



## ГРАНИЧНА СТИСЛИВІСТЬ БЕТОНУ В ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТАХ

О.А. Шкурупій

*Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка, Першотравневий  
проспект, 24, м. Полтава, Україна, 36011.*

*e-mail: shbm@ukr.net*

*Отримана 10 листопада 2008; прийнята 26 листопада 2008.*

**Анотація.** Стаття присвячена аналізу методів визначення граничної деформації стиснутого бетону ( $e_{bu}$ ) на основі деформаційних моделей (ДМ) залізобетонних елементів (ЗБЕ) Єврокоду 2, НДІБК (Київ) та ДМ з екстремальним критерієм міцності (ЕКМ). Застосування ДМ в теорії залізобетону є відповідним кроком уперед, оскільки вона використовує повний набір рівнянь механіки деформівного твердого тіла (МДТТ): фізичні для бетону й арматури, геометричні та рівняння рівноваги. В результаті ДМ дозволяє точніше знаходити межу переармування, міцність переармуваних ЗБЕ, враховувати характер повних діаграм роботи бетону й арматури та інші характеристики. Існуючі ДМ, окрім ДМ з ЕКМ, потребують експериментального визначення граничної деформації стиснутого бетону  $e_{bu}$ . Показані переваги ДМ з ЕКМ, яка дозволяє аналітично визначати величини  $e_{bu}$  та інші характеристики нормального перерізу ЗБЕ в граничному стані. Відмічено, що гранична деформація стиснутої зони бетону  $e_{bu}$  визначається перерозподілом напружень на висоті неоднорідно напруженої стиснутої зони нормального перерізу ЗБЕ в граничному стані. Такий перерозподіл напружень неможливий у центрально стиснених бетонних призмах, і тому вони не можуть використовуватись для визначення  $e_{bu}$ . Доведено, що для залізобетонних елементів, виготовлених з бетонів низької та середньої міцності, не можна приймати величину  $e_{bu}$  постійною і рівною 3,5% і зменшувати її значення від 3,5 до 2,8% для високоміцних бетонів так, як це пропонується в Єврокод 2. Це не узгоджується з експериментами та розрахунками за ДМ з ЕКМ.

**Ключові слова:** залізобетонний елемент, гранична деформація бетону, деформаційна модель, критерій міцності.

## ПРЕДЕЛЬНАЯ СЖИМАЕМОСТЬ БЕТОНА В ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТАХ

А.А. Шкурупій

*Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка, Первомайский  
проспект, 24, м. Полтава, Украина, 36011.*

*e-mail: shbm@ukr.net*

*Получена 10 ноября 2008; принята 26 ноября 2008.*

**Аннотация.** Статья посвящена анализу методов определения предельной деформации сжатого бетона ( $e_{bu}$ ) на основе деформационных моделей (ДМ) железобетонных элементов (ЖБЭ) Еврокода 2, НИ-ИСК (Киев) и ДМ с экстремальным критерием прочности (ЕКП). Применение ДМ в теории железобетона является соответствующим шагом вперед, используя полный набор уравнения механики деформируемого твердого тела (МДТТ): физические для бетона и арматуры, геометрические и уравнение равновесия. В результате ДМ позволяет точнее находить границу переармирования, прочность переармированных ЖБЭ, учитывать характер полных диаграмм работы бетона и арматуры и другие характеристики. Существующие ДМ, кроме ДМ с ЕКП, нуждаются в экспериментальном определении предельной деформации сжатого бетона  $e_{bu}$ . Показаны преимущества ДМ с ЕКП, которые позволяют аналитически определять величины  $e_{bu}$  и другие характеристики нормального сечения ЖБЭ в предельном состоянии.

Отмечено, что предельная деформация сжатой зоны бетона  $e_{bu}$  определяется перераспределением напряжений по высоте неоднородно напряженной сжатой зоны нормального сечения ЖБЭ в предельном состоянии. Такое перераспределение напряжений невозможно в центрально сжатых бетонных призмах, и поэтому они не могут использоваться для определения  $e_{bu}$ . Доказано, что для железобетонных элементов, изготовленных из бетонов низкой и средней прочности нельзя принимать величину  $e_{bu}$  постоянной и равной 3,5 ‰ и уменьшать ее значение от 3,5 до 2,8 ‰ для высокопрочных бетонов так, как это предлагается в Еврокоде 2. Это не согласовывается с экспериментами и расчетами по ДМ с ЕКП.

**Ключевые слова:** железобетонный элемент, предельная деформация бетона, деформационная модель, критерий прочности.

## ULTIMATE CONCRETE COMPRESSIBILITY IN REINFORCED CONCRETE ELEMENTS

O.A. Shkurupiy

*Poltava National Technical University after Yuri Kondratyuk,  
Pershotravnevy ave., 24, Poltava, Ukraine, 36011.*

*e-mail: shbm@ukr.net*

*Received 10 November 2008; accepted 26 November 2008.*

**Abstract.** The article is devoted to the analysis of the ultimate deformation determination methods of compressed concrete ( $e_{bu}$ ) on the basis of deformed models (DM) of reinforced concrete elements (RCE) of Eurocode 2, SRIBC (Kyiv) and DM with the extreme strength criterion (ESC). DM application in of reinforced concrete the theory is a significant step forward, as this theory uses a full set of mechanics equations of deformed body state (MDSS): physical equations for concrete and armature, geometrical and balance equations. As a result DM allows to find more precisely the borders of over reinforcement modification, and durability of RCE, to take into account the character of complete diagrams of concrete and armature operation and other characteristic features. The existing DM, besides DM with ESC, need the experimental ultimate deformation determination of the compressed concrete  $e_{bu}$ . The advantages of DM with ESC, have been shown which allow to determine analytically the value of  $e_{bu}$  and other characteristics RCE of normal section in the ultimate state. It has been marked that ultimate deformation of compressed concrete zone of  $e_{bu}$  is determined by tensions redistribution of on the height of heterogeneously tense compressed zone of RCE normal section in the ultimate state. Such a redistribution of tensions is impossible in the centrally compressed concrete prisms, and they cannot be used for  $e_{bu}$  determination. It has been proved that it isn't be taken the value  $e_{bu}$  permanent and equal 3.5% and decrease it's meaning within 3.5-2.8% for high durable concretes for reinforced elements manufactured of low and average durability in the way of suggested by Eurocode 2. It is not conformed with the experiments and calculations according to DM with ESC.

**Keywords:** reinforced concrete element, ultimate deformation of concrete, deformation model, strength criterion.

### Постановка проблеми та аналіз останніх досліджень

Зараз у країнах колишнього СРСР проходить процес гармонізації нормативних документів для проектування бетонних і залізобетонних конструкцій та їх елементів з єврономами [1] (Єврокодом 2). ДМ, яка давно використовувалась у країнах Європи, активно розвивалась у Росії [2] і в Україні [3], де цей процес почався порівняно давно [4], завдяки дослідженням діаграми стиску бетону  $\sigma_b - \varepsilon_b$  з урахуванням нисхідної гілки

[5]. Серед ДМ, що існують на цей час, необхідно відмітити ДМ з ЕКМ, яка має суттєві переваги над іншими ДМ і вперше на основі експериментальних даних застосована в роботі [6] та детально обґрунтована і розглянута в працях [7, 8].

### Виділення нерозв'язаних раніше частин загальної проблеми, яким присвячується ця стаття

Порівняно зі СНиП 2.03.01-84\* ДМ є певним кроком уперед, оскільки вона використовує

повний набір рівнянь механіки деформівного твердого тіла (МДТТ): фізичні для бетону й арматури, геометричні – закон плоских перерізів, статичні – рівняння рівноваги. У результаті ДМ дозволяє точніше знаходити межу переармування, міцність переармованих ЗБЕ, враховувати характер діаграми розтягу арматури  $\sigma_s - \varepsilon_s$  й інші фактори. Але всі такі ДМ потребують даних експериментальних досліджень. При цьому для розрахунку міцності нормальних перерізів ЗБЕ необхідна додаткова умова міцності перерізу. Такою умовою можуть бути умова міцності по бетону

$$\varepsilon_{bm} \leq \varepsilon_{bu} \quad (1)$$

і умова міцності по арматурі

$$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{su}, \quad (2)$$

в яких відповідно  $\varepsilon_{bm}$ ,  $\varepsilon_s$  – деформації стиснутої грані бетону та розтягнутої арматури ЗБЕ, що виникають від зовнішнього навантаження,  $\varepsilon_{bu}$ ,  $\varepsilon_{su}$  – граничні деформації стиснутої грані бетону й розтягнутої арматури. Тому розроблення методики на базі ДМ, яка б давала змогу аналітично одержати фізико-механічні характеристики в нормальному перерізі ЗБЕ при різних видах завантаження, в тому числі і  $\varepsilon_{bu}$ , є актуальним завданням. Такою моделлю є ДМ з ЕКМ [7, 8].

**Метою роботи** є теоретичне дослідження граничної деформації стиснутої грані бетону в нормальному перерізі ЗБЕ на основі ДМ з ЕКМ з урахуванням впливу процента армування при одиночному та подвійному армуванні, міцності бетону ЗБЕ, що працюють на згин, позацентровий та центральний стиск, і порівняння отриманих результатів з аналогічними значеннями  $\varepsilon_{bu}$ , які прийняті за основу в деформаційних моделях ЗБЕ Єврокоду 2 та НДІБК (Київ).

### Виклад основного матеріалу

Згідно з багатьма експериментами, наприклад [9], умова (2) частіше порушується в слабоармованих елементах із високоміцною напруженою дровою й канатною арматурою. Тому виконання умови (2) можна забезпечити шляхом призначення кількості розтягнутої арматури не нижче відповідного мінімуму, при якому вже проходить руйнування з роздавлю-

ванням бетону стиснутої зони ЗБЕ, і тоді основне значення матиме умова (1). Такий підхід до виконання умови (2) використовувався в нормах (наприклад, п. 1.19 СНиП 2.03.01-84\*), і його є сенс зберегти, тому що він суттєво спрощує забезпечення умови (2) при проектуванні залізобетонних конструкцій та їх елементів.

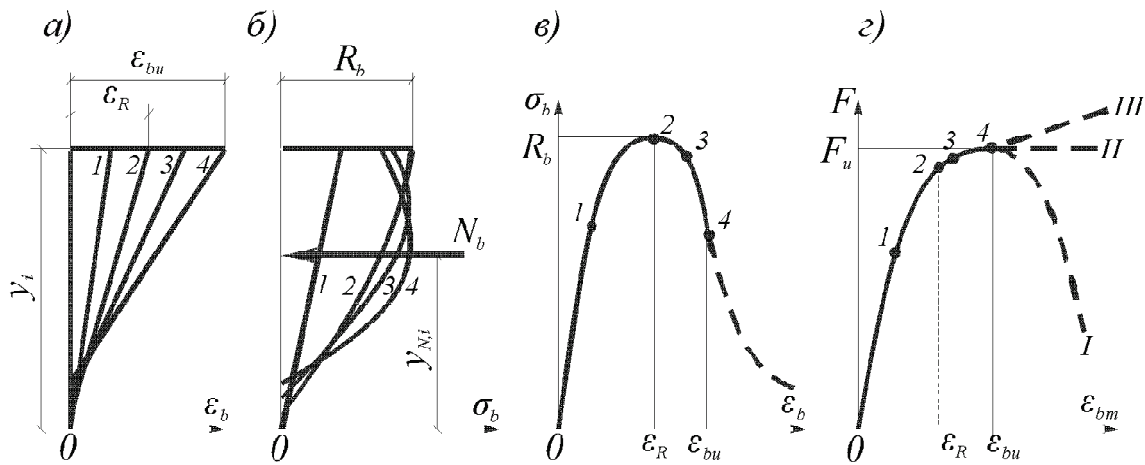
Залежно від того, як визначаються величини  $\varepsilon_{bu}$  в умові (1), можуть бути ДМ досить різної точності. Так, у ДМ Єврокоду 2 величини  $\varepsilon_{bu}$  визначались шляхом вимірювання деформацій  $\varepsilon_{bm}$  стиснутої грані в стадії руйнування дослідних залізобетонних балок і позацентрово стиснутих колон. На основі вказаних вимірів у Єврокод 2 прийнято для бетонів низької та середньої міцності ( $B = 16 \dots 60 \text{ МПа}$ )  $\varepsilon_{bu} = \text{const} = 3,5 \text{ ‰}$ , а для високоміцних бетонів ( $B = 67 \dots 105 \text{ МПа}$ )  $\varepsilon_{bu} = 3,2 \dots 2,8 \text{ ‰}$ .

У ДМ НДІБК [4] порівняно з Єврокодом 2 використовувався зовсім інший підхід до визначення. При цьому визначались за замірами деформацій центрально стиснутих бетонних призм у стані „моменту руйнування”, який відповідає деякій точці нисхідної ділянки діаграми стиску (рис. 1, *в*). У результаті одержано для бетонів низької та середньої міцності ( $B = 15 \dots 60 \text{ МПа}$ ) [4]. Таким чином, значення, отримані в НДІБК, значно (до ) відрізняються від значень Єврокоду 2 для бетонів низької та середньої міцності (рис. 2). Високоміцні бетони ( $B > 60 \text{ МПа}$ ) в НДІБК не випробовувались [10].

Результатом перерозподілу напружень в стиснутій зоні бетону ЗБЕ в граничній стадії є екстремальний критерій міцності нормального перерізу ЗБЕ [7, 8]

$$F(\varepsilon_{bu}) = \max F(\varepsilon_{bm}), \quad (3)$$

що виражає досягнення строгого максимуму зусиллям (або) перерізу як функцією деформації стиснутої грані бетону ЗБЕ (рис. 1, *з*). Строгий максимум залежності „зусилля перерізу – деформація”, очевидно, може бути тільки при проявленні в стиснутій зоні ЗБЕ строгого максимуму і наявності нисхідної гілки фізичного закону стиснутого бетону (рис. 1, *в*). Дослідні криві „зусилля – деформація”, одержані при жорсткому завантаженні ЗБЕ з різним напружено деформованим станом (НДС), мають чітко виражений строгий максимум (див. рис.2, 3 і літературу в [7]).



**Рис.1.** Дограничні (1,2,3) і граничні (4) стани розвитку деформацій (а) та напружень (б) у стиснутій зоні бетону ЗБЕ. Відповідність станів 1, 2, 3, 4 на діаграмі стиснення бетону (в) і кривій „зусилля в перерізі – деформація стиснутої грані бетону”. Пунктирні лінії I, II, III характеризують відповідно псевдопластичні, пластичні й пластичні тіла, що зміцнюються.

При заміні в ДМ критерію (1) на критерій (3) утворюється нова, більш довершена ДМ з ЕКМ, для якої не потрібно експериментально визначати, тому що остання обчислюється із сукупності рівнянь МДТТ і критерію (3) як одна з невідомих величин задачі міцності нормального перерізу [8]. При цьому в якості фізичної залежності бетону використовується відома формула ФІБ [1], котра порівняно проста та краще за інші відображає окреслення кривих для бетонів різної міцності на інтервалі. У ДМ з ЕКМ гранична деформація стиснутої грані бетону ЗБЕ виявляється залежною не тільки від параметрів бетону, але й характеру НДС ЗБЕ, кількості арматури та, форми перерізу, характеру діаграми арматури, попереднього напруження й інших факторів. Тому взагалі не є критерійною величиною, яка визначає стан руйнування тільки бетону, а є одним із параметрів граничного стану нормального перерізу ЗБЕ.

На рис.2 показані криві залежності деформації  $\varepsilon_{bu}$  від класу міцності бетону  $B$ , одержані згідно з ДМ з ЕКМ для різних НДС ЗБЕ та при різній кількості арматури в розтягнутій та стиснутій зонах нормального перерізу (криві 1-10), а також криві 11 і 12, які відповідають рекомендаціям Єврокоду 2 [1] та НДІБК [4]. Обчислення за ДМ з ЕКМ виконані для ЗБЕ прямокутного перерізу з арматурою класу А400С (А-III) без попереднього напруження.

Криві  $B - \varepsilon_{bu}$  за ДМ з ЕКМ (рис.2) утворюють пучок, що звужується від  $\varepsilon_{bu} \approx 2...4$  ‰ для бетонів низької міцності до  $\varepsilon_{bu} \approx 2,9...3,7$  ‰ для бетонів високої міцності. При цьому виявляється закономірне взаємне розташування кривих. Так, нижні криві відповідають осьовому стисненню, а верхні – згину при порівняно невеликому проценті розтягнутої арматури  $\mu_s$ . Посередині пучка розташовуються криві при згинанні ЗБЕ з підвищеним, а також при позацентровому стисненні з малими (МЕ) і великими (ВЕ) ексцентриситетами. Нижні криві для центрально стиснених ЗБЕ майже повторюють криву граничних деформацій бетону при осьовому стисненні і тому вони не викликають сумнівів у їх реальності. Верхні криві розташовуються приблизно на постійному рівні з, близькому до прийнятого в Єврокод 2 постійного значення для бетонів низької та середньої міцності. Але за ДМ з ЕКМ рівень зберігається і для бетонів високої міцності аж до  $B = 105$  МПа, для якого в Єврокод 2 ‰. Проте у випробуваннях балок із циліндричною міцністю бетону МПа, арматурою з фізичною межею текучості МПа і параметром одержано ‰ [14], тобто експериментальні дані підтверджують розрахунок за ДМ з ЕКМ краще, ніж Єврокод 2.

Зниження граничних деформацій для високоміцних бетонів в Єврокод 2 обумовлене

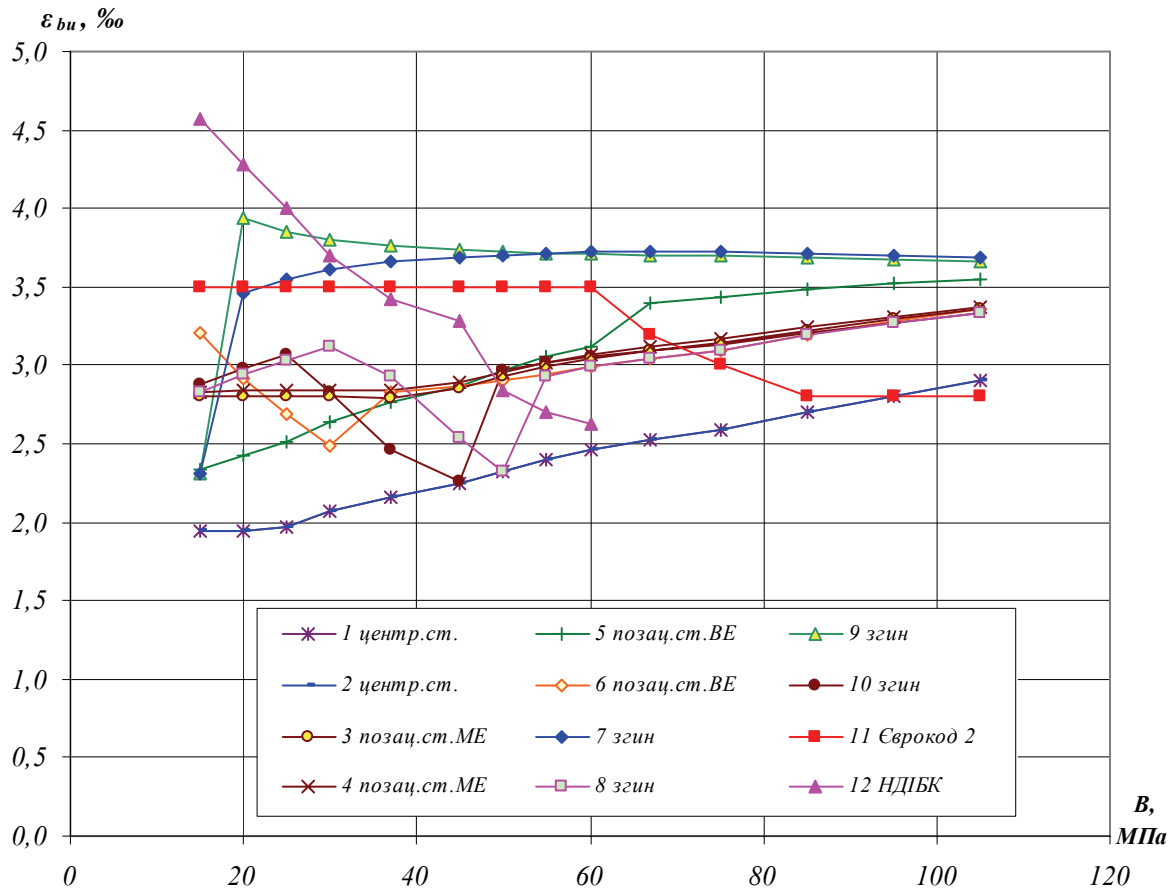


Рис. 2. Криві  $B-\varepsilon_{bu}$  за ДМ з ЕКМ при  $\mu_s = \mu_s'$  (в %): 1, 3, 5 – 0,88; 2, 4, 6 – 2,7; 7 –  $\mu_s = 0.845$ ,  $\mu_s' = 0$ ; 8 –  $\mu_s = 4.087$ ,  $\mu_s' = 0$ ; 9 –  $\mu_s' = 0$ ; 8 –  $\mu_s = 0.845$ ,  $\mu_s' = 0.54$ ; 10 –  $\mu_s = 4.087$ ,  $\mu_s' = 0.54$ .

підвищеною їх крихкістю і прийняте з метою забезпечення надійності ЗБЕ.

З рис. 2 видно, що крива Єврокоду 2 розташовується в “коридорі”, обмеженому кривими ДМ з ЕКМ, хоча для високоміцних бетонів поступово знижується до кривих при центральному стисненні. Абсолютно по-іншому поводить крива НДІБК, яка має великий ухил і перетинає вказаний коридор ще на ділянці бетонів із низькою й середньою міцністю.

## Висновки

1. Стани бетонної призми на нисхідній гілці діаграми стиснення являють собою стани наростаючого руйнування, які є стійкими тільки при жорсткому режимі навантаження. Недостатня жорсткість навантажувальної установки може викликати залежно від ступеня її жорсткості нестійке деформування (“момент руйнування”) в будь-якій точці

нисхідної гілки діаграми стиснення бетону. Тому деформація, що відповідає “моменту руйнування” призми, не є критерійною характеристикою міцності бетону як матеріалу.

2. Гранична деформація стиснутого волокна бетону ЗБЕ визначається перерозподілом напружень на висоті неоднорідно напруженої стиснутої зони нормального перерізу в граничному стані. Такий перерозподіл напружень неможливий у центрально стиснених бетонних призмах, і тому вони не можуть використовуватись для визначення.
3. ЕКМ відображає в граничному стані характерну властивість псевдопластичних матеріалів типу бетону, гірських порід і їм подібних – прояв строгого максимуму і нисхідної гілки діаграми стиснення. ДМ з ЕКМ точніша порівняно з іншими відомими ДМ. Наприклад, тільки вона забезпечує перехід при зміні ексцентриситету подовжньої стискуючої сили.

4. Урахування підвищеної крихкості високоміцних бетонів фізично було б більш обґрунтоване введенням у розрахунки підвищених коефіцієнтів надійності або знижених коефіцієнтів умов роботи, а не так, як у Єврокод 2, – великим зниженням граничної деформації, що не узгоджується з експериментами.

## Література

1. EN 1992-1-1:2004:Е. Єврокод 2: Проектування бетонних конструкцій. / СЕН-2004.
2. Залесов А. С., Чистяков Е. А., Ларичева И. Ю. Деформационная расчётная модель железобетонных элементов при действии изгибающих моментов и продольных сил // Бетон и железобетон. – 1996. – № 5. – С. 16–18.
3. Бамбура А.Н., Гурковский А.Б. К построению деформационной теории железобетонных стержневых систем на экспериментальной основе // Будівельні конструкції. - Вип. 59.– К.: Будівельник. – 2003. – С. 121–130
4. Методические рекомендации по уточненному расчету железобетонных элементов с учетом полной диаграммы сжатия бетона / А.Н. Бамбура, В.Я. Бачинский, Н.В. Журавлева, И.Н. Пешкова. – К.: НИИСК Госстроя СССР, 1987. – 25 с.
5. Бачинский В.Я., Бамбура А.Н., Ватагин С.С. Связь между напряжениями и деформациями бетона при кратковременном неоднородном сжатии // Бетон и железобетон. – 1984. – № 10. – С. 18–19.
6. Байков В. Н., Горбатов С. В. Определение предельного состояния внецентренно сжатых элементов по неупругим зависимостям напряжения – деформации бетона и арматуры // Бетон и железобетон. – 1985. – № 6. – С. 13–14.
7. Митрофанов В.П. Практическое применение деформационной модели с экстремальным критерием прочности железобетонных элементов // Коммунальное хозяйство городов. Серия: архитектура и технические науки. Вып. 60 – К.: Техника. 2004. – С. 29–48.
8. Шкурупій О.А., Лазарев Д.М. Використання чисельних і оптимізаційних методів для розрахунку міцності нормальних перерізів залізобетонних елементів на основі деформаційної моделі з екстремальним критерієм // Коммунальное хозяйство городов : Сб. научных трудов. – Вып. 76. – К.: Техника, 2007. – С. 71–79.
9. Семенов А.И. Предварительно напряжённый железобетон с витой проволочной арматурой. – М.: Стройиздат, 1976. – 208 с.
10. Бамбура А.М., Давиденко О.І., Слюсаренко Ю.С., Гурківський О.Б., Безбожна М.С. Проблеми гармонізації розробленого нормативного документа „Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення” з EN 1992-1-1: 2004 (Єврокод 2) // Будівельні конструкції. Вип. 67. – К.: НДІБК, 2007. – С. 9–20.
11. Митрофанов В.П., Павліков А.М., Митрофанов Б.П., Шкурупій О.А. Про граничну деформацію стиснутої грані бетону в нормальному перерізі залізобетонних елементів // Збірник наукових праць. Серія „Галузеве машинобудування, будівництво”. Випуск 14. – Полтава: ПолтНТУ, 2004. – С. 95–102.
12. Баклашов И.В. Деформирование и разрушение породных массивов. – М.: Недра, 1988. – 271 с.
13. Дегтерев В.В., Гагарин К.А. Метод экспериментального определения напряженного состояния железобетонного сечения при изгибе // Труды ЦНИИС. – М.: Транспорт, 1969. – Вып. 70. – С. 67–71.
14. Weiss W. J., Guler K., Shah S. P. An Experimental Investigation to Determine the Influence of Size on the Flexural Behavior of High Strength Reinforced Concrete Beams. 5-th Int. Symp. on Utilization of HS/HP Concrete. 20-24 June 1999, Sandefjord, Norway. Proc., Vol. 2. – pp 709 – 718.

**Шкурупій Олександр Анатолійович** - доцент, канд. техн. наук, працює завідувачем кафедри “Будівельна механіка” Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка. Член-кореспондент Академії будівництва України. Наукові інтереси: Розробка методів розрахунку міцності, жорсткості, стійкості залізобетонних конструкцій та їх елементів на основі деформаційної моделі.

**Шкурупій Олександр Анатольович** - доцент, канд. техн. наук, працює завідувачем кафедри “Строительная механика” Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка. Член-кореспондент Академії будівництва України. Наукові інтереси: розробка методів розрахунку міцності, жорсткості, устійливості, залізобетонних конструкцій та їх елементів на основі деформаційної моделі.

**Shkurupiy Olexander Anatolyovich** - assistant professor, candidate of sciences, the head of the “Building Mechanics” chair in the Poltava National Technical University after Yuri Kondratyuk. Correspondent member of Ukrainian Building Academy. Scientific interests: Working out calculation methods of durability, hardness, stability of reinforced concrete constructions and their elements on the basis of deformed model.