



ISSN 1819-432X print / ISSN 1993-3495 online

СУЧАСНЕ ПРОМИСЛОВЕ ТА ЦИВІЛЬНЕ БУДІВНИЦТВО
СОВРЕМЕННОЕ ПРОМЫШЛЕННОЕ И ГРАЖДАНСКОЕ СТРОИТЕЛЬСТВО
MODERN INDUSTRIAL AND CIVIL CONSTRUCTION

2011, ТОМ 7, № 3, 125–134

УДК 539.42:624.012

МОДЕЛЮВАННЯ МІКРОТРІЩИНОУТВОРЕННЯ ФІБРОБЕТОНУ МЕТОДАМИ МЕХАНІКИ РУЙНУВАННЯ

В. І. Морозов, Ю. В. Пухаренко, О. О. Хегай

*Санкт-Петербурзький державний архітектурно-будівельний університет,
вул. 2-га Червоноармійська, 4, м. Санкт-Петербург, Росія, 190005.*

E-mail: morozov@spbgasu.ru

Отримана 6 червня 2011; прийнята 24 червня 2011.

Анотація. Методами механіки руйнування та теорії тріщин досліджується процес розвитку мікротріщин, орієнтованих уздовж стискаючих зусиль. Теоретично описується ефект гальмування розвитку мікротріщин зі зменшенням відстані між армуючими волокнами. В основу розрахункової моделі покладено прийнятий за заздалегідь заданою функцією закон зміни нормальних напружень в армованому волокні навколо мікротріщини. Величина коефіцієнта інтенсивності напружень і його критичне значення визначається підсумовуванням рішення двох задач – Фламана для напівбезкінечної пластини під впливом дотичного зусилля та Ірвіна для пластини з ізольованою тріщиною під впливом навантаження, що розтягує. Отримано кількісні результати, що адекватно описують процеси розвитку мікротріщин, спостережувані в експериментах.

Ключові слова: механіка руйнувань, критичний коефіцієнт інтенсивності напружень, міра сингулярності.

МОДЕЛИРОВАНИЕ МИКРОТРЕЩИНООБРАЗОВАНИЯ ФИБРОБЕТОНА МЕТОДАМИ МЕХАНИКИ РАЗРУШЕНИЯ

В. И. Морозов, Ю. В. Пухаренко, А. О. Хегай

*Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет,
ул. 2-я Красноармейская, 4, г. Санкт-Петербург, Россия, 190005.*

E-mail: morozov@spbgasu.ru

Получена 6 июня 2011; принята 24 июня 2011.

Аннотация. Методами механики разрушения и теории трещин исследуется процесс развития микротрещин, ориентированных вдоль сжимающих усилий. Теоретически описывается эффект торможения развития микротрещин с уменьшением расстояния между армирующими волокнами. В основу расчетной модели положен принимаемый по заранее заданной функции закон изменения нормальных напряжений в армирующем волокне в окрестности микротрещины. Величина коэффициента интенсивности напряжений и его критическое значение определяется суммированием решения двух задач – Фламана для полубесконечной пластины под влиянием касательного усилия и Ирвина для пластины с изолированной трещиной под влиянием растягивающей нагрузки. Получены количественные результаты, адекватно описывающие процессы развития микротрещин, наблюдаемые в экспериментах.

Ключевые слова: механика разрушений, критический коэффициент интенсивности напряжений, мера сингулярности.

MODELING OF MICRO CRACK FORMING OF FIBER CONCRETE USING DESTRUCTION MECHANICS

Morozov Valeriy, Pukharenko Yury, Hegay Alexey

*Saint-Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering,
4, 2-nd Krasnoarmeiskaya Str., St. Petersburg, Russia, 190005.*

E-mail: morozov@spbgasu.ru

Received 6 June 2011; accepted 24 June 2011.

Abstract. Methods of mechanics of destruction and the theory of cracks investigate development of the micro cracks focused along compressing efforts. The effect of braking of development of micro cracks with reduced distance between reinforcing fibers is theoretically described. In a basis of settlement model the law of change of normal pressure in a reinforcing fiber in micro crack vicinities is put. The factor value of intensity of pressure and its critical value is defined by summation of the solutions of two problems – Flaman for a semi-infinite plate influenced by tangent efforts and Irvin for a plate with the isolated crack influenced by stretching loading. The quantitative results adequately describing micro cracks formation, observed during experiments are received.

Keywords: mechanics of destructions, critical coefficient of intensity of tensions, measure of singularity.

Под микротрещинами здесь понимаются трещины и дефекты типа трещин, размер которых по длине соизмерим с расстояниями между армирующими фибрами, а ширина их раскрытия порядка 0,005 мм.

Критерии начала распространения трещины в механике разрушения могут быть получены как на основе энергетического, так и силового или деформационного подходов. Энергетический подход был предложен А. А. Гриффитсом, согласно которому развитие трещины происходит тогда, когда освободившаяся часть энергии деформации оказывается больше приращения поверхностной энергии, необходимой для образования новой поверхности трещины.

Силовой подход был сформулирован Дж. Р. Ирвином с помощью коэффициента интенсивности напряжений K , (КИН), который характеризует интенсивность поля напряжений у вершины трещины. Критерий формулируется следующим образом: трещина начнет распространяться в том случае, если коэффициент интенсивности напряжений достигнет критического для данного материала значения (K_{Ic}).

Трещиностойкость — важнейшая из характеристика композиционного материала, в том числе и фибробетона. В обычном бетоне и дисперсно армированных бетонах распространение трещин протекает по-разному. Чтобы тре-

щина могла распространиться в фибробетоне, ей необходимо преодолевать преграды в виде армирующих волокон. На преодоление каждой преграды необходимо затратить энергию, поэтому, преодолев одну преграду и сразу же наткнувшись на следующую преграду, распространение трещины может тормозиться: волокна в бетоне являются ингибитором распространения трещин.

Качественная оценка влияния армирования на трещинообразование с помощью теории трещин приводится в [1]. Расчетная модель представляет собой периодически армированную упругую пластину с микротрещиной. Усилия приложены на бесконечности. Сцепление арматуры с бетоном абсолютное. Решение, полученное М. Исидо с помощью рядов Лорана, приведено на рисунке рис. 1.

Из графика видно, что с увеличением жесткости арматуры и с уменьшением ее шага (т. е. увеличением дисперсности армирования) КИН уменьшается. Следовательно, усилие трещинообразования, согласно критерию Ирвина, будет возрастать.

Рассмотрим задачу об определении напряжений, при которых микротрещина начнет продвигаться в армированном фибрами бетоне [2]. Рассмотрим схему, приведенную на рис. 2. Бетонная пластина, имеющая начальную микротрещину, растягивается равномерной на-

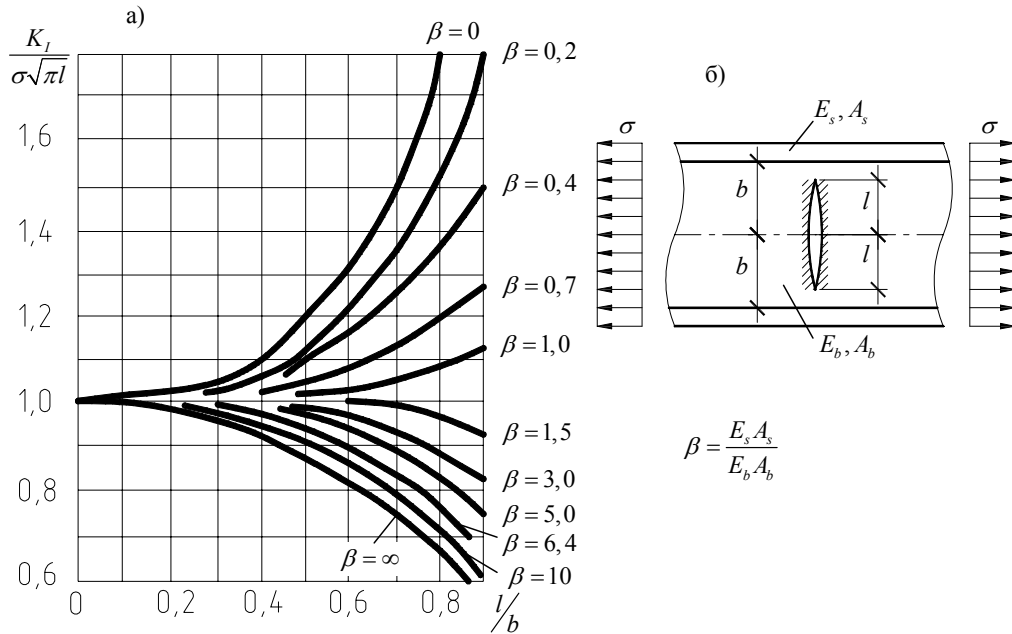


Рисунок 1. Растяжение армированной пластины: а) зависимость КИН от l/b ; б) расчетная модель.

грузкой (P) от поперечной деформации бетона при действии продольной сжимающей нагрузки (N).

В сечении с трещиной усилие в фибре наибольшее. По мере удаления от сечения с трещиной усилие уменьшается. Рассмотрим различные характеры изменения напряжений в фибре (рис. 3).

Из условия равновесия элементарного отрезка арматуры найдем напряжение сцепления (δ – диаметр фибры):

$$\tau_{cy} = \frac{\delta}{4} \times \frac{d\sigma_s}{dy} \quad (1)$$

Вычисления представлены в таблице 1.

Для нахождения погонного суммарного усилия сцепления необходимо проинтегрировать касательное напряжение в пределах зоны l_{an} (табл. 2).

Для определения влияния сцепления на характер напряженного состояния в сечении $y=0$ воспользуемся решением задачи Фламана

Таблица 1. Предложения по характеру изменения нормальных и касательных напряжений

№	Нормальное напряжение	Источник	Касательное напряжение (согласно (1))
1	$\sigma_s = \sigma_s^{crc} + \frac{\sigma_s^0 - \sigma_s^{crc}}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{\pi}{l_{an}} y\right) \right]$	2	$\tau_{cy} = \frac{\pi\delta}{8l_{an}} (\sigma_s^0 - \sigma_s^{crc}) \sin\left(\frac{\pi}{l_{an}} y\right)$
2	$\sigma_s = \sigma_s^{crc} \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{y}{l_{an}}\right)$	3	$\tau_{cy} = \frac{\pi\delta}{8l_{an}} \sigma_s^{crc} \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{y}{l_{an}}\right)$
3	$\sigma_s = \sigma_s^{crc} e^{-\sqrt{y}}$	3	$\tau_{cy} = -\frac{\delta \cdot \sigma_s^{crc}}{8\sqrt{y}} \cdot e^{-\sqrt{y}}$
4	$\sigma_s = \sigma_s^{crc} \cdot \left(1 - \frac{y}{l_{an}}\right)$	3	$\tau_{cy} = -\frac{\delta \cdot \sigma_s^{crc}}{4l_{an}}$

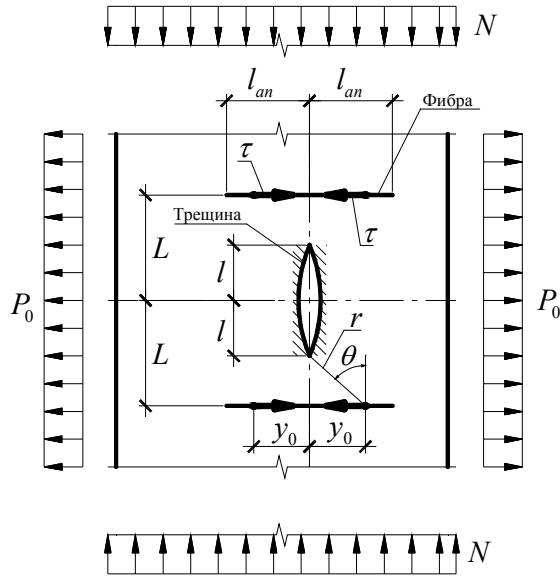


Рисунок 2. Расчетная схема элемента с микротрещиной.

Таблица 2. Значения суммарных усилий

№	τ (на основании табл. 1)
1	$\tau = \frac{\pi\delta^2}{4}(\sigma_s^0 - \sigma_s^{crc})$
2	$\tau = \frac{\pi\delta^2}{4}\sigma_s^{crc}$
3	$\tau = \frac{\pi\delta^2}{4}\sigma_s^{crc}(e^{-\sqrt{l_{an}}} - 1)$
4	$\tau = -\frac{\pi\delta^2}{4}\sigma_s^{crc}$

для полубесконечной пластины, к которой приложена касательная сила [4]. Суммируя известные решения, получаем распределение нормальных напряжений в сечении $y=0$ (табл. 3).

Определим КИН под заданным воздействием. Для случая изолированной трещины имеем [5]:

$$K_I = 2\sqrt{\frac{l}{\pi}} \cdot \int_0^l \frac{\sigma(x)dx}{\sqrt{l^2 - x^2}} \quad (6)$$

Подставив (2)...(5) в (6), проинтегрировав и выполнив математические преобразования, получим (7)...(10) (табл. 4). Напряжения в

Таблица 3. Распределение нормальных напряжений в сечении $y=0$

№	$\sigma(x)$	Номер формулы
1	$\sigma(x) = \frac{\delta^2}{2}(\sigma_s^0 - \sigma_s^{crc}) \times A$	(2)
2	$\sigma(x) = \frac{\delta^2}{2}\sigma_s^{crc} \times A$	(3)
3	$\sigma(x) = \frac{\delta^2}{2}\sigma_s^{crc}(e^{-\sqrt{l_{an}}} - 1) \times A$	(4)
4	$\sigma(x) = -\frac{\delta^2}{2}\sigma_s^{crc} \times A$	(5)

где $A = \left[\frac{y_0}{(L-x)^2 + y_0^2} + \frac{y_0}{(L+x)^2 + y_0^2} \right]$.

арматуре может быть найдено, исходя из представлений о выключении из работы бетона в сечении $y=0$ на участке, занятом трещиной.

Полученные выражения позволяют определить напряжения на бесконечности, при которых начальная трещина начнет расти. На рисунках 4–6 приведены в безразмерных параметрах графики зависимости $K_{IC} / P_0\sqrt{l\pi} - l/L$.

Независимо от принятого закона распределения нормальных напряжений (рис. 3), на всех графиках (рис. 4–6) присутствует восходящий участок. Это свидетельствует о том, что при сближении фибр (увеличение отношение l/L) возрастает сопротивляемость материала растяжению.

Рассмотрим случай, когда трещина пересекла одну из фибр, но на ее пути возникла другая фибра. Распределение напряжений примем по второму случаю (рис. 3), так как предыдущие расчеты коэффициента интенсивности напряжений показали, что принципиальной разницы между принятыми законами распределения нормальных и касательных напряжений нет.

Пластина с трещиной, армированная фибрами, загружена продольным усилием N . От поперечной деформации ядра сечения возникают дополнительные поперечные усилия P_0 . Схематизация задачи представлена на рисунке 7.

Таблиця 4. Значення коефіцієнтів інтенсивності напружень

№	$\sigma(x)$	Номер формулы
1	$K_I = -\frac{8}{3} P_0 l_{an} \Delta y_0 \sqrt{\frac{l}{\pi}} \cdot \left[\frac{1}{(L-l)^2 + y_0^2} + \frac{1}{(L+l)^2 + y_0^2} - \frac{5}{L^2 + y_0^2} \right]$	(7)
2	$K_I = \frac{4}{3} P_0 l_{an} y_0 \sqrt{\frac{l}{\pi}} \cdot \left[\frac{1}{(L-l)^2 + y_0^2} + \frac{1}{(L+l)^2 + y_0^2} - \frac{5}{L^2 + y_0^2} \right]$	(8)
3	$K_I = -\frac{4}{3} P_0 l_{an} y_0 (e^{-\sqrt{l_{an}}} - 1) \sqrt{\frac{l}{\pi}} \cdot \left[\frac{1}{(L-l)^2 + y_0^2} + \frac{1}{(L+l)^2 + y_0^2} - \frac{5}{L^2 + y_0^2} \right]$	(9)
4	$K_I = \frac{4}{3} P_0 l_{an} y_0 \sqrt{\frac{l}{\pi}} \cdot \left[\frac{1}{(L-l)^2 + y_0^2} + \frac{1}{(L+l)^2 + y_0^2} - \frac{5}{L^2 + y_0^2} \right]$	(10)

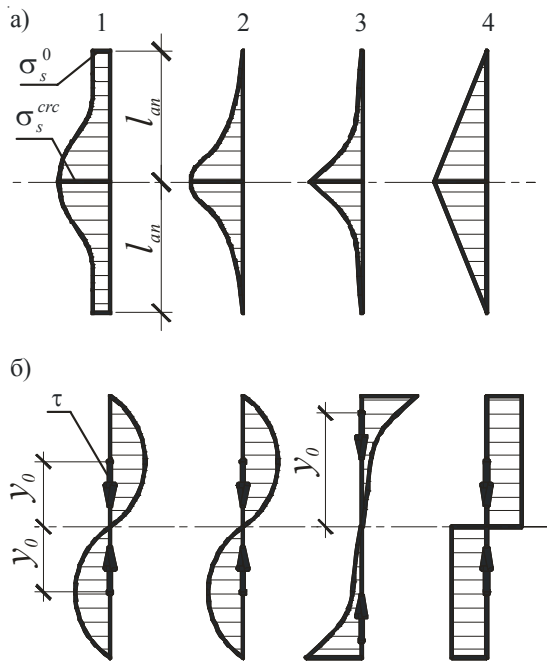


Рисунок 3. Распределение нормальных (а) и касательных (б) напряжений в фибре: 1 – В. И. Морозов [2]; 2 – С. А. Дмитриев, Н. М. Мулин, Т. Гараи [3]; 3 – Н. И. Ахвердов [3]; 4 – Я. В. Столяров, Бах [3].

Используя известное решение задачи Фламанна [4], полученное выше погонное суммарное усилие сцепления (табл. 2, № 2), а также на основании рисунка 7, имеем:

$$\sigma(x) = \frac{2\tau \cdot y_0}{\pi} \times \left[\frac{1}{y_0^2 + (L+x)^2} + \frac{1}{y_0^2 + (x-L)^2} + \frac{1}{y_0^2 + (3L-x)^2} \right] \quad (11)$$

Подставив (11) в (6), сделав соответствующие математические преобразования, в итоге получим:

$$K_{IC} = -\frac{4}{3} P_0 l_{an} y_0 \sqrt{\frac{l}{\pi}} \cdot \left[\frac{1}{y_0^2 + L^2} + \frac{1}{y_0^2 + (l+L)^2} + \frac{1}{y_0^2 + (l-L)^2} + \frac{1}{2(y_0^2 + 9L^2)} + \frac{1}{y_0^2 + (3L-l)^2} \right]$$

На рисунке 8 приведен в безразмерных параметрах график зависимости $K_{IC} / P_0 \sqrt{l\pi} - l/L$ для нашего случая.

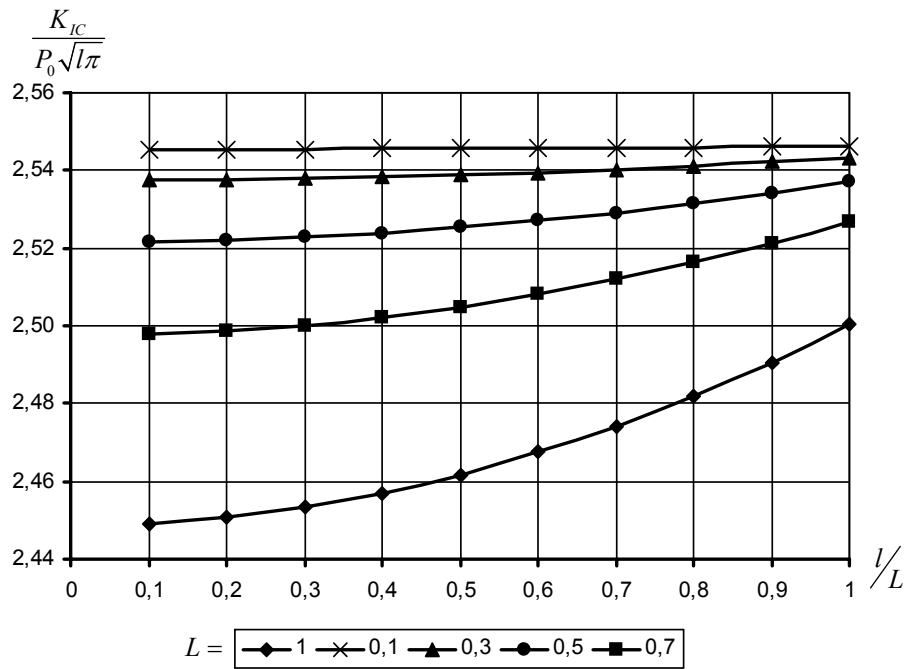


Рисунок 5. Зависимость критического коэффициента интенсивности напряжений от соотношения l/L для 2-го и 4-го случая изменения напряжения в фибре (см. рис. 3).

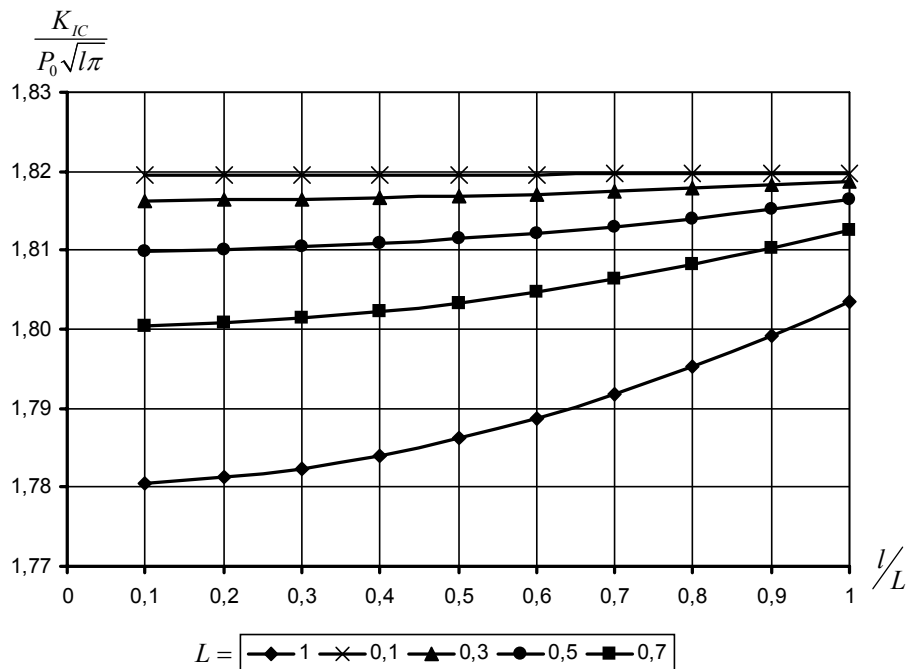


Рисунок 6. Зависимость критического коэффициента интенсивности напряжений от соотношения l/L для 3-го случая изменения напряжения в фибре (см. рис. 3).

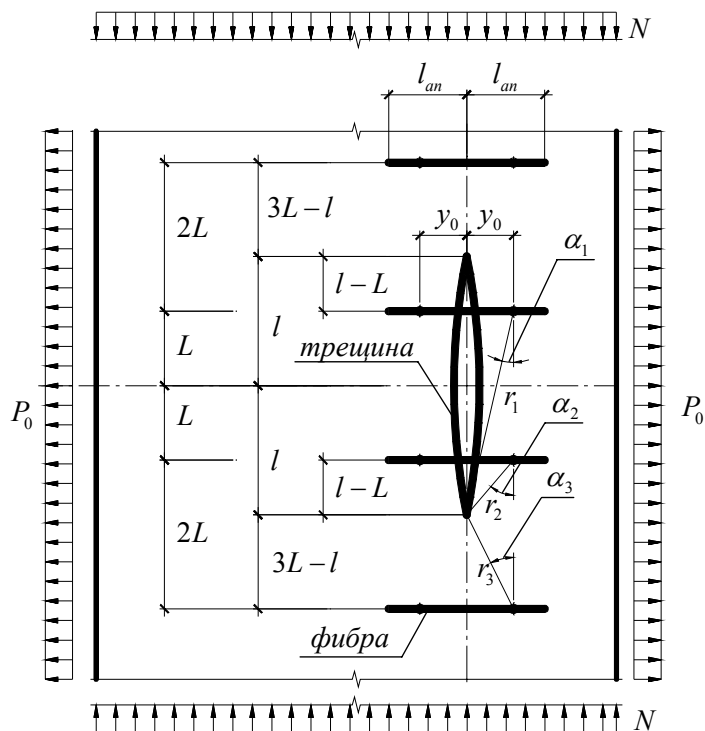


Рисунок 7. Расчетная схема для случая пересечения трещиной ближайших фибр.

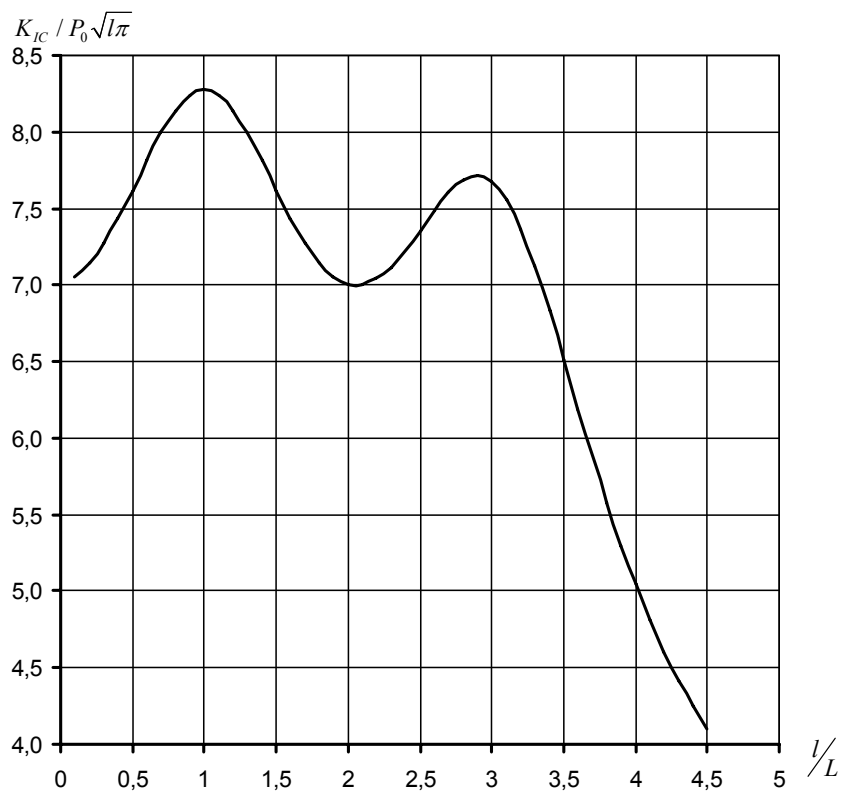


Рисунок 8. Зависимость критического напряжения от соотношения l/L в случае, когда трещина пересекает фибру.

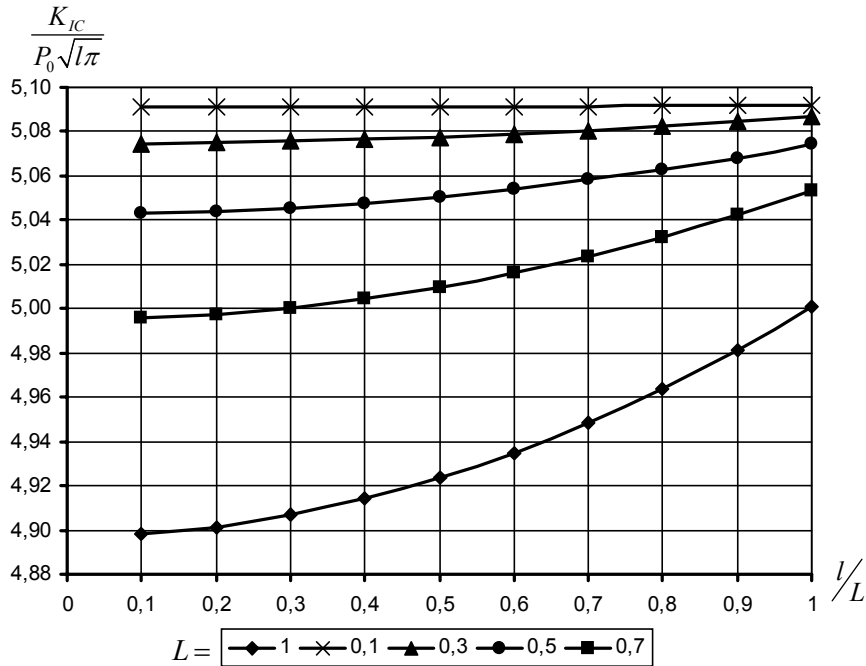


Рисунок 4. Зависимость критического коэффициента интенсивности напряжений от соотношения l/L для 1-го случая изменения напряжения в фибре (см. рис. 3).

Появляется второй восходящий участок в момент, когда трещина достигает второй фибры ($l/L=3$). Это свидетельствует о возрастании сопротивляемости материала и торможении трещины.

Для распространения трещин в фибробетоне им необходимо преодолевать преграды в

виде волокон, т. е. затрачивать энергию на их преодоление, и потому процессы их слияния минимизированы. Таким образом, при высокой дисперсности армирования действие фибр сказывается в появлении эффекта стабилизации микротрещин и сопротивлении поперечному расширению образца при сжатии.

Литература

1. Механика разрушения и прочность материалов. Т. 2. / Под ред. В. В. Панасюка. – Киев : Наукова думка, 1988. – 620 с.
2. Морозов, В. И. Корпуса высокого давления для энергетических, строительных и специальных технологий / В. И. Морозов. – СПб.: СПбГАСУ, 2011. – 393 с.
3. Астрова, Т. И. Об оценке прочности сцепления стержневой арматуры с бетоном // Трещиностойкость и деформативность обычных и предварительно напряженных железобетонных конструкций / Под ред. А. А. Гвоздева. – М.: Стройиздат, 1965. – С. 223–271.

References

1. Destruction mechanics and material strength. Vol. 2. Ed. V. V. Panasiuk. Kyiv: Naukova dumka, 1988. 620 p. (in Russian)
2. Morozov, V. I. High pressure jars power construction and special technologies. St. Petersburg: SPbGASU, 2011. 393 p. (in Russian)
3. Astrova, T. I. Estimation of adherence strength of bar reinforcement with concrete. Crack resistance and deformation ability of usual and prestressed reinforced concrete constructions. Ed. A. A. Gvozdev. Moscow: Stroizdat, 1965, p. 223–271. (in Russian)
4. Demidov, S. P. Elasticity theory. Moscow: Vysshaya shkola, 1979. 432 p. (in Russian)

4. Демидов, С. П. Теория упругости / С. П. Демидов. – М. : Высшая школа, 1979. – 432 с.
5. Партон, В. З. Механика упругопластического разрушения / В. З. Партон, Е. М. Морозов. – М. : Наука, 1974. – 416 с.
6. Пирадов, К. А. Критический коэффициент интенсивности напряжений железобетона / К. А. Пирадов // Бетон и железобетон. – 1992. – № 12. – С. 20–22.
7. Трапезников, Л. П. Температурная трещиностойкость массивных бетонных сооружений / Л. П. Трапезников. – М. : Энергоатомиздат, 1986. – 272 с.
8. Сведлоу, Дж. Вычислительные методы в механике разрушения / Дж. Сведлоу. – М. : Мир, 1990. – 331 с.
9. Romualdi, J. P. Mechanics of Crack Arrest in Concrete / J. P. Romualdi, G. B. Batson // Eng. Mechanics Div. Proceeding of the American Society of Civil Eng. – J., 1963. – P. 147–168.
10. Рабинович, Ф. Н. Эффективность применения полимерных фибр для дисперсного армирования бетона / Ф. Н. Рабинович, С. М. Баев // Промышленное и гражданское строительство. – 2009. – № 9. – С. 38–41.
11. Морозов, В. И. Экспериментальные исследования высокопрочного фибробетона / В. И. Морозов, А. О. Хегай // Актуальные проблемы современного строительства : материалы 63-й Международ. науч.-техн. конф. молодых ученых. Ч. II. – СПб. : СПбГАСУ, 2010. – С. 33–37.
5. Parton, V. Z.; Morozov, E. M. Mechanics of elastoplastic destruction. Moscow: Nauka, 1974. 416 p. (in Russian)
6. Piradov, K. A. Critical coefficient of stress intensity of reinforced concrete. *Concrete and reinforced concrete*, 1992, No. 12, p. 20–22. (in Russian)
7. Trapeznikov, L. P. Temperature crack resistance of massive concrete structures. Moscow: Energoatomizdat, 1986. 272 p. (in Russian)
8. Svedlou, J. Computational approach in destruction mechanics. Moscow: Mir, 1990. 331 p. (in Russian)
9. Romualdi, J. P.; Batson, G. B. Mechanics of Crack Arrest in Concrete. Eng. Mechanics Div. Proceeding of the American Society of Civil Eng. J., 1963, p. 147–168.
10. Rabinovich, F. N.; Baev, S. M. Polymer fibers efficiency for fibrous concrete. *Industrial and Civil Engineering*, 2009, No. 9, p. 38–41. (in Russian)
11. Morozov, V. I.; Hegai, A. O. Experimental researches high strength fiber concrete. *Actual problems of modern engineering: materials of 63-d International Scientific Technical Conference of young scientists. Part II*. St. Petersburg: SPbGASU, 2010, p. 33–37. (in Russian).

Морозов Валерій Іванович - д.т.н., професор кафедри залізобетонних та кам'яних конструкцій, проректор з наукової та інноваційної роботи Санкт-Петербурзького державного архітектурно-будівельного університету, радник Російської академії архітектури і будівельних наук. Наукові інтереси: теорія залізобетону і залізобетонні конструкції, теорія, розрахунок і конструювання корпусів високого тиску, в тому числі в умовах теплових і радіоактивних дій для енергетичних, будівельних та спеціальних технологій; обстеження будівель і споруд, експертиза проектної документації, проектування будівель і споруд, у тому числі в умовах щільної історичної забудови.

Пухаренко Юрій Володимирович – д.т.н., професор, завідувач кафедри будівельних матеріалів і технологій Санкт-Петербурзького державного архітектурно-будівельного університету. Наукові інтереси: розробка складів і технології бетонів з використанням дисперсного армування і наноструктурування.

Хегай Олексій Олегович – аспірант кафедри залізобетонних і кам'яних конструкцій Санкт-Петербурзького державного архітектурно-будівельного університету. Наукові інтереси: механіка руйнування композитних матеріалів; експериментальні та теоретичні дослідження напружено-деформованого стану конструкцій сталевих фібробетону.

Морозов Валерий Иванович – д.т.н., профессор кафедры железобетонных и каменных конструкций, проректор по научной и инновационной работе Санкт-Петербургского государственного архитектурно-строительного университета, советник Российской академии архитектуры и строительных наук. Научные интересы: теория железобетона и железобетонные конструкции, теория, расчет и конструирование корпусов высокого давления, в том числе в условиях тепловых и радиоактивных воздействий для энергетических, строительных и специальных технологий; обследования зданий и сооружений, экспертиза проектной документации, проектирование зданий и сооружений, в том числе в условиях плотной исторической застройки.

Пухаренко Юрий Владимирович – д.т.н., профессор, заведующий кафедрой строительных материалов и технологий Санкт-Петербургского государственного архитектурно-строительного университета. Научные интересы: разработка составов и технологии бетонов с использованием дисперсного армирования и наноструктурирования.

Хегай Алексей Олегович – аспирант кафедры железобетонных и каменных конструкций Санкт-Петербургского государственного архитектурно-строительного университета. Научные интересы: механика разрушения композитных материалов; экспериментальные и теоретические исследования напряженно-деформированного состояния конструкций сталефибробетона.

Morozov Valeriy – Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Reinforced Concrete and Stone Structures of the Saint-Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, the Councilor of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences. Scientific interests: the theory of reinforced concrete, reinforced concrete structures, theory, calculation and designing of structures under the effect of high pressure, including such conditions as heating and radio-activity influence on construction process with the application of power, building and special technologies. Also here may be included investigation of buildings and structures, expertise of project documentation, designing buildings and structures under conditions of dense historical building-up.

Pukharenko Yury – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department «Construction production and structures technologies» of the Saint-Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering. Scientific interests: working out structures and technology of concrete using disperse reinforcing and nano-structuring.

Hegay Alexey – is a post-graduate student at the Department of Reinforced Concrete and Stone Structures of the Saint-Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering. Scientific interests: destruction mechanics of composite materials; experimental and theoretical researches of stressed deformed state of steel fiber concrete structures.