ISSN 1819-432X print / ISSN 1993-3495 online
СУЧАСНЕ ПРОМИСЛОВЕ ТА ЦИВІЛЬНЕ БУДІВНИЦТВО
СОВРЕМЕННОЕ ПРОМЫШЛЕННОЕ И ГРАЖДАНСКОЕ СТРОИТЕЛЬСТВО
MODERN INDUSTRIAL AND CIVIL CONSTRUCTION
2011, ТОМ 7, № 3, 143–148
УДК 621.565 (075.8)

ПРО МІЦНІСТЬ БАГАТОШАРОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ ПРИ НАЯВНОСТІ КРАЙОВОЇ ТРІЩИНИ ПОЗДОВЖНЬОГО ЗСУВУ В ДРУГОМУ ПРУЖНЬОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Ю. В. Зайцев, В. Д. Кулієв, П. С. Султигова
Московський державний відкритий університет имені В. С. Черномирдіна,
вул. Павла Корчагіна, 22, м. Москва, 129805.
E-mail: sultygova@yandex.ru

Отримана 10 червня 2011; прийнята 24 червня 2011.

Анотація. На основі дослідження процесу руйнування багатошарових матеріалів з крайовою тріщиною поздовжнього зсуву отримані формули, за допомогою яких досліджено комплексний вплив геометричних і фізико-механічних властивостей шарів багатошарового матеріалу на коефіцієнт інтенсивності напружень K_{III} при заданих зовнішніх навантаженнях. Знайдено умови, при виконанні яких можна передбачити траєкторію розвитку крайової тріщини поздовжнього зсуву в багатошарових матеріалах, що дає можливість управляти напрямком її зростання.

Ключові слова: довговічність, втома, критична довжина тріщини.

О ПРОЧНОСТИ МНОГОСЛОЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ НАЛИЧИИ КРАЕВОЙ ТРЕЩИНЫ ПРОДОЛЬНОГО СДВИГА ВО ВТОРОЙ УПРУГОЙ СРЕДЕ

Ю. В. Зайцев, В. Д. Кулиев, П. С. Султыгова
Московский государственный открытый университет имени В. С. Черномырдина,
ул. Павла Корчагина, 22, г. Москва, 129805.
E-mail: sultygova@yandex.ru

Получена 10 июня 2011; принята 24 июня 2011.

Аннотация. На основе исследования процесса разрушения многослойных материалов с краевой трещиной продольного сдвига получены формулы, с помощью которых исследовано комплексное влияния геометрических и физико-механических свойств слоев многослойного материала на коэффициент интенсивности напряжений K_{III} при заданных внешних нагрузках. Найдены условия, при выполнении которых можно предсказать траекторию развития краевой трещины продольного сдвига в многослойных материалах, что дает возможность управлять направлением ее роста.

Ключевые слова: долговечность, усталость, критическая длина трещины.

THE STRENGTH OF MULTILAYER ELEMENTS OF A STRUCTURE WITH AN EDGE CRACK OF A LONGITUDINAL SHEAR IN THE SECOND ELASTIC MEDIUM

Zaytsev Yuriy, Kuliev Valeh, Sultygova Pyatimat
Moscow State Open University named after V S Chernomyrdin,
22, Pavla Korchagina Str., Moscow, 129805.
E-mail: sultygova@yandex.ru

Received 10 June 2011; accepted 24 June 2011.

Abstract. On the basis of the destruction process of multilayer elements with an edge crack of a longitudinal shear formulas which help to research complex influence of geometrical and physical mechanical characteristics of the layers of multilayer material upon the intensive coefficient of stress K_{III} with given external loads have been obtained. Conditions which can precast the trajectory of forming of an edge crack of a longitudinal shear of multilayer materials have been found that gives an opportunity to manage its increasing.

Keywords: durability, fatigue, critical crack length.

Изучение процесса деформирования и разрушения многослойных элементов конструкций и сооружений в зависимости от их прочности вызывает большой интерес многих исследователей. Здесь одной из важнейших задач является исследование поведения трещин в многослойных ($n \geq 1$-слойных) материалах для повышения прочности и эксплуатационной надежности многослойных конструкций при их работе в экстремальных условиях. Данная задача предполагает введение трещины в интересующем нас месте. Многослойные материалы нами рассматриваются как полосы с разными упругими свойствами и толщиной, жестко сцепленными между собой. При этом случае процесс разрушения n-слойных материалов с трещиной исследуется в три этапа:

1) трещина полностью находится на одном из боковых слоев;
2) трещина образована разрывом в этом слое и ее вершина находится на границе раздела разорванного и соседнего целого слоев;
3) на третьем этапе направление роста трещины и ее тип, согласно теоретическим и экспериментальным исследованиям, зависит от G_j, ν_j, где G_j – модуль сдвига j-го слоя, ν_j – коэффициент Пуассона того же слоя; от прочности адгезии на границах раздела (прочность адгезии, согласно теории адгезии при сдвиге аналогичной теории Гриффитса-Ирвина, определяется одной новой постоянной – вязкостью скольжения контактного слоя K_{IIC}, а также размером дефекта или слабого места на контакте двух материалов); от микроструктуры пограничного слоя, примыкающего с одной или двух сторон к границе раздела.

Отметим, что при создании и эксплуатации биметаллов в пограничном слое возможны сложные релаксационные процессы, такие как рекристаллизация, образование новых фаз и другие, изменяющие его физико-механические свойства. Для того, чтобы в более точном приближении оценить влияние пограничного слоя на прочность материала, необходимо определить толщину этого слоя.

В работе [4] нами была рассмотрена задача о развитии краевой трещины продольного сдвига с вершиной в первом слое материала.

Ниже рассмотрим случай краевой трещины продольного сдвига с вершиной во второй упругой среде.

Пусть вершина краевой трещины продольного сдвига, исходящая из первой упругой среды, находится во второй упругой среде (рис. 1).

Здесь $h = H - h_1$, $k = \mu_1 / \mu_2$.

Полоса $0 \leq x \leq H, |y| < \infty$ состоит из N различных однородных изотропных упругих материалов $\mu_k (k = \overline{1, N})$, где μ_k – модуль сдвига, жестко сцепленных вдоль плоскостей $x = h_j$ $(j = \overline{1, N-1}, 0 < h_1 < h_2 < \ldots < h_{N-1} < h_N = H)$.

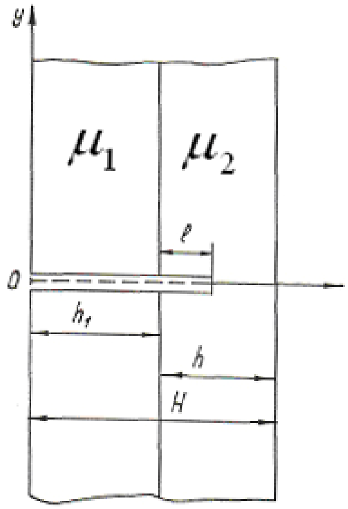

Рисунок 1. Схема расположения трещины в 2-слойных материалах.

Граничные условия задачи имеют вид:

$$x=0,\ (\sigma_{xz})_1=0;\ x=H,\ (\sigma_{xz})_2=0; \quad (1)$$

$$y=0,\ 0<x\le h_1-0,\ (\sigma_{yz})_1=-\sigma_1(x); \quad (2)$$

$$y=0,\ h_1+0<x<l+h_1\equiv L,\ (\sigma_{yz})_2=-\sigma_2(x); \quad (3)$$

$$x=h,\ (\sigma_{xz})_1=(\sigma_{xz})_2,\ (w)_1=(w)_2; \quad (4)$$

$$y=0,\ h_1+l<x<H,\ (w)_2=0. \quad (5)$$

Условие на конце трещины имеет вид:

$$K_{III}=-\lim_{x\to L-0}\left[\sqrt{2\pi(L-x)}(\sigma_{xz})_2(x,0)\right]. \quad (6)$$

Условия на бесконечности

$$(|y|\to\infty,\ 0<x<H):$$

$$(\sigma_{yz})_j,\ (\sigma_{xz})_j\to 0,\ (w)_j=O(r^\alpha),$$

$$\left(r=\sqrt{x^2+y^2},\ \alpha<0\right). \quad (7)$$

Анализ показывает, что функции $\sigma_1(x)$ и $\sigma_2(x)$ не могут быть независимыми и между ними существует связь: $\sigma_1(h_1-0)=k\sigma_2(h_1+0)$.

Решение задачи $0<x<h_1$, $y\ge 0$ (первая упругая среда: μ_1) и $h_1<x<\mathrm{H}$, $y\ge 0$ (вторая упругая среда: μ_2) находим следующим образом. Применив процедуру, с помощью граничных условий (1)–(5), а также соответствующих формул приходим к системе интегральных уравнений:

$$\psi_1(x)+\int_0^{h_1}\psi_1(u)K_{11}(x,u)du+\int_{h_1}^{L}\psi_2(u)K_{12}(x,u)du=\frac{2}{\pi\mu_1}\int_0^x\frac{\sigma_1(\tau)}{\sqrt{x^2-\tau^2}}d\tau,$$

$$(0<x<h_1);$$

$$\psi_2(x)+\int_0^{h_1}\psi_1(u)K_{21}(x,u)du+\int_{h_1}^{L}\psi_2(u)K_{22}(x,u)du=\frac{2}{\pi\mu_2}\int_{h_1}^x\frac{\sigma_2(\tau)}{\sqrt{x^2-\tau^2}}d\tau$$

$$(h_1<x<L). \quad (8)$$

Выражения функций $K_{ij}(x,u)$ громоздки и они приведены в [1]. Также в [1] с помощью метода Лапласа доказано, что система интегральных уравнений (8) является системой уравнений фредгольмова типа второго рода.

Для данного случая коэффициент интенсивности напряжений определяется следующим образом:

$$K_{III}=\sqrt{\pi L}\mu_2\psi_2(L) \qquad (\ell\ne 0). \quad (9)$$

Пусть $k=1$, $l=0$ и $H\to\infty$. Тогда $\psi_2(x)\equiv 0$, а $\psi_1(x)$ определяется формулой:

$$\psi_1(x)=\frac{2}{\pi\mu_1}\int_0^x\frac{\sigma_1(\tau)}{\sqrt{x^2-\tau^2}}d\tau\ ; \quad (10)$$

а коэффициент интенсивности напряжений – формулой:

$$K_{III}=\sqrt{\pi h_1}\frac{2}{\pi}\int_0^{h_1}\frac{\sigma_1(\tau)}{\sqrt{h_1^2-\tau^2}}d\tau\ ; \quad (11)$$

что совпадает с известной в механике разрушения формулой.

Рассмотрим теперь следующий случай.

Краевая трещина продольного сдвига полностью разрушила первый монослой и, не испытав разветвления на границе раздела сред, образовала «микротрещину» во втором монослое.

В этом случае коэффициент интенсивности напряжений определяется формулой:

$$K_{III} = \mu_1 \frac{\sqrt{2\pi h_1}}{\sqrt{k}} f_0\left(k, \frac{h_1}{H}\right)\left(\frac{h_1}{\ell}\right)^{\delta-\frac{1}{2}} \cdot 2^{-\delta},$$
$$\delta = \frac{2}{\pi} arctg\sqrt{k}, k = \frac{\mu_1}{\mu_2}, \frac{\ell}{h_1} \le 1. \quad (12)$$

Функция $f_0(...)$ определяется из решения сингулярного интегрального уравнения первого рода типа Коши.

Из (12) следует:

1. Пусть трещина продольного сдвига находится в более «мягком» слое материала (т. е. $k<1$), то $0<\delta<1/2$, следовательно, коэффициент интенсивности напряжений от продольного сдвига K_{III} стремится к нулю, т. е. краевая трещина в этом случае не может доходить до границы раздела.
2. Пусть трещина продольного сдвига находится в более «жестком» слое материала (т. е. $k>1$), то $1/2<\delta<1$. В этом случае коэффициент интенсивности напряжений от продольного сдвига K_{III} безгранично возрастает. Известно, что если трещина продольного сдвига перпендикулярно «падает» на границу раздела двух сред, то она при $k>1$ не преломляется. Из этих двух утверждений следует, что если $k>1$, то двухслойный материал разрушается полностью при соответствующих нагрузках.
3. Пусть $k=1$, то $\delta=1/2$.

В этой задаче условия на концах трещины согласно [1] имеют вид:

$$K_{III(1)} = -\lim_{x\to\ell_1-0}\left[\sqrt{2\pi(\ell_1-x)}\ (\sigma_{yz})_1(x,+0)\right];(13)$$

$$K_{III(2)} = -\lim_{x\to L-0}\left[\sqrt{2\pi(L-x)}\ (\sigma_{yz})_2(x,+0)\right];(14)$$

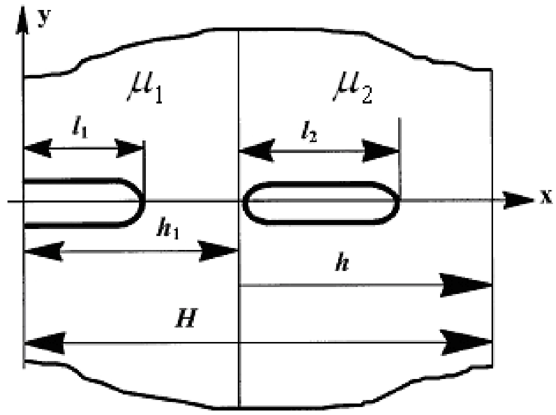

Рисунок 2. К построению соотношений (12).

$$K_{III(3)} = \lim_{x\to h_1-0}\left[\sqrt{2\pi(h_1-x)^{2\delta}}(\sigma_{yz})_1(x,+0)\right].(15)$$

Условия на бесконечности в виде (7) сохраняются.

Рассмотрено решение задачи в областях $0 < x < h_1$, $y \ge 0$ (первая упругая среда: μ_1) и $h_1 < x < H$, $y \ge 0$ (вторая упругая среда: μ_2). Нами получены коэффициенты интенсивности напряжений:

$$K_{III(1)} = \mu_1\sqrt{\pi\ell_1} f_{01}(\ell_1-0);$$
$$K_{III(3)} = \frac{-2\sqrt{2\pi}\mu_1 f_{02}(h_1+0) l_2^{\delta}}{(k+1)\sin\delta\pi}. \quad (16)$$

А коэффициент интенсивности напряжений $K_{III(2)}$ определяется аналогичным образом:

$$K_{III(2)} = \mu_2\sqrt{2\pi l_2} f_{02}(L-0). \quad (17)$$

Разными учеными в основном разработана программа для численного решения сингулярного интегрального уравнения первого рода типа Коши, но авторами не найдена программа для численного решения системы интегральных уравнений первого рода типа Коши.

Литература

1. Кулиев, В. Д. Сингулярные краевые задачи / В. Д. Кулиев. – М. : Физматлит, 2005. – 720 с.
2. Веремьева, Н. А. Краевая трещина продольного сдвига с вершиной в первом слое материала / Н. А. Веремьева, О. В. Почетуха // Новые технологии. – 2006. – № 5. – С. 14–17.

References

1. Kuliev, V. D. Singular boundary-value problems. Moscow: Fizmatlit, 2005. 720 p. (in Russian)
2. Veremeva, N. A.; Pochetuha, O. V. Border crack of longitudinal shear with its top in the first layer of material. *New technologies*, 2006, No. 5, p. 14–17. (in Russian)

3. К теории роста усталостных трещин / В. Д. Кулиев, Ю. В. Зайцев, О. С. Гречухина, П. С. Султыгова // Вестник гражданских инженеров. – 2009. – № 3 (20). – С. 129–133.
4. Зайцев, Ю. В. Прочность многослойных элементов конструкций / Ю. В. Зайцев, В. Д. Кулиев, П. С. Султыгова // Вестник Одесской государственной академии строительства и архитектуры. – 2010. – № 39, часть 1. – С. 253–256.

3. Kuliev, V. D.; Zaitsev, Yu. V.; Grechuhina, O. S.; Sultygova, P. S. The theory of fatigue crack increasing. *Civil Engineers Bulletin*, 2009, No. 3(20), p. 129–133. (in Russian)
4. Zaitsev, Yu. V.; Kuliev, V. D.; Sultygova, P. S. Strength of multiple elements of structures. *Bulletin of Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture*, 2010, № 39, часть 1, p. 253–256. (in Russian)

Зайцев Юрій Володимирович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри будівельних конструкцій Московського державного відкритого університету ім. В. С. Чорномирдіна, Почесний член Російської академії архітектури і будівельних наук (РААБН), дійсний член Російської інженерної академії, лауреат премії уряду РФ, надзвичайний і повноважний посол. Наукові інтереси: механіка руйнування композитів, двостороння і багатобічна дипломатія і питання громадянства.

Кулієв Валех Джафаровіч – доктор фіз.-мат. наук, професор, завідувач кафедри вищої математики, декан факультету прикладної математики Московського державного відкритого університету ім. В. С. Чорномирдіна, лауреат премії Ради міністрів СРСР в області науки і техніки, Заслужений працівник вищої школи РФ. Наукові інтереси: вирішення сингулярних завдань теорії пружності кусочно однорідних середовищ, математичні завдання механіки руйнування анізотропних матеріалів.

Султигова Пятімат Суламбековна – кандидат технічних наук, доцент Московського державного відкритого університету ім. В. С. Черномирдіна, Інгушського державного університету, Почесний працівник вищого професійної освіти Російської федерації, Заслужений вчитель Республіки Інгушетія. Наукові інтереси: завдання механіки руйнування, поведінка тріщин в багатошарових матеріалах.

Зайцев Юрий Владимирович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой строительных конструкций Московского государственного открытого университета им. В. С. Черномырдина, Почетный член Российской академии архитектуры и строительных наук (РААСН), действительный член Российской инженерной академии, лауреат премии правительства РФ, чрезвычайный и полномочный посол. Научные интересы: механика разрушения композитов, двухсторонняя и многосторонняя дипломатия и вопросы гражданства.

Кулиев Валех Джафарович – доктор физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики, декан факультета прикладной математики Московского государственного открытого университета им. В. С. Черномырдина, лауреат премии Совета министров СССР в области науки и техники, Заслуженный работник высшей школы РФ. Научные интересы: решение сингулярных задач теории упругости кусочно однородных сред, математические задачи механики разрушения анизотропных материалов.

Султыгова Пятимат Суламбековна – кандидат технических наук, доцент Московского государственного открытого университета им. В. С. Черномырдина, Ингушского государственного университета, Почетный работник высшего профессионального образования Российской Федерации, Заслуженный учитель Республики Ингушетия. Научные интересы: задачи механики разрушения, поведение трещин в многослойных материалах.

Zaytsev Yuriy – D. Sc., professor, the head of the department of building structures of Moscow State Open University named after V S Chernomyrdin, honorable member of Russian Academy of Architecture and Engineering, full member of Russian Engineering Academy, the Russian Federation Government Prize laureate, Ambassador Extraordinary and Plenipotentiary. Scientific interests: composite destruction mechanics, bilateral and multilateral diplomacy, citizenship problems.

Kuliev Valeh – D. Sc. (physical mathematical), professor, the head of the department of higher mathematics, the dean of the faculty of applied mathematics of Moscow State Open University named after V S Chernomyrdin, the Ministers Council of the USSR Prize laureate in the sphere of science and engineering, Honored Worker of higher school of the Russian Federation. Scientific interests: singular problems solution of elasticity theory of piece uniform medium, mathematical problems of destruction mechanics of anisotropic materials.

Sultygova Pyatimat – Ph. D., associate professor of Moscow State Open University named after V S Chernomyrdin, of Ingushetia State University, Honored Worker of higher professional education of the Russian Federation, Honored Teacher of the Ingushetia Republic. Scientific interests: destruction mechanics tasks, cracks behavior in multilayer material.