



(19)-0397-1

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ НЕУПРУГОЙ СОСТАВНОЙ НЕЗАМКНУТОЙ ОБОЛОЧКИ

В. Ф. Мушчанов¹, А. И. Демидов², А. Н. Оржеховский³*ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»,
2, ул. Державина, г. Макеевка, ДНР, 86123.**E-mail: ¹ volodymyr.mushchanov@mail.ru, ² alexdemidov41@gmail.com, ³ aorzhehovskiy@bk.ru**Получена 08 августа 2019; принята 27 сентября 2019.*

Аннотация. В статье приводится численный расчет неупругой незамкнутой составной оболочки, состоящей из цилиндрической и конической части методом последовательных приближений на основании метода упругих решений. Задача упругости в каждом приближении решается разностным методом на основе вариационного уравнения Ж. Лагранжа в перемещениях точек срединной поверхности. При этом матрица системы уравнений от приближения к приближению не меняется. Изменяются только правые части, которые зависят от пластических деформаций. Сначала приводится постановка задачи: рассматривается круговая незамкнутая составная оболочка, состоящая из цилиндрической и конической части с шарнирно закрепленными меридиональными краями и жестко заделанными краями в окружном направлении. Оболочка находится под воздействием нормальной к срединной поверхности равномерно распределенной нагрузки. Формулируются граничные условия. Доказывается правомочность использования симметрии оболочки. Устанавливается сходимость решения упругой задачи путем двукратного сгущения сетки. Устанавливается момент появления первых пластических деформаций в наиболее нагруженном узле сеточной области. Приведено определение упруго-пластического состояния данной оболочки методом упругих решений: указано поле интенсивности касательных напряжений по толщине оболочки по всей сеточной области; приведено поле прогибов точек срединной поверхности по всей сеточной области в табличной форме и в виде объемных и плоских графиков.

Ключевые слова: незамкнутая составная оболочка, вариационно-разностный метод, граничные условия, интенсивность касательных напряжений.

НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН НЕПРУЖНОЇ СКЛАДЕНОЇ НЕЗАМКНЕНОЇ ОБОЛОНКИ

В. П. Мушчанов¹, О. І. Демидов², А. М. Оржеховський³*ДОНУ ВПО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури»,
2, вул. Державіна, м. Макіївка, ДНР, 86123.**E-mail: ¹ volodymyr.mushchanov@mail.ru, ² alexdemidov41@gmail.com, ³ aorzhehovskiy@bk.ru**Отримана 08 серпня 2019; прийнята 27 вересня 2019.*

Анотація. У статті наводиться чисельний розрахунок непружної незамкненої складеної оболонки, що складається з циліндричної і конічної частини методом послідовних наближень на підставі методу пружних рішень. Завдання пружності в кожному наближенні вирішується різницеvim методом на основі варіаційного рівняння Ж. Лагранжа в переміщеннях точок серединної поверхні. При цьому матриця системи рівнянь від наближення до наближення не змінюється. Змінюються тільки праві частини, які залежать від пластичних деформацій. Спочатку наводиться постановка задачі: розглядається кругова незамкнена складена оболонка, що складається з циліндричної і конічної частини з шарнірно

закріпленими меридіональними краями і жорстко забитими краями в окружному напрямку. Оболонка знаходиться під впливом нормального до серединної поверхні рівномірно розподіленого навантаження. Формулюються граничні умови. Доводиться правомірність використання симетрії оболонки. Встановлюється збіжність рішення пружної задачі шляхом двократного згущення сітки. Встановлюється момент появи перших пластичних деформацій в найбільш навантаженому вузлі сітчастої зони. Наведено визначення пружно-пластичного стану даної оболонки методом пружних рішень: зазначено поле інтенсивності дотичних напружень по товщині оболонки по всій сітчастій зоні; наведено поле прогинів точок серединної поверхні по всій сітчастій зоні у табличній формі і у вигляді об'ємних і плоских графіків.

Ключові слова: незамкнена складена оболонка, варіаційно-різницевий метод, граничні умови, інтенсивність дотичних напружень.

STRESS-STRAIN STATE OF INELASTIC COMPOSITE OPEN SHELL

Vladimir Mushchanov¹, Alexander Demidov², Anatoly Orzhekhovskiy³

*Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture,
2, Derzhavina Str., Makeyevka, DPR, 86123.*

E-mail: ¹ volodymyr.mushchanov@mail.ru, ² alexdemidov41@gmail.com, ³ aorzhehovskiy@bk.ru

Received 08 August 2019; accepted 27 September 2019.

Abstract. The article presents a numerical calculation of an inelastic open-ended composite shell consisting of a cylindrical and conical part by the method of successive approximations based on the method of elastic solutions. The problem of elasticity in each approximation is solved by a difference method based on the variational equation of J. Lagrange in displacements of points of the median surface. In this case, the matrix of the system of equations does not change from approximation to approximation. Only the right-hand parts, which depend on plastic deformations, are changed. First, the statement of the problem is given: a circular open composite shell is considered, consisting of a cylindrical and conical part with hinged fixed meridional edges and rigidly embedded edges in the circumferential direction under uniformly distributed load acting normal to the middle surface. Boundary conditions are formulated. The validity of using shell symmetry is proved. The convergence of the solution of the elastic problem is established by double thickening of the grid. The moment of appearance of the first plastic deformations in the most loaded node of the grid area is established. The elastic-plastic state of this shell is determined by the elastic solutions method: the field of intensity of tangent stresses along the thickness of the shell over the entire grid area is specified; the field of deflections of points of the middle surface over the entire grid area is given in tabular form and in the form of volumetric and flat graphs.

Keywords: open composite shell, variation-difference method, boundary conditions, intensity of tangential stresses.

Постановка задачі

В ряду источников [2] разработана методика численного расчета тонких упругопластических оболочек произвольной формы постоянной толщины на основе метода упругих решений. Задача упругости в каждом приближении решается вариационно-разностным методом на основе вариационного уравнения Лагранжа в перемещениях точек срединной поверхности с широким классом граничных условий.

Используя эту методику, рассмотрим круговую составную незамкнутую оболочку толщиной стенки $h = 15$ мм, состоящую из цилиндрической и конической части (рис. 1). В окружном направлении оболочка жестко заделана, т. е. при $\alpha_1 = 0$ и при $\alpha_1 = 2,0$ м составляющие вектора полного перемещения $u = v = w = 0$ и угол поворота $\theta_2 = \partial w / \partial \alpha_1 = 0$; в меридиональном направлении оболочка закреплена шарнирно так, что составляющие вектора полного перемещения

Таблица 1. Зависимость интенсивности касательных напряжений (S), от интенсивности деформаций сдвига (Γ)

Γ	0	0,00075	0,0015	0,003	0,0045	0,006	0,00751	0,00901	0,07506
S , МПа =	0	112,6	225,2	331,1	363,4	386,2	401,0	407,6	509,2

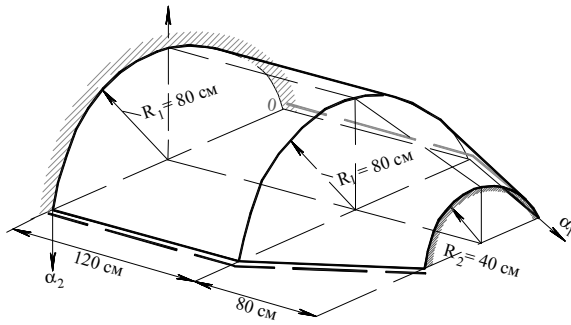


Рисунок 1. Расчетная схема составной оболочки.

$u = v = w = 0$. Материал имеет коэффициент Пуассона $\mu = 0,3$ и модуль нормальной упругости $E = 1,95 \cdot 10^5$ МПа с диаграммой растяжения цилиндрического образца $S(\Gamma)$ (таблица 1). S – интенсивность касательных напряжений, Γ – интенсивность деформаций сдвига, определяемые для плоского напряженного состояния по формулам (1), (2).

$$S = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{[\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 - \sigma_{11} \cdot \sigma_{11} + 3\sigma_{12}^2]}; \quad (1)$$

$$\Gamma = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{[(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 + (\epsilon_3 - \epsilon_1)^2 + \frac{3}{2} \cdot \gamma^2]}; \quad (2)$$

где относительные деформации ϵ_1, ϵ_2 и γ уточняются через перемещения u, v, w точек срединной поверхности оболочки от приближения к приближению.

Данная оболочка имеет вертикальную плоскость симметрии. Сначала расчет проведен при сеточной области размером 13×11 узлов для всей срединной поверхности, а потом для её половины при сеточной области 13×7 при действии равномерно распределенной нагрузки $q = 1$ МПа. Результаты расчета, характеризующие напряженно-деформированное состояние данной составной оболочки для этих двух вариантов полностью совпали.

Кроме того, с целью получения достоверного результата, решение упругой задачи проводилось при трёх значениях густоты сеточной области для половины оболочки $13 \times 7, 23 \times 11$ и 23×19 узлов при последовательном сгущении в два раза (рис. 2, 3). Здесь выделены подобласти, характеризующие значения весовых функций как по геометрии оболочки, так и по условиям закрепления, а также по действующей нагрузке. Вся эта информация характеризует поле признаков сеточной области.

В таблице 2 показаны значения интенсивности касательных напряжений S по проведенным расчетам в наиболее нагруженном месте оболочки по мере сгущения сеточной области. Наибольшее значение погрешности составляет 9,2 % для самой густой сетки.

Таким образом, дальнейшие вычисления упруго-пластического состояния оболочки выполнены для сетки размером 23×19 узлов.

Для определения упруго-пластического состояния данной оболочки использовался метод упругих решений А. А. Ильюшина [1]. В каждом последовательном приближении решалась упругая задача в перемещениях u, v, w точек срединной поверхности вариационно-разностным методом на основе уравнения Ж. Лагранжа. Так было установлено, что первые пластические деформации возникли в узле 19,18 на верхней световой поверхности (при $z = h/2$) при нагрузке $q_t = 4,1$ МПа.

Наиболее нагруженной линией узлов является ряд $j = 18$. Это видно по таблице 3.

Результат проиллюстрирован соответствующими графиками (рис. 4).

Далее упруго-пластическое напряженно-деформированное состояние оболочки определено при нагрузке $q = 10$ МПа. Результаты расчета при упругом и пластическом решении задачи приведены по ряду узлов $j = 18$ по толщине оболочки в таблице 4. Данные показывают, что развитые пластические деформации в оболочке при данной нагрузке в основном

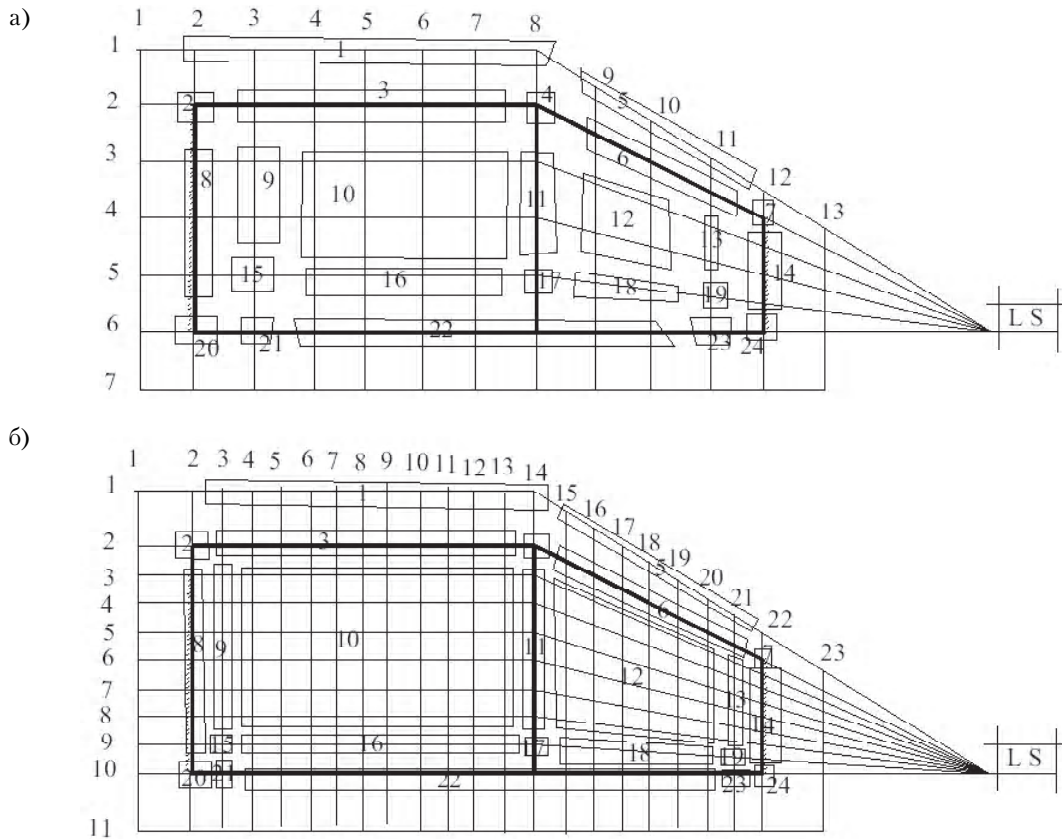


Рисунок 2. Сеточные области: а) 13×7 узлов; б) 23×11 узлов.

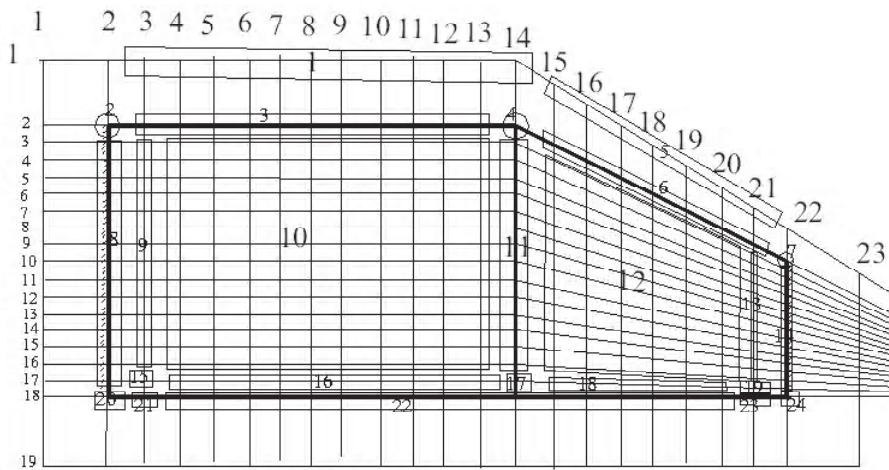


Рисунок 3. Сеточная область 23×19 узлов.

локализуются у верхней световой поверхности. С учетом пластических деформаций напряжения перераспределяются так, что в зонах пластичности они снижаются, а в зонах упругих деформаций

увеличиваются. Причем следует заметить, что там, где при упругом решении задачи пластических деформаций нет, а при пластическом решении возникли. Так в узле 19,18 напряжение

Таблица 2. Интенсивности касательных напряжений (S)

Сетка	Узлы	$S(-h/2)$, МПа	$S(0)$, МПа	$S(h/2)$, МПа
13×7	10,6	14,931	4,594	5,743
23×11	22,10	31,029	6,276	18,477
23×19	22,18	31,098	6,913	17,269
Min отличие, %		0,216	9,2	6,612

Таблица 3. Интенсивности касательных напряжений по наиболее нагруженной линии узлов ($j = 18$)

Ряд узлов при $j = 18$				
№№ узлов по сетке	№№ телесных узлов	Интенсивность напряжений S , МПа при $q = 1$ МПа		
		$S(-h/2)$	$S(0)$	$S(h/2)$
2	0	10,409	0,392	11,192
3	1	12,727	14,069	39,068
4	2	12,58	17,517	46,58
5	3	11,96	18,222	46,85
6	4	11,569	18,872	46,999
7	5	11,297	19,608	47,447
8	6	11,035	20,329	47,969
9	7	10,735	21,004	48,492
10	8	10,379	21,629	49,006
11	9	9,962	22,211	49,511
12	10	8,487	22,759	50,012
13	11	8,957	22,28	50,513
14	12	8,38	23,783	51,019
15	13	7,76	24,271	51,523
16	14	7,091	24,752	52,031
17	15	6,352	25,272	52,631
18	16	5,565	25,971	53,609
19	17	5,126	26,85	54,979
20	18	7,279	26,273	53,88
21	19	10,601	19,332	39,957
22	20	31,098	6,915	17,269

$S(h/2)$ снизилось с 549,79 до 404,51 МПа, что составило 26,4 %; напряжения на нижней световой ($z = -h/2$) поверхности при упругом решении вообще не имели места, а при решении с учетом пластических деформации в большем числе узлов они возникли. Так в узле 8, 18 напряжения возросли от 110,35 до 231,08 МПа, что составило 52,2 %.

Для получения результата потребовалось выполнить 24 итерации. При этом решение задачи пластичности сошлось с точностью 4,9 %.

На рис. 5 показана графическая иллюстрация напряженного состояния оболочки в соответствии с таблицей 4.

На рис. 6, 7, 8 показано напряженно-деформированное состояние оболочки по её толщине при $z = -h/2, z = 0$ и $z = h/2$, соответственно.

Таблица 5 представляет поле прогибов w срединной поверхности по всей сеточной области. На рис. 9, 10 показаны эпюры прогибов.

Наибольший прогиб возник в конической части оболочки в узле 19, 18 и составил $w=3,05$ мм.

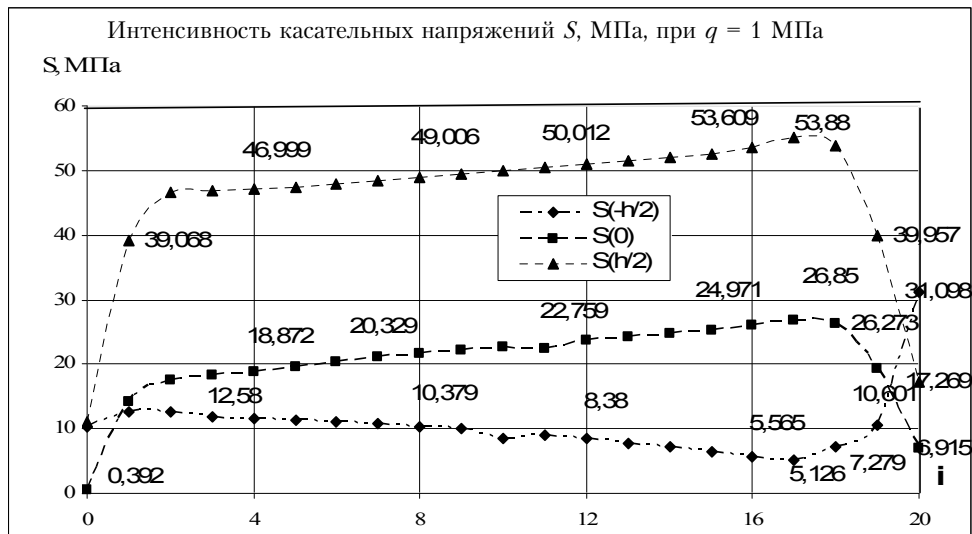


Рисунок 4. Интенсивность напряжений при нагрузке $q = 1$ МПа по линии узлов $j = 18$.

Таблица 4. Результаты расчета при упругом и пластическом решении задачи приведены по ряду узлов $j = 18$ по толщине оболочки

№№ узлов по сетке	№№ телесных узлов	Ряд узлов при $j = 18$ (упругое решение)			Ряд узлов при $j = 18$ (пластическое решение)		
		Интенсивность напряжений S , МПа при $q = 10$ МПа			Интенсивность напряжений S , МПа при $q = 10$ МПа		
		$S(-h/2)$	$S(0)$	$S(h/2)$	$S(-h/2)$	$S(0)$	$S(h/2)$
2	0	104,09	3,92	111,92	125,32	2,917	131,15
3	1	127,27	140,69	390,68	173,89	163,90	343,23
4	2	125,8	175,17	465,8	218,00	220,14	369,43
5	3	119,6	182,22	468,5	226,63	231,30	374,55
6	4	115,69	188,72	469,99	229,25	238,88	378,59
7	5	112,97	196,08	474,47	230,83	246,84	382,61
8	6	110,35	203,29	479,69	231,08	254,45	386,20
9	7	107,35	210,04	484,92	230,31	261,70	388,36
10	8	103,79	216,29	490,06	228,733	268,68	390,33
11	9	99,62	222,11	495,11	226,78	275,91	392,39
12	10	84,87	227,59	500,12	224,21	283,65	394,63
13	11	89,57	222,8	505,13	219,78	291,57	396,92
14	12	83,8	237,83	510,19	214,93	299,66	399,24
15	13	77,6	242,71	515,23	209,59	307,80	401,24
16	14	70,91	247,52	520,31	203,12	315,95	402,25
17	15	63,52	252,72	526,31	194,78	324,28	403,21
18	16	55,65	259,71	536,09	183,79	331,85	404,22
19	17	51,26	268,5	549,79	169,27	333,49	404,51
20	18	72,79	262,73	538,8	156,21	316,39	399,46
21	19	106,01	193,32	399,57	127,68	232,35	351,63
22	20	310,98	69,15	172,69	307,22	71,53	231,13

Окончание таблицы 5

Узлы по сетке	Узлы по телу	Узлы по сетке и по телу оболочки									
		10	11	12	13	14	15	16	17	18	
		8	9	10	11	12	13	14	15	16	
Прогибы w , мм											
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	0,632308	0,620689	0,609238	0,599124	0,592034	0,591061	0,601929	0,6346	0,7046	
4	2	0,84454	0,821997	0,798996	0,778486	0,764278	0,762666	0,784704	0,8495	0,9893	
5	3	0,932468	0,90252	0,870543	0,841559	0,821571	0,819485	0,849629	0,9353	1,1138	
6	4	1,012259	0,97763	0,938892	0,9031	0,878351	0,875759	0,912202	1,0143	1,2277	
7	5	1,094617	1,056895	1,01292	0,971516	0,942611	0,939293	0,98076	1,0970	1,3468	
8	6	1,17742	1,137297	1,088954	1,042636	1,009827	1,005382	1,050831	1,1799	1,4668	
9	7	1,260178	1,21777	1,165442	1,11457	1,07793	1,07197	1,120684	1,2624	1,5877	
10	8	1,342974	1,29806	1,241912	1,186754	1,146393	1,138692	1,190014	1,3450	1,7106	
11	9	1,425544	1,377777	1,317958	1,258866	1,215085	1,205817	1,259815	1,4309	1,8403	
12	10	1,507429	1,456409	1,393168	1,330651	1,283827	1,272904	1,331209	1,5218	1,9793	
13	11	1,590403	1,535459	1,46904	1,403475	1,353399	1,340943	1,403991	1,6153	2,1252	
14	12	1,682858	1,623682	1,553895	1,484521	1,430828	1,415591	1,48205	1,7132	2,2786	
15	13	1,78454	1,723012	1,65232	1,581568	1,523121	1,501663	1,567824	1,8155	2,438	
16	14	1,887819	1,825363	1,756184	1,686921	1,626874	1,59823	1,658838	1,9197	2,6021	
17	15	1,994773	1,933556	1,868639	1,803948	1,745587	1,712464	1,761874	2,0293	2,7694	
18	16	2,115563	2,058617	2,001022	1,94402	1,89069	1,856089	1,893841	2,1550	2,9426	
19	17	2,22979	2,180944	2,133759	2,087379	2,042456	2,010019	2,037295	2,2720	3,0551	
20	18	2,158654	2,122857	2,089647	2,057137	2,024373	1,998068	2,013453	2,1869	2,8085	
21	19	1,43685	1,41996	1,40494	1,390215	1,374436	1,359696	1,363363	1,4372	1,6924	
22	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

Интенсивность касательных напряжений $S(-h/2)$, МПа,
 $q = 10$ МПа

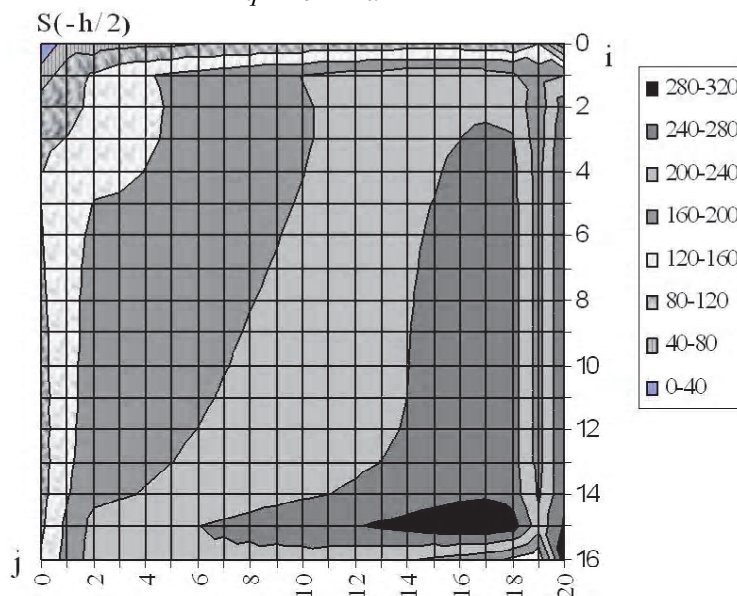


Рисунок 6. Интенсивность касательных напряжений $S(-h/2)$, $q = 10$ МПа.

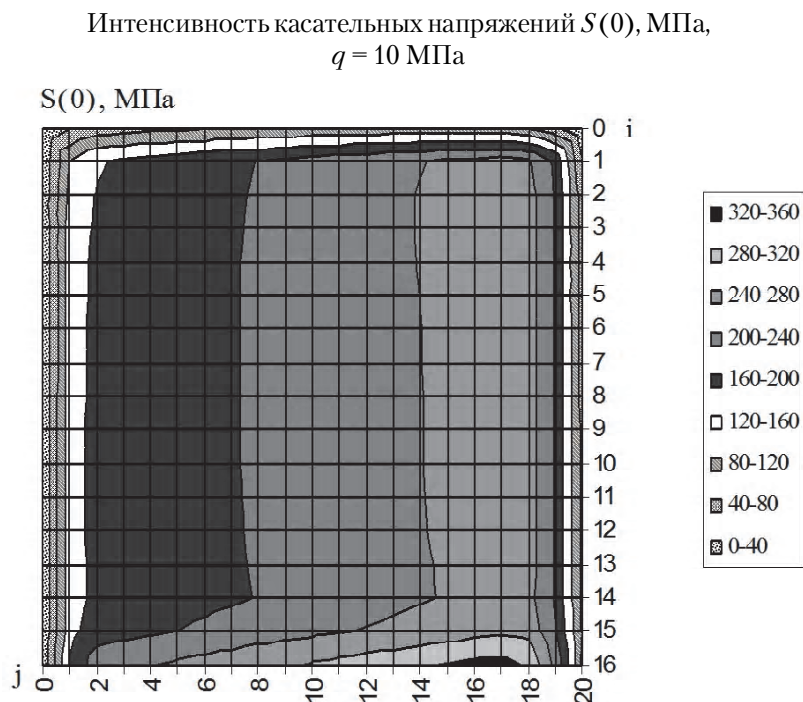


Рисунок 7. Интенсивность касательных напряжений $S(0)$, $q = 10$ МПа.

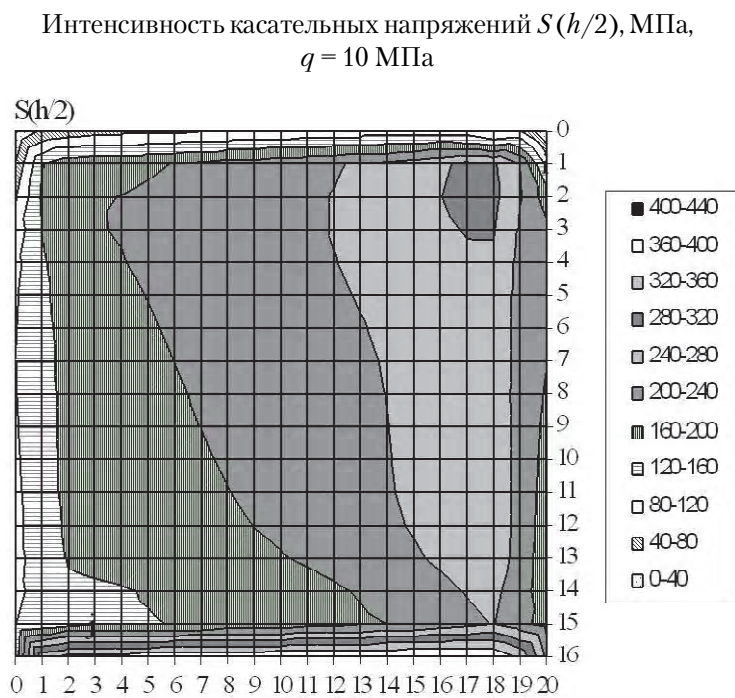


Рисунок 8. Интенсивность касательных напряжений $S(h/2)$, $q = 10$ МПа.

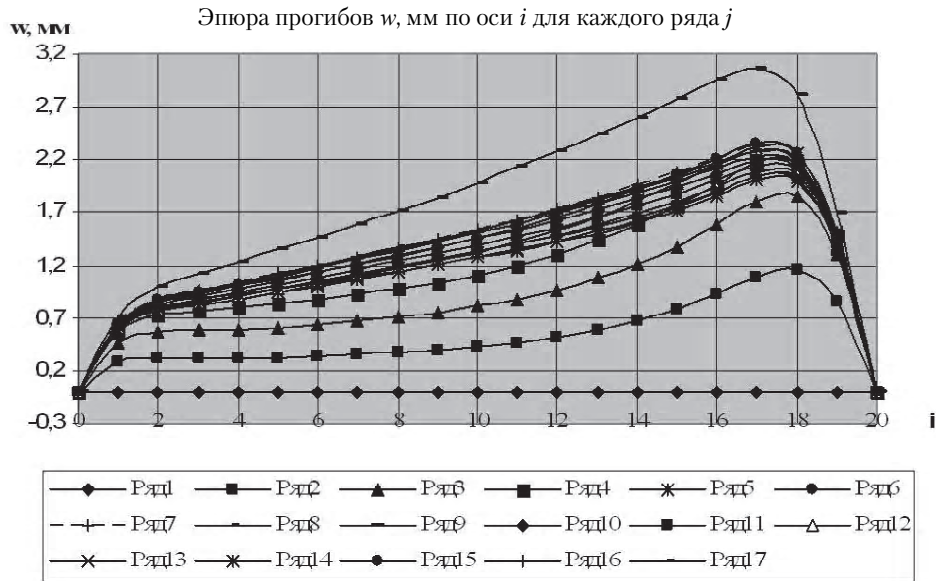


Рисунок 9. Эшора прогибов w , мм по оси i для каждого ряда j .

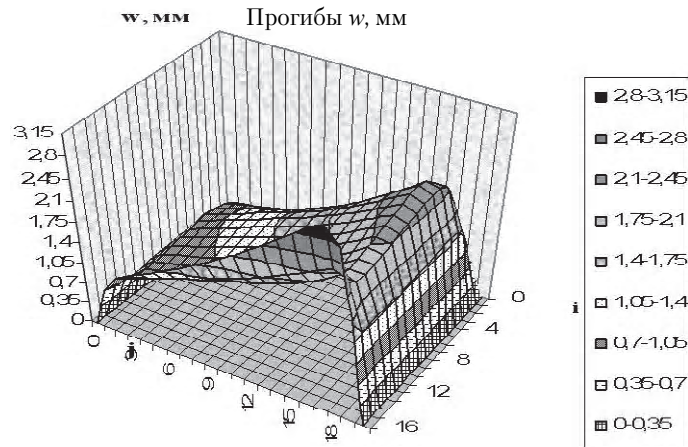


Рисунок 10. Эшора прогибов w , при $q = 10$ МПа.

Выводы

1. Методом сгущения сеточной области удалось обеспечить необходимую точность решения упругой задачи.
2. Установить наиболее нагруженные зоны пластических деформаций. Установить значение нагрузки $q_T = 4,1$ МПа, при которой в наиболее нагруженном месте оболочки возникают первые пластические деформации.
3. Установлено, что для сходимости с точностью 5% упруго-пластического решения потребовалось 24 итерации.
4. Показаны для сравнения интенсивности касательных напряжений при упругом и упруго-пластическом решении задачи для наиболее нагруженного ряда узлов. Сравнения показывают, что с использованием реальной диаграммы растяжения интенсивность касательных напряжений в зонах пластичности

сильно перераспределяется. Наибольшее снижение этих напряжений в зоне пластичности составило 26,4 %, а их увеличение в зонах упругости – 52,2 %.

5. Получены поля интенсивности S касательных напряжений по толщине оболочки для всех узлов сеточной области в табличной форме

и в виде графиков при упругом и упруго-пластическом решении.

6. Представлено поле прогибов w при упруго-пластическом решении задачи по всей сеточной области в табличной форме и объемного графика для половины оболочки.

Литература

1. Избранные методы строительной механики в расчетах пространственных конструкций [Текст] / В. Ф. Мушчанов, В. В. Кулябко, В. М. Левин, И. Г. Балюба и др. ; под общей ред. д. т. н., проф. В. Ф. Мушчанова. – Makeevka : ДонНАСА, 2006. – 291 с.
2. Мушчанов, В. Ф. Линейные и нелинейные задачи теории упругости в расчетах тонкостенных конструкций [Текст] / В. Ф. Мушчанов, А. И. Демидов. – Makeevka : РИС ОМС ДонНАСА, 2000. – 182 с.
3. Мушчанов, В. Ф. Упруго-пластическое состояние круговой тороидальной оболочки с прямоугольным отверстием [Текст] / В. Ф. Мушчанов, А. И. Демидов // Современное промышленное и гражданское строительство. 2007. Т. 3, № 2. С. 67–77.
4. Демидов, А. И. Упруго-пластическое напряженно-деформированное состояние тонкой незамкнутой тороидальной оболочки [Текст] / А. И. Демидов // Современное промышленное и гражданское строительство. 2006. Т. 2, № 4. С. 163–176.
5. Мушчанов, В. Ф. Упруго-пластическое напряженное состояние круговых конических оболочек переменной и постоянной толщины с отверстием [Текст] / В. Ф. Мушчанов, А. И. Демидов // Металлические конструкции. 2008. Т. 14, № 3. С. 125–142.
6. Новожилов, В. В. Теория тонких оболочек [Текст] / В. В. Новожилов. – Ленинград : Судпромгиз, 1962. – 432 с.
7. Шевченко, Ю. Н. Методы расчета оболочек. Теория упруго-пластических оболочек при неизотермических процессах нагружения [Текст] / Ю. Н. Шевченко, И. В. Прохоренко. – Киев : Наукова думка, 1981. – 296 с.
8. Шевченко, Ю. Н. Термопластичность при переменных нагружениях [Текст] / Ю. Н. Шевченко. – Киев : Наукова думка, 1970. – 288 с.
9. Коларов, Д. Механика на пластичните среди [Текст] / Д. Коларов, Н. Бончева. – София : Издателство на Българската Академия на науките, 1975. – 510 с.

References

1. Mushchanov, V. F.; Kulyabko, V. V.; Levin, V. M.; Balyuba, I. G. [et. al.]. Select methods of structural building mechanics in analysis of space structures [Text]. Edited by V. F. Mushchanov. Makeevka : DNACA. 2006. P. 55–136. (in Russian)
2. Mushchanov, V. F.; Demidov, A. I. Linear and non-linear problems of elasticity theory in the calculation of thin wall constructions [Text]. Makeevka : DonSASEA. 2000. 182 p. (in Russian)
3. Mushchanov, V. F.; Demidov, A. I. An elasticplastic state of a circle toroidal shell with a rectangular opening [Text]. In: *Modern Industrial and Civil Construction*. 2007. Vol. 3. № 2. P. 67–77. (in Russian)
4. Demidov, O. I. An elasticplastic stresseddeformed state of a thin unclosed toroidal shell [Text]. In: *Modern Industrial and Civil Construction*. 2006. Vol. 2, № 4. P. 163–176. (in Russian)
5. Muschanov, V. F.; Demidov, A. I. Plastoelastic stressed state circular conical shell structure of a tapered and constant thickness with a hole [Text]. In: *Metal Constructions*. 2008. Vol. 14, № 3. P. 125–142. (in Russian)
6. Novozhilov, V. V. The theory of thin shells. Leningrad : Sudpromgiz. 1962. 432 p. (in Russian)
7. Shevchenko, Yu. N.; Prohorenko, I. V. Analysis method of shells. The theory of elastoplastic shell in the nonisothermal process of loading [Text]. Kyiv : Scientific thought. 1981. 296 p. (in Russian)
8. Shevchenko, Yu. N. Thermal plasticity in the process of variable loading. Kyiv : Scientific thought. 1970. 288 p. (in Russian)
9. Kolarov, D.; Boncheva N. Mechanic of sphere plasticity [Text]. Sofia : Publishing house of Bulgarian Academy of Science. 1975. 510 p. (in Bulgarian)
10. Berthoumieux, Hélène; Maître, Jean-Léon; Heisenberg, Carl-Philipp [et. al.]. Active elastic thin shell theory for cellular deformations [Text]. In: *New Journal of Physics*. 2014. Vol. 16. P. 2–4.
11. Zeighampour, Hamid; Yaghoub Tadi Beni; Mehralian, Fahimeh. A shear deformable conical shell formulation in the framework of couple stress theory [Text]. In: *Acta Mechanica*. 2015. Vol. 226. Issue 8. P. 2607–2629.

10. Active elastic thin shell theory for cellular deformations [Текст] / Hélène Berthoumieux, Jean-Léon Maître, Carl-Philipp Heisenberg [et. al.] // *New Journal of Physics*. 2014. Vol. 16. P. 2–4.
11. A shear deformable conical shell formulation in the framework of couple stress theory [Текст] / Hamid Zeighampour, Yaghoub Tadi Beni, Fahimeh Mehralian // *Acta Mechanica*. 2015. Vol. 226. Issue 8. P. 2607–2629.
12. Zeighampour, Hamid. Buckling analysis of functionally graded sandwich cylindrical micro-nanoshells based on the couple stress theory [Электронный ресурс] / Hamid Zeighampour, Milad Shojaeian // *Journal of Sandwich Structures & Materials*. 2017. Vol. 21. Issue 3. P. 917–937. Access mode: <https://doi.org/10.1177/1099636217703912>.
13. Strain gradient based dynamic response analysis of heterogeneous cylindrical microshells with porosities under a moving load [Электронный ресурс] / Seyed Sajad Mirjavadi¹, Behzad Mohasel Afshari, Mohammad Reza Barati [and others] // *Materials Research Express*. 2018. Volume 6, Number 3. Access mode : <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/2053-1591/aaf5a2>.
14. Liu, Y.; Wang, Y. Size-dependent free vibration and buckling of three-dimensional graphene foam microshells based on modified couple stress theory [Текст] / Y. Liu, Y. Wang // *Materials*. 2019. 12(5). P. 729.
15. Sen, S. K. Criteria for finite element discrimination of shells of revolution [Текст] / S. K. Sen, P. L. Gould // *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*. 1973. 6, 2. P. 265–274.
16. Stang, G. Linear algebra and its applications calculating spatial pivotal structures [Текст] / G. Stang. – New York, Sanfrancisco, London : [s. n.]. 1976. – 456 p.
12. Zeighampour, Hamid; Shojaeian, Milad. Buckling analysis of functionally graded sandwich cylindrical micro-nanoshells based on the couple stress theory [Electronic resource]. In: *Journal of Sandwich Structures & Materials*. 2017. Vol. 21. Issue 3. P. 917–937. Access mode : <https://doi.org/10.1177/1099-636217703912>.
13. Seyed Sajad Mirjavadi¹; Behzad Mohasel Afshari; Mohammad Reza Barati [and others]. Strain gradient based dynamic response analysis of heterogeneous cylindrical microshells with porosities under a moving load [Electronic resource]. In: *Materials Research Express*. 2018. Volume 6, Number 3. Published 19 December 2018. Access mode : <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/2053-1591/aaf5a2>.
14. Liu, Y.; Wang, Y. Size-dependent free vibration and buckling of three-dimensional graphene foam microshells based on modified couple stress theory [Text]. In: *Materials*. 2019. 12(5). P. 729.
15. Sen, S. K.; Gould, P. L. Criteria for finite element discrimination of shells of revolution [Text]. In: *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*. 1973. 6,2. P. 265–274.
16. Stang, G. Linear algebra and its applications calculating spatial pivotal structures [Text]. New York, Sanfrancisco, London : [s. n.], 1976. 456 p.

Муцанов Владимир Филиппович – доктор технических наук, профессор; заведующий кафедрой теоретической и прикладной механики, проректор по научной работе ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры». Член международной организации «Институт гражданских инженеров» и международной ассоциации «Пространственные конструкции». Научные интересы: теория надежности, расчет, проектирование и техническая диагностика пространственных металлических конструкций.

Демидов Александр Иванович – кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической и прикладной механики ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры». Научные интересы: физически линейные и нелинейные задачи теории тонких оболочек постоянной и переменной толщины с большими отверстиями.

Оржеховский Анатолий Николаевич – кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической и прикладной механики ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры». Научные интересы: исследование действительной работы и показателей надежности стержневых систем в строительстве, численные методы расчета пространственных стержневых конструкций.

Муцанов Володимир Пилипович – доктор технічних наук, професор; завідувач кафедри теоретичної та прикладної механіки, проректор з наукової роботи ДОУ ВПО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури». Член міжнародної організації «Інститут цивільних інженерів» та міжнародної асоціації «Просто-

рові конструкції». Наукові інтереси: теорія надійності, розрахунок, проектування та технічна діагностика просторових металевих конструкцій.

Демидов Олександр Іванович – кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної та прикладної механіки ДОУ ВПО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури». Наукові інтереси: фізично лінійні і нелінійні задачі теорії тонких оболонок постійної і змінної товщини з великими отворами.

Оржеховський Анатолій Миколайович – кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної та прикладної механіки ДОУ ВПО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури». Наукові інтереси: дослідження дійсної роботи і показників надійності стержневих систем в будівництві, чисельні методи розрахунку просторових стержневих конструкцій.

Mushchanov Volodymyr – D. Sc. (Eng.), Professor; Head of the Theoretical and Applied Mechanics Department, vice-rector on the scientific activity of the Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. A member of the international organization «Institute of Civil Engineer» and international organization of «Spatial Structures». Scientific interests: include the reliability theory, analyses, designing and engineering diagnostics of spatial metal structures.

Demidov Alexander – Ph. D. (Eng.), Associate Professor, Theoretical and Applied Mechanics Department, Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. Scientific interests: physically linear and nonlinear problems of the theory of thin shells of constant and variable thickness with large holes.

Orzhekhovsky Anatoly – Ph. D. (Eng.), Associate Professor, Theoretical and Applied Mechanics Department, Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. Scientific interests: the study of the actual work and reliability indicators of pivotal systems in construction, numerical methods for calculating spatial pivotal structures.