



РОЗРАХУНОК СТАЛЕЗАЛІЗОБЕТОННОГО БЕЗБАЛКОВОГО ПЕРЕКРИТТЯ АНАЛІТИЧНИМ МЕТОДОМ

Л. І. Стороженко ^a, О. І. Лапенко ^b, О. В. Нижник ^a, С. О. Мурза ^a

^a Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка,
Першотравневий проспект, 24, м. Полтава, Україна, 36011.

^b Національний авіаційний університет,
пр. Космонавта Комарова, 1, м. Київ, Україна, 03680.

E-mail: my-partner@ukr.net

Отримана 10 червня 2011; прийнята 24 червня 2011.

Анотація. У статті наведені результати теоретичних та чисельних досліджень напружено-деформованого стану конструкцій сталезалізобетонних безбалкових перекриттів, на основі яких побудовано методику їх розрахунку аналітичним методом з використанням лінійних кінцевих елементів, розроблених Т. Н. Азізовим [1, 2]. Використані лінійні кінцеві елементи дозволяють з прийнятною точністю поряд з врахуванням поперечних сил взаємодії плит враховувати також згинальні моменти, дотичні зусилля і виникаючі сили розпору в конструкціях. Представлено розв'язання системи рівнянь сумісності деформацій методики лінійних кінцевих елементів, яка повністю враховує усі компоненти напружено-деформованого стану об'єктів дослідження. Рішення отриманої системи рівнянь представлено у вигляді розкладання у ряди Фур'є. З використанням результатів аналітичних рішень виконані відповідні розрахунки зусиль та переміщень досліджуваних конструкцій, на основі яких проведено порівняльний аналіз з розрахунками, виконаними з використанням методу кінцевих елементів. Проведене порівняння результатів розрахунку за отриманою методикою та методом кінцевих елементів.

Ключові слова: сталезалізобетонні безбалкові перекриття, сумісна робота, метод лінійних кінцевих елементів.

РАСЧЕТ СТАЛЕЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО БЕЗБАЛОЧНОГО ПЕРЕКРЫТИЯ АНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Л. И. Стороженко ^a, А. И. Лапенко ^b, А. В. Нижник ^a, С. А. Мурза ^a

^a Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка,
Первомайский проспект, 24, г. Полтава, Украина, 36011.

^b Национальный авиационный университет,
пр. Космонавта Комарова, 1, г. Киев, Украина, 03680.

E-mail: my-partner@ukr.net

Получена 10 июня 2011; принята 24 июня 2011.

Аннотация. В статье приведены результаты теоретических и численных исследований напряженно-деформированного состояния конструкций сталежелезобетонных безбалочных перекрытий, на основе которых построена методика их расчета аналитическим методом с использованием линейных конечных элементов, разработанных Т. Н. Азизовым [1, 2]. Используемые линейные конечные элементы позволяют с приятной точностью наряду с учетом поперечных сил взаимодействия плит учитывать также изгибающие моменты, касающиеся усилия и возникающие силы распора в конструкциях. Представлены решения системы уравнений совместности деформаций методики линейных конечных элементов, которая полностью учитывает все компоненты напряженно-деформированного состояния объектов исследования. Решение полученной системы уравнений представлено в виде разложения в

ряды Фурье. С использованием результатов аналитических решений выполнены соответствующие расчеты сил и перемещений исследуемых конструкций, на основе которых проведен сравнительный анализ с расчетами, выполненными с использованием метода конечных элементов. Проведено сравнение результатов расчета по полученной методике и методом конечных элементов.

Ключевые слова: сталежелезобетонные безбалочные перекрытия, совместная работа, метод линейных конечных элементов.

CALCULATION COMPOSITE STEEL AND REINFORCED CONCRETE FLAT SLAB FLOORS BY THE ANALYTICAL METHOD

Storozhenko Leonid ^a, Lapenko Alexander ^b, Nizhnik Alexander ^a, Murza Sergey ^a

^a Yury Kondratyuk Poltava National Technical University,
24, Pershotravnevy Av., Poltava, Ukraine, 36011.

^b National Aviation University,
1, Kosmonavta Komarova Av., Kyiv, Ukraine, 03680.

E-mail: my-partner@ukr.net

Received 10 June 2011; accepted 24 June 2011.

Abstract. The results of theoretical and computational investigations of stressed deformed states of steel reinforced concrete flat slab constructions are given in the article, they form the basis of their design technique with an analytical method using linear finite elements developed by T N Azizov [1, 2]. Used linear elements allow accounting bending elements rather exactly along with accounting shearing force of slab interaction and appearing thrust forces in structures. Solutions of combined equilibrium system of deformation compatibility of the method of linear finite elements are presented. This method completely accounts all the components of stressed deformed state of test subjects. Solutions of the obtained equilibrium system are presented as expansion in Fourier series. Using the results of analytical solutions corresponding forces and movements calculations of researched structures are made, on their basis comparative analysis with computations made by means of the method of finite elements is done. The calculation results due to this method and the method of finite elements are compared.

Keywords: composite steel and reinforced concrete flat slab floors, teamwork, a method of linear finite elements.

Напружено-деформований стан сталежелезобетонного безбалкового перекриття відрізняється від монолітного [4, 5] наявністю конструктивних особливостей, що не дозволяють розраховувати його за відомими методами. Водночас розрахунок напружено-деформованого стану за схемою членування перекриття на головні та другорядні балки є застарілим і нераціональним, оскільки диски сталежелезобетонного безбалкового перекриття працюють сумісно як між собою, так і між опорними дисками.

Т. Н. Азізов [1, 2], на основі теорії В. З. Власова [3], досліджував роботу вільно обпертих дискових систем, яка основана на їх розділі на прості елементи: плити й балки із врахуванням в пере-

різах в загальному випадку чотирьох компонентів зусиль або переміщень, котрі знаходяться із вирішення системи рівнянь сумісності деформацій. Т. Н. Азізов вирішив задачу, врахувавши не тільки поперечні сили взаємодії плит одна з одною, але і згинальні моменти, дотичні зусилля і сили розпору. Це дозволило розв'язати задачу з врахуванням зсуву монолітного шва. Також ця методика враховує вплив переміщення опор (ригелів) на їх сумісну роботу.

Аналізуючи існуючі методи розрахунку конструкцій перекриттів і покриттів та враховуючи конструктивні особливості, було вирішено застосувати метод лінійних кінцевих елементів, що розроблений Т. Н. Азізовим [1, 2].

Для визначення зусиль в сталезалізобетонній безбалковій конструкції перекриття розділимо на окремі лінійні елементи (рис. 1) площинами, що проходять по швах другорядних дисків.

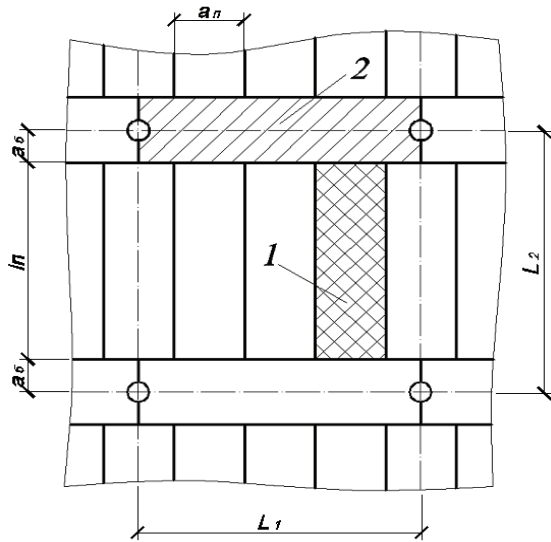


Рисунок 1. Фрагмент сталезалізобетонного безбалкового перекриття: 1 – другорядний диск; 2 – головний диск.

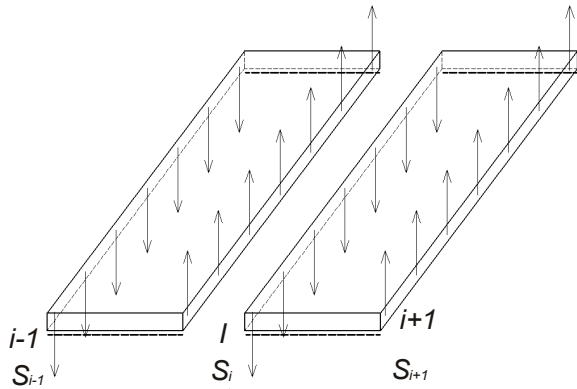


Рисунок 2. Схема членування сталезалізобетонного безбалкового перекриття на лінійні елементи.

Розглянемо i -тий відсічений лінійний елемент з діючими в місці розрізу зусиллями, які необхідно визначити. Враховуючи конструктивні особливості шва сталезалізобетонного безбалкового перекриття, в загальному випадку по лінії розрізу будуть діяти вертикальні погонні зусилля S_{i-p}, S_i (рис. 2).

Переріз плити представляється у вигляді ребра за полицями. Згинальна та крутні жорсткості плити зосереджені в ребрах (рис. 3). Полички імітують згин плити в поперечному напрямку.

Для визначення невідомих зусиль $S(x)$ запишемо умову сумісності деформацій для кожного i -го перерізу.

1. Рівність кривизни в вертикальній площині ліворуч та праворуч від i -го перерізу:

а) кривизна, що виникає внаслідок дії зовнішнього навантаження:

$$\frac{1}{\rho_{iqL}} = \frac{Mq_i}{EI_i}; \quad \frac{1}{\rho_{iqL}} = \frac{Mq_{i+1}}{EI_{i+1}}; \quad (1)$$

де Mq_i – функція згинальних моментів в i -тому елементі від дії зовнішнього навантаження;
 EI – згинальна жорсткість i -того елемента;

б) кривизна, що виникає внаслідок дії моментів Ms , створених зусиллями S :

$$\frac{1}{\rho_{iSL}} = -\frac{Ms_{i-1}}{EI_i} + \frac{Ms_i}{EI_i};$$

$$\frac{1}{\rho_{iSL}} = -\frac{Ms_i}{EI_{i+1}} + \frac{Ms_{i+1}}{EI_{i+1}}; \quad (2)$$

в) кривизна, що виникає внаслідок кручення елемента зусиллями S :

Враховуємо вирази:

$$\frac{1}{\rho_{iL}} = a_i Q_i''.$$

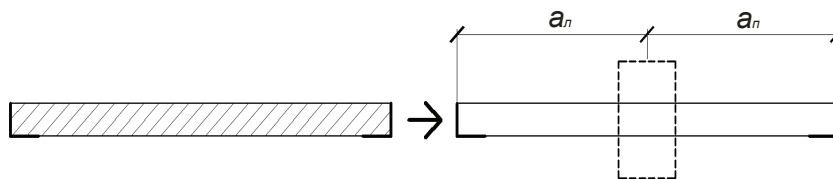


Рисунок 3. Переріз конструкції.

Із теорії кручення відомо, що

$$Q_i'' = \frac{M_i}{GI},$$

де M_i – погонний крутний момент
 $M_i = aS_{i-1} + aS_i$, $S_i = -M_i''s$.

$$\frac{1}{\rho_{isI}} = -\frac{M''s_{i-1} \cdot a_{n_i} a_{n_i}}{GI_i} - \frac{M''s_i \cdot a_{n_i}^2}{GI_i};$$

$$\frac{1}{\rho_{isII}} = -\frac{M''s_i \cdot a_{n_{i+1}}^2}{GI_{i+1}} - \frac{M''s_{i+1} \cdot a_{n_{i+1}} a_{n_{i+1}}}{GI_{i+1}}; \quad (3)$$

де GI – крутильна жорсткість елемента;

г) кривизна, що виникає внаслідок згину полицки зусиллями S :

$$\frac{1}{\rho_{isI}} = -\frac{M^{IV} s_{i-1} \cdot a_{n_i}^3}{3D_i};$$

$$\frac{1}{\rho_{isII}} = -\frac{M^{IV} s_i \cdot a_{n_{i+1}}^3}{3D_{i+1}}. \quad (4)$$

Провівши сумування по формулам 1–4 та звівши подібні, отримуємо систему рівнянь однотипних рівнянь. Взагальному випадку однотипне рівняння матиме вигляд (5):

$$-\frac{1}{EI_i} Ms_{i-1} + \left(\frac{1}{EI_i} + \frac{1}{EI_{i+1}} \right) Ms_i - \frac{1}{EI_{i+1}} Ms_{i+1} -$$

$$-\frac{a_{n_i} a_{n_i}}{GI_i} M''s_{i-1} + \left(-\frac{a_{n_i}^2}{GI_i} - \frac{a_{n_{i+1}}^2}{GI_{i+1}} \right) M''s_i +$$

$$+\frac{a_{n_{i+1}} a_{n_{i+1}}}{GI_{i+1}} M''s_{i+1} + \left(\frac{a_{n_i}^3}{3D_i} + \frac{a_{n_{i+1}}^3}{3D_{i+1}} \right) Ms_i^{IV} = \quad (5)$$

$$= \frac{1}{EI_{i+1}} M''q_{i+1} - \frac{1}{EI_i} M''q_i.$$

Систему диференціальних рівнянь потрібно записувати для кожного поздовжнього перерізу. Дану систему диференціальних рівнянь можна вирішувати, представляючи рішення у вигляді рядів Фур'є по синусах. В цьому випадку автоматично задовольняються граничні умови для невідомих при шарнірному опиранні. Рішення приймаються у вигляді:

$$Ms_i(x) = \sum_{n=1}^{\infty} Ms_i \cdot \sin \frac{\pi n}{l} x; \quad (6)$$

$$Mq_i(x) = \sum_{n=1}^{\infty} Mq_i \cdot \sin \frac{\pi n}{l} x; \quad (7)$$

де Mq_i – коефіцієнт ряду Фур'є функції згинальних моментів від зовнішнього навантаження, які можна визначити відповідно; Ms_i – невідомі коефіцієнти рядів Фур'є, які необхідно визначити.

x – координата вздовж елемента перекриття;

l – проліт;

Якщо в рішеннях (6), (7) верхні границі суми замінити на скінченне число m (як правило 5–8 непарних членів ряду достатньо для отримання інженерної точності), то тоді систему лінійних рівнянь необхідно буде розв'язати m разів.

Підставляючи (10), (11) в систему диференціальних рівнянь, після проведення диференціювання та скорочуючи на

$$\sin \frac{\pi n}{l} x$$

отримаємо систему лінійних рівнянь, де невідомими є постійні члени ряду Фур'є Ms_i . Та враховуючи, що

$$\alpha = \frac{\pi n}{l},$$

геометричні розміри та жорсткості конструкцій будуть відповідно рівні, отримуємо систему лінійних рівнянь (8).

$$\left(-\frac{1}{EI} + \frac{a^2 \cdot \alpha^2}{GI} \right) \cdot Ms_{i-1} +$$

$$+\left(\frac{2}{EI} + \frac{2a^2 \cdot \alpha^2}{GI} + \frac{2a^3 \cdot \alpha^4}{3D} \right) \cdot Ms_i +$$

$$+\left(-\frac{1}{EI} + \frac{a^2 \cdot \alpha^2}{GI} \right) \cdot Ms_{i+1} = \quad (8)$$

$$= \frac{1}{EI} (-Mq_i + Mq_{i+1}).$$

Розв'язати дану систему лінійних рівнянь можна будь-яким з відомих методів. У результаті рішення отримуємо значення коефіцієнтів ряду Фур'є, за допомогою яких можна визначити невідомі зусилля, що діють у перерізах конструкції.

Враховуючи, що другорядні диски опираються шарнірно на головні, жорсткість головного диску є одного порядку з жорсткістю другорядного, а в ряді випадків ці жорсткості можуть співпадати.

В такому випадку необхідно враховувати деформації головного диску. При деформуванні опор в повздовжніх перерізах виникають додаткові зусилля, які необхідно враховувати. Вважаючи, що жорсткість головного диску задана, та зусилля, що передаються від другорядних дисків, також відомі, можливо визначити переміщення в перерізах 1–3, застосувавши відомі методи будівельної механіки.

$$K = \frac{3R_1l}{16} + \frac{R_2l}{8} + \frac{R_3l}{16}; \quad (9)$$

$$S = \frac{R_1l}{8} + \frac{R_2l}{4} + \frac{R_3l}{8}; \quad (10)$$

$$P = \frac{R_1l}{16} + \frac{R_2l}{8} + \frac{3R_3l}{16}; \quad (11)$$

$$K_1 = \frac{K + S}{2}; \quad (12)$$

$$P_1 = \frac{P + S}{2}. \quad (13)$$

Знаючи значення моментів від діючого навантаження та від одиничного, визначені відповідні переміщення:

$$\Delta_1 = \frac{l^2}{32 \cdot EI} \left(\frac{3}{4}K + \frac{5}{6}K_1 + \frac{1}{3}S + \frac{1}{6}P_1 + \frac{1}{4}P \right); \quad (14)$$

$$\Delta_2 = \frac{l^2}{2 \cdot EI} \left(\frac{3}{16}K + K_1 + \frac{2}{3}S + P_1 + \frac{3}{16}P \right); \quad (15)$$

$$\Delta_3 = \frac{l^2}{32 \cdot EI} \left(\frac{1}{4}K + \frac{1}{6}K_1 + \frac{1}{3}S + \frac{5}{6}P_1 + \frac{3}{4}P \right). \quad (16)$$

При відомих значеннях деформацій можна визначити додаткові зусилля, що діють в перерізах конструкції:

$$S_{dop_i} = \frac{3D_{лев_i}}{a^3_{лев}} \cdot \Delta_i + \frac{3D_{прав_i}}{a^3_{прав}} \cdot \Delta_i. \quad (17)$$

Знаючи S_{dop_i} , можна визначити Ms_{dop_i} . Таким чином, в рівняння (8) замість Mq_i підставляємо $Mq_i + Ms_{dop_i}$.

Виконаємо розрахунок фрагмента безбалкового перекриття, схема якого наведена на рис. 1, геометричні характеристики на рис. 5:

- розмір головного диска 1 500×6 000 мм,
- розмір другорядного диска 4 500×1 500 мм.

Завантаження прийнято одиничне, рівномірне розподілене в межах середнього другорядного диску. В результаті розрахунку за наведеною методикою були отримані зусилля в перерізах конструкції (рис. 6). Для порівняння був проведений розрахунок за допомогою МКЕ (рис. 7, 8).

Для визначення зусиль в елементах конструкції необхідно прикласти отримані зусилля,

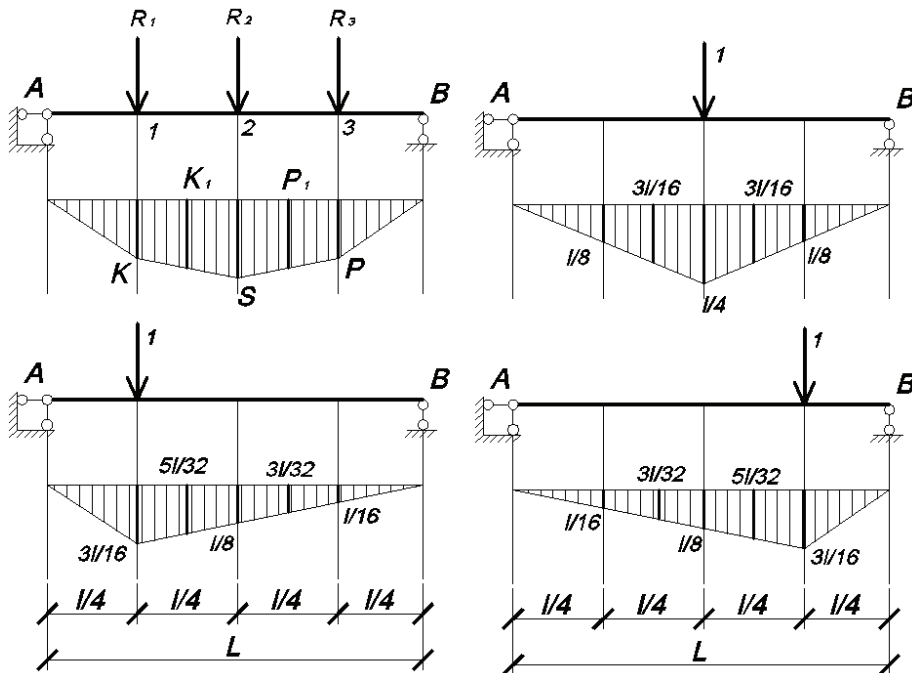


Рисунок 4. Схема завантаження головного диску.

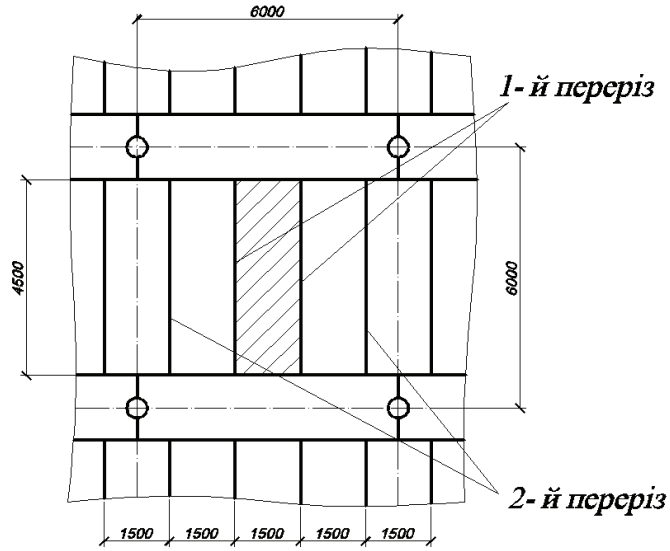


Рисунок 5. Розрахункова схема фрагмента перекриття.
 – розмір головного диска 1 500-6 000 мм,

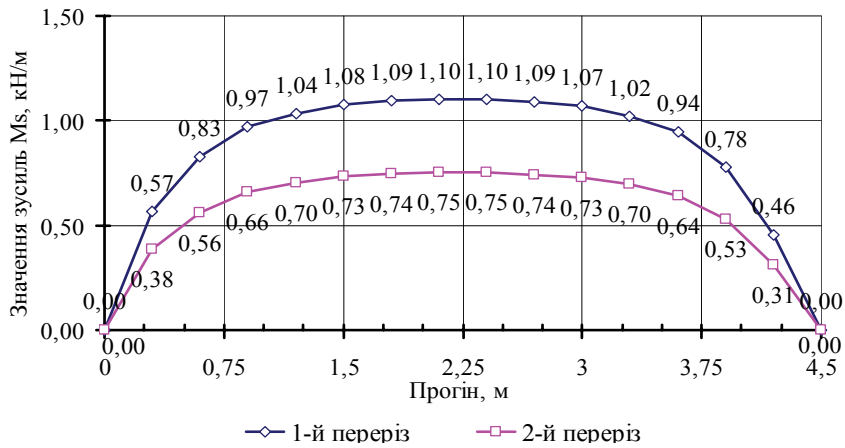


Рисунок 6. Значення зусиль в розрахункових перерізах.

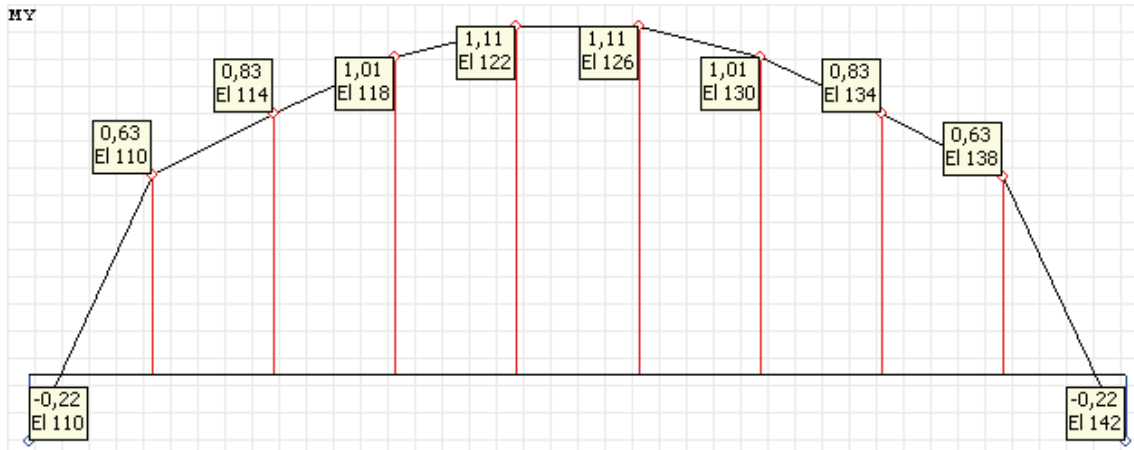


Рисунок 7. Епора M_x , в першому перерізі кНм/м.

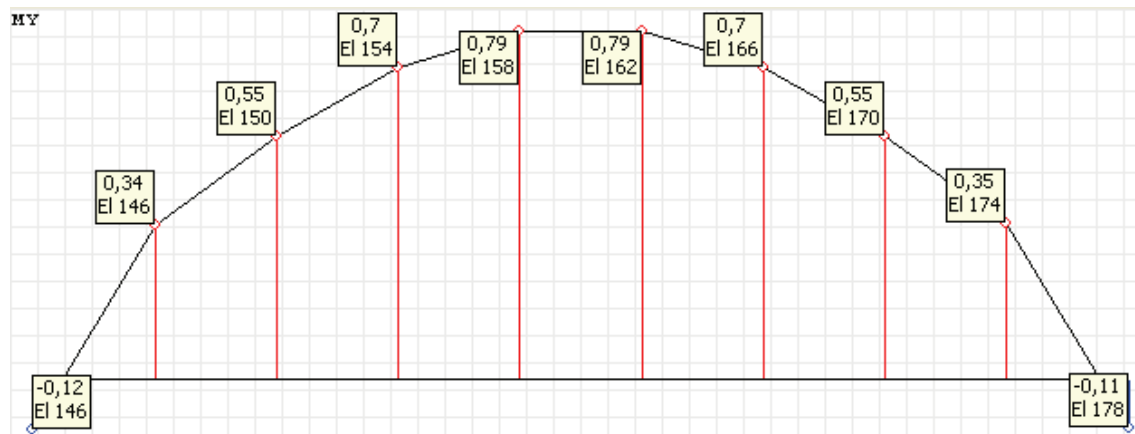


Рисунок 8. Еюра M_x , в другому перерізі кНм/м.

що діють в перерізі, до лінійної конструкції. Далі лінійну конструкцію розраховують за допомогою відомих методів будівельної механіки. Значення в найбільш напружених точках перерізу

відрізняються: в 1-1 на 0,9 %, в 2-2 на 5,0 %, що свідчить про можливість використання отриманої методики для розрахунку сталезалізобетонних безбалкових перекриттів.

Литература

1. Азизов, Т. Н. Метод линейных конечных элементов для расчета строительных конструкций / Т. Н. Азизов // Галузеве машинобудування, будівництво : Зб. наук. праць. – Полтава : ПолтНТУ, 2006. – Вип. 18. – С. 105–108.
2. Азизов, Т. Н. Теория пространственной работы перекрытий / Т. Н. Азизов. – К. : Науковий світ, 2001. – 276 с.
3. Власов, В. З. Тонкостенные пространственные системы / В. З. Власов. – М. : Госстройиздат, 1958. – 502 с.
4. Стороженко, Л. І. Збірні сталезалізобетонні безбалкові перекриття / Л. І. Стороженко, О. В. Нижник // Вісник НУ «Львівська політехніка» : Зб. наук. праць. – 2010. – № 664. – С. 244–248.
5. Стороженко, Л. І. Збірна залізобетонна плита перекриття зі сталевим обрамленням / Л. І. Стороженко, О. І. Лапенко, О. В. Нижник // Строительство, материаловедение, машиностроение : Зб. научных праць. – Дн. : ПГАСА, 2009. – Вип. 50. – С. 538–543.
6. Стороженко, Л. І. Безбалкові й часторебристі сталезалізобетонні перекриття / Л. І. Стороженко, О. В. Нижник // Зб. «Будівельні конструкції». – К. : НДІБК, 2008. – Вип. 70. – С. 29–36.
7. Стороженко, Л. І. Залізобетонні конструкції в незнімній опалубці : монографія / Л. І. Стороженко, О. І. Лапенко. – Полтава : АСМІ, 2008. – 312 с.

References

1. Azizov, T. N. Liner finite elements method to design building structures. *Brunch machinery building, engineering: collected scientific papers*. Poltava: PoltNTU, 2006, Vol. 18, p. 105–108. (in Russian)
2. Azizov, T. N. Theory of span space operation. Kyiv: Naukovii svit, 2001. 276 p. (in Russian)
3. Vlasov, V. Z. Thin wall space systems. Moscow: Gosstroizdat, 1958. 502 p. (in Russian)
4. Storozhenko, L. I.; Nyzhnyk, O. V. Precast reinforced concrete mushroom constructions. *Collected scientific papers: Bulletin of National University «Lviv Politechnical»*, 2010, No. 664, p. 244–248. (in Ukrainian)
5. Storozhenko, L. I.; Lapenko, O. I.; Nyzhnyk, O. V. Precast steel reinforced concrete slab constructions with steel framing. *Collected scientific papers: «Engineering, Material Science, Machinery Building»*. Dnepropetrovsk: PGASA, 2009, Vol. 50, p. 538–543. (in Ukrainian)
6. Storozhenko, L. I.; Nyzhnyk, O. V. Mushroom and gilled constructions. *Bulletin «Building Structures»*. Kyiv: NDIBK, 2008. – Vol. 70, p. 29–36. (in Ukrainian)
7. Storozhenko, L. I.; Lapenko, O. I. Reinforced concrete structures in invariable casing: monograph. Poltava: ASMI, 2008. 312 p. (in Ukrainian)
8. Shmukler, V. S.; Klimov, Yu. A.; Burak, N. P. Frame systems of light type. Kharkov: Zolotye stranitsy, 2008. 336 p. (in Russian)

8. Шмуклер, В. С. Каркасные системы облегченного типа / В. С. Шмуклер, Ю. А. Климов, Н. П. Бурак. – Харьков : Золотые страницы, 2008. – 336 с.
9. Johnson, R. P. Composite structures of steel and concrete – beams, slabs, columns, and frames for buildings / R. P. Johnson. – Oxford : Blackwell Scientific Publications, 2004. – 248 p.
10. Varghese, P. C. Building construction / P. C. Varghese. – New Delhi: PHI Learning Private Limited, 2007. – 472 p.
9. Johnson, R. P. Composite structures of steel and concrete – beams, slabs, columns, and frames for buildings. Oxford: Blackwell Scientific Publications, 2004. 248 p.
10. Varghese, P. C. Building construction. New Delhi: PHI Learning Private Limited, 2007. 472 p.

Стороженко Леонід Іванович – д. т. н., професор кафедри конструкцій з металу, дерева та пластмас Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка. Наукові інтереси: розробка і дослідження міцності, деформативності, напружено-деформованого стану сталезалізобетонних конструкцій.

Лапенко Олександр Іванович – д. т. н., професор, завідувач кафедри інформаційних технологій у будівництві Національного авіаційного університету. Наукові інтереси: дослідження й впровадження в будівництво сталезалізобетонних конструкцій.

Нижник Олександр Васильович – к. т. н., старший науковий співробітник, докторант Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка. Наукові інтереси: дослідження сталезалізобетонних безбалкових та часторебристих перекриттів.

Мурза Сергій Олександрович – к. т. н., старший викладач кафедри організацій і технологій будівництва та охорони праці Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка. Наукові інтереси:

Стороженко Леонид Иванович – д.т.н., профессор кафедры конструкций из металла, дерева и пластмасс Полтавского национального технического университета имени Юрия Кондратюка. Научные интересы: разработка и исследование прочности, деформативности, напряженно-деформированного состояния сталежелезобетонных конструкций.

Лапенко Александр Иванович – д.т.н., профессор, заведующий кафедрой информационных технологий в строительстве Национального авиационного университета. Научные интересы: исследование и внедрение в строительство сталежелезобетонных конструкций.

Нижник Александр Васильевич – к.т.н., доцент, старший научный сотрудник, докторант Полтавского национального технического университета имени Юрия Кондратюка. Научные интересы: исследование сталежелезобетонных безбалочных и часторебристых перекрытий.

Мурза Сергей Александрович – к.т.н., старший преподаватель кафедры организаций и технологии строительства и охраны труда Полтавского национального технического университета имени Юрия Кондратюка. Научные интересы:

Storozhenko Leonid – is a is Doctor of Technical Sciences, professor, professor of department of the metal, timber and plastics structures of the Poltava National Technical University named after Yuri Kondratyuk. Scientific interests: research and introduction in building of steel reinforced concrete constructions.

Lapenko Alexander – Doctor of Technical Sciences, professor, head of department of information technology in the construction of the National Aviation University. Scientific interests: research and introduction in building of steel reinforced concrete constructions.

Nizhnik Alexander – Ph. D., doctoral student of department of designs from metal, wood and plastics of Poltava National Technical University named after Yuri Kondratyuk. Scientific interests: research and introduction in building of steel reinforced concrete constructions.

Murza Sergey – Ph. D., senior lecturer of department of organization and technology of construction production and safety Poltava National Technical University named after Yuri Kondratyuk. Scientific interests: include the introduction of the stress-strain state of composite structures.