



(21)-0422-1

## К ВОПРОСУ УЧЕТА ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ, ВОЗНИКАЮЩИХ В ТОНКОСТЕННЫХ ПРОФИЛЯХ ПРИ ИЗГИБЕ С КРУЧЕНИЕМ

**В. Ф. Мущанов<sup>а,1</sup>, Ю. В. Сивоконь<sup>б,2</sup>, М. П. Кащенко<sup>а,3</sup>, В. Р. Касимов<sup>б,4</sup>**

<sup>а</sup> ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»,  
2, ул. Державина, г. Макеевка, ДНР, 86123.

<sup>б</sup> ФГБОУ ВО «Нижегородский архитектурно-строительный университет»,  
65, ул. Ильинская, г. Нижний Новгород, Россия, 603950.

E-mail: <sup>1</sup> mof@donnasa.ru, <sup>2</sup> tpm01@yandex.ru, <sup>3</sup> m.p.kashchenko@donnasa.ru, <sup>4</sup> vadim\_r\_k@mail.ru

Получена 10 марта 2021; принята 26 марта 2021.

**Аннотация.** В данной статье анализируется учет влияния эффекта тонкостенности на величину нормальных и касательных напряжений при моделировании расчетной схемы консольной балки с поперечным сечением в виде двутавра или швеллера, нагруженной сосредоточенной силой в двух вариантах: с эксцентриситетом и без эксцентриситета относительно центра изгиба. Анализ компонент напряженно-деформированного состояния исследуемых схем осуществлялся на основании двух методов расчета: аналитического – в рамках основных гипотез теории В. З. Власова и на основе детального конечно-элементного моделирования оболочечными элементами с использованием возможностей программного комплекса ЛИРА-САПР 2018. Получены выводы о влиянии деформации сечения на его напряженное состояние, выполнена оценка точности аналитического метода расчета, а также рациональность конечно-элементного моделирования таких сечений при решении подобных задач.

**Ключевые слова:** тонкостенный элемент, напряженно-деформированное состояние, бимомент, нормальные и касательные напряжения, метод конечных элементов.

## ДО ПИТАННЯ УРАХУВАННЯ ДОДАТКОВИХ НАПРУЖЕНЬ, ЩО ВИНИКАЮТЬ В ТОНКОСТІННИХ ПРОФІЛЯХ ПРИ ЗГІНІ З КРУТІННЯМ

**В. Ф. Мущанов<sup>а,1</sup>, Ю. В. Сивоконь<sup>б,2</sup>, М. П. Кащенко<sup>а,3</sup>, В. Р. Касимов<sup>б,4</sup>**

<sup>а</sup> ДООУ ВПО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури»,  
2, вул. Державіна, м. Макіївка, ДНР, 86123.

<sup>б</sup> ФДБОУ ВО «Нижегородський архітектурно-будівельний університет»,  
65, вул. Іллінська, м. Нижній Новгород, Росія, 603950.

E-mail: <sup>1</sup> mof@donnasa.ru, <sup>2</sup> tpm01@yandex.ru, <sup>3</sup> m.p.kashchenko@donnasa.ru, <sup>4</sup> vadim\_r\_k@mail.ru

Отримана 10 березня 2021; прийнята 26 березня 2021.

**Анотація.** У даній статті аналізується урахування впливу ефекту тонкостінності на величину нормальних і дотичних напружень при моделюванні розрахункової схеми консольної балки з поперечним перерізом у вигляді двутавру або швелера, завантаженої зосередженою силою в двох варіантах: з эксцентриситетом і без эксцентриситету щодо центра згину. Аналіз компонент напружено-деформованого стану досліджуваних схем здійснювався на підставі двох методів розрахунку: аналітичного –

в рамках основных гипотез теории В. З. Власова і на підставі детального скінченно-елементного моделювання оболонковими елементами з використанням можливостей програмного комплексу ЛІРА-САПР 2018. Отримано висновки про вплив депланації перерізу на його напружений стан, виконано оцінку точності аналітичного методу розрахунку, а також раціональність скінченно-елементного моделювання таких перерізів при вирішенні подібних задач.

**Ключові слова:** тонкостінний елемент, напружено-деформований стан, бімомент, нормальні і дотичні напруження, метод скінченних елементів.

## ON THE ISSUE OF ACCOUNTING FOR ADDITIONAL STRESSES THAT OCCUR IN THIN-WALLED PROFILES WHEN BENDING WITH TORSION

Volodymyr Mushchanov <sup>a,1</sup>, Yuliya Syvokon <sup>b,2</sup>, Margarita Kashchenko <sup>a,3</sup>, Vadim Kasimov <sup>b,4</sup>

<sup>a</sup> Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture,  
2, Derzhavina Str., Makeyevka, DPR, 86123.

<sup>b</sup> Nizhny Novgorod University of Architecture and Civil Engineering,  
65, Ilyinskaya Str., Nizhny Novgorod, Russia, 603950.

E-mail: <sup>1</sup> mvf@donnasa.ru, <sup>2</sup> tpm01@yandex.ru, <sup>3</sup> m.p.kashchenko@donnasa.ru, <sup>4</sup> vadim\_r\_k@mail.ru

Received 10 March 2021; accepted 26 March 2021.

**Abstract.** This article analyzes the account of the effect of thinness on the magnitude of normal and tangential stresses when modeling the design scheme of a cantilever beam with a cross-section in the form of an I-beam or channel with a loaded concentrated force in 2 versions: with eccentricity and without eccentricity relative to the center of the bend. The analysis of the components of the stress-strain state of the studied schemes was carried out on the basis of 2 calculation methods: analytical – within the framework of the main hypotheses of the theory of V. Z. Vlasov, and on the basis of detailed finite element modeling with shell elements using the capabilities of the LIRA-SAPR 2018 software package. The conclusions about the influence of the warping of the section on its stress state are obtained; the accuracy of the analytical method of calculation is assessed, as well as the rationality of the finite element modeling of such sections when solving such problems.

**Keywords:** thin-walled element, stress-strain state, bimoment, normal and shear stresses, finite element method.

### Введение

Тонкостенные элементы различного поперечного сечения находят все более широкое применение в современной практике проектирования строительных конструкций. Одним из объектов, где применение подобных конструктивов является рациональным и оправданным, является замкнутый стальной опорный контур мембранного покрытия на прямоугольном плане, при изучении напряженно-деформированного состояния которого возникает вопрос об учете дополнительных напряжений, вызванных эффектом

тонкостенности. При этом аналитический расчет опорного контура для такой модели вызывает затруднения, т. к., кроме самого поперечного сечения контура, в его работе задействованы также и ребра жесткости. На данный момент в библиотеках конечных элементов наиболее популярных конечно-элементных программных комплексов, используемых на постсоветском пространстве, только начинают появляться стержневые конечные элементы в виде тонкостенных стержней. Так, на момент написания данной статьи в библиотеке конечных элементов ПК SCAD

такой конечный элемент отсутствует [8], в Лира САПР и Лира Софт есть конечные элементы тонкостенных стержней, но они выдают неполный спектр усилий (например, [10]). Кроме того, стержневыми конечными элементами затруднительно учесть ребра жесткости опорного контура.

### Анализ исследования

В трехтомнике «Металлические конструкции» [6] при расчете элементов для упругой стадии работы стали предлагаются общие формулы определения нормальных и касательных напряжений, учитывающие все компоненты усилий для нормальных напряжений:

$$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M_x}{J_x} y_k \pm \frac{M_y}{J_y} x_k \pm \frac{B_\omega}{J_\omega} \omega_k \leq \gamma_c \cdot R_y, \quad (1)$$

и для касательных:

$$\tau = \frac{Q_y S_{x,k}}{J_x t} \pm \frac{Q_x S_{y,k}}{J_y t} \pm \frac{M_k 2t_k}{J_k} \pm \frac{M_\omega S_{\omega,k}}{J_\omega t} \leq \gamma_c \cdot R_s. \quad (2)$$

Современные нормативные документы по расчету и проектированию стальных конструкций, например СП 16.13330.2017 [11] и ДБН В.2.6-198:2014 [13] требуют учета только бимоента, как и ТКП EN 1993-1-1-2009 (Белорусская редакция Еврокод 3). Проектирование стальных конструкций [12] требует учитывать также и изгибно-крутящий момент. В связи с этим основной целью данного исследования является оценка величины нормальных и касательных напряжений от бимоента и изгибно-крутящего мо-

мента на примере аналитического и численного расчетов (с помощью детальной конечно-элементной модели) и их влияние на общую картину напряженно-деформированного состояния двух консольных балок с поперечным сечением в виде швеллера и двутавра.

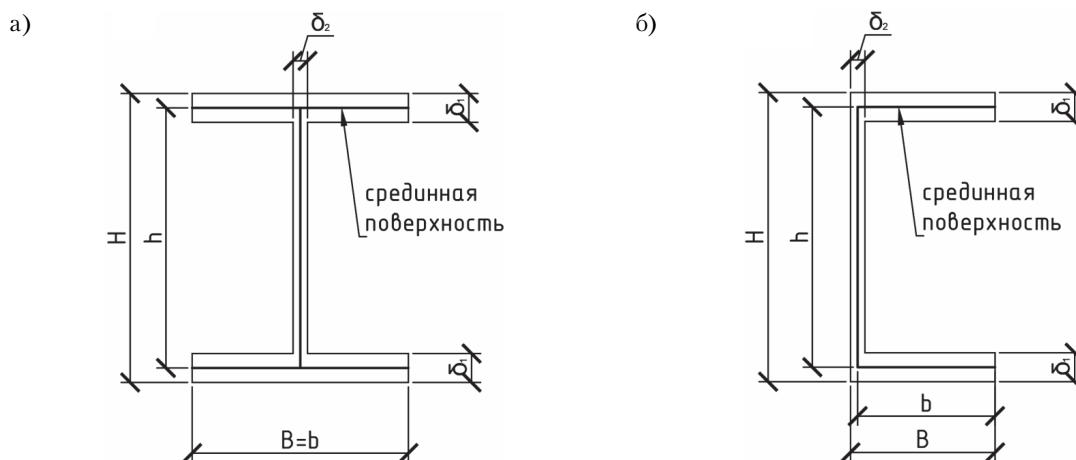
### Основная часть

На рисунке 1 показаны геометрические параметры для тестового примера – консольной балки с поперечным сечением в виде швеллера и двутавра. В качестве исходных размеров принимаем габариты сечения срединной поверхности и толщину участков.

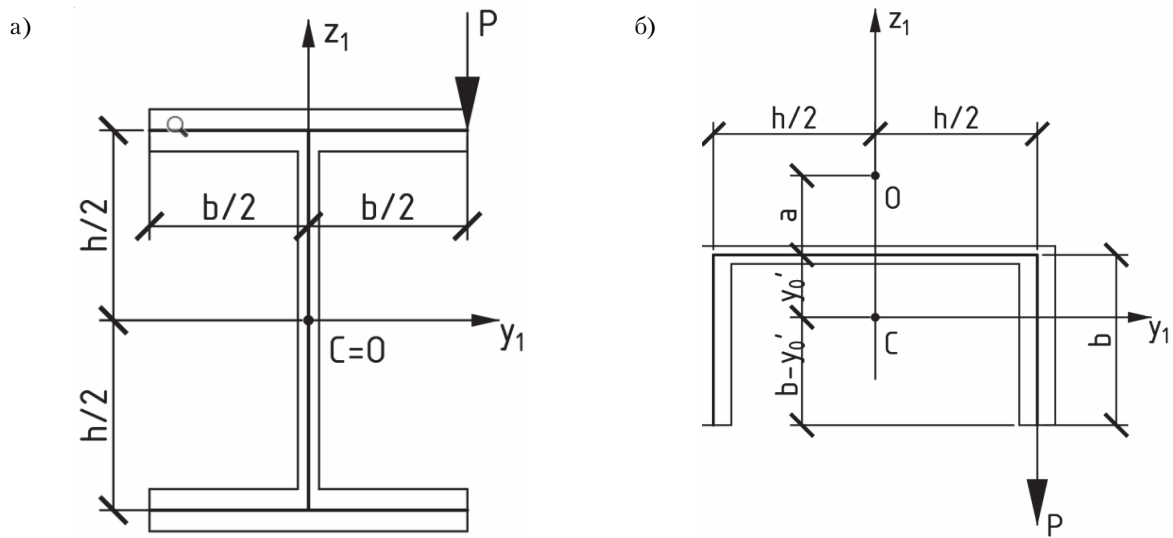
Расчетная схема для тестового примера – консольный заземленный стержень, нагруженный сосредоточенной силой. Сосредоточенная сила для обоих вариантов поперечных сечений прикладывается в центре изгиба (точка О на рисунке 2) и вне центра изгиба, как показано на рисунке 2.

Собственный вес балок в рассматриваемых расчетных схемах не учитывается. Для анализа влияния тонкостенности рассмотрена расчетная схема консольной балки для обоих вариантов сечения и двумя вариантами приложения сосредоточенной силы для каждого сечения (в центре изгиба – с нулевым эксцентриситетом, и вне центра изгиба с эксцентриситетом). Расчетная схема с эпюрами усилий (без секториальных) показана на рисунке 3.

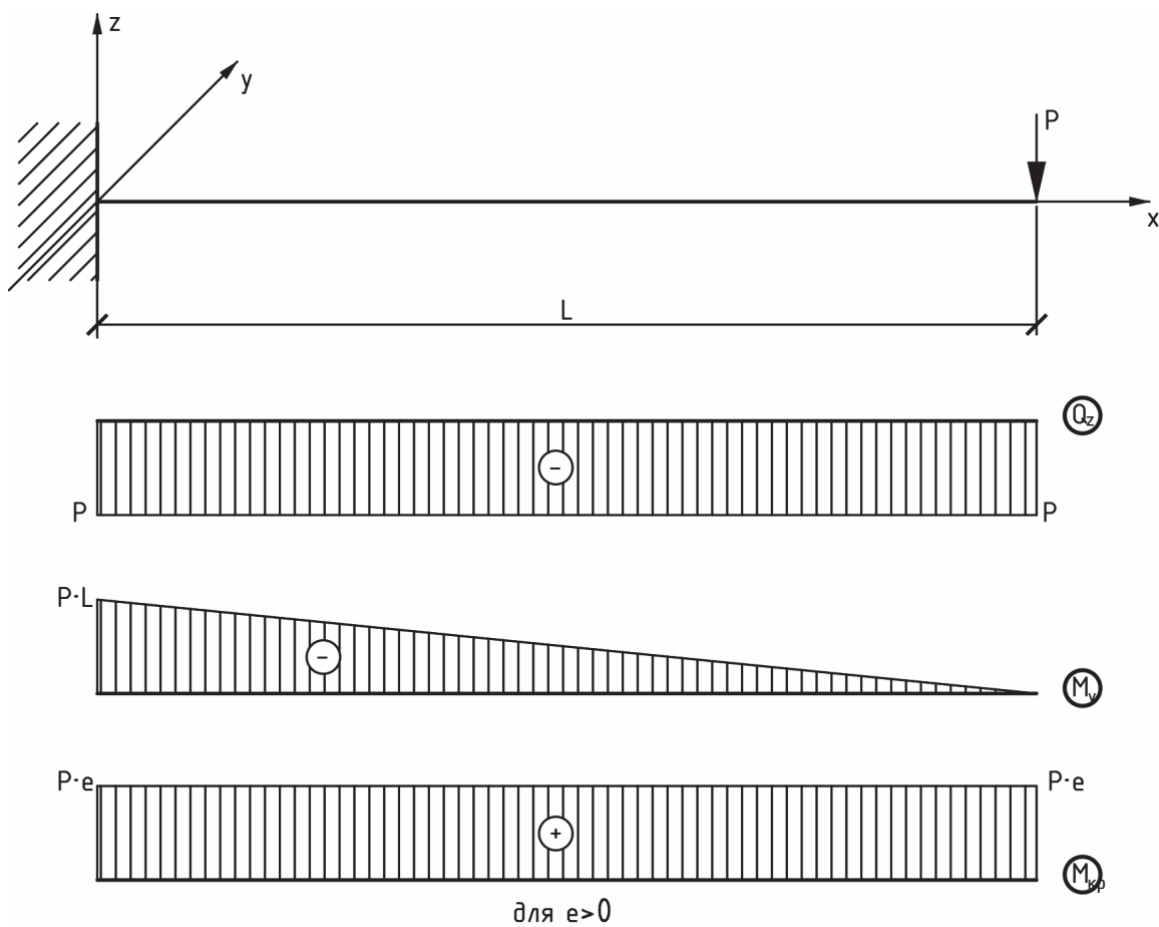
Для изучения влияния тонкостенности рассмотрим влияние изменения толщин стенок и



**Рисунок 1.** Габариты поперечных сечений для тестовой расчетной схемы: а) поперечные сечения в виде двутавра; б) поперечные сечения в виде швеллера.



**Рисунок 2.** Схема приложения сосредоточенной силы вне центра изгиба относительно поперечного сечения: а) поперечные сечения в виде двутавра; б) поперечные сечения в виде швеллера.



**Рисунок 3.** Расчетная схема с эпорами усилий без учета усилий, вызванных тонкостенностью (для вариантов приложения силы без учета эксцентриситета крутящий момент равен нулю).

полок сечений в виде двутавра и швеллера. В основных гипотезах теории В. З. Власова [1] (стр. 8) есть численные критерии тонкостенности:

$$\frac{\delta}{d} \leq 0,1 \text{ и } \frac{d}{l} \leq 1, \quad (3)$$

где  $\delta$  – толщина стенки профиля;  
 $d$  – наибольший характерный размер;  
 $l$  – длина стержня.

Параметры поперечных сечений швеллера и двутавра по первому варианту соответствуют критерию тонкостенности, следовательно, второй и третий вариант так же ему соответствуют. В таблице 1 приведены параметры поперечных сечений, пролет балки и нагрузка для всех рассматриваемых вариантов.

В таблице 2 представлены результаты аналитического расчета для стержня с сечением в виде швеллера и двутавра для трех вариантов геометрических размеров поперечных сечений. В двух нижних строках в процентах показан вклад нормальных и касательных напряжений. Все усилия и напряжения вычислены для сечения, расположенного в середине пролета.

Как видно из данных таблицы 2, для швеллера вклад касательных напряжений, вызванных тонкостенностью, находится в пределах погрешности. Поэтому имеет смысл анализировать далее для швеллера только изменение нормальных напряжений, а для двутавра анализировать

нормальные и касательные напряжения по варианту 3.

Для сравнения напряжений составлены КЭ-модели из четырехугольных элементов оболочки с учетом практической сходимости [2].

На рис. 4 представлены эпюры нормальных напряжений в балке с поперечным сечением в виде швеллера, расположенного в середине пролета, полученные при расчете детальной оболочечной конечно-элементной модели.

На рис. 5 представлены эпюры нормальных напряжений в балке с сечением в виде двутавра в середине пролета, полученные при расчете детальной оболочечной конечно-элементной модели.

На рис. 6 и 7 представлены эпюры касательных напряжений в балке с сечением в виде швеллера и двутавра соответственно для сечения в середине пролета, полученные при расчете детальной оболочечной конечно-элементной модели.

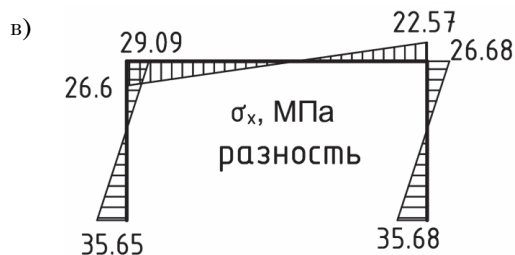
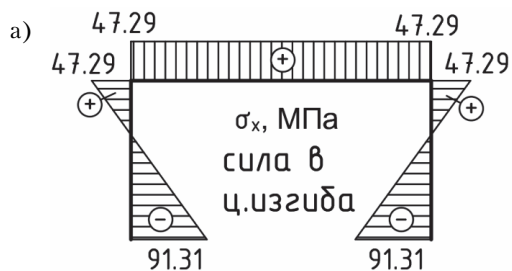
Как видно из рис. 6 и таблицы 1, эпюры касательных напряжений, построенные на основе использования детальной конечно-элементной оболочечной модели, и по данным аналитического расчета, в отличие от эпюр нормальных напряжений, не совпадают. Это связано с тем, что практическая сходимость достигается только по параметру  $\sigma_y$ , а по параметрам  $\sigma_x$  и  $\tau_{xy}$  для рассматриваемой расчетной схемы не достигается. Аналогичная ситуация имеет место и для балки с сечением в виде двутавра.

**Таблица 1.** Варианты геометрических размеров сечений и параметры тестовой расчетной схемы

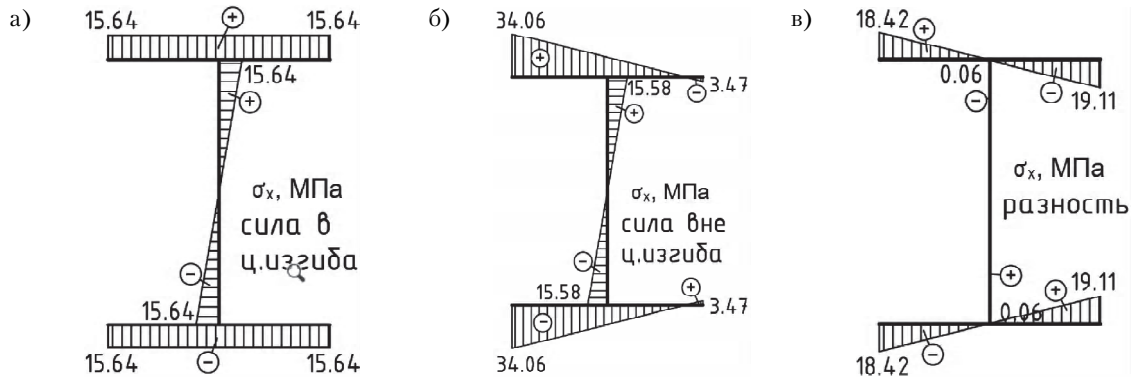
№ варианта	Двутавр	Швеллер	Размеры и значения одинаковые для всех вариантов
1	$h = 80$ см $b = 60$ см $\delta_1 = 8$ см $\delta_2 = 4$ см	$h = 80$ см $b = 40$ см $\delta_1 = 8$ см $\delta_2 = 4$ см	$P = 20$ кН $L = 16$ м $E = 2,06 \cdot 10^5$ МПа $\mu = 0,3$
2	$h = 80$ см $b = 60$ см $\delta_1 = 4$ см $\delta_2 = 2$ см	$h = 80$ см $b = 40$ см $\delta_1 = 4$ см $\delta_2 = 2$ см	
3	$h = 80$ см $b = 60$ см $\delta_1 = 2$ см $\delta_2 = 1$ см	$h = 80$ см $b = 40$ см $\delta_1 = 2$ см $\delta_2 = 1$ см	

**Таблица 2.** Сравнение результатов аналитического расчета для поперечного сечения в виде швеллера и двутавра при различных вариантах

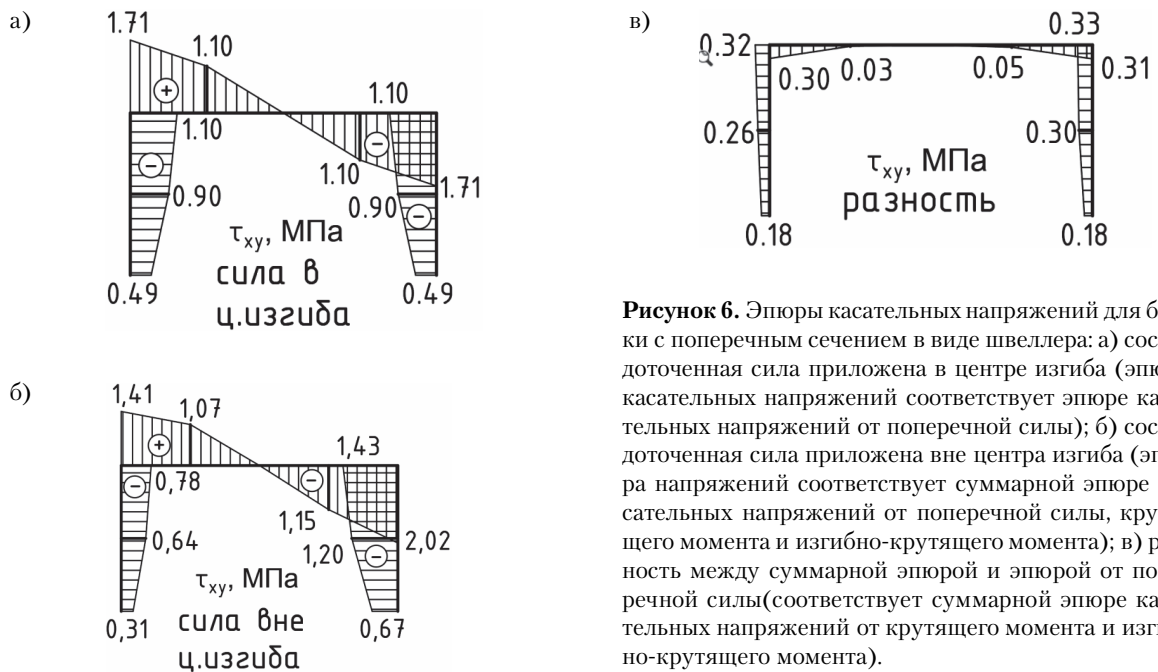
Усилия	Ед. изм.	Швеллер			Двутавр		
		сила вне центра изгиба в.1	сила вне центра изгиба в.2	сила вне центра изгиба в.3	сила вне центра изгиба в.1	сила вне центра изгиба в.2	сила вне центра изгиба в.3
$N$	кН	0	0	0	0	0	0
$\sigma_N$	МПа	0	0	0	0	0	0
$M_y$	кН·м	-160	-160	-160	-160	-160	-160
$\sigma_{My}$	МПа	-24,85	-49,92	-99,96	-4,23	-7,98	-15,49
$M_z$	кН·м	0	0	0	0	0	0
$\sigma_{Mz}$	МПа	0	0	0	0	0	0
$B_{\omega}$	кН·м <sup>2</sup>	0,0314	0,6493	3,8061	0,3507	4,1695	17,3378
$\sigma_{B\omega}$	МПа	0,02	0,63	7,26	0,09	2,17	18,06
$Q_y$	кН	0	0	0	0	0	0
$\tau_{Qy}$	МПа	0	0	0	0	0	0
$Q_z$	кН	20	20	20	20	20	20
$\tau_{Qz}$	МПа	0,41	0,83	1,67	0,16	0,33	0,66
$M_k$	кН·м	1,9816	1,8063	1,3250	5,8407	5,0011	3,2652
$\tau_{Mk}$	МПа	0,89	3,30	9,78	1,89	6,47	16,85
$M_{\omega}$	кН·м	0,0184	0,1937	0,6750	0,1593	0,9989	2,7348
$\tau_{M\omega\sigma}$	МПа	0,00	0,00	0,02	0,01	0,16	0,85
$\Sigma \sigma $	МПа	24,86	50,55	107,23	4,32	10,15	33,55
$\Sigma \tau $	МПа	1,31	4,14	11,46	2,07	6,95	18,36
% $\sigma$		0,06 %	1,24 %	6,77 %	2,11 %	21,39 %	53,84 %
% $\tau$		0,02 %	0,09 %	0,16 %	0,60 %	2,25 %	4,65 %



**Рисунок 4.** Эпюры нормальных напряжений вдоль оси для балки с поперечным сечением в виде швеллера: а) сосредоточенная сила приложена в центре изгиба (эпюра напряжений соответствует эпюре напряжений от изгибающего момента); б) сосредоточенная сила приложена вне центра изгиба (эпюра напряжений соответствует суммарной эпюре напряжений от изгибающего момента и бимоента); в) разность между суммарной эпюрой и эпюрой от изгибающего момента (соответствует эпюре от бимоента).



**Рисунок 5.** Эпюры нормальных напряжений вдоль оси для балки с поперечным сечением в виде двутавра: а) сосредоточенная сила приложена в центре изгиба (эпюра напряжений соответствует эпюре напряжений от изгибающего момента); б) сосредоточенная сила приложена вне центра изгиба (эпюра напряжений соответствует суммарной эпюре напряжений от изгибающего момента и бимомента); в) разность между суммарной эпюрой и эпюрой от изгибающего момента (соответствует эпюре от бимомента).



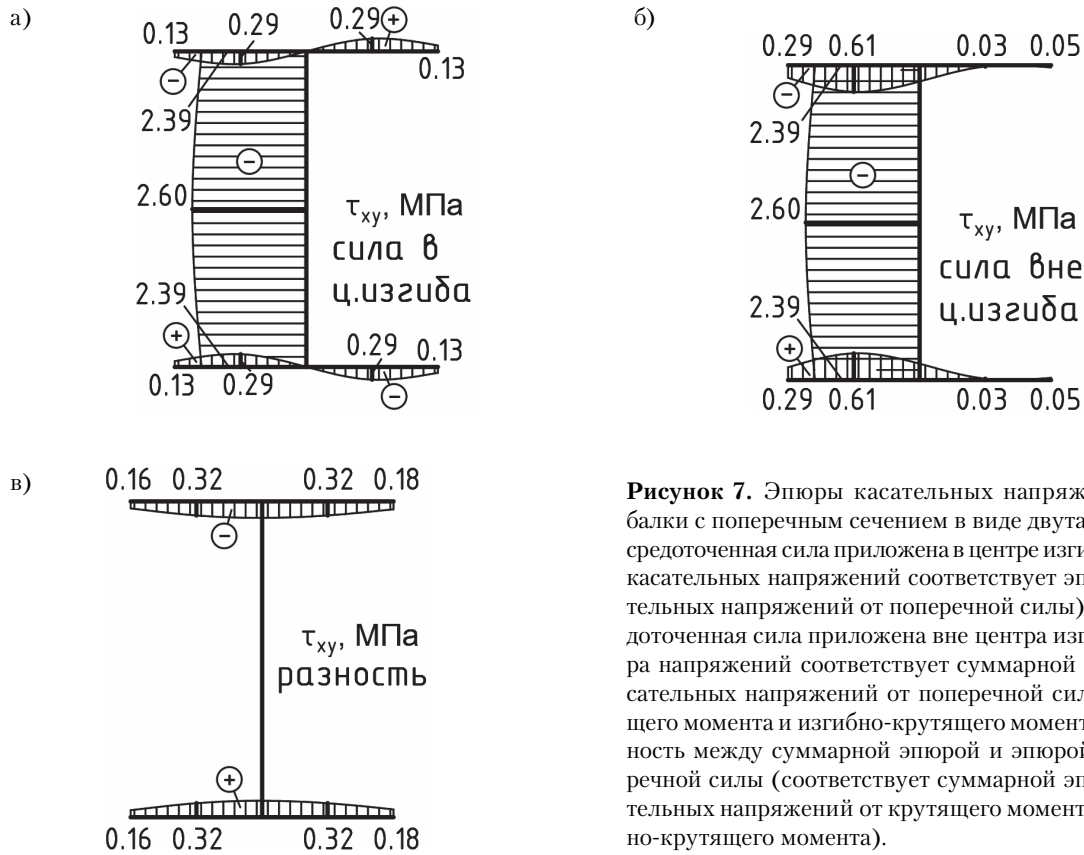
**Рисунок 6.** Эпюры касательных напряжений для балки с поперечным сечением в виде швеллера: а) сосредоточенная сила приложена в центре изгиба (эпюра касательных напряжений соответствует эпюре касательных напряжений от поперечной силы); б) сосредоточенная сила приложена вне центра изгиба (эпюра напряжений соответствует суммарной эпюре касательных напряжений от поперечной силы, крутящего момента и изгибно-крутящего момента); в) разность между суммарной эпюрой и эпюрой от поперечной силы (соответствует суммарной эпюре касательных напряжений от крутящего момента и изгибно-крутящего момента).

### Заключение

1. Из данных таблицы 1 видно, что наибольший вклад в суммарные нормальные напряжения дают нормальные напряжения от бимомента. Чем больше эффект тонкостенности (при прочих равных соотношений между толщиной и габаритами поперечного сечения), тем больше в процентном соотношении этот вклад.
2. При детальном оболочечном конечно-элементном моделировании можно из общих

значений нормальных напряжений для рассматриваемых расчетных схем вычленить нормальные напряжения только от изгибающего момента и отдельно от бимомента. При этом они довольно точно совпадают с данными аналитического расчета (погрешность не превышает 5 %).

3. Аналогичная операция, выполняемая для анализа касательных напряжений, вызывает затруднения ввиду отсутствия практической сходимости по рассматриваемому параметру.



**Рисунок 7.** Эпюры касательных напряжений для балки с поперечным сечением в виде двутавра: а) сосредоточенная сила приложена в центре изгиба (эпюра касательных напряжений соответствует эпюре касательных напряжений от поперечной силы); б) сосредоточенная сила приложена вне центра изгиба (эпюра напряжений соответствует суммарной эпюре касательных напряжений от поперечной силы, крутящего момента и изгибно-крутящего момента); в) разность между суммарной эпюрой и эпюрой от поперечной силы (соответствует суммарной эпюре касательных напряжений от крутящего момента и изгибно-крутящего момента).

4. В связи с большим вкладом в общую картину напряженно-деформированного состояния нормальных напряжений от бимомента наиболее оптимальным вариантом моделирования опорного контура при изучении напря-

женного состояния мембранных покрытий на прямоугольном плане с металлическим опорным контуром, несмотря на значительную трудоемкость, является детальная оболочечная конечно-элементная модель.

## Литература

1. Власов, В. З. Тонкостенные упругие стержни. Принципы построения общей технической теории стержневых оболочек / В. З. Власов. – Москва : Издательство Академии наук СССР, 1963. – 507 с. – Текст : непосредственный.
2. Перельмутер, А. В. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа / А. В. Перельмутер, В. И. Сливкер. – Киев : Сталь, 2002. – 600 с. – Текст : непосредственный.
3. Беляев, Н. М. Соппротивление материалов / Н. М. Беляев. – Москва : Наука, 1965. – 856 с. – Текст : непосредственный.
4. Шевченко, Ф. Л. Основы теории стесненного кручения тонкостенных стержней открытого профиля : учебное пособие / Шевченко Ф. Л. – Донецк : ДПИ, 1975. – 47 с. – Текст : непосредственный.
5. Определение участка «свободной» длины опорного контура мембранного покрытия на квадратном плане / В. Ф. Муцанов, Ю. В. Сивоконь,

## References

1. Vlasov, V. Z. Thin-walled elastic rods. Principles of construction of the general technical theory of bar shells. – Moscow : Publishing House of the USSR Academy of Sciences, 1963. – 507 p. – Text : direct. (in Russian)
2. Perelmuter, A. V.; Slivker, V. I. Calculation models of structures and the possibility of their analysis. – Kiev : Steel, 2002. – 600 p. – Text : direct. (in Russian)
3. Belyayev, N. M. Strength of materials. – Moscow : Science, 1965. – 856 p. – Text : direct. (in Russian)
4. Shevchenko, F. L. Fundamentals of the theory of constrained torsion of thin-walled open profile rods : schoolbook. – Donetsk : DPI, 1975. – 47 p. – Text : direct. (in Russian)
5. Mushchanov, V. F.; Sivokon, Yu. V.; Kashchenko, M. P.; Timoshchenko, I. N. Determination of the section of the «free» length of the supporting contour of the membrane covering on a square plan. – Text :



- М. П. Кашенко, И. Н. Тимошенко. – Текст : непосредственный // Промислове будівництво та інженерні споруди. – 2010. – № 4. – С. 10–16.
6. Металлические конструкции. В 3 томах. Т. 1. Элементы конструкций / В. В. Горев, Б. Ю. Уваров, В. В. Филиппов [и др.] ; под ред. В. В. Горева. – Москва : Высшая школа, 2002. – 544 с. – Текст : непосредственный.
  7. Металлические конструкции : учебник для вузов / Е. И. Беленя, В. А. Балдин, Г. С. Ведеников [и др.] ; под ред. Е. И. Беленя. – Москва : Стройиздат, 1986. – 156 с. – Текст : непосредственный.
  8. Библиотека конечных элементов. – Текст : электронный // SCAD Office help : [сайт]. – 2021. – URL: [https://scadsoft.com/help/SCAD/FEMLib/ru/index.htm#t=FEMLib1049\\_rtFfinite\\_elements\\_types.htm](https://scadsoft.com/help/SCAD/FEMLib/ru/index.htm#t=FEMLib1049_rtFfinite_elements_types.htm) (дата обращения: 05.04.2021).
  9. ЛИРА-САПР. Книга 1. Основы / Е. Б. Стрелец-Стрелецкий, А. В. Журавлев, Р. Ю. Водопьянов ; под ред. академика РААСН, докт. техн. наук, проф. А. С. Городецкого. – Москва : Издательство LIRALAND, 2019. – 154 с. – Текст : непосредственный.
  10. Лира Сервис. – Текст : электронный // Новые возможности ЛИРА-САПР 2018 для расчета ЛСТК с учетом деформации : [сайт]. – 2021. – URL: [https://rflira.ru/files/events/2018/materials/LIRA-SAPR\\_MSK\\_2018\\_LSTK.pdf](https://rflira.ru/files/events/2018/materials/LIRA-SAPR_MSK_2018_LSTK.pdf) (дата обращения: 05.04.2021).
  11. СП 16.13330.2017. Стальные конструкции = Steel structures : издание официальное : утвержден приказом Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации от 27 февраля 2017 г. № 126/пр : актуализированная редакция СНиП II-23-81\* : дата введения 2017-08-28 / подготовлен Департаментом градостроительной деятельности и архитектуры Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации (Минстрой России). – Москва : Минстрой России, 2017. – 146 с. – Текст : непосредственный.
  12. ТКП EN 1993-1-1-2009. Еврокод 3. Проектирование стальных конструкций. Часть 1-1. Общие правила и правила для зданий : издание официальное : утвержден и введен в действие приказом Министерства архитектуры и строительства Республики Беларусь от 10 декабря 2009 г. № 404 : введен впервые : дата введения 2010-01-01 / подготовлен техническим комитетом по стандартизации в области архитектуры и строительства «Металлические и деревянные конструкции» (ТКС 09) при научно-проектнопроизводственном республиканском унитарном предприятии «Стройтехнорм» (РУП «Стройтехнорм»). – Минск : Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь, 2009. – 95 с. – Текст : непосредственный.
  13. ДБН В.2.6-198:2014. Сталеві конструкції. Норми проектування : затверджено наказом Міністерства регіонального розвитку, будівництва та житлово-комунального господарства України від 01 січня direct. – In: *Industrial construction and engineering structures*. – 2010. – № 4. – P. 10–16. (in Russian)
  6. Gorev, V. V.; Uvarov, B. Yu.; Filippov, V. V. [et. al.] ; edited by Gorev, V. V. Metal constructions. In 3 volumes. Vol. 1. Structural elements. – Moscow : High School, 2002. – 544 p. – Text : direct. (in Russian)
  7. Belenya, Ye. I.; Baldin, V. A.; Vedenikov G. S. [et. al.] ; edited by Belenya, Ye. I. Metal structures : textbook for universities. – Moscow : Stroiizdat, 1986. – 156 p. – Text : direct. (in Russian)
  8. Finite element library. – Text : electronic. – In: *SCAD Office help*: [website]. – 2021. – URL: [https://scadsoft.com/help/SCAD/FEMLib/ru/index.htm#t=FEMLib1049\\_rtFfinite\\_elements\\_types.htm](https://scadsoft.com/help/SCAD/FEMLib/ru/index.htm#t=FEMLib1049_rtFfinite_elements_types.htm) (date of the application: 05.04.2021). (in Russian)
  9. Strelets-Streletsky, Ye. B.; Zhuravlev, A. V.; Vodopyanov, R. Yu. ; edited by Academician of RAABS, D. Sc. (Eng.), Professor A. S. Gorodetsky. LIRA-SAPR. Book 1. Basic principles. – Moscow : Publishing house LIRALAND, 2019. – 154 p. – Text : direct. (in Russian)
  10. Lira Service. – Text : electronic. – In: *New features of LIRA-SAPR 2018 for the calculation of LSTS taking into account warping*: [website]. – 2021. – URL: [https://rflira.ru/files/events/2018/materials/LIRA-SAPR\\_MSK\\_2018\\_LSTK.pdf](https://rflira.ru/files/events/2018/materials/LIRA-SAPR_MSK_2018_LSTK.pdf) (date of the application: 05.04.2021). (in Russian)
  11. SP 16.13330.2017. Steel structures. – Moscow : Ministry of Construction of Russia, 2017. – 146 p. – Text : direct. (in Russian)
  12. ТКП EN 1993-1-1-2009. Eurocode 3. Design of steel structures. Part 1-1. General rules and regulations for buildings. – Minsk : Ministry of Architecture and Construction of the Republic of Belarus, 2009. – 95 p. – Text : direct. (in Russian)
  13. DBN V.2.6-198:2014. Steel structures. Design standards. – Kyiv : Ministry of Regional Development of Ukraine, 2014. – 206 p. – Text : direct. (in Ukraine)

2015 р. № 167 : на заміну ДБН В.2.6-163:2010 в частині розділу 1 та ДСТУ Б В. 2.6-194:2013 : дата введення 2015-01-01 / розроблено ТОВ «Український інститут сталевих конструкцій ім. В. М. Шимановського». – Київ : Мінрегіон України, 2014. – 206 с. – Текст : непосредственный.

**Мущанов Владимир Филиппович** – доктор технических наук; профессор, заведующий кафедрой теоретической и прикладной механики, проректор по научной работе ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры». Член международной организации «Институт гражданских инженеров» и международной организации «Пространственные конструкции», академик Академии строительства Украины и Украинской академии наук, член-корреспондент Академии архитектуры Украины. Научные интересы: теория надежности, расчет, проектирование и техническая диагностика пространственных металлических конструкций.

**Сивоконь Юлия Владимировна** – кандидат технических наук, доцент кафедры строительных конструкций ФГБОУ ВО «Нижегородский архитектурно-строительный университет». Научные интересы: проектирование и исследование напряженно-деформированного состояния мембранных оболочек.

**Кащенко Маргарита Павловна** – ассистент кафедры теоретической и прикладной механики ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры». Научные интересы: анализ напряженно-деформированного состояния мембранного покрытия на прямоугольном плане и обеспечение устойчивости опорного контура с учетом совместной работы с мембраной.

**Касимов Вадим Равильевич** – кандидат технических наук, доцент кафедры строительных конструкций ФГБОУ ВО «Нижегородский архитектурно-строительный университет». Научные интересы: разработка методов расчета и проектирования большепролетных стержневых металлических оболочек.

**Мущанов Володимир Пилипович** – доктор технічних наук, професор; завідувач кафедри теоретичної та прикладної механіки, проректор з наукової роботи ДООУ ВПО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури». Член міжнародної організації «Інститут цивільних інженерів» та міжнародної асоціації «Просторові конструкції», академік Академії будівництва України і Української академії наук, член-корреспондент Академії архітектури України. Наукові інтереси: теорія надійності, розрахунків, проектування та технічна діагностика просторових металевих конструкцій.

**Сивоконь Юлія Володимирівна** – кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельних конструкцій ФДБОУ ВО «Нижегородський архітектурно-будівельний університет». Наукові інтереси: проектування і дослідження напружено-деформованого стану мембранних оболонок.

**Кащенко Маргарита Павлівна** – асистент кафедри теоретичної і прикладної механіки ДООУ ВПО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури». Наукові інтереси: аналіз напружено-деформованого стану мембранного покриття на прямокутному плані і забезпечення стійкості опорного контура з урахуванням спільної роботи з мембраною.

**Касимов Вадим Равілійович** – кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельних конструкцій ФДБОУ ВО «Нижегородський архітектурно-будівельний університет». Наукові інтереси: розробка методів розрахунку та проектування великопролетних стержневих металевих оболонок.

**Mushchanov Volodymyr** – D. Sc. (Eng.), Professor; Head of the Theoretical and Applied Mechanics Department, vice-rector on the scientific activity of the Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. A member of the international organization «Institute of Civil Engineer» and international organization of «Spatial Structures». Scientific interests: the reliability theory, analyses, designing and engineering diagnostics of spatial metal structures.

**Syvokon Yuliya** – Ph. D. (Eng.), Associate Professor Building Structures Department, Nizhny Novgorod University of Architecture and Civil Engineering. Scientific interests: design and study of the stress-strain state of membrane shells.

**Kashchenko Margarita** – assistant, Theoretical and Applied Mechanics Department, Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. Scientific interests: analysis of the stress-strain state of the membrane coating on a rectangular plan and ensuring the stability of the reference contour, taking into account the joint work with the membrane.

**Kasimov Vadim** – Ph.D. (Eng.), Associate Professor, Building Structures Department, Nizhny Novgorod University of Architecture and Civil Engineering. Scientific interests: development of methods for calculating and designing large-span rod metal shells.