



ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ КРИТЕРІЇВ МІЦНОСТІ ДЛЯ БЕТОНІВ

В. І. Корсун¹, А. В. Недорезов², С. Ю. Макаренко³

Донбаська національна академія будівництва і архітектури,

2, вул. Державіна, м. Макіївка, Донецька область, Україна, 86123.

E-mail: ¹ korsun_vi@mail.ru, ² nedorezov_a_v@mail.ru, ³ makarenko_sergejj@mail.ru

Отримана 25 лютого 2014; прийнята 28 березня 2014.

Анотація. Наведені результати порівняльних розрахунків міцності бетону при неодновісних напружених станах за найбільш розробленими критеріями. Викладено опис основних співвідношень критеріїв міцності Г. О. Генієва, Г. О. Генієва – Н. М. Алікової, Є. С. Лейтеса, О. В. Яшина, С. Ф. Клованича – Д. І. Безушко і К. J. Willam – Е. Р. Warnke. Виконана оцінка відповідності розрахункових величин міцності дослідним в умовах одно-, дво- і тривісних напружених станів. Визначено критерії міцності, що найбільш близько описують дослідні дані у характерних зонах напруженого стану. Встановлено, що найбільш розробленими є умови міцності С. Ф. Клованича – Д. І. Безушко і К. J. Willam – Е. Р. Warnke. Критерії Є. С. Лейтеса і О. В. Яшина достатньо добре відповідають дослідним даним в умовах плоского напруженого стану. Умови міцності Г. О. Генієва і Г. О. Генієва – Н. М. Алікової вимагають обережного застосування з урахуванням їх відхилень від дослідних даних в окремих зонах об'ємного напруженого стану. Визначено програми навантажень в процесі експериментальних досліджень міцності бетону з метою більш точного встановлення форм функцій девіаторних кривих.

Ключові слова: бетон, об'ємний напружений стан, міцність, гранична поверхня, критерії міцності, меридіональна та девіаторна криві.

СОПОСТАВИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КРИТЕРИЕВ ПРОЧНОСТИ ДЛЯ БЕТОНОВ

В. И. Корсун¹, А. В. Недорезов², С. Ю. Макаренко³

Донбасская национальная академия строительства и архитектуры,

2, ул. Державина, г. Макеевка, Донецкая область, Украина, 86123.

E-mail: ¹ korsun_vi@mail.ru, ² nedorezov_a_v@mail.ru, ³ makarenko_sergejj@mail.ru

Получена 25 февраля 2014; принята 28 марта 2014.

Аннотация. Представлены результаты сопоставления расчетных величин прочности бетонов при одноосных напряженных состояниях по наиболее разработанным критериям. Приведено описание определяющих соотношений критериев прочности Г. А. Генієва, Г. А. Генієва – Н. М. Алікової, Є. С. Лейтеса, А. В. Яшина, С. Ф. Клованича – Д. І. Безушко і К. J. Willam – Е. Р. Warnke. Выполнена оценка соответствия расчетных величин прочности опытным в условиях одно-, двух- и трехосных напряженных состояний. Определены критерии прочности, описывающие наиболее близко опытные данные в характерных областях напряженного состояния. Установлено, что наиболее разработанными являются условия прочности С. Ф. Клованича – Д. І. Безушко і К. J. Willam – Е. Р. Warnke. Критерии Е. С. Лейтеса і А. В. Яшина с достаточной точностью описывают опытные данные в условиях плоского напряженного состояния. Условия прочности Г. А. Генієва і Г. А. Генієва – Н. М. Алікової требуют осторожного применения с учетом их отклонений от опытных данных в отдельных областях объемного напряженного состояния. Определены программы нагружений в процессе экспериментальных исследований прочности бетона с целью более точного выявления форм функций девіаторных кривых.

Ключевые слова: бетон, объемное напряженное состояние, прочность, предельная поверхность, критерии прочности, меридиональная и девіаторная кривые.

COMPARATIVE ANALYSIS OF THE STRENGTH CRITERIA FOR CONCRETE

Volodymyr Korsun¹, Andrii Niedoriezov², Sergey Makarenko³

Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture,

2, Derzhavina Str., Makiivka, Donetsk Region, Ukraine, 86123.

E-mail: ¹ korsun_vi@mail.ru, ² nedorezov_a_v@mail.ru, ³ makarenko_sergejj@mail.ru

Received 25 February 2014; accepted 28 March 2014.

Abstract. The results of comparing calculations of the concrete strength on the most developed failure criteria are presented. The basic relations for failure criteria of G. A. Geniev, G. A. Geniev – N. M. Alikova, E. S. Leites, A. V. Yashin, S. F. Klovanich – D. I. Bezushko and K. J. Willam – E. P. Warnke are described. The evaluation of the compliance of the calculated values with test data at one-, two- and triaxial stress states are performed. The failure criteria for concrete, most closely described the experimental data in specific areas of stress state, are evaluated. It is found that the most developed are the criteria of S. F. Klovanich – D. I. Bezushko and K. J. Willam – E. P. Warnke. E. S. Leites and A. V. Yashin criterion correspond quite well with experimental data at biaxial stress state. Criteria of G. A. Geniev and G. A. Geniev – N. M. Alikova require cautious use in accordance with their deviations from the experimental data in individual areas of complex stress state. Loading programs for experimental studies of concrete strength to more accurately identification of the forms of the functions of deviator curves are determined.

Keywords: concrete, volume stress state, strength, limit surface, strength criteria, meridian curve, deviatoric curve.

Построение модели деформирования бетона для общего случая объемного напряженного состояния невозможно без применения достоверных критериев прочности. Как следует из результатов многочисленных экспериментальных исследований [2–5, 11, 16, 17, 19–23, 25, 26, 28], наличие бокового обжатия в условиях двух- и трехосного сжатия повышает сопротивление бетона действию сжимающих напряжений. Наибольший прирост прочности при неравномерном двухосном сжатии $\sigma_2 \approx (0.3 \div 0.4) \sigma_3$ составляет 30 ÷ 40 %, а в случаях трехосного неравномерного сжатия [13, 17, 18, 21, 24–26], при $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ прочность образцов может превосходить призматическую в несколько раз и повышается с ростом уровня бокового обжатия. Для области сжатия с растяжением [3–5, 11, 19, 22, 25, 26, 28] характерно значительное снижение прочности, увеличивающееся с ростом уровня растягивающих напряжений. Достоверная оценка прочности бетона в условиях неоднородных напряженных состояний позволит повысить надежность проектных решений, а в ряде случаев снизить расход материалов и, как следствие, стоимость строительства.

Классические условия прочности в общем случае не применимы для такого материала, как

бетон. В настоящее время наибольшее распространение получили феноменологические критерии прочности, часть из которых рассмотрена в работах [1, 6, 7, 9, 12, 15, 27]. Геометрически условие прочности трактуется, как поверхность (геометрическое место точек), образованная предельными значениями векторов напряжений в трехмерном пространстве напряжений. Для ее построения наиболее удобно применение цилиндрической системы координат, где равнонаклонная к осям напряжений ось вращения соответствует среднему напряжению σ_p , радиус-вектор – величине интенсивности касательных напряжений τ_p , а угол вращения – углу вида напряженного состояния φ_σ . Данная методика построения критериев прочности была детально рассмотрена в исследовании М. М. Филоненко-Бородича [14].

При построении критериев прочности используются следующие инвариантные характеристики напряженного состояния [8]:

– первый инвариант шарового тензора $I_1(T_\sigma)$, второй $I_2(D_\sigma)$ и третий $I_3(D_\sigma)$ инварианты девиатора напряжений:

$$I_1(T_\sigma) = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3;$$

$$I_2(D_\sigma) = \frac{1}{6} \cdot [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2];$$

$$I_3(D_\sigma) = (\sigma_1 - \sigma_0) \cdot (\sigma_2 - \sigma_0) \cdot (\sigma_3 - \sigma_0); \quad (1)$$

– угол вида напряженного состояния:

$$\varphi_\sigma = \frac{1}{3} \cdot \arccos \left(-\frac{3 \cdot \sqrt{3} \cdot I_3(D_\sigma)}{2 \cdot I_2(D_\sigma)^{2/3}} \right); \quad (2)$$

– среднее напряжение σ_0 и интенсивность касательных напряжений τ_i :

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= \frac{I_1(T_\sigma)}{3} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}; \\ \tau_i &= \sqrt{I_2(D_\sigma)} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \sqrt{[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}. \quad (3) \end{aligned}$$

Предложенные в работах [6, 7, 9, 12, 15, 27] формы предельных поверхностей являются составными поверхностями второго порядка, состоящими из шести лепестков с вершиной в точке трехосного равномерного растяжения. Очертания поверхности задается функцией образующей в виде кривой второго порядка и функцией криволинейной интерполяции, которая обеспечивает изменение величины и направления радиус-вектора в зависимости от вида напряженного состояния. Общий вид поверхности прочности бетона представлен на рис. 1. Выражения для характерных функций под-

бираются по показателю наилучшего соответствия экспериментальным данным. Такой феноменологический подход позволяет описать физическое поведение всего объема материала в исследуемом элементе конструкции.

Критерий прочности Г. А. Гениева [6]

Уравнение предельной поверхности в работе [6] представлено в виде:

$$\begin{aligned} 3 \cdot I_2(D_\sigma) &= [R_c \cdot R_t + (R_c - R_t) \cdot I_1(T_\sigma)] \times \\ &\times \left\{ 1 - \left(1 - \frac{3 \cdot T_c^2}{R_c \cdot R_t} \right) \cdot \left[1 + \frac{I_3(D_\sigma)}{2} \cdot \left(\frac{I_2(D_\sigma)}{3} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \right\}. \quad (4) \end{aligned}$$

Параметр прочности при чистом сдвиге T_c принимается в следующих пределах:

$$0,168 \approx \sqrt{\frac{11}{39}} \cdot \sqrt{R_c \cdot R_t} \leq T_c \leq \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{R_c \cdot R_t} \approx 0,183. \quad (5)$$

В уравнениях (4) и (5) R_c и R_t – соответственно значения прочности бетона при осевом сжатии и осевом растяжении.

Изменения формы предельной поверхности определяются параметром T_c . При использовании верхнего предела в соотношениях (5) поверхность трансформируется в параболоид вращения, а при нижнем пределе ограничивается условием выпуклости поверхности в соответствии с

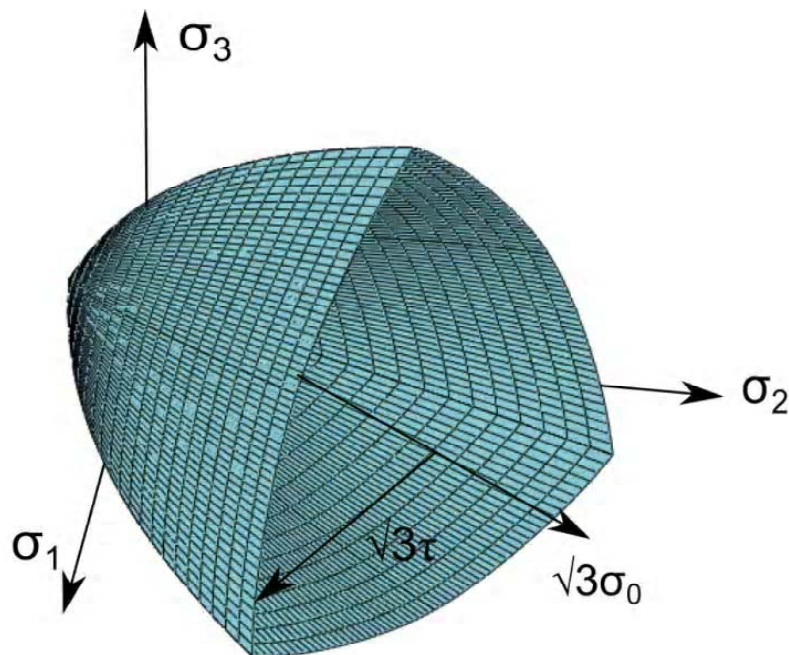


Рисунок 1. Общий вид поверхности прочности для бетона.

постулатом Д. Драккера – Р. Хилла. При построении предельных поверхностей Г. А. Гениевым использован нижний предел параметра T_c .

Выразив инвариантные величины в критерии прочности Г. А. Гениева (4) через интенсивность касательных напряжений τ_i , среднее напряжение σ_0 и угол вида напряженного состояния φ_σ , получим преобразованные уравнения предельной поверхности (4) с использованием выражений (1) ÷ (3):

$$\begin{aligned} \tau_i &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{(R_c \cdot R_t + 3 \cdot \sigma_0 \cdot (R_c - R_t)) \times} \\ &\times \sqrt{\left(1 - \left(1 - \frac{3 \cdot T_c^2}{R_c \cdot R_t}\right) \cdot [1 - \cos(3 \cdot \varphi_\sigma)]\right)}; \\ I_2(D_\sigma) &= \tau_i^2; \\ \frac{I_3(D_\sigma)}{2} \cdot \left(\frac{I_2(D_\sigma)}{3}\right)^{-\frac{3}{2}} &= -\cos(3 \cdot \varphi_\sigma). \quad (6) \end{aligned}$$

Выделив из выражения (6) меридиональную и девиаторную кривые, уравнение предельной поверхности может быть представлено в следующем виде:

$$\tau_i = \sqrt{\frac{R_c \cdot R_t + 3 \cdot \sigma_0 \cdot (R_c - R_t)}{3}} \cdot k(\varphi_\sigma). \quad (7)$$

Девиаторная кривая предельной поверхности Г. А. Гениева:

$$k(\varphi_\sigma) = \sqrt{1 - \left(1 - \frac{3 \cdot T_c^2}{R_c \cdot R_t}\right) \cdot [1 - \cos(3 \cdot \varphi_\sigma)]}. \quad (8)$$

Функция меридиональной кривой представлена уравнением параболы, что, в отличие от критериев прочности Е. С. Лейтеса [12] и А. В. Яшина [15], приводит к значительному завышению теоретической прочности в областях $\sigma_3 = \sigma_2, \sigma_1 \leq 0$ и $\sigma_3 = -\sigma_2, \sigma_1 = 0$. Девиаторные сечения, по аналогии с критериями [12] и [15], также являются афиноподобными.

Критерий прочности Е. С. Лейтеса [12]

Условия прочности для бетона в работе [12] предложено в виде:

$$\tau_i = \tau_0(\sigma_0) \cdot k(\varphi_\sigma). \quad (9)$$

Функция меридиональной образующей кривой $\tau_0(\sigma_0)$ представлена выражением:

$$\tau_0(\sigma_0) = k_1 + k_2 \cdot \ln(k_3 + \sigma_0 \cdot \sqrt{3} / R_c). \quad (10)$$

Функция девиаторной кривой (коэффициент криволинейной интерполяции) $k(\varphi)$ определяется по выражению:

$$k(\varphi_\sigma) = 1 - (a - b \cdot \sin(3/2 \cdot \varphi_\sigma)) \cdot \sin(3/2 \cdot \varphi_\sigma), \quad (11)$$

где k_1, k_2, k_3, a, b – расчетные параметры, не зависящие от напряженного состояния и принятые как функции двух прочностных характеристик бетона: пределов прочности при одноосном сжатии R_c и осевом растяжении R_t . Значения сжимающих напряжений приняты положительными, растягивающих – отрицательными. Представленные расчетные параметры определяются по формулам:

$$a = 0,55 - R_t / R_c; \quad b = 0,15;$$

$$k_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot m \cdot R_t;$$

$$k_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R_c - m \cdot R_t}{\ln(k_3 + 1/\sqrt{3})};$$

$$k_3 = 1 + \frac{1,21}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R_t}{R_c}. \quad (12)$$

Выражение для определения параметра m предложено Е. С. Лейтесом, исходя из условия, что предельная поверхность должна проходить в пространстве главных напряжений $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ через точки, соответствующие пределам прочности при осевом сжатии и осевом растяжении:

$$m = \frac{\frac{1}{k(\pi/3)} - \frac{\ln(k_3 - k_t/\sqrt{3})}{\ln(k_3 + 1/\sqrt{3})} \cdot k_t}{1 - \frac{\ln(k_3 - k_t/\sqrt{3})}{\ln(k_3 + 1/\sqrt{3})}} \quad (13)$$

Как следует из формулы (13), значение параметра m зависит от параметра хрупкости, определяемого отношением значений прочности на растяжение к прочности на сжатие $k_t = R_t / R_c$. В случае $k_t = 0,1$ величина m равна 1,21, а при $k_t = 0,05$ значение $m = 1,3$.

Критерий Е. С. Лейтеса требует минимального количества исходных данных. При этом вводятся жесткие ограничения на значения прочности при двухосном сжатии и двухосном растяжении, которые, согласно экспериментальным данным, являются не постоянными и зависят от класса бетона. Это обстоятельство вводит определенные ограничения на использование условия [12].

Кроме того, девиаторные сечения являются афиноподобными, что также не в полной мере соответствует экспериментальным данным.

Критерий прочности А. В. Яшина [15]

Уравнение предельной поверхности в работе [15] представлено в виде:

$$A + (1 - A) \cdot \frac{F(\sigma_0)}{F_c(\sigma_0)} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{S_1}{R_c \cdot k(\varphi_\sigma)}. \quad (14)$$

Параметр A определяется из рассмотрения критерия (14) для случаев осевого сжатия и растяжения:

$$A = \left(\frac{R_t}{R_c \cdot k_t(\varphi_\sigma)} - \frac{F_t(\sigma_0)}{F_c(\sigma_0)} \right) / \left(1 - \frac{F_t(\sigma_0)}{F_c(\sigma_0)} \right). \quad (15)$$

Обобщенная функция среднего напряжения:

$$F(\sigma_0) = \lg \left[B + \frac{R_t}{R_c} + \alpha \cdot \frac{\sigma_0}{R_c} + \beta \cdot \frac{\sigma_0^2}{R_c^2} \right]. \quad (16)$$

Соответствующие выражения для обобщенной функции среднего напряжения для случаев осевого сжатия и растяжения представлены в виде:

$$F_c(\sigma_0) = \lg \left[B + \frac{R_t}{R_c} + \frac{\alpha}{3} + \frac{\beta}{9} \right];$$

$$F_p(\sigma_0) = \lg \left[B + \frac{R_t}{R_c} \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{3} \right) + \frac{\beta}{9} \cdot \frac{R_t^2}{R_c^2} \right]. \quad (17)$$

В критерии прочности А. В. Яшина функция девиаторной кривой и значения ее параметров приняты в форме выражений (11) и (12) из критерия Е. С. Лейтеса [12].

Представленные выше параметры определяют следующим образом:

$$B = 1,1; \alpha = 1,41; \beta = 0,081;$$

$$k_t(\varphi) = 1 - a + b = 0,7, \quad (18)$$

где параметры a и b вычисляются по формулам (12).

В работе А. В. Яшина [15] введен новый параметр, девиаторная характеристика S_1 , определяемая по выражению:

$$S_1 = \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_0)^2 + (\sigma_2 - \sigma_0)^2 + (\sigma_3 - \sigma_0)^2} =$$

$$= \sqrt{2} \cdot \sqrt{I_2(D_\sigma)} = \sqrt{2} \cdot \tau_i. \quad (19)$$

Преобразованное уравнение предельной поверхности (14) к относительной интенсивности касательных напряжений с использованием выражения (19) записывается в виде:

$$\tau_i = \left(A + (1 - A) \cdot \frac{F_t(\sigma_0)}{F_c(\sigma_0)} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot R_c \cdot k(\varphi_\sigma). \quad (20)$$

Данный критерий А. В. Яшина [15] обладает теми же недостатками, что и критерий прочности Е. С. Лейтеса [12].

Критерий прочности Г. А. Гениева – Н. М. Аликовой [7]

Уравнение предельной поверхности записано в виде:

$$\tau_i = k(\varphi_\sigma) \cdot \frac{R_c}{\psi_0} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{\psi_{11} \cdot \psi_{22}}{3} \cdot (\psi_{22} + 2 \cdot \psi_{11}) + (\psi_{22}^2 + \psi_{11}^2) \cdot \frac{\sigma_0}{R_c}}. \quad (21)$$

Расчетные параметры определяются выражениями:

$$a = (1 + \sqrt{2}) \cdot (1 + \psi_0 \cdot (2 \cdot \psi_{22} + \psi_{11}))^{-\frac{1}{2}} -$$

$$- 2\sqrt{3} \cdot \psi_0 \cdot \psi_{12} \cdot [\psi_{11} \cdot \psi_{22} \cdot (\psi_{22} + 2 \cdot \psi_{11})]^{-\frac{1}{2}};$$

$$b = a - 1 + \psi_0 \cdot (2 \cdot \psi_{22} + \psi_{11})^{-\frac{1}{2}};$$

$$\psi_{11} = \frac{R_t}{R_c}; \quad \psi_{22} = \frac{R_{2c}}{R_c}; \quad \psi_{12} = \frac{T_c}{R_c};$$

$$\psi_0 = (\psi_{22}^2 \cdot (\psi_{11} + 1) + \psi_{11}^2 \cdot (2 \cdot \psi_{22} - 1))^{-\frac{1}{2}}. \quad (22)$$

В критерии прочности Г. А. Гениева – Н. М. Аликовой функция девиаторной кривой принята в форме (11) по Е. С. Лейтесу [12], а значения расчетных параметров – согласно выражениям (22). При этом сохранились недостатки критериев [6, 12, 15], рассмотренных выше.

Критерий прочности С. Ф. Клованича – Д. И. Безушко [9]

Уравнение предельной поверхности представлено в виде:

$$\tau_0 = \tau_i(\sigma_0) \cdot k(\varphi_\sigma), \quad (23)$$

где τ_0 – радиус-вектор предельной поверхности, связанный с октаэдрическим напряжением и с интенсивностью касательных напряжений выражениями:

$$\tau_0 = \sqrt{3} \cdot \tau_{окт} = \sqrt{2} \cdot \tau_i. \quad (24)$$

Зависимость между σ_0 и $\tau_i(\sigma_0)$ при $\varphi_\sigma = 0^\circ$ и $\varphi_\sigma = 60^\circ$ в работе [9] предложено определять по следующим выражениям:

$$\begin{aligned}\sigma_0 &= A_1 \cdot \tau_1^2 + B_1 \cdot \tau_1 + C_1; \\ \sigma_0 &= A_2 \cdot \tau_2^2 + B_2 \cdot \tau_2 + C_2.\end{aligned}\quad (25)$$

При определении коэффициентов в выражениях (25) принято следующее правило знаков: сжимающие напряжения – отрицательные, растягивающие – положительные. Графики функций $\tau_1(\sigma_0)$ и $\tau_2(\sigma_0)$, описывающих меридиональные сечения, имеют ряд характерных точек. Для кривой $\tau_1(\sigma_0)$ при $\varphi_\sigma = 0^\circ$ характерным точкам соответствуют пределы прочности при одноосном сжатии R_c , при двухосном растяжении R_{2t} и при трехосном растяжении R_{3t} . Для $\tau_2(\sigma_0)$ при $\varphi_\sigma = 60^\circ$ соответствуют пределы прочности при двухосном сжатии R_{2c} , при одноосном растяжении R_t и при трехосном растяжении R_{3t} . Обе кривые пересекаются в одной общей точке, соответствующей трехосному равномерному растяжению. Отсюда следует, что коэффициенты C_1 и C_2 в выражении (25) равны между собой и их значение соответствует R_{3t} .

Используя опытные данные для характерных точек, представленных выше, были получены значения коэффициентов A_1, A_2, B_1, B_2 для выражения (25):

$$\begin{aligned}A_1 &= -\frac{3}{2} \cdot \frac{R_c \cdot R_{2t} + R_{3t} \cdot (R_{2t} - R_c)}{R_c \cdot R_{2t} \cdot (R_c - R_{2t})}; \\ B_1 &= \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \frac{R_c \cdot R_{2t} \cdot (2 \cdot R_c + R_{2t}) + 3 \cdot R_{3t} \cdot (R_{2t}^2 - R_c^2)}{R_c \cdot R_{2t} \cdot (R_c - R_{2t})}; \\ A_2 &= \frac{3}{2} \cdot \frac{R_t \cdot R_{2c} + R_{3t} \cdot (R_t - R_{2c})}{R_t \cdot R_{2c} \cdot (R_t - R_{2c})}; \\ B_2 &= -\frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \frac{R_t \cdot R_{2c} \cdot (2 \cdot R_t + R_{2c}) + 3 \cdot R_{3t} \cdot (R_t^2 - R_{2c}^2)}{R_t \cdot R_{2c} \cdot (R_t - R_{2c})}; \\ C_1 &= C_2 = R_{3t}.\end{aligned}\quad (26)$$

Для построения полной поверхности прочности используется интерполяционная функция $k(\varphi_\sigma)$ согласно предложениям К. Ж. Уиллама, Е. Р. Варнке [27]. В данной работе функция $k(\varphi_\sigma)$ представлена для положительных значений сжимающих напряжений. Преобразовав функцию для отрицательных значений сжимающих напряжений путем замены « φ_σ » на « $\pi/3 - \varphi_\sigma$ », получим:

$$\begin{aligned}k(\varphi_\sigma) &= \frac{2 \cdot a \cdot \cos(\pi/3 - \varphi_\sigma)}{4 \cdot a \cdot \cos^2(\pi/3 - \varphi_\sigma) + b^2} + \\ &+ \frac{b \cdot \sqrt{a \cdot (4 \cdot \cos^2(\pi/3 - \varphi_\sigma) - 1) + b^2}}{4 \cdot a \cdot \cos^2(\pi/3 - \varphi_\sigma) + b^2},\end{aligned}\quad (27)$$

где $a = 1 - c^2$; $b = 2 \cdot c - 1$; $c = \tau_2 / \tau_1$.

Введение функции меридиональной кривой при $\varphi_\sigma = 60^\circ$, а также установление связи $k(\varphi_\sigma)$ с уровнем среднего напряжения σ_0 позволило обеспечить корректировку формы девиаторного сечения поверхности.

Критерий прочности К. Ж. Уиллам – Е. Р. Варнке [27]

Условие прочности в работе К. Ж. Уиллам и Е. Р. Варнке [27] представлено в виде:

$$\tau_a = f_{cu} \cdot r(\sigma_0; \theta) = \sqrt{\frac{2}{5}} \cdot \tau_i, \quad (28)$$

где τ_i – интенсивность касательных напряжений. Функция предельной поверхности $r(\sigma_0; \theta)$ определяется по выражению:

$$\begin{aligned}r(\sigma_0; \theta) &= \frac{2 \cdot r_2 \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot \cos(\theta)}{4 \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot \cos^2(\theta) + (r_2 - 2 \cdot r_1)^2} + \\ &+ \frac{r_2 \cdot (2 \cdot r_1 - r_2) \cdot \sqrt{4 \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot \cos^2(\theta) + 5 \cdot r_1^2 - 4 \cdot r_1 \cdot r_2}}{4 \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot \cos^2(\theta) + (r_2 - 2 \cdot r_1)^2}.\end{aligned}\quad (29)$$

При определении параметров критерия прочности Уиллам – Варнке сжимающие напряжения приняты отрицательными, а растягивающие – положительными. В соответствии с выводом функции (29) для положительных сжимающих напряжений угол « θ » принимается равным « $\pi/3 - \varphi_\sigma$ ».

Функции меридиональных кривых r_1 и r_2 при φ_σ равном 60° и 0° , определяются по следующим выражениям:

$$\begin{aligned}r_1(\sigma_0) &= a_0 + a_1 \cdot \frac{\sigma_0}{f_{cu}} + a_2 \cdot \left(\frac{\sigma_0}{f_{cu}} \right)^2; \\ r_2(\sigma_0) &= b_0 + b_1 \cdot \frac{\sigma_0}{f_{cu}} + b_2 \cdot \left(\frac{\sigma_0}{f_{cu}} \right)^2.\end{aligned}\quad (30)$$

Для кривой $r_1(\sigma_0)$ при $\varphi_\sigma = 60^\circ$ характерными точками являются: пределы прочности при одноосном растяжении f_t , при двухосном сжатии f_{cb} и при трехосном сжатии при $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$. Для кривой $r_2(\sigma_0)$ при $\varphi_\sigma = 0^\circ$ характерными точками есть пересечение кривой $r_1(\sigma_0)$ с осью σ_0 что соответствует трехосному равномерному растяжению f_{tt} , пределам прочности при одноосном сжатии f_{cu} и трехосном сжатии при $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$. В данном критерии точками при трехосном сжатии при угле φ_σ равном 0° и 60° , корректируется форма меридиональных кривых. Их значения рекомендуются принимать по экспериментальным данным для

используемых классов бетонов по прочности. Связь между двумя экспериментами на трехосное сжатие устанавливается при равных минимальных напряжениях по модулю.

Определение параметров f_1 и f_2 из экспериментов на трехосное сжатие:

$$\begin{aligned} \text{при } \varphi_\sigma = 60^\circ \\ \sigma_1 = -\sigma_h^a; \quad \sigma_2 = \sigma_3 = -\sigma_h^a - f_1; \\ \text{при } \varphi_\sigma = 0^\circ \\ \sigma_1 = \sigma_2 = -\sigma_h^a; \quad \sigma_3 = -\sigma_h^a - f_2. \end{aligned} \quad (31)$$

Параметры σ_h^a, f_1 и f_2 в относительных величинах:

$$\begin{aligned} \sigma_h^a &= \frac{|\sigma_1|}{f_{cu}}; \\ f_1 &= \frac{|\sigma_3^{\varphi=60} - \sigma_1^{\varphi=60}|}{f_{cu}}; \\ f_2 &= \frac{|\sigma_3^{\varphi=0} - \sigma_1^{\varphi=0}|}{f_{cu}}. \end{aligned} \quad (32)$$

Используя характерные точки, представленные выше, были выведены выражения для коэффициентов $a_\sigma, a_r, a_2, b_\sigma, b_r, b_2$ для функций меридиональных кривых r_1 и r_2 при φ_σ равном 60° и 0° (30):

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{\xi_t \cdot \xi_{cb}}{\sqrt{30}} \cdot \frac{(2 \cdot \rho_1 \cdot \xi_t - 9 \cdot \xi_t^2 + 3 \cdot \xi_t \cdot \xi_t)}{(\xi_t - \xi_t) \cdot (\xi_t - \xi_{cb}) \cdot (\xi_t - \xi_{cb})} + \\ &+ \frac{(-2 \cdot \rho_1 \cdot \xi_{cb} + 6 \cdot \xi_t \cdot \xi_{cb})}{(\xi_t - \xi_t) \cdot (\xi_t - \xi_{cb}) \cdot (\xi_t - \xi_{cb})}; \\ a_1 &= -\frac{1}{\sqrt{30}} \cdot \frac{(3 \cdot \xi_t^2 \cdot \xi_{cb} - 3 \cdot \xi_t^2 \cdot \xi_{cb})}{(\xi_t - \xi_t) \cdot (\xi_t - \xi_{cb}) \cdot (\xi_t - \xi_{cb})} + \\ &+ \frac{(-6 \cdot \xi_t^2 \cdot \xi_t + 2 \cdot \rho_1 \cdot \xi_t^2 + 6 \cdot \xi_t \cdot \xi_{cb}^2 - 2 \cdot \rho_1 \cdot \xi_{cb}^2)}{(\xi_t - \xi_t) \cdot (\xi_t - \xi_{cb}) \cdot (\xi_t - \xi_{cb})}; \\ a_2 &= -\frac{1}{\sqrt{30}} \cdot \frac{(6 \cdot \xi_t \cdot \xi_t - 2 \cdot \rho_1 \cdot \xi_t + 2 \cdot \rho_1 \cdot \xi_{cb})}{(\xi_t - \xi_t) \cdot (\xi_t - \xi_{cb}) \cdot (\xi_t - \xi_{cb})} + \\ &+ \frac{(3 \cdot \xi_t \cdot \xi_{cb} - 9 \cdot \xi_t \cdot \xi_{cb})}{(\xi_t - \xi_t) \cdot (\xi_t - \xi_{cb}) \cdot (\xi_t - \xi_{cb})}; \\ b_0 &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{15}} \cdot \frac{\xi_0 \cdot (9 \cdot \xi_0 \cdot \xi_2 - 9 \cdot \xi_2^2 + \rho_2 + 3 \cdot \rho_2 \cdot \xi_0)}{(\xi_0 - \xi_2) \cdot (3 \cdot \xi_0 + 1) \cdot (3 \cdot \xi_2 + 1)}; \\ b_1 &= -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{15}} \cdot \frac{(\rho_2 - 9 \cdot \rho_2 \cdot \xi_0^2 + 9 \cdot \xi_0^2 - 9 \cdot \xi_2^2)}{(\xi_0 - \xi_2) \cdot (3 \cdot \xi_0 + 1) \cdot (3 \cdot \xi_2 + 1)}; \\ b_2 &= -\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{(\rho_2 - 3 \cdot \xi_0 + 3 \cdot \xi_2 + 3 \cdot \rho_2 \cdot \xi_0)}{(\xi_0 - \xi_2) \cdot (3 \cdot \xi_0 + 1) \cdot (3 \cdot \xi_2 + 1)}. \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \text{где } \xi_t &= \frac{f_t}{3 \cdot f_{cu}}; \quad \xi_{cb} = -\frac{2 \cdot f_{cb}}{3 \cdot f_{cu}}; \quad \xi_1 = -\frac{\sigma_h^a}{f_{cu}} - \frac{2 \cdot f_1}{3 \cdot f_{cu}}; \\ \rho_1 &= \frac{f_1}{f_{cu}}; \quad \xi_1 = -\frac{\sigma_h^a}{f_{cu}} - \frac{f_2}{3 \cdot f_{cu}}; \quad \rho_2 = \frac{f_2}{f_{cu}}; \\ \xi_0 &= \frac{-a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4 \cdot a_2 \cdot a_0}}{2 \cdot a_2}. \end{aligned}$$

Данный критерий имеет те же преимущества, что и критерий С. Ф. Клованича – Д. И. Безушко [9]. Однако в связи с наличием двух корней в выражениях (31) при высоких уровнях среднего напряжения полученная поверхность замыкается в области трехосного сжатия, что не отвечает данным экспериментальных исследований.

Сопоставление критериев прочности с опытными данными

Экспериментальные исследования прочности материалов при неодносных напряженных состояниях выполнены во многих работах, но все они проводились на бетонах, различающихся по прочности, и на образцах разных размеров, а также с различной степенью устранения контактного трения. Это вносит дополнительные погрешности в получаемые результаты и требует учета при оценке достоверности того или иного критерия.

Для оценки достоверности критериев прочности выполнена проверка сходимости теоретических и опытных результатов при различных видах напряженных состояний для бетонов с сопоставимыми начальными характеристиками механических свойств. При анализе результатов по критериям прочности использовались следующие значения относительной прочности бетона при одно-, двух- и трехосном растяжении, а также при двухосном сжатии по отношению к одноосному сжатию, соответственно:

$$\begin{aligned} \frac{R_{1t}}{R_c} = 0,08; \quad \frac{R_{2t}}{R_c} = 0,08; \\ \frac{R_{3t}}{R_c} = 0,08; \quad \frac{R_{2c}}{R_c} = 1,2. \end{aligned} \quad (34)$$

Указанные отношения приняты согласно результатам экспериментальных исследований [2–5, 11, 13, 16–26, 28] по соответствию наибольшему количеству сопоставимых опытных данных.

Для оценки критериев прочности [6, 7, 9, 12, 15, 27] при плоском напряженном состоянии

были построены следы пересечений предельных поверхностей с главными плоскостями (рис. 2). Результаты сопоставления расчетных величин с экспериментальными данными в областях сжатия с растяжением и двухосного растяжения представлены на рис. 3 и 4.

Для критерия Г. А. Гениева – Н. М. Аликовой [7] в области двухосного сжатия (рис. 2) характерно изменение кривизны образующей с выпуклой на вогнутую, что противоречит постулату Д. Драккера – Р. Хилла. Условия прочности Г. А. Гениева – Н. М. Аликовой [7] и

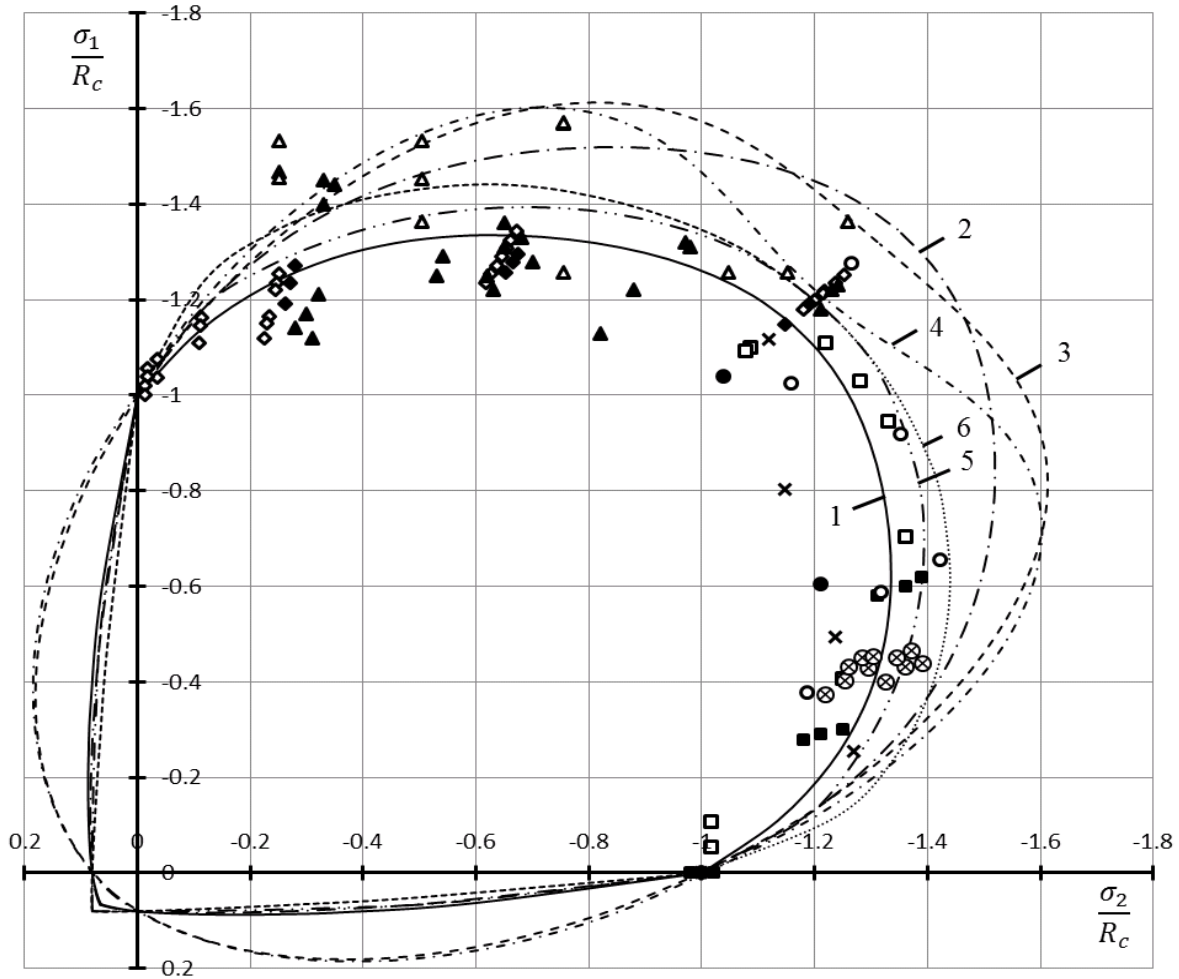


Рисунок 2. Сопоставление критериев прочности в условиях плоского напряженного состояния с экспериментальными данными авторов: \diamond – Т.С.У. Лин [20]; \bullet – М. Е. Тасуџи [25]; \boxtimes – А. J. Zielinski [28]; \blacklozenge – Н. Kupfer [19]; \times – S. Schröder [23]; \odot – Н. L. Wang [26]; \triangle – L. Mills [21]; \ast – К. П. Веригин [4]; \otimes – Т. С. Hansen [18]; \blacktriangle – А. В. Яшин [16]; $+$ – А. А. Гвоздев [5]; \diamond – Т. Н. Тан [24]; \square – Van E. Geel [17]; \blacksquare – И. И. Кулик [11]; \otimes – В. И. Корсун [10]; \blacksquare – А. Н. Бамбура [2]; \boxtimes – Л. Э. Буслер [3]; \circ – I. Rosenthal [22]; \boxplus – В. Н. Перваков [13].

Теоретические кривые по условиям прочности:

- 1 ———— – Е. С. Лейтеса [12] по формулам (1.9–1.13);
- 2 - - - - - – А. В. Яшина [15] по формулам (1.14–1.20);
- 3 - - - - - – Г. А. Гениева [6] по формулам (1.4–1.8);
- 4 - - - - - – Г. А. Гениева – Н. М. Аликовой [7] по формулам (1.21–1.22);
- 5 - - - - - – С. Ф. Клованича – Д. И. Безушко [9] по формулам (1.23–1.27);
- 6 ———— – К. J. Willam – Е. P. Warnke [27] по формулам (1.28–1.33).

А. В. Яшина [6] завышают расчетные значения прочности при неравномерном двухосном сжатии при угле $\varphi_\sigma = 30^\circ$, в среднем, на 20 %.

Из рис. 3 следует, что критерии Г. А. Гениева [6], Г. А. Гениева – Н. М. Аликовой [7] в области сжатия с растяжением завышают расчетную прочность бетона примерно в два раза. В данной области хорошее соответствие опытным данным демонстрируют критерии Е. С. Лейтеса [12], А. В. Яшина [15], С. Ф. Клованича – Д. И. Безушко [9] и К. J. Willam – Е. P. Warnke [27]. Эти

критерии допускают выполнять их корректировку в данной области путем задания соответствующих значений прочности бетона на одноосное растяжение.

Данные на рис. 4 иллюстрируют значительные расхождения теоретических кривых с опытными данными. Это объясняется как значительными расхождениями в величинах исходной прочности испытанных бетонов, так и различиями между действительными и принятыми в расчетах значениями параметра хрупкости для

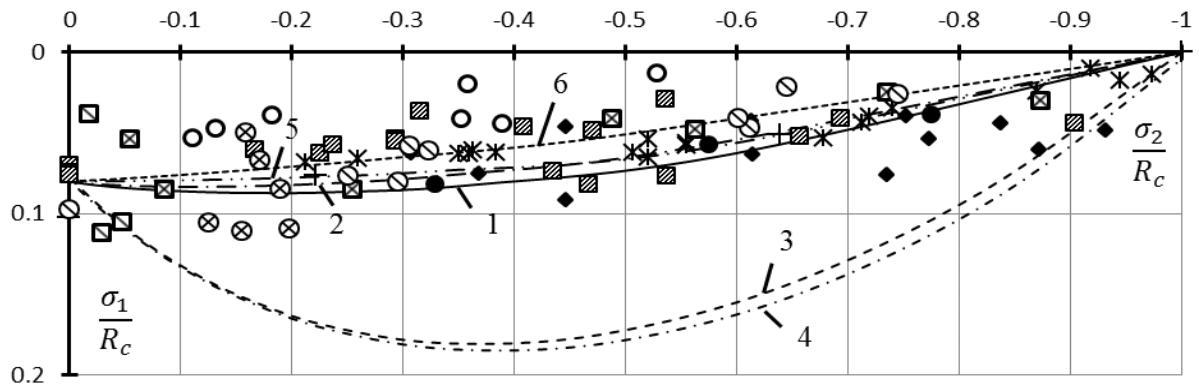


Рисунок 3. Сопоставление критериев прочности в области плоского напряженного состояния «сжатие-растяжение». Условные обозначения – согласно рис. 2.

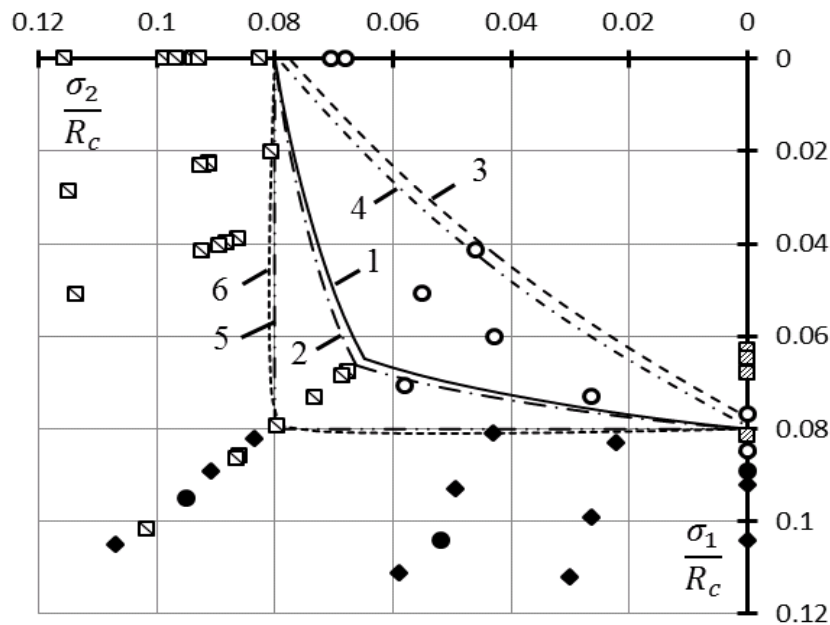


Рисунок 4. Сопоставление критериев прочности в области двухосного растяжения. Условные обозначения – согласно рис. 2.

бетонов, определяемого как отношение прочности бетона на осевое растяжение к прочности на осевое сжатие.

В соответствии с экспериментальными исследованиями параметр хрупкости для бетона изменяется в диапазоне $0,12 > R_t / R_c > 0,065$. Представленные на рис. 4 данные построены по критериям прочности при значении параметра хрупкости в формуле (34), равном $R_t / R_c = 0,08$.

Критерии Г. А. Гениева [6], Г. А. Гениева – Н. М. Аликовой [7], Е. С. Лейтеса [12] и А. В. Яшина [15] не содержат возможностей корректировки поверхности прочности в области двухосного растяжения. Их параметры задаются через характеристику прочности бетона при одноосном сжатии. Указанное ограничение влечёт за собой занижение расчетной прочности при двухосном растяжении на 10 % в критериях Е. С. Лейтеса [12] и А. В. Яшина [15], и на 50 % в критериях Г. А. Гениева [6] и Г. А. Гениева – Н. М. Аликовой [7]. Критерии С. Ф. Клованича – Д. И. Бе-

зушко [9] и К. J. Willam – Е. P. Warnke [27] предоставляют возможность корректировки поверхности прочности бетона в области двухосного растяжения, что дает возможность изменять расчетные параметры указанных критериев прочности под любой класс бетона по прочности. В первом критерии [9] корректировка осуществляется путем непосредственного изменения прочности на двухосное равномерное растяжение, а в критерии [27] – косвенным путем через корректировку прочности на трехосное сжатие.

На рис. 5 представлены следы меридиональных кривых на главных плоскостях при углах вида напряженного состояния φ_σ равных 0° и 60° . Сопоставление выполнено с соответствующими опытными данными при трехосном напряженном состоянии.

В области $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ и $\sigma_1 < 0$ хорошее соответствие опытам демонстрируют критерии Е. С. Лейтеса [12], А. В. Яшина [15], С. Ф. Клованича –

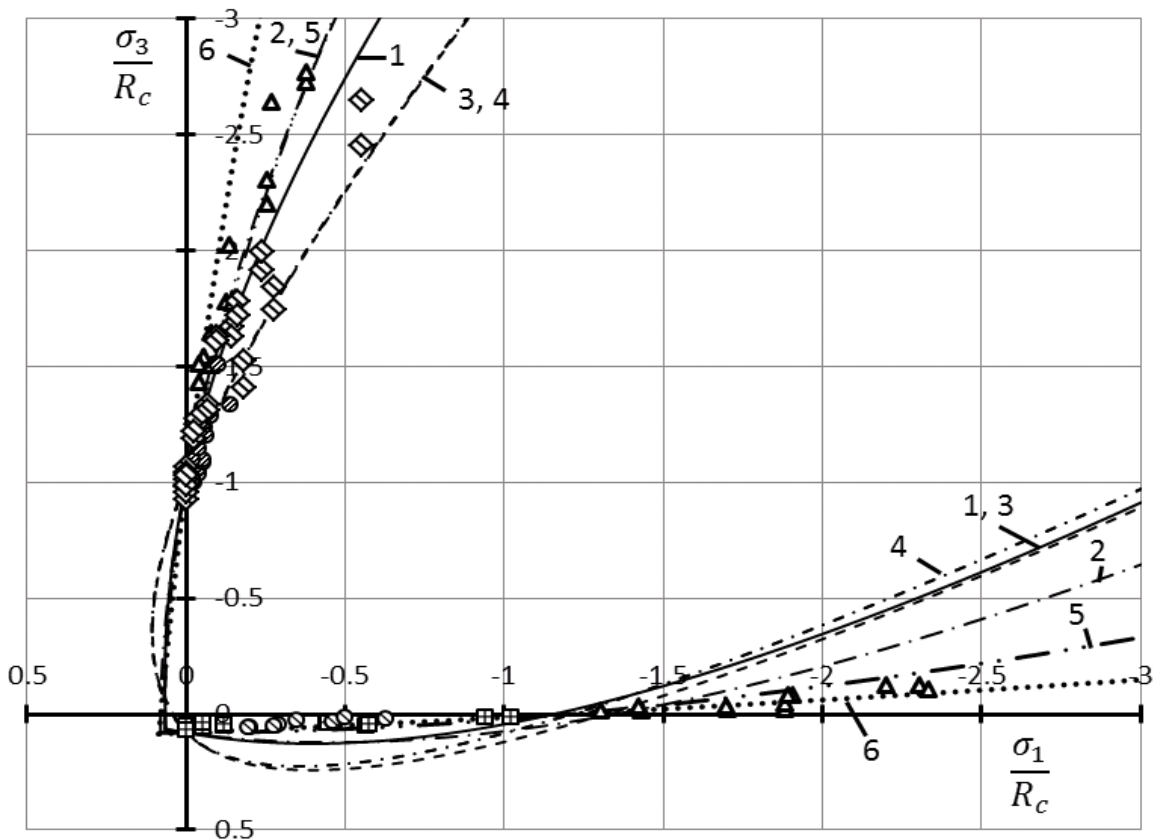


Рисунок 5. Сопоставление критериев прочности с опытными данными в условиях трехосного напряженного состояния. Условные обозначения – согласно рис. 2.

Д. И. Безушко [9] и К. J. Willam – Е. Р. Warnke [27]. Предельная поверхность по критерию К. J. Willam – Е. Р. Warnke требуют уточнения в данной области через корректировку положения расчетной точки при трехосном сжатии при угле $\varphi_\sigma = 0^\circ$. Критерии Г. А. Гениева [6], и Г. А. Гениева – Н. М. Аликовой [7] выше $|\sigma_3| = 1,25 \cdot R_c$ значительно, до 30 %, занижают расчетные значения прочности.

В области $\sigma_3 > \sigma_1 = \sigma_2$ и $\sigma_3 < 0$ критерии С. Ф. Клованича – Д. И. Безушко [9] и К. J. Willam – Е. Р. Warnke [27] наиболее близко описывают опытные данные.

В области $\sigma_3 > \sigma_1 = \sigma_2$ и $\sigma_3 > 0$ (рис. 6) результаты расчета по критериям С. Ф. Клованича – Д. И. Безушко [9] и К. J. Willam – Е. Р. Warnke [27] наиболее близки к опытным значениям. Критерии Г. А. Гениева [6], Г. А. Гениева – Н. М. Аликовой [7], Е. С. Лейтеса [12] и А. В. Яшина [15] дают завышение значений растягивающего напряжения от 1,5 до 3,5 раз в сравнении с опытными величинами при разрушении образца бетона.

Выводы

1. Критерии прочности для бетона С. Ф. Клованича – Д. И. Безушко [9] и К. J. Willam – Е. Р. Warnke [27] наиболее точно описывают опытные данные во всех характерных областях объемного напряженного состояния. Более высокая точность указанных критериев достигается введением в их определяющие соотношения достаточного количества корректируемых параметров.

2. Критерии Е. С. Лейтеса [12] и А. В. Яшина [15] достаточно хорошо описывают опытные данные в условиях плоского напряженного состояния, однако для областей трехосного напряженного состояния они нуждаются в дополнительной корректировке.
3. Условия прочности Г. А. Гениева [6] и Г. А. Гениева – Н. М. Аликовой [7] требуют осторожного применения с учетом их отклонений от опытных данных в условиях плоских напряженных состояний (рис. 2÷4).
4. Меридиональные кривые для поверхности прочности, предложенные в работах С. Ф. Клованича – Д. И. Безушко [9] и К. J. Willam – Е. Р. Warnke [27] в виде полинома второй степени, демонстрируют наилучшее совпадение с опытными данными. В выражениях для меридиональных кривых присутствует пять корректируемых параметров, с помощью которых существенно расширяются возможности для трансформации поверхности прочности для бетона.
5. При построении критериев прочности важной является форма представления функций девиаторных кривых. Для изучения закономерностей их изменения необходимо проведение целенаправленных экспериментальных исследований на однотипных образцах из бетонов близких классов по прочности при напряженных состояниях, характеризующихся значениями угла вида напряженного состояния, отличными от 0° и 60° , и при постоянных значениях σ_0 .

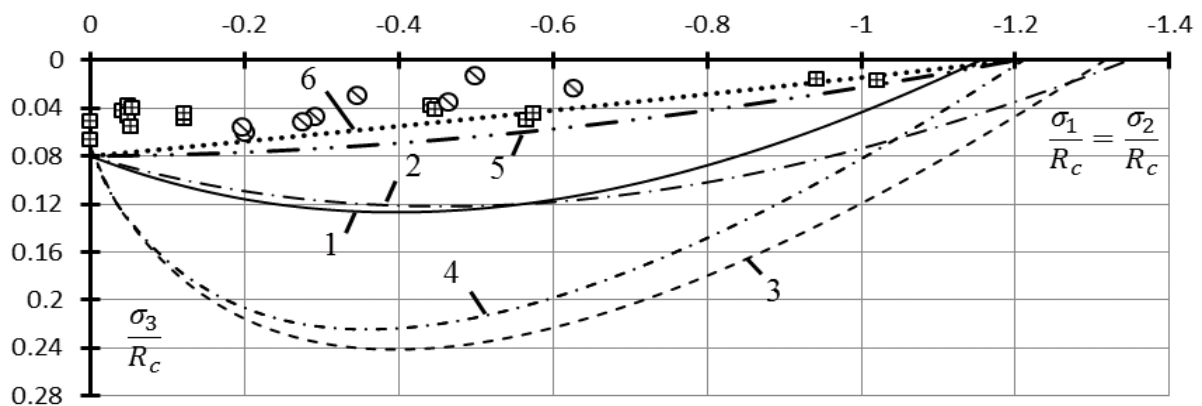


Рисунок 6. Сопоставление критериев прочности с опытными данными в условиях трехосного напряженного состояния при $\sigma_3 > \sigma_1 = \sigma_2$. Условные обозначения – согласно рис. 2.

Литература

1. Балан, Т. А. Вариант критерия прочности структурно-неоднородных материалов при сложноподвижном состоянии [Текст] / Т. А. Балан // Проблемы прочности. – 1986. – № 2. – С. 21–26.
2. Бамбура, А. Н. Экспериментальные исследования закономерности деформирования бетона при двухосном сжатии [Текст] / А. Н. Бамбура, А. И. Давиденко // Строительные конструкции. – 1989. – Вып. 42. – С. 95–100.
3. Буслер, Л. Э. Разрушение бетона в условиях двухосного сжатия-растяжения [Текст] / Л. Э. Буслер // Новые исследования по технологии, расчету и конструированию железобетонных конструкций : сборник научных трудов / Под ред. Б. А. Крылова и Н. Н. Коровина. – М. : НИИЖБ, 1980. – С. 9–15.
4. Веригин, К. П. Сопротивление бетона разрушению при одновременном действии осевого растяжения и сжатия [Текст] / К. П. Веригин // Бетон и железобетон. – 1956. – № 2. – С. 64–67.
5. Гвоздев, А. А. Прочность бетона при двухосном напряженном состоянии [Текст] / А. А. Гвоздев, П. М. Бич // Бетон и железобетон. – 1974. – № 7. – С. 10–11.
6. Гениев, Г. А. Теория пластичности бетона и железобетона [Текст] / Г. А. Гениев, В. Н. Киссюк, Г. А. Тюпин. – М. : Стройиздат, 1974. – 316 с.
7. Гениев, Г. А. Вариант условия прочности бетона [Текст] / Н. М. Аликова, Г. А. Гениев // Теоретические исследования в области строительной механики пространственных систем : сборник научных трудов / Под ред.: М. И. Ерхов. – М. : ЦНИИСК, 1976. – С. 21–27.
8. Качанов, Л. М. Основы теории пластичности [Текст] / Л. М. Качанов. – М. : Наука, 1969. – 420 с.
9. Клованич, С. Ф. Численный эксперимент по исследованию деформационных теорий пластичности бетона [Текст] / С. Ф. Клованич, Д. И. Безушко // Вестник Одесской государственной академии строительства и архитектуры. – 2006. – Вып. 22. – С. 122–130.
10. Корсун, В. И. Влияние температур от -50 до $+150$ °С на прочность и деформации тяжелого бетона при плоском напряженном состоянии [Текст] / В. И. Корсун, А. М. Баев // Новые технологические решения для строительной промышленности Донбасса : сборник научных трудов / Редакционная коллегия: Е. В. Горохов (отв. ред.) и др. – К. : УМВ ВО, 1989. – С. 129–136.
11. Кулик, И. И. Прочность бетона при плоском сжатии-растяжении [Текст] / И. И. Кулик // Вопросы строительства и архитектуры. – Мн., 1977. – Вып. № 7. – С. 92–98.
12. Лейтес, Е. С. К уточнению одного из условий прочности бетона [Текст] / Е. С. Лейтес // Поведение бетонов и элементов железобетонных конструкций при воздействии различной длительности : сборник научных трудов / Под ред.: А. А. Гвоздева, С. М. Крылова. – М. : НИИЖБ, 1980. – С. 37–40.

References

1. Balan, T. A. Variant of criterion of strength of structure and nonuniform materials in the process of combined stress state. In: *The problems of strength*, 1986, Number 2, p. 21–26. (in Russian)
2. Bambura, A. N.; Davidenko, A. I. Experimental investigation of behavior of straining of concrete in the process of biaxial compression. In: *Structural engineering*, 1989, Issue 42, p. 95–100. (in Russian)
3. Busler, L. E. Concrete deterioration under the conditions of biaxial compression-declamping. In: *Advanced investigation under technical process, calculation and design of reinforced concrete structure. Edited volume / Edited by Krylov, B. A.; Korovin, N. N.* Moscow: NIIZhB, 1980, p. 9–15. (in Russian)
4. Verigin, K. P. Resistance of concrete to the destruction under synchronizing action of tension and compression. In: *Concrete and reinforced concrete*, 1956, Number 2, p. 64–67. (in Russian)
5. Gvozdev, A. A.; Bich, P. M. Concrete strength under biaxial stress state. In: *Concrete and reinforced concrete*, 1974, Number 7, p. 10–11. (in Russian)
6. Geniev, G. A.; Kissiuk, V. N.; Tiupin, G. A. Plasticity theory of concrete and reinforced concrete. Moscow: Stroizdat, 1974. 316 p. (in Russian)
7. Alikova, N. M.; Geniev, G. A. Variant of strength condition of concrete. In: *Theoretical research in the field of structural analysis of space system: Edited Volume / Edited by Erhov, M. I.* Moscow: TsNIISK, 1976, p. 21–27. (in Russian)
8. Kachanov, L. M. Foundations of the theory of ductility property. Moscow: Science, 1969. 420 p. (in Russian)
9. Klovanich, S. F.; Bezushko, D. I. Numerical experiment based on investigation of deformation plasticity theory of concrete. In: *Bulletin of the Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture*, 2006, Issue 22, p. 122–130. (in Russian)
10. Korsun, V. I.; Baev, A. M. The influence of temperature from -50 to 150 on strength and deformation of heavy concrete under plane stress. In: *Innovation for construction engineering sector of Donbass: Edited Volume / Edited by Gorokhov, Ye. V. et al.* Kyiv: UMV VO, 1989, p. 129–136. (in Russian)
11. Kulik, I. I. Concrete strength under plane compression and extension. In: *Civil Engineering and architecture items*, Minsk, 1977, Issue 7, p. 92–98. (in Russian)
12. Leites, E. S. To improvement one from conditions of concrete strength. In: *Behaviour of concrete and elements of reinforced concrete constructions under action of varied period: Edited Volume / Edited by Gvozdev, A. A.; Krylov, S. M.* Moscow: NIIZhB, 1980, p. 37–40. (in Russian)
13. Pervakov, V. N. Strength of heavy concrete under triaxial state of stress «extension compression». In: *Advanced at process engineering, calculation and design of reinforced concrete construction: Edited Volume / Edited by Krylov, S. M.* Moscow: NIIZhB, 1984, p. 90–96. (in Russian)

13. Перваков, В. Н. Прочность тяжелого бетона при трехосном напряженном состоянии «растяжение-сжатие-сжатие» [Текст] / В. Н. Перваков // Новое в технологии, расчете и конструировании железобетонных конструкций : сборник научных трудов / Под ред.: Б. А. Крылова. – М. : НИИЖБ, 1984. – С. 90–96.
14. Филоненко-Бородич, М. М. Механические теории прочности [Текст] / М. М. Филоненко-Бородич. – М. : Издательство Московского Университета, 1961. – 94 с.
15. Яшин, А. В. Критерии прочности и деформирования бетона при простом нагружении для различных видов напряженного состояния [Текст] / А. В. Яшин // Расчет и конструирование железобетонных конструкций : сборник научных трудов / Под ред. А. А. Гвоздева. – М. : НИИЖБ, 1977. – С. 48–57.
16. Яшин, А. В. Макромеханика разрушения при сложных (многоосных) напряженных состояниях [Текст] / А. В. Яшин // Прочностные и деформационные характеристики элементов бетонных и железобетонных конструкций : сборник научных трудов / Под ред. А. А. Гвоздева, Ю. П. Гуци. – М. : НИИЖБ, 1981. – С. 3–29.
17. Geel, Van E. Concrete behavior in multiaxial compression, experimental research [Текст] : Doctoral thesis / E. Van Geel. – Eindhoven : TU Eindhoven, 1998. – 178 p.
18. Hansen, T. C. Triaxial test with concrete and cement paste [Текст] : Report № 319 / T. C. Hansen. – Lyngby : Technical University of Denmark, 1995. – 54 p.
19. Kupfer, H. Das Verhalten des Betons unter zweiachsiger Beanspruchung [Текст] / H. Kupfer // Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Universität. – Dresden, 1968. – № H.6 – P. 1515–1518.
20. Lin, T. C. Y. Biaxial stress-strain relation for concrete [Текст] / T. C. Y. Lin, A. H. Nilson, F. O. Slate // Journal of the Structural Division / ASCE. – 1972. – Vol. 98, № 5. – P. 1025–1034.
21. Mills, L. L. Compressive strength of plain concrete under multiaxial loading conditions [Текст] / L. L. Mills, R. M. Zimmerman // ACI Journal. – 1970. – Vol. 68, № 10. – P. 802–807.
22. Rosenthal, I. Strength of plain concrete under biaxial stress [Текст] / I. Rosenthal, J. Glucklich // ACI Journal. – 1970. – Vol. 67, № 11. – P. 903–914.
23. Schröder, S. Festigkeit und Verformungseigenschaften des Betons bei zweiachsiger Druckbeanspruchung [Текст] / S. Schröder, H. Opitz // Bauplanung Bautechnik. – 1968. – 22, Jg. Heft 4. – P. 190–196.
24. Tan, T. H. Effects of triaxial stress on concrete [Электронный ресурс] / T. H. Tan // 30th Conference on our world in concrete and structures / CI-Premier Pte Ltd. – Singapore : CI-Premier Pte Ltd, 2005. – Article online id: 100030007. – 10 p. – Режим доступа к журн. : http://www.cipremier.com/e107_files/downloads/Papers/100/30/100030007.pdf.
24. Filonenko-Borodich, M. M. Mechanical theory of strength. Moscow: Publishing House of Moscow University, 1961. 94 p. (in Russian)
15. Yashin, A. V. Strength criteria and straining of concrete under simple loading for different stress pattern. In: *Calculation and design of reinforced concrete construction. Edited Volume / Edited by Gvozdev, A. A.* Moscow: NIIZhB, 1977, p. 48–57. (in Russian)
16. Yashin, A. V. Macromechanic damage under the combined stress. In: *Strength and deformation parameters elements of concrete and reinforced constructions: Edited Volume / Edited by Gvozdev, A. A.; Gushcha, Yu. P.* Moscow: NIIZhB, 1981, p. 3–29. (in Russian)
17. Geel, Van E. Concrete behavior in multiaxial compression, experimental research: Doctoral thesis. Eindhoven: TU Eindhoven, 1998. 178 p.
18. Hansen, T. C. Triaxial test with concrete and cement paste: Report № 319. Lyngby: Technical University of Denmark, 1995. 54 p.
19. Kupfer, H. Das Verhalten des Betons unter zweiachsiger Beanspruchung. In: *Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Universität*, Dresden, 1968, № H.6, p. 1515–1518.
20. Lin, T. C. Y.; Nilson, A. H.; Slate, F. O. Biaxial stress-strain relation for concrete. In: *Journal of the Structural Division / ASCE*, 1972, Vol. 98, № 5, p. 1025–1034.
21. Mills, L. L.; Zimmerman, R. M. Compressive strength of plain concrete under multiaxial loading conditions. In: *ACI Journal*, 1970, Vol. 68, № 10, p. 802–807.
22. Rosenthal, I.; Glucklich, J. Strength of plain concrete under biaxial stress. In: *ACI Journal*, 1970, Vol. 67, № 11, p. 903–914.
23. Schröder, S.; Opitz, H. Festigkeit und Verformungseigenschaften des Betons bei zweiachsiger Druckbeanspruchung. In: *Bauplanung Bautechnik*, 1968, 22, Jg. Heft 4, s. 190–196.
24. Tan, T. H. Effects of triaxial stress on concrete. In: *30th Conference on our world in concrete and structures / CI-Premier Pte Ltd. Singapore: CI-Premier Pte Ltd*, 2005. Article online id: 100030007. 10 p. Accessed at: http://www.cipremier.com/e107_files/downloads/Papers/100/30/100030007.pdf.
25. Tasuji, M. E.; Slate, F. O.; Nilson, A. H. Stress-strain response and fracture of concrete in biaxial loading. In: *ACI Journal*, 1978, V. 75, № 7, p. 306–312.
26. Wang, H. L. Behavior of mass concrete under biaxial compression-tension and triaxial compression-compression-tension. In: *Materials and Structures*, 2009, V. 42, p. 241–249.
27. Willam, K. J.; Warnke, E. P. Constitutive model for the triaxial behavior of concrete. In: *Int. Assoc. Bridge. Struct. Eng.*, 1974, V. 19, p. 1–31.
28. Zielinski, A. J. Concrete under biaxial loading: static compression-impact tension: Report 5-85-1. Delft: Delft University of Technology, 1985. 40 p.

25. Tasuji, M. E. Stress-strain response and fracture of concrete in biaxial loading [Текст] / M. E. Tasuji, F. O. Slate, A. H. Nilson // *ACI Journal*. – 1978. – V. 75, № 7. – P. 306–312.
26. Wang, H. L. Behavior of mass concrete under biaxial compression-tension and triaxial compression-compression-tension [Текст] / H. L. Wang // *Materials and Structures*. – 2009. – V 42. – P. 241–249.
27. Willam, K. J. Constitutive model for the triaxial behavior of concrete [Текст] / K. J. Willam, E. P. Warnke // *Int. Assoc. Bridge. Struct. Eng.* – 1974. – V. 19. – P. 1–31.
28. Zielinski, A. J. Concrete under biaxial loading: static compression-impact tension [Текст] : Report 5-85-1 / A. J. Zielinski. – Delft : Delft University of Technology, 1985. – 40 p.

Корсун Володимир Іванович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри залізобетонних конструкцій Донбаської національної академії будівництва і архітектури. Наукові інтереси: розробка методів розрахунку залізобетонних конструкцій для загального випадку об'ємного напруженого стану з урахуванням силових і температурно-вологісних впливів різної тривалості.

Недорезов Андрій Володимирович – асистент кафедри залізобетонних конструкцій Донбаської національної академії будівництва і архітектури. Наукові інтереси: експериментальні дослідження процесів деформування і руйнування бетону в умовах складних напружених станів.

Макаренко Сергій Юрійович – аспірант кафедри залізобетонних конструкцій Донбаської національної академії будівництва і архітектури. Наукові інтереси: дослідження повзучості важкого бетону в умовах складних напружених станів.

Корсун Владимир Иванович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой железобетонных конструкций Донбасской национальной академии строительства и архитектуры. Научные интересы: разработка методов расчета железобетонных конструкций для общего случая объемного напряженного состояния с учетом силовых и температурно-влажностных воздействий различной длительности.

Недорезов Андрей Владимирович – ассистент кафедры железобетонных конструкций Донбасской национальной академии строительства и архитектуры. Научные интересы: экспериментальные исследования процессов деформирования и разрушения бетона при сложных напряженных состояниях.

Макаренко Сергей Юрьевич – аспирант кафедры железобетонных конструкций Донбасской национальной академии строительства и архитектуры. Научные интересы: исследование ползучести тяжелого бетона в условиях сложных напряженных состояний.

Korsun Volodymyr – Dr.Sc., Professor, Head of the Reinforced Concrete Structures Department, Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. Research interests: development of analysis for general case of three dimensional stress reinforced concrete structures taking into account the temperature and moisture effects of different duration.

Niedoriezov Andrii – assistant, Reinforced Concrete Structures Department, Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. Research interests: experimental studies of concrete deformation and fracture under complex stress states.

Makarenko Sergey – postgraduate, Reinforced Concrete Structures Department, Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. Research interests: studies creep of plain concrete at multiaxial stress state.