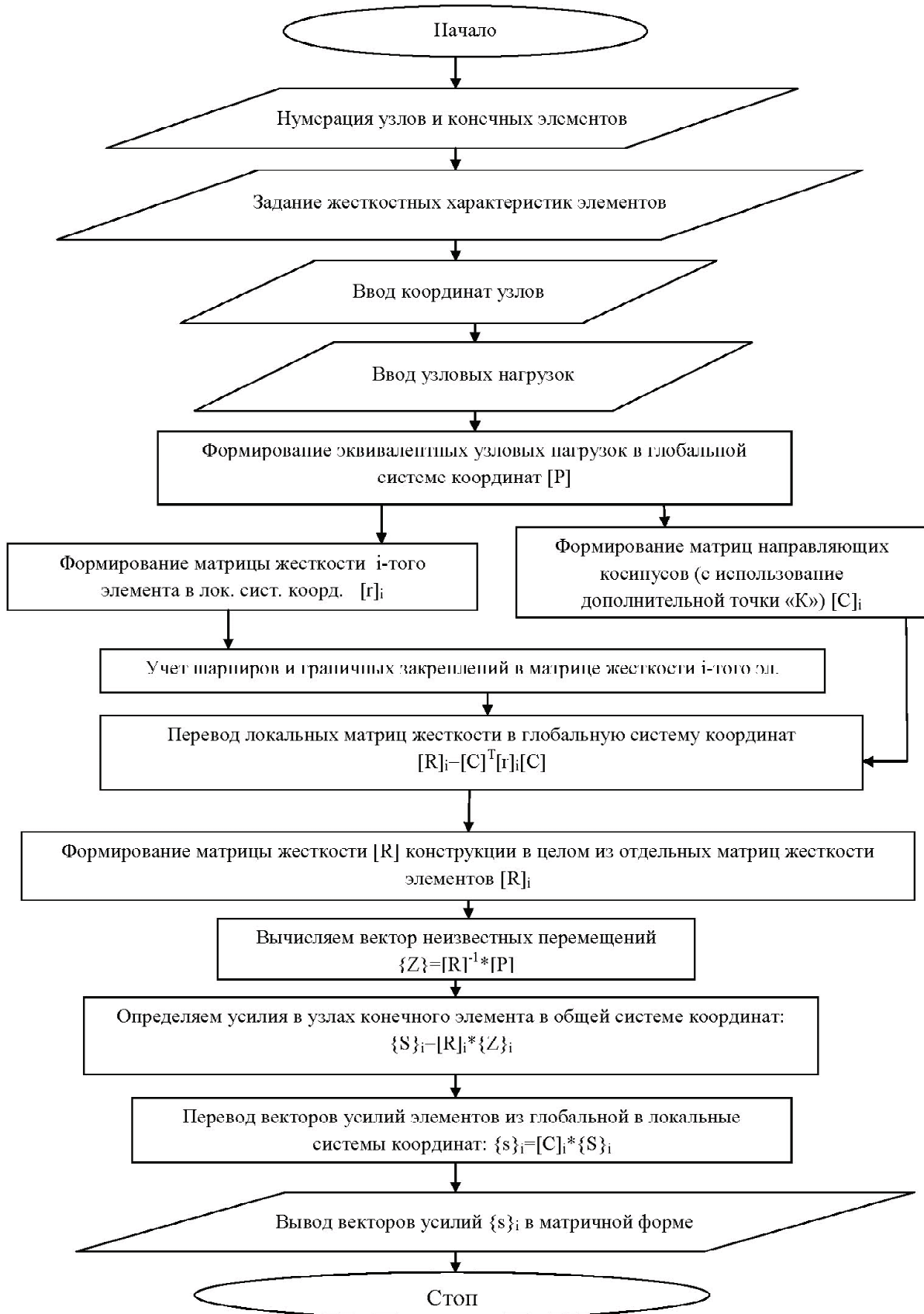


Рисунок 1. Блок-схема алгоритма метода конечных элементов.

локальных матриц жесткости. Второй способ основывается на корректировке матрицы жесткости с двумя жесткими узлами. В основе его лежит метод конденсации. Основное уравнение МКЭ для рассматриваемого стержня (рис. 3) имеет вид (рис. 4):

$$\begin{bmatrix} K_{BB} & K_{AB} \\ K_{BA} & K_{BB} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} Z_A \\ Z_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_A \\ P_B \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Блочная форма записи:

$$\begin{aligned} [K_{AA}] \times \{Z_A\} + [K_{AB}] \times \{Z_B\} &= \{P_A\}, \\ [K_{BA}] \times \{Z_A\} + [K_{BB}] \times \{Z_B\} &= \{P_B\}. \end{aligned} \quad (2)$$

Если по направлению перемещения Z_A введен шарнир, то усилия от данного перемещения равны нулю ($P_A = 0$). Тогда выделим Z_A :

$$\begin{aligned} [K_{AA}] \times \{Z_A\} &= [K_{AB}] \times \{Z_B\}, \\ \{Z_A\} &= -[K_{AA}]^{-1} \times [K_{AB}] \times \{Z_B\}. \end{aligned} \quad (3)$$

и подставим в выражение 2:

$$([K_{BB}] - [K_{BA}] \times [K_{AA}]^{-1} \times [K_{AB}]) \times \{Z_B\} = \{P_B\} \quad (4)$$

Таким образом, матрица жесткости примет вид:

$$[K_{II}^u] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_{III} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где действительные члены определяются выражением:

$$[K_{III}] = [K_{BB}] - [K_{BA}] \times [K_{AA}]^{-1} \times [K_{AB}]. \quad (6)$$

Данная методика учета шарниров применима для матриц жесткости как в локальных, так и в глобальных координатах, что позволяет не переводить шарнирные связи в локальную систему координат. После вычисления матриц жесткости в локальных системах координат необходимо перевести их в глобальную. Данная операция производится с помощью матрицы направляющих косинусов (рис. 5). Матрица направляющих косинусов стержневого элемента имеет размерность 12×12 и в блочном виде приведена ниже (7):

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{xx^0} & \lambda_{xy^0} & \lambda_{xz^0} \\ \lambda_{yx^0} & \lambda_{yy^0} & \lambda_{yz^0} \\ \lambda_{zx^0} & \lambda_{zy^0} & \lambda_{zz^0} \end{bmatrix}, \quad [T_r] = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}. \quad (7)$$

где расчет основного блока « λ » производится в соответствии с таблицей 1.

Составляющими матрицы выступают косинусы углов между глобальными и локальными координатами. Основываясь на координатах крайних узлов элемента, производятся вычисление углов направляющих косинусов по средствам векторной алгебры. Для программ, производящих линейные расчеты, этот подход допустим, но для конструктивно-нелинейных расчетов он не приемлем. Не учитывается история развития деформаций конструкции от предыдущих этапов расчета. Для таких случаев матрица направляющих косинусов формируется с помощью дополнительной точки « k » (рис. 3). Её координаты получают добавлением приращения равным единице для координаты « y » начального узла « A » в глобальной системе координат, эти координаты остаются неизменными в течение всего расчета. Тогда направляющие косинусы оси X :

$$V_x = \left\{ \frac{x_2 - x_1}{L}, \frac{z_2 - z_1}{L}, \frac{y_2 - y_1}{L} \right\}, \quad (8)$$

где $L = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ – длина стержня;

(x_1, y_1, z_1) – координаты начального узла « A »;

(x_2, y_2, z_2) – координаты конечного узла « B ».

Направляющие косинусы оси Y :

$$V_y = \left\{ \frac{x_k - x_1}{r}, \frac{z_k - z_1}{r}, \frac{y_k - y_1}{r} \right\}, \quad (9)$$

где $r = \sqrt{(x_k - x_1)^2 + (y_k - y_1)^2 + (z_k - z_1)^2}$.

Тогда направляющие косинусы оси Z это векторное произведение:

$$V_z = V_y \times V_x. \quad (10)$$

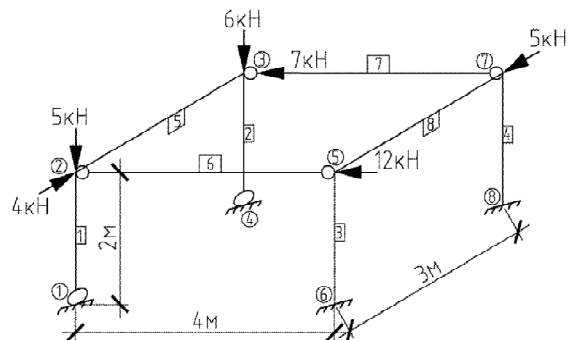


Рисунок 5. Расчетная схема тестовой конструкции.

Таблица 1. Блок «λ» матрицы направляющих косинусов пространственного элемента

$\cos\beta \cdot \cos\alpha$	$\sin\beta$	$\cos\beta \cdot \sin\alpha$
$\sin\alpha \cdot \sin\gamma \cdot \cos\alpha \cdot \cos\gamma \cdot \sin\beta$	$\cos\gamma \cdot \cos\beta$	$\cos\alpha \cdot \sin\gamma \cdot \cos\gamma \cdot \sin\beta \cdot \sin\alpha$
$\sin\alpha \cos\gamma \cdot \sin\beta \cdot \sin\gamma \cdot \cos\alpha$	$\sin\gamma \cdot \cos\beta$	$\cos\gamma \cdot \cos\alpha \cdot \sin\beta \cdot \sin\gamma \cdot \sin\alpha$

Блок матрицы направляющих косинусов принимает вид:

$$\lambda = \begin{Bmatrix} V_x \\ V_z \\ V_y \end{Bmatrix}. \quad (11)$$

Матрица жесткости всей конструкции в целом формируется из матриц жесткости отдельных элементов в глобальной системе координат. Матрица жесткости элемента расчленяется на четыре матрицы (рис. 4). Буква «А» соответствует номеру узла с меньшим значением, а «Б» с большим значением. Рассматриваются узлы, ограничивающие стержень. Таким образом, формируется индекс. Из полученной совокупности матриц с размерностью 6×6 формируется общая матрица жесткости конструкции. Индексы матриц указывают адрес матриц в глобальной матрице жесткости. Матрицы с одинаковыми индексами поэлементно суммируются, а результат размещают в глобальной матрице жесткости в соответствии с индексом. Пустые члены глобальной матрицы жесткости приравнивают к нулю.

Связи, наложенные на конструкцию, учитываются после формирования глобальной матрицы жесткости конструкции. Определяется номер узла со связями и накладывается система координат по аналогии с расчетом вектора внешних нагрузок (рис. 2а). Определяется номер закрепленной связи. По формуле (12) вычисляется строка и столбец в глобальной матрице жесткости, содержащие в себе реакции от перемещений по закрепленной связи:

$$j = (n - 1) \cdot 6 + i, \quad (12)$$

где j – номер строки и столбца глобальной матрицы жесткости;

n – номер узла конструкции;

i – номер перемещения, ограниченного связью.

В глобальной матрице жесткости строка и столбец под номером «j» обнуляются. Для обеспечения возможности проведения дальнейших операций над глобальной матрицей на главной диагонали вводится единица. В остальном МКЭ, представленный в качестве программного кода, не отличается от классической постановки, которая детально рассмотрена в ряде различных источников.

Описанная в данной статье методика реализована в качестве программы расчета напряженно-деформируемого состояния системы на высокоуровневом интерпретируемом языке программирования MATLAB. В предложенной программе исходным выступает файл в формате «txt», имеющий структуру, идентичную файлам того же формата в «ЛИРА», «ЛИРА-САПР» и «SCAD», что позволяет производить обмен данными между расчетными комплексами. Тестирование и отладка программы производилась с использованием программного комплекса «ЛИРА-САПР». В качестве тестовой конструкции рассматривалась пространственная рама, изображенная на рисунке 5. Результаты расчета внутренних усилий в стержнях тестовой рамы приведены в таблице 2.

Анализируя полученные результаты можно сделать вывод о корректности работы авторской программы, о чем свидетельствует практически полное соответствие значений усилий с вычисленными в сертифицированной версии «ЛИРА-САПР». Погрешность составляет менее одного процента.

Выводы

- Большинство современных программных комплексов для расчета напряженно-деформируемого состояния конструкции базируются на МКЭ. Проектировщику необходимо знать основные принципы работы МКЭ.

Таблица 2. Результаты расчета внутренних усилий в стержнях тестовой рамы авторской программой и «ЛИРА-САПР»

Вид усилия	Усилия в стержнях тестовой рамы							
	Стержень 1		Стержень 2		Стержень 3		Стержень 4	
	Matlab	Lira	Matlab	Lira	Matlab	Lira	Matlab	Lira
N1	0	0	0	0	0	0	0	0
Q2	0	0	0	0	0	0	0	0
Q3	0	0	0	0	0	0	0	0
M4	0	0	0	0	0	0	0	0
M5	-4,44E-16	0	-2,22E-15	0	0	0	0	0
M6	0,00E+00	0	0	0	0	0	0	0
N7	-3,89865	-3,9	-7,10135	-7,1	-0,34113	-0,34	0,34112	0,341
Q8	3,651934	-3,65	-4,77664	4,8	9,015395	9,02	-1,55603	1,6
Q9	1,560311	-1,56	-1,00967	-1	-0,50831	0,5	3,06167	-3,06
M10	0,245267	0,25	0,160397	0,16	1,69865	1,7	1,61378	1,61
M11	3,120623	3,12	-2,01933	-2,02	-0,68203	-0,7	2,17726	2,18
M12	0,321344	0,32	0,321344	0,32	-2,13125	-2,1	-2,13125	-2,13
Вид усилия	Усилия в стержнях тестовой рамы							
	Стержень 5		Стержень 6		Стержень 7		Стержень 8	
	Matlab	Lira	Matlab	Lira	Matlab	Lira	Matlab	Lira
N1	1,67517	1,68	2,34934	2,35	-0,92077	-0,92	1,27282	1,27
Q2	1,10134	-1,1	0	0	0	0	-0,34113	0,34
Q3	1,30258	-1,3	0,76451	-0,76	-0,6655	0,67	-0,63526	0,64
M4	-0,32134	-0,32	0,87574	0,88	0,96016	0,96	2,13124	2,13
M5	-2,01046	-2,01	-2,25573	-2,26	2,05770	2,06	0,89631	0,9
M6	2,24487	2,24	0	0	0	0	0,19372	0,19
N7	-1,67517	-1,68	-2,3493	-2,35	0,92077	0,92	-1,27283	-1,27
Q8	-1,10135	1,1	0	0	0	0	0,34112	-0,34
Q9	-1,30259	1,3	-0,76452	0,76	0,665504	-0,67	0,63526	-0,64
M10	0,32134	0,32	-0,87575	-0,88	-0,96017	-0,96	-2,13125	-2,13
M11	-1,8973	-1,9	-0,80234	-0,8	0,60431	0,6	1,00946	1,01
M12	1,05916	1,06	0	0	0	0	-1,2171	-1,22

- Исходные данные МКЭ наиболее целесообразно формировать в виде отдельного файла. Это позволяет производить обмен информацией между различными программами, а так же упрощает процесс редактирования исходных данных.
- Учет шарниров производится в матрице жесткости элемента в глобальных координатах на основе метода конденсации.
- Вычисление членов матрицы направляющих косинусов целесообразно производить с использованием координат дополнительной точки «k», что при геометрически нелинейном расчете, позволяет определять напряжения в элементах конструкции с большей точностью.
- Наложённые на конструкцию связи целесообразно учитывать после формирования

глобальной матрицы жесткости системы. Производится обнуление требуемых столбцов и строк, а на главной диагонали размещается единица. Данный подход позволяет значительно упростить процедуру и сократить время расчета.

- Предложенная авторами методика реализована в качестве программы расчета напряженно-деформируемого состояния строительных конструкций на высокоуровневом интерпретируемом языке программирования MATLAB. Проверочный расчет подтвердил корректность работы рассмотренного алгоритма МКЭ. Сопоставление результатов велось с лицензионным программным комплексом «ЛИРА-САПР», отличие в результатах составило менее одного процента.

Литература

1. Мушчанов, В. Ф. Определение траектории разрушения конструкций над трибунами стадионов на примере стадиона Металлург в городе Донецк / В. Ф. Мушчанов, А. Н. Оржеховский // Вісник Донбаської національної академії будівництва та архітектури. – 2012. – Вип. 2012-3(95) Будівлі та конструкції із застосуванням нових матеріалів та технологій. – С. 40–43.
2. Учет геометрической нелинейности в численных методах расчета строительных конструкций / В. Ф. Мушчанов, А. И. Демидов, А. Н. Оржеховский // Вестник Донбасской национальной академии строительства и архитектуры. – 2018. – Вип. 2018–4(132) Научно-технические достижения студентов строительного-архитектурной отрасли. В 2 т. – Т. 1. Современная строительная наука и инженерия. – С. 87–91.
3. Мушчанов, В. Ф. Численное определение вероятности отказа изгибаемого стального стержня / В. Ф. Мушчанов, А. Н. Оржеховский // Металлические конструкции. 2017. Том 23, № 1. С. 15–23.
4. Численное определение вероятности отказа изгибаемого стального стержня / В. Ф. Мушчанов, И. М. Гаранжа, А. Н. Оржеховский // Металлические конструкции. 2017. Том 23, № 1. С. 15–23. Режим доступа : http://donnasa.ru/publish_house/journals/mk/2017-1/02_mushchanov_garanzha_orzhekovskiy.pdf
5. Роменский, Д. И. Подбор сечения элементов стальных рамно-консольных покрытий над трибунами стадионов с учетом требований надежности / Д. И. Роменский, А. Н. Оржеховский // Научно-теоретический журнал Вестник БГТУ им. В. Г. Шухова. – 2017. – № 8. – С. 35–46.
6. Reliability provision of rod shells of steady roofs over stadium stands at stage of design work / Ye. Gorokhov, V. Mushchanov, Iu. Pryadko // Procedia Engineering. 2013. Vol. 57. P. 353–363.
7. Application of the DOProC method in solving reliability problems / M. Krejsa, P. Janas, V. Krejsa // Applied Mechanics and Materials. 2016. № 821. P. 717–724.
8. Accounting for the probabilistic nature of geometric imperfections form spatial coatings on the stands braced-cantilever type / V. Mushchanov, A. Annenkov, A. Orzhekovskiy // Металлические конструкции. 2014. Том 20, № 3. С. 169–178.
9. An unsymmetric 8-node hexahedral solid-shell element with high distortion tolerance: Linear formulations/ J. Huang, S. Cen, Z. Li, C.-F. Li // International Journal for Numerical Methods in Engineering. Volume 116. Issue 12–13. 2018. P. 759–783.
10. Cyclic lateral response of FRP-confined circular concrete-filled steel tubular columns / Yu T., Y. M. Hu, J. G. Teng // Journal of Constructional Steel Research. Volume 2016 (2016). P. 12–22.

Reference

1. Mushchanov V. F.; Orzhekhovskiy A. N. Determination of the trajectory of destruction of structures over stadiums of stadiums by the example of the stadium Metallurg in the city of Donetsk. In: *Proceedings of the Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture*. 2012. Issue 2012-3 (95) Buildings and constructions with the use of new materials and technologies. P. 40–43. (in Russian)
2. Mushchanov V. F.; Demidov A. I.; Orzhekhovskiy A. N. Accounting for geometric nonlinearity in numerical methods for calculating building constructions. In: *Bulletin of the Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture*. 2018. Issue 2018-4 (132) Scientific and technical achievements of students of the construction and architectural industry. – In 2 vol. Vol. 1. Modern building science and engineering. P. 87–91. (in Russian)
3. Mushchanov, V. F.; Orzhekhovskiy, A. N. Numerical determination of the probability of failure of a bending steel rod. In: *Metal structures*. 2017. Vol. 23, № 1. P. 15–23. (in Russian)
4. Mushchanov, V. F.; Garanzha I. M.; Orzhekhovskiy, A. N. Numerical determination of the probability of failure of bending steel rod. In: *Metallic constructions*. 2017. Vol. 23, № 1. P. 15–23. Access mode: http://donnasa.ru/publish_house/journals/mk/2017-1/02_mushchanov_garanzha_orzhekovskiy.pdf (in Russian)
5. Romenskiy, D. I.; Orzhekhovskiy, A. N. Selection of sectional elements of steel frame-console coatings above the stands of stadiums in view of the requirements of reliability. In: *Scientific-theoretical journal Vestnik BSTU them. V. G. Shukhov*. 2017. № 8. P. 35–46. (in Russian)
6. Gorokhov Ye.; Mushchanov V.; Pryadko Iu. Reliability of the rod shells of steady roofs over a stadium stands at the stage of design work. In: *Procedia Engineering*. 2013. Vol. 57. P. 353–363.
7. Kreiss M.; Jan P.; Kreiss V. Application of the DOProC method in solving reliability problems. In: *Applied Mechanics and Materials*. 2016. № 821. P. 717–724.
8. Mushchanov V.; Annenkov A.; Orzhekovskiy A. Accounting for the probabilistic nature of geometric imperfections in the form of spatial coatings on the braced-cantilever type. In: *Metallic constructions*. 2014. T. 20, № 3. P. 169–178.
9. Huang J.; Cen S.; Li Z.; Li C.-F. An unsymmetric 8-node hexahedral solid-shell element with high distortion tolerance: Linear formulations. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. Volume 116. Issue 12–13. 2018. P. 759–783.
10. Yu T.; Hu Y. M.; Teng J. G. Cyclic lateral response of FRP-confined circular concrete-filled steel tubular columns. In: *Journal of Constructional Steel Research*. Volume 2016 (2016). P. 12–22.

11. Spatial Finite Element Analysis for Dynamic Response of Curved Thin-Walled Box Girder Bridges / Y. Wang, Y. Xu, Zh. Luo, H. Wu, L. Yan // *Mathematical Problems in Engineering*, 2016. Vol. 2016 (1). P. 1–8. Режим доступа : DOI: 10.1155/2016/8460130
12. A Hybrid Interpolation Method for Geometric Nonlinear Spatial Beam Elements with Explicit Nodal Force / H. Fang, Zh. Qi // *Mathematical Problems in Engineering*, 2016. Vol. 2016 (2016). 16 p. Режим доступа : <http://dx.doi.org/10.1155/2016/8980676>
13. Modelling a Cracked Beam Structure Using the Finite Element Displacement Method / H. Long, Y. Liu, Ch. Huang, W. Wu, Zh. Li // *Shock and vibration*. Vol. 2019 (2019). P. 13.
14. Liu, W. Nonlinear vibrational response of a single edge cracked beam / W. Liu M. E. Barkey // *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2017. Vol. 31, № 11. P. 5231–5243.
15. Zarfam, R. Vibration control of beams on elastic foundation under a moving vehicle and random lateral excitations / R. Zarfam A. R. Khaloo // *Journal of Sound and Vibration*, 2012. Vol. 331. № 6, P. 1217–1232.
11. Wang Y.; Xu Y.; Luo Zh.; Wu H.; Yan L. Spatial Finite Element Analysis for Dynamic Response of the Curved Thin-Walled Box Girder Bridges. In: *Mathematical Problems in Engineering*, 2016. Vol. 2016 (1). P. 1–8. Access mode : DOI: 10.1155/2016/8460130
12. Fang H., Qi Zh. A Hybrid Interpolation Method for Geometric Nonlinear Spatial Beam Elements with Explicit Nodal Force. In: *Mathematical Problems in Engineering*, 2016. Vol. 2016 (2016). 16 p. Access mode : <http://dx.doi.org/10.1155/2016/8980676>
13. Long H.; Liu Y.; Huang Ch.; Wu W.; Li Zh. Modeling a Cracked Beam Structure Using a Finite Element Displacement Method. In: *Shock and vibration*. Vol. 2019(2019). P. 13.
14. Liu, W.; Barkey M. E. Nonlinear vibrational response of a single edge cracked beam. In: *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2017. Vol. 31, № 11. P. 5231–5243.
15. Zarfam, R.; Khaloo A. R. Vibration control of beams on an elastic foundation under a moving vehicle and random lateral excitations. In: *Journal of Sound and Vibration*, 2012. Vol. 331. № 6. P. 1217–1232.

Мущанов Владимир Филипович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической и прикладной механики, проректор по научной работе ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры». Член международной организации «Институт гражданских инженеров» и международной ассоциации «Пространственные конструкции». Научные интересы: теория надежности, расчет, проектирование и техническая диагностика пространственных металлических конструкций.

Оржеховский Анатолий Николаевич – кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической и прикладной механики ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры». Научные интересы: исследование действительной работы и показателей надежности стержневых систем в строительстве, численные методы расчета пространственных стержневых конструкций.

Демидов Александр Иванович – кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической и прикладной механики ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры». Научные интересы: физически линейные и нелинейные задачи теории тонких оболочек постоянной и переменной толщины с большими отверстиями.

Фоменко Серафим Александрович – кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической и прикладной механики ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры». Научные интересы: развитие общей методики динамических расчетов элементов строительных конструкций и поиск рациональных способов демпфирования колебаний.

Стифеев Федор Федорович – кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической и прикладной механики ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры». Научные интересы: исследование и разработка эрлифтных установок для подъема твердого материала различной крупности и плотности.

Мущанов Володимир Пилипович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної та прикладної механіки, проректор з наукової роботи ДООУ ВПО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури». Член міжнародної організації «Інститут цивільних інженерів» та міжнародної асоціації «Просторові конструкції». Наукові інтереси: теорія надійності, розрахунок, проектування та технічна діагностика просторових металевих конструкцій.

Оржеховський Анатолій Миколайович – кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної та прикладної механіки ДООУ ВПО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури». Наукові інтереси: дослідження дійсної роботи і показників надійності стержневих систем в будівництві, чисельні методи розрахунку просторових стержневих конструкцій.

Демидов Олександр Іванович – кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної та прикладної механіки ДООУ ВПО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури». Наукові інтереси: фізично лінійні і нелінійні задачі теорії тонких оболонок постійної і змінної товщини з великими отворами.

Фоменко Серафим Олександрович – кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної та прикладної механіки ДООУ ВПО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури». Наукові інтереси: розвиток загальної методики динамічних розрахунків елементів будівельних конструкцій і пошук раціональних способів демпфірування коливань.

Стіфєєв Федір Федорович – кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної та прикладної механіки ДООУ ВПО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури». Наукові інтереси: дослідження і розробка ерліфтних установок для підйому твердого матеріалу різної крупності і щільності.

Volodymyr Mushchanov – D. Sc. (Eng.), Professor; Head of the Theoretical and Applied Mechanics Department, vice-rector on the scientific activity of the Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. A member of the international organization «Institute of Civil Engineer» and international organization of «Spatial Structures». Research interests: include the reliability theory, analyses, designing and engineering diagnostics of spatial metal structures.

Orzhekhovsky Anatoly – Ph. D. (Eng.), Associate Professor of the Department of Theoretical and Applied Mechanics of the State Educational Institution of Higher Professional Education Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. Research interests: the study of real work and reliability indicators of pivotal systems in construction, numerical methods for calculating spatial pivotal structures.

Demidov Alexander – Ph. D. (Eng.), Associate Professor of the Department of Theoretical and Applied Mechanics of the State Educational Institution of Higher Professional Education Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. Research interests: physically linear and nonlinear problems of the theory of thin shells of constant and variable thickness with large holes.

Fomenko Serafym – Ph. D. (Eng.), Associate professor; Theoretical and applied mechanics Department, Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. Research interests: development of a general methodology of the dynamic calculations of construction elements and the search for rational ways of vibration damping.

Stifeev Fedor – Ph. D. (Eng.), Associate professor; Theoretical and applied mechanics Department, Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. Research interests: research and development of airlift installations for solid material of various size and density lift.