



## ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ДВУТАВРОВОЙ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННОЙ СБОРНОЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ БАЛКИ КАК ОБЪЕКТА МЕХАНИКИ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

В. М. Левин<sup>a,1</sup>, Л. В. Стеблянко<sup>b,2</sup>

<sup>a</sup> ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»,  
2, ул. Державина, г. Макеевка, ДНР, 286123.

<sup>b</sup> ООО «ЕВРОГРАД»,

4/1, пл. 300-летия Российского Флота, Артбухта, г. Севастополь, РФ, 299011.

E-mail: <sup>1</sup> v.m.levin@donnasa.ru, <sup>2</sup> steblyankov@gmail.com

Получена 14 октября 2020; принята 27 ноября 2020.

**Аннотация.** Представлены результаты анализа напряженно-деформированного состояния двутавровой предварительно напряженной сборной железобетонной балки, математическое моделирование которой выполнено средствами механики деформируемого твердого тела. Учтены предшествующие нагружению длительные деформации, обусловленные предварительным напряжением, упруго-пластическое деформирование и образование трещин при основном нагружении. Приняты модели деформирования материалов: до образования трещин – деформационная теория пластичности плосконапряженного бетона Круглова-Козачевского (она учитывает упруго-пластический характер объемного и сдвигового деформирования) и полных диаграмм деформирования арматуры; после образования трещин – модель Карпенко для железобетона (учитывает такие эффекты, как неравномерность распределения деформаций вдоль оси арматурного стержня, пересекающего трещину, особенности деформирования полосы бетона между трещинами, нагельный эффект в арматуре, симметрию тензора усилий в железобетоне при несимметричных тензорах усилий в арматуре и бетоне отдельно и др.). Применен метод неполной дискретизации в форме метода исходных уравнений Милейковского; он приводит к граничной задаче для системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, решаемой высокоэффективным методом Годунова.

**Ключевые слова:** железобетонная двутавровая балка, бетон, арматура, напряжения, деформации, трещины, ползучесть, упруго-пластические деформации, неравномерность распределения деформаций, нагружение, прогиб.

## ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ДВУТАВРОВОЇ ПОПЕРЕДНЬО НАПРУЖЕНОЇ ЗБІРНОЇ ЗАЛІЗОБЕТОННОЇ БАЛКИ ЯК ОБ'ЄКТА МЕХАНИКИ ДЕФОРМОВАНОГО ТВЕРДОГО ТІЛА

В. М. Левін<sup>a,1</sup>, Л. В. Стеблянко<sup>b,2</sup>

<sup>a</sup> ДДУ ВПО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури»,  
2, вул. Державіна, м. Макіївка, ДНР, 286123.

<sup>b</sup> ЗАТ «ЕВРОГРАД»,

4/1, пл. 300-річчя Російського Флоту, Артбухта, м. Севастополь, РФ, 299011.

E-mail: <sup>1</sup> v.m.levin@donnasa.ru, <sup>2</sup> steblyankov@gmail.com

Отримана 14 жовтня 2020; прийнята 27 листопада 2020.

**Анотація.** Наведені результати аналізу напружено-деформованого стану двутаврової попередньо напруженої збірної залізобетонної балки, математичне моделювання якої виконано засобами механіки

деформованого твердого тіла. Враховані передуючі навантаженню тривалі деформації, зумовлені попереднім напруженням, пружно-пластичне деформування та утворення тріщин під час основного навантаження. Прийнято моделі деформування: до утворення тріщин – деформаційна теорія пластичності плоско напруженого бетону Круглова-Козачевського (вона враховує пружно-пластичний характер об'ємного та зсувного деформування) та повних діаграм деформування арматури; після утворення тріщин – модель Карпенка для залізобетону (враховує такі ефекти, як нерівномірність розподілу деформацій уздовж осі арматурного стержня, що перетинає тріщину, особливості деформування смуги бетону між тріщинами, нагельний ефект у арматурі, симетрію тензора зусиль у залізобетоні при несиметричних тензорах зусиль у арматурі та бетоні окремо та ін.). Застосовано метод неповної дискретизації у формі методу вихідних рівнянь Мілейковського; він приводить до граничної задачі для системи звичайних диференціальних рівнянь першого порядку, яка розв'язується вискоєфективним методом Годунова.

**Ключові слова:** залізобетонна двотаврова балка, бетон, арматура, напруження, деформації, тріщини, повзучість, пружно-пластичні деформації, нерівномірність розподілу деформацій, навантаження, прогин.

## NUMERICAL ANALYSIS OF THE STRESS-STRAIN STATE OF THE PRESTRESSED PREFABRICATED REINFORCED CONCRETE I-BEAM AS SUBJECT OF MECHANICS OF DEFORMED SOLID BODY

Viktor Levin <sup>a,1</sup>, Leonid Steblyanko <sup>b,2</sup>

<sup>a</sup> Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture,  
2, Derzhavina Str., Makeyevka, DPR, 86123.  
SSL «Eurograd»,

<sup>b</sup> 4/1, sq. 300th anniversary The Russian Fleet, Artbukhta, Sevastopol, Russian Federation, 299011.

E-mail: <sup>1</sup> v.m.levin@donnasa.ru, <sup>2</sup> steblyankov@gmail.com

Received 14 October 2020; accepted 27 November 2020.

**Abstract.** The article presents the results of analysis of the stress-strain state of prestressed precast reinforced concrete I-beam, the mathematical modeling of which was carried out by means of mechanics of a deformable solid. The long-term deformations preceding loading due to prestressing, elastic-plastic deformation, and the formation of cracks under the main loading are taken into account. Models of material deformation are accepted: before cracking – deformation theory of plasticity of flat-stressed concrete by Kruglov-Kozachevsky (it takes into account the elastic-plastic nature of volumetric and shear deformation) and full deformation diagrams of reinforcement; after crack formation – Karpenko's model for reinforced concrete (it takes into account such effects as uneven distribution of deformations along the axis of the reinforcing bar crossing the crack, the peculiarities of deformation of the concrete strip between cracks, the pin effect in the reinforcement, the symmetry of the force tensor in reinforced concrete with asymmetric stress tensors in reinforcement and concrete separately, etc.). The method of incomplete discretization is applied in the form of the method of the original Mileikovsky equations; it leads to a boundary value problem for a system of ordinary differential equations of the first order, solved by the highly efficient Godunov method.

**Keywords:** reinforced concrete I-beam, concrete, reinforcement, stresses, deformations, cracks, creep, elastoplastic deformations, uneven distribution of deformations, loading, and deflection.

### Формулировка проблемы

Расчет железобетонных балок в соответствии с действующими нормами различных стран выполняется на основе стержневой модели. Такой под-

ход применяется и многими исследователями. Это затрудняет адекватный учет таких факторов, как особенности поведения железобетона после образования трещин, неодноосный характер

напряженного состояния в некоторых зонах стержня, наличие этапов нагружения различной длительности и некоторых других факторов. Проблема может быть преодолена выполнением анализа напряженно-деформированного состояния балки с позиций механики деформируемого тела; попытки такого анализа предпринимались и ранее, в основном, с использованием компьютерных программ, реализующих МКЭ и использующих те или иные модели деформирования железобетона, но не специальный вариант деформационной пластичности плосконапряженного бетона, обладающий большим количеством параметров для согласования с эмпирическими данными. В настоящей статье предлагается один из путей решения этой проблемы и оценивается целесообразность его реализации.

#### Анализ публикаций по теме исследования

Действующие нормы проектирования, например, [1, 2], а также большое количество исследователей, перечисление которых практически невозможно (приведем в качестве отдельных примеров работы [3–5]), развивают стержневую модель, включая гипотезы прямой нормали и одноосного деформирования. В рамках этой модели учет многих факторов, таких как некоторые особенности поведения бетона и железобетона после образования трещин, двух-, а иногда и трехосный характер напряженного состояния в зоне приложения поперечной нагрузки (местные силы, в особенности приложенные в пределах высоты сечения, опорные реакции и т. п.), резкое изменение сечения (например, в зоне подрезок и в некоторых других случаях), несинхронное приложение нагрузок, часть которых имеет различную длительность, затруднен или невозможен. В связи с этим было выполнено множество исследований, опиравшихся на численный анализ напряженно-деформированного состояния балки на основе моделей механики деформируемого твердого тела. Как правило, на самой ранней стадии использовалась модель изотропного упругого тела, затем модифицированные для учета особенностей поведения и материала деформационная теория пластичности, теория течения, теория рассеянной поврежденности, модели механики разрушения. Таких работ также было чрезвычайно много; укажем на некоторые примеры: исследования, использующие

вслед за Вестергаардом, блочную модель (работа [8] и ее сильные обобщения [9, 10], исследования, использующие дискретизацию МКЭ [7, 11–13]). Исследования [7] используют опирающиеся на богатый экспериментальный материал модели деформирования бетона до образования трещин и железобетона – после их образования. Работа [13] и последние три работы демонстрируют интерес к усложненным моделям поведения материала, предлагаемым механикой разрушения, моделям, описывающим реакцию бетона на неоднократное нагружение, и моделям рассеянной поврежденности.

Метод неполной дискретизации, предложенный в [14], используется в [15] (поэтому его механический аналог известен как модель Власова-Канторовича); он модифицирован в [16] (метод исходных уравнений Милейковского). Его вариант, ориентированный на возможность выполнения анализа многосвязных складчатых систем в сочетании с различными моделями деформирования материала, был развит в исследованиях, последние из которых представлены в [17, 18]. Линеаризация полученной математической модели конструкции выполнялась модифицированным методом Ньютона, преобразованном в [17, 18]; там же несколько преобразованы исходные модели деформирования материалов.

Затем этот подход был использован в [19–21] для анализа напряженно-деформированного состояния железобетонных балок с концентраторами напряжений (с дефектами). В [17–21] исходными моделями деформирования материалов являются: модель Круглова-Козачевского для сплошного бетона до образования трещин, модель Карпенко – для железобетона после образования трещин в бетоне, для арматуры используются полные диаграммы деформирования. На этой основе в ДонНАСА была разработана компьютерная программа «ПРОРАБ».

#### Изложение основного материала

В настоящей работе представлены результаты численного анализа напряженно-деформированного состояния сборной железобетонной предварительно напряженной двутавровой стропильной балки СБЭ-18-2 серии Е-803 на различных этапах: создания предварительного напряжения, нагружения собственным весом,

нагрузки дополнительной (испытательной) нагрузкой на четырех шагах.

Исследуемая балка (рис.1) – двускатная, изготовлена из бетона с прочностью на сжатие 33 МПа в момент передачи предварительного напряжения и 38 МПа при испытании, предварительно напряженная продольная арматура класса АIV (в расчете применялся аналог А800) площадью поперечного сечения 3,81 см<sup>2</sup> (рис. 1), Способ натяжения – на упоры силового пола.

Для получения сопоставимых данных о несущей способности рассматриваемой конструкции в расчете использованы прочностные характеристики материалов, которые соответствуют примененным в испытании балки. Для бетона прочность на сжатие, соответствующая условному классу бетона В38, арматуры – по диаграмме деформирования арматуры класса А800 (рабочая арматура полок балки – напрягаемая и ненапрягаемая) и арматуры А400 (поперечная арматура и ненапрягаемая арматура стенки балки).

В результате расчета для различных уровней нагружения на стадиях до и после образования трещин получены: деформации бетона и арматуры, напряжения в бетоне и в арматуре, прогибы балки.

Распределение продольных линейных относительных деформаций по высоте нормального сечения в середине пролета показаны на рис. 2.

Эпюры этих деформаций при нагружении собственным весом и предварительным напряжением после реализации вторых потерь (обозначено G+P(2)) и в процессе приложения дополнительного испытательного нагружения вплоть до образования трещины в этом сечении (включая момент сразу после образования первой трещины) при уровнях нагружения, характеризующихся величинами изгибающего момента в середине пролета  $0,32M_u$  и  $0,34M_u$ , или, соответственно, около  $0,95M_{сгс}$  и  $M_{сгс}$ , где  $M_u$  – предельный изгибающий момент в этом сечении, показаны на рис. 2а, а в процессе приложения дополнительного испытательного нагружения после образования трещины в этом сечении вплоть до разрушения при уровнях нагружения, характеризующихся величинами изгибающего момента в середине пролета  $0,34M_u = M_u$ ,  $0,5M_u$ ,  $0,75M_u$ ,  $M_u$  – на рис. 2б.

На рис. 2а показано распределение деформаций в сплошной (без трещин) балке при нагру-

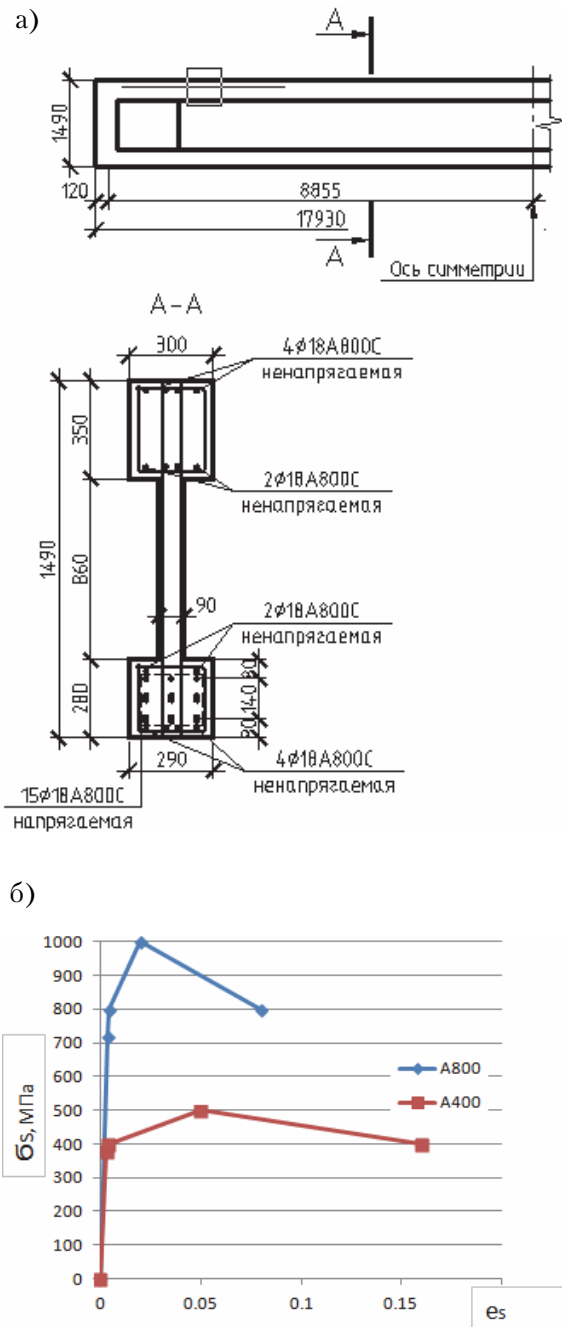
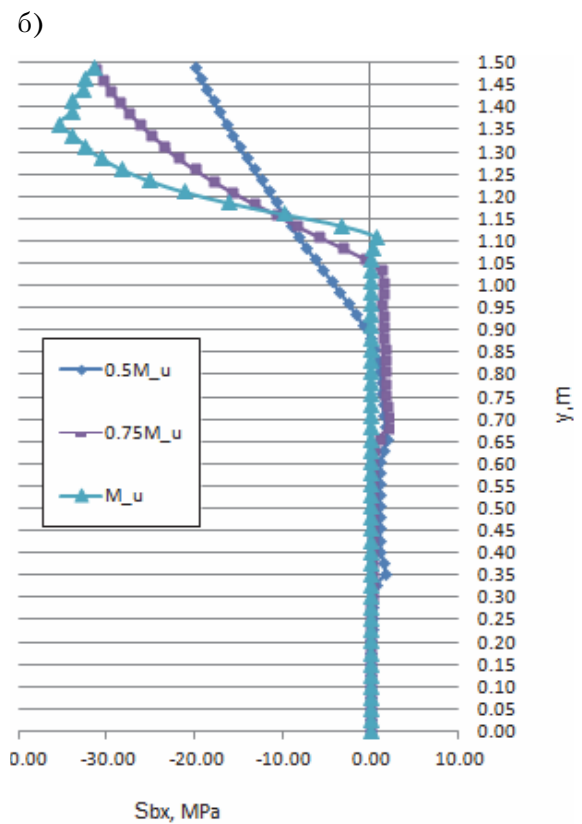
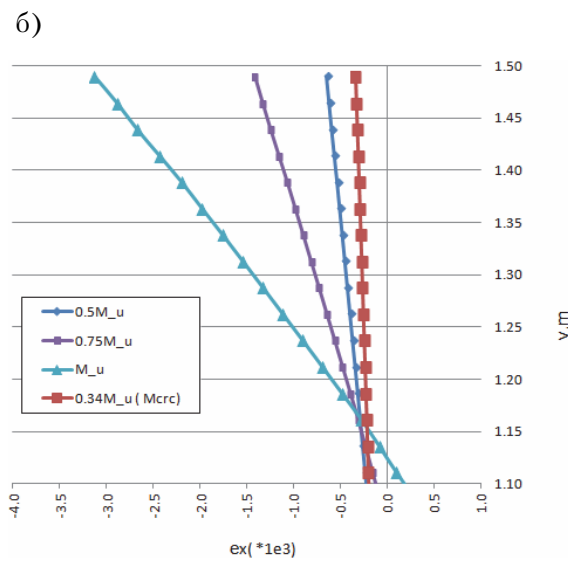
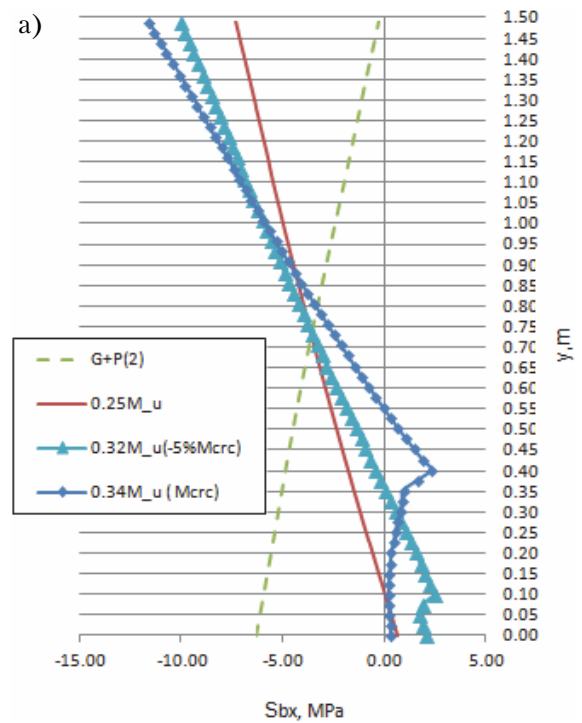
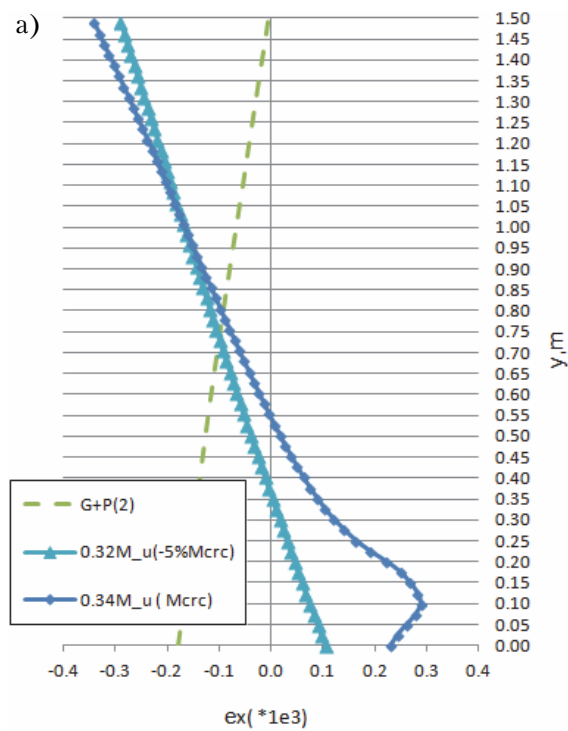


Рисунок 1. Стропильная балка СБЭ-18-2: а) общий вид балки, принятый в расчете; б) диаграммы деформирования арматуры.

жениях G+P(2) и  $0,32M_u$ , которое, как легко усмотреть, хорошо описывается гипотезой прямой нормали, и распределение максимальных (в сечении с трещиной) деформаций при нагружениях  $0,34M_u = M_{сгс}$ , где видно увеличение деформаций в сечении по трещине, которая проникла в тело балки приблизительно на 350 мм.



**Рисунок 2.** Горизонтальные деформации в вертикальном сечении (середина балки): а) до образования трещины в середине балки; б) после образования трещин до разрушения.

Деформации на рис. 2б показаны только для нетреснувшей части сечения, они также хорошо подчиняются гипотезе прямой нормали.

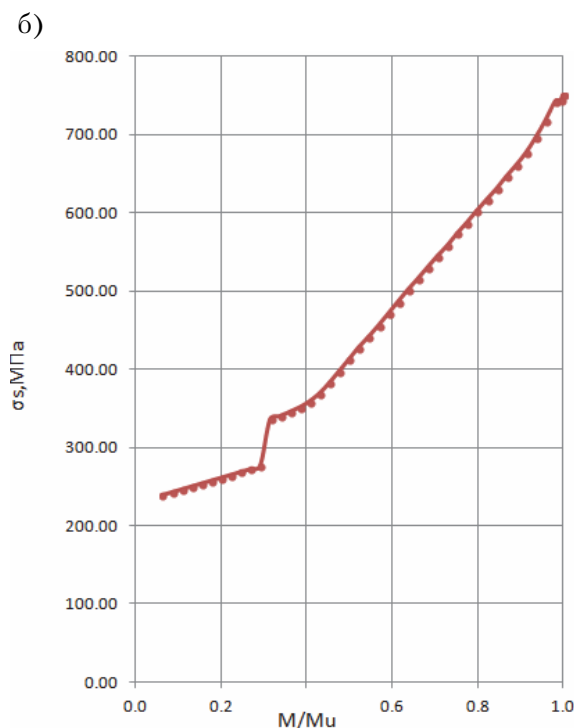
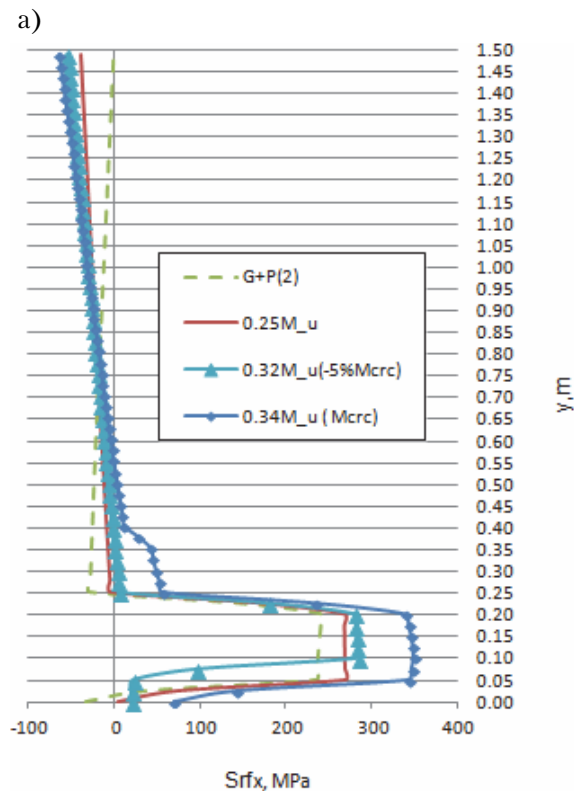
Эпюры нормальных напряжений в бетоне в этом же сечении показаны на рис. 3а (при нагружении G+P(2) и дальнейшем нагружении до уровней  $0,5M_{cr}$ ,  $0,95M_{cr}$  и  $M_{cr}$ ), и на рис. 3б (при

**Рисунок 3.** Напряжения в бетоне в вертикальном сечении (середина балки): а) до образования трещины в середине балки; б) после образования трещин до разрушения.

нагрузении до уровней  $0,5M_{cr}$ ,  $0,75M_{cr}$ ,  $M_{cr}$ ). Уровень  $0,5M_{cr}$  (рис. 3а) приблизительно соответствует уровню погашения обжатия нижнего волокна балки; на этом же рисунке на эпюре напряжений при уровне нагружения, характеризуемом изгибающим моментом  $0,95M_{cr}$ , виден участок сечения высотой около 90 мм, где реализовалась нисходящая ветвь диаграммы растяжения бетона, а на эпюре при изгибающем моменте  $M_{cr}$ , участок в пределах 350...400 мм от нижней грани – нисходящая ветвь этой эпюры, на участке в пределах 150...350 мм – напряжения, отвечающие работе остаточных нормальных связей зацепления берегов трещины, и, наконец, на участке 0...150 мм – отсутствие каких-либо напряжений вследствие разрушения указанных связей. На рис. 3б на эпюре, соответствующей предельному состоянию по несущей способности, виден участок реализации нисходящей ветви диаграммы сжатия бетона.

Распределение нормальных напряжений в продольной арматуре при нагружении балки вплоть до момента сразу после образования трещины в сечении посередине пролета показано на эпюрах на рис. 4а. Эти эпюры показаны непрерывными линиями, имея в виду наличие конструктивной продольной арматуры, распределенной по высоте балки. Анализ показал, что усилие предварительного напряжения, как и предполагает [1], до образования трещины вызывает деформирование балки как сплошного стержня, подчиняющегося гипотезе прямой нормали; после образования трещины усилие в предварительно напряженной арматуре возросло в сечении с трещиной вследствие неравномерности их распределения вдоль стержня в зоне одиночной трещины или на шаге трещин после образования их системы, а также вследствие более заметной концентрации предварительных напряжений в предварительно напряженной арматуре после образования трещины.

На рис. 4б показан график изменения напряжений в напрягаемой арматуре по мере роста нагрузки. На нем виден скачок в зоне сечения, где относительный пролетный момент равен 0,3, что отражает скачкообразное снижение пластического момента сопротивления сечения балки после образования первой трещины. До образования трещины график практически линеен (вследствие нелинейности диаграммы деформирования



**Рисунок 4.** Напряжения в арматуре в вертикальном сечении (середина балки): а) вплоть до образования трещины в середине балки; б) изменение напряжений в напрягаемой арматуре по мере роста нагрузки.

бетона пластический момент сопротивления сечения балки снижается, но не настолько, чтобы заметно отразиться на графике); после образования трещин график вначале искривляется вследствие образования сгущающейся системы трещин (пластический момент сопротивления сечения балки заметно снижается на каждом шаге нагружения), а затем шаг трещин стабилизируется и падение пластического момента сопротивления сечения балки замедляется.

График изменения прогиба балки всередине пролета по мере нагружения показан на рис. 5. Он состоит из трех участков; на первом график практически линеен, как и график изменения напряжений в преднапряженной арматуре, на втором он слабо искривлен в сторону меньших прогибов, на третьем, почти вертикальном, участке график отражает лавинообразное нарастание прогиба. Нанесенные на график экспериментальные точки хорошо отвечают данным расчета.

Для оценки адекватности программы результаты расчета были сопоставлены с результатами испытания описанной выше балки [22].

Отклонение расчетных значений параметров состояния от экспериментальных составили: по

нагрузке образования трещин в середине балки – 11,9 %, по разрушающей нагрузке – 4,22 %, для прогибов при контрольной нагрузке ( $0,5M_u$ ), отличие – 23,4 % или ( $40,0 - 30,7 = 9,3$  мм). Также выполнено сопоставление момента внутренних сил бетона и арматуры в вертикальном сечении балки, с моментом от внешней нагрузки (рис. 6, табл. 1 и табл. 2), расчетное отклонение составило 0,07 %.

Сопоставление предельного момента пролетного сечения как момента внутренних сил с изгибающим моментом, определенным в процессе испытания балки по предельной испытательной нагрузке как момент внешних сил, показало, что они практически совпали.

Естественно, единичное сопоставление не дает оснований для суждения об оценке погрешности расчетов, обеспечиваемой программой, но близость результатов расчетного и экспериментального определения различных параметров состояния балки дает основание говорить об определенной адекватности всей совокупности используемых ею моделей деформирования и разрушения материалов и методов анализа напряженно-деформированного состояния конструкции.

## Заключение

1. Приведенные в работе результаты численного анализа напряженно-деформированного состояния двутавровой предварительно-напряженной железобетонной балки и их сопоставление с экспериментальными данными свидетельствуют о достаточной адекватности принятых в алгоритме, реализованном в программе «ПРОРАБ», моделей деформирования материала и методов анализа полученной математической модели железобетонной конструкции (метод неполной дискретизации как метод дискретизации области и модифицированный метод Ньютона как метод линеаризации нелинейной математической модели конструкции).
2. Выполненный в настоящей работе анализ выявил основные особенности процесса формирования напряженно-деформированного состояния исследованной балки (моменты изменения характера нарастания деформаций, напряжений и перемещений; вид эпюр деформаций и напряжений в нормальном сечении).

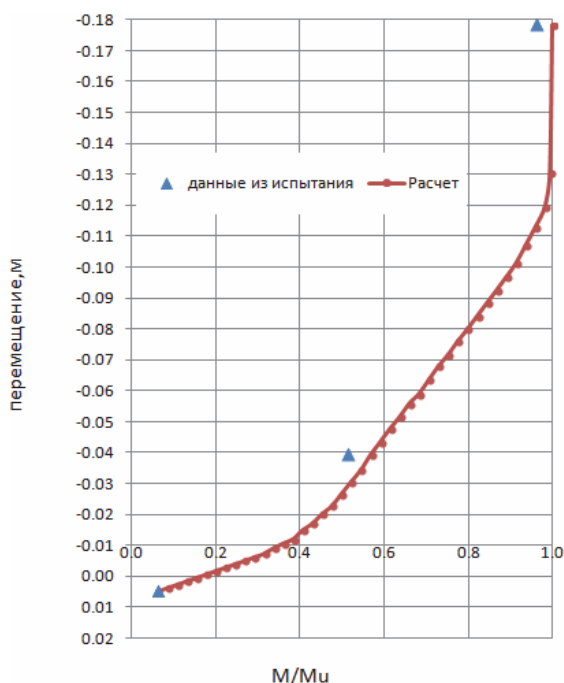


Рисунок 5. Прогиб середины балки по шагам нагрузки, м.



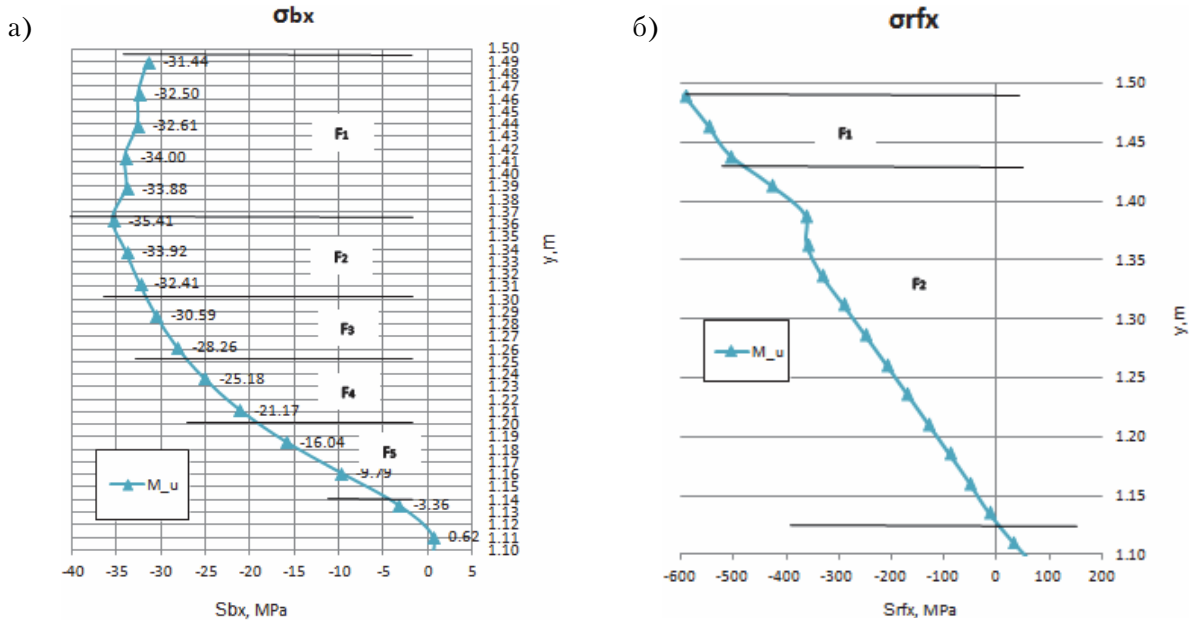


Рисунок 6. Схема определения момента внутренних сил в вертикальном сечении относительно центра тяжести растянутой арматуры: а) в бетоне сжатой зоны; б) в арматуре.

Таблица 1. Момент внутренних сил в бетоне

n	$Y_i$	$\sigma_{bi}$	$N_{bi} = F_i \cdot t$	$H_i$	$M_b = N_{bi} \cdot H_i$	
0	1,49	31,44	0	0	0	
1	1,36	35,41	1,30	1,33	1,73	
2	1,30	31,50	0,60	1,23	0,74	
3	1,25	26,72	0,44	1,18	0,51	
4	1,20	18,61	0,34	1,13	0,38	
5	1,14	5,12	0,21	1,07	0,23	
					$\sum M_{bi}$	3,59

МНм

Таблица 2. Момент внутренних сил в арматуре

n	$F_{rf_i}$	$\sigma_{rf_i}$	$N_{rf} = F_{rf_i} \cdot \sigma_{rf_i}$	$H_i$	$M_b = F_i \cdot t \cdot H_i$	
1	1,01E-03	549,8	0,554	1,355	0,75	
2	1,48E-04	234,75	0,035	1,27	0,04	
					$\sum M_{rf_i}$	0,79
					$M_b + M_{rf} =$	4,387
					$M_u$	4,390
					$\Delta, \%$	-0,07

МНм  
МНм  
МНм

3. Представляется целесообразным дальнейшее развитие продемонстрированного в работе подхода (обогащение библиотеки мо-

делей деформирования материалов, введение в нее моделей работы контакта бетон-арматура и др.).



## Литература

1. СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. СНиП 52-01-2003 (с Изменением N 1) [Текст]. – М. : Стандартинформ, 2019. – 132 с.
2. EN 1992-1-1. Eurocode 2: Design of concrete structures [Текст]. Part 1-1: General rules and rules for buildings. – Supersedes ENV 1992-1-1, 1992-1-3, 1992-1-4, 1992-1-5, 1992-1-6 and 1992-3 ; This European Standard was approved by CEN on 16 April 2004. – Brussels : CEN, 2004. – 227 p.
3. Яковленко, Г. П. Нелинейный расчет армированных стержней и стержневых конструкций [Текст] / Г. П. Яковленко. – Л. : Издательство Ленинградского университета, 1988. – 136 с.
4. Кац, А. С. Расчет неупругих строительных конструкций [Текст] / А. С. Кац. – Л. : Стройиздат, Ленингр. отд-е, 1989. – 168 с.
5. Lin, T. Y. Design of prestressed concrete structures [Текст] / T. Y. Lin, N. H. Burns. – 3th ed. – New York : John Wiley & sons, 1981. – 326 p.
6. Пересыпкин, Е. Н. Расчет стержневых железобетонных элементов [Текст] / Е. Н. Пересыпкин. – М. : Стройиздат, 1988. – 168 с.
7. Карпенко, Н. И. Общие модели механики железобетона [Текст] / Н. И. Карпенко. – М. : Стройиздат, 1996. – 416 с.
8. Колчунов, В. І. Фізичні моделі опору стержневих елементів залізобетонних конструкцій [Текст] : автореф. дис...канд. техн. наук : 05.03.01 / В. І. Колчунов. – Київ, 1997. – 33 с.
9. Колчунов, В. І. Об использовании гипотезы плоских сечений в железобетоне [Текст] / В. І. Колчунов, И. А. Яковенко // Строительство и реконструкция. 2011. № 6. С. 21–27.
10. Демьянов, А. И. Трансформационный элемент между зависимостями механики разрушения и уравнениями теории железобетона в условиях сложного сопротивления [Текст] / А. И. Демьянов, И. А. Яковенко, В. И. Колчунов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Vol.14, № 1. С. 46–56.
11. Feng, D. C. Softened Damage-Plasticity Model for Analysis of Cracked Reinforced Concrete Structures [Текст] / D. C. Feng, X. D. Ren and J. Li // Journal of Structural Engineering. 2018. Vol. 144, № 6. P. 588–612.
12. The damage analysis of the reinforced concrete beam and the prestressed reinforced concrete beam [Электронный ресурс] / M. Vaško, M. Handrik, M. Rác [et al.] // MATEC Web of Conferences (September 5–8, Sklené Teplice, Slovak Republic). – Sklené Teplice, Slovak Republic, 2017. Vol. 157. – Режим доступа : [https://www.mateconferences.org/articles/mateconf/abs/2018/16/mateconf\\_mms2018\\_02055/mateconf\\_mms-2018\\_02055.html](https://www.mateconferences.org/articles/mateconf/abs/2018/16/mateconf_mms2018_02055/mateconf_mms-2018_02055.html).
13. Feng, D. C. Progressive collapse performance analysis of precast reinforced concrete structures [Электронный ресурс] / D. C. Feng, Z. Wang, G. Wu // The structural design of Tall and Special Buildings. 2017.

## Reference

1. SP 63.13330.2018. Concrete and reinforced concrete structures. Basic provisions. [Text]. M. : Standartinform, 2019. 132 p. (in Russian)
2. EN 1992-1-1. Eurocode 2: Design of concrete structures [Text]. Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels: CEN, 2004. 227 p. (in English)
3. Yakovlenko, G. P. Nonlinear analysis of reinforced bars and bar structures [Text]. Leningrad : Leningrad University Publishing House, 1988. 136 p. (in Russian)
4. Kats, A. S. Calculation of inelastic building structures [Text]. Leningrad : Stroiizdat, Leningrad department, 1989. 168 p. (in Russian)
5. Lin, T. Y.; Burns, N. H. Design of prestressed concrete structures [Text]. 3th ed. New York : John Wiley & sons, 1981. 326 p. (in English)
6. Peresypkin, Ye. N. Calculation of bar reinforced concrete elements [Text]. Moscow : Stroiizdat, 1988. 168 p. (in Russian)
7. Karpenko, N. I. General models of reinforced concrete mechanics [Text]. Moscow : Stroiizdat, 1996. 416 p. (in Russian)
8. Kolchunov, V. I. Physical models support of rod elements in concrete structures [Text] : abstract of thesis of Ph. D. in Engineering : 05.23.01. Kiev, 1997. 33 p. (in Ukraine)
9. Kolchunov, V. I.; Yakovenko, I. A. On the use of the hypothesis of flat sections in reinforced concrete [Text]. In: *Construction and reconstruction*. 2011. № 6. P. 21–27. (in Russian)
10. Demyanov, A. I.; Yakovenko, I. A.; Kolchunov, V. I. Transformational element between the dependences of fracture mechanics and the equations of the theory of reinforced concrete under complex resistance conditions [Text]. In: *Structural mechanics of engineering building structures*. 2018. Vol.14, № 1. P. 46–56. (in Russian)
11. Feng, D. C.; Ren, X. D.; Li, J. Softened Damage-Plasticity Model for Analysis of Cracked Reinforced Concrete Structures [Text]. In: *Journal of Structural Engineering*. 2018. Vol. 144, № 6. P. 588–612. (in English)
12. Vaško, M.; Handrik, M.; Rác, M. [et al.] The damage analysis of the reinforced concrete beam and the prestressed reinforced concrete beam [Electronic resource]. In: *MATEC Web of Conferences*. Sklené Teplice, Slovak Republic, 2017. Vol. 157. Access mode : [https://www.mateconferences.org/articles/mateconf/abs/2018/16/mateconf\\_mms2018\\_02055/mateconf\\_mms-2018\\_02055.html](https://www.mateconferences.org/articles/mateconf/abs/2018/16/mateconf_mms2018_02055/mateconf_mms-2018_02055.html). (in English)
13. Feng, D. C.; Wang, Z.; Wu, G. Progressive collapse performance analysis of precast reinforced concrete structures [Electronic resource]. In: *The structural design of Tall and Special Buildings*. 2017. P. 1–21. Access mode : <https://doi.org/10.1002/tal.1588>. (in English)
14. Kantorovich, L. V. One direct method for the approximate solution of the problem of the minimum

- P. 1–21. – Режим доступа : <https://doi.org/10.1002/tal.1588>.
14. Канторович, Л. В. Один прямой метод приближенного решения задачи о минимуме двойного интеграла [Текст] / Л. В. Канторович // Известия Академии наук СССР. VII серия. Отделение математических и естественных наук. 1933. № 5. С. 647–652.
  15. Власов, В. З. Строительная механика тонких упругих пластинок [Текст] / В. З. Власов // Прикладная математика и механика. 1946. Вып. 10. № 1. С. 173–192.
  16. Милейковский, И. Е. Метод исходных уравнений при расчете пологих оболочек на ЭЦВМ [Текст] / И. Е. Милейковский // Новые методы расчета строительных конструкций ; Центр. науч.-исслед. ин-т строит. конструкций им. В. А. Кучеренко. – М. : Стройиздат, 1968. С. 18–21.
  17. Левин, В. М. Напряжённо-деформированное состояние и разрушение неупругих складчатых систем с проёмами [Текст] / В. М. Левин, В. А. Митраков // Вестник НИЦ «Строительство» Исследования по теории сооружений. 2011. Вып. 3–4. С. 146–156.
  18. Научные основы обеспечения надежности и экономичности шахтных копров [Текст] : монография / В. Н. Кущенко, В. М. Левин, В. Ф. Муцанов [и др.]. – Макеевка : ДонНАСА, 2012. – 462 с.
  19. Левин В. М. Расчет дефектных и усиленных конструкций методами МДТТ [Текст] / В. М. Левин, А. А. Калужный, В. В. Тришкина // Мониторинг техногенной безопасности и обеспечение безаварийной эксплуатации зданий, сооружений и инженерных сетей : материалы Второго регион. совещ. (17 мая 2000, г. Макеевка). – Макеевка : ДонНАСА, 2004. С. 102–106.
  20. Левин, В. М. Расчет железобетонных стержневых и пространственных конструкций при наличии концентраторов напряжений [Текст] / В. М. Левин // Бетон и железобетон – пути развития : научные труды 2-ой Всесоюзной (международной) конференции по бетону и железобетону в 5 томах, том 2. Секционные доклады. Секция «Железобетонные конструкции зданий и сооружений» (5–9 сентября 2005, г. Москва) ; НИИЖБ. 2005. С. 495–502.
  21. Левин, В. М. Влияние глубины дефекта на напряженно-деформированное состояние монолитной железобетонной балки [Текст] / В. М. Левин, О. И. Дорошенко // Современные проблемы строительства : ежегодный научно-технический сборник ; Донецкий ПромстройНИИпроект. 2006. С. 260–266.
  22. Описание испытания балки СБЭ-18-2 [Электронный ресурс] // Стройте вместе с нами. [2017]. – Режим доступа : <http://fccland.ru/zhelezobeton/26-predvaritelno-napryazhennye-zhelezobetonnye-balki.html>.
  - of a double integral [Text]. In: *Bulletin of the USSR Academy of Sciences*. VII series. Department of Mathematical and Natural Sciences. 1933. № 5. P. 647–652. (in Russian)
  15. Vlasov, V. Z. Structural mechanics of thin elastic plates [Text]. In: *Applied Mathematics and Mechanics*. 1946. Vol. 10. № 1. P. 173–192. (in Russian)
  16. Mileykovsky, I. Ye. Method of initial equations for calculating shallow shells on a digital computer [Text]. In: *New methods for calculating building structures*; V. A. Kucherenko Central Research Institute of Building Structures. M. : Stroizdat, 1968. P. 18–21. (in Russian)
  17. Levin, V. M.; Mitrakov, V. A. Stress-strain state and destruction of inelastic folded systems with openings [Text]. In: *Bulletin of the Research Center «Construction» Research on the theory of structures*. 2011. Issue 3–4. P. 146–156. (in Russian)
  18. Kushchenko, V. N.; Levin, V. M.; Mushchanov V. F. [et al.]. Scientific basis for ensuring the reliability and efficiency of mine headgear [Text] : monograph. Makeevka : DNACA, 2012. 462 p. (in Russian)
  19. Levin, V. M.; Kalyuzhny, A. A.; Trishkina, V. V. Calculation of defective and reinforced structures by methods of solid mechanics [Text]. In: *Monitoring of technogenic safety and ensuring trouble-free operation of buildings, structures and engineering networks: proceedings of the Second Regional Meeting*. Makeevka : DSACA, 2004. P. 102–106. (in Russian)
  20. Levin, V. M. Calculation of reinforced concrete bar and spatial structures in the presence of stress concentrators [Text]. In: *Concrete and reinforced concrete – ways of development: scientific works of the 2nd All-Union (international) conference on concrete and reinforced concrete in 5 volumes, the second volume. Section reports. Section «Reinforced concrete structures of buildings and structures»*; SRICRC. 2005. P. 495–502. (in Russian)
  21. Levin, V. M.; Doroshchenko, O. I. Influence of the defect depth on the stress-strain state of a monolithic reinforced concrete beam [Text]. In: *Modern problems of construction: an annual scientific and technical collection*; Donetsk Promstroy Research Institute project. 2006. P. 260–266. (in Russian)
  22. Description of the beam test SBE-18-2 [Electronic resource]. In: *Build with us*. [2017]. Access mode: <http://fccland.ru/zhelezobeton/26-predvaritelno-napryazhennye-zhelezobetonnye-balki.html>. (in Russian)

**Левин Виктор Матвеевич** – доктор технических наук, профессор; заведующий кафедрой железобетонных конструкций ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры». Научные интересы: анализ напряженно-деформированного состояния железобетонных массивных и тонкостенных пространственных систем при наличии концентраторов напряжений и нагрузок различной длительности; модели деформирования железобетона; особенности их использования при проектировании новых и оценке состояния существующих объектов строительства; прикладной инструментарий механики деформируемого твердого тела.

**Стеблянюк Леонид Владимирович** – кандидат технических наук, главный инженер ООО «Евроград». Научные интересы: разработка расчетных моделей железобетонных конструкций, оценка технического состояния и проектирование железобетонных конструкций.

**Левін Віктор Матвійович** – доктор технічних наук, професор; завідувач кафедри залізобетонних конструкцій ДООУ ВПО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури». Наукові інтереси: аналіз напружено-деформованого стану залізобетонних масивних та тонкостінних просторових систем при наявності концентраторів напружень та навантажень різної тривалості; моделі деформування залізобетону; особливості їх використання під час проектування нових та оцінки стану існуючих об'єктів будівництва; прикладний інструментарій механіки деформованого твердого тіла.

**Стеблянюк Леонід Володимирович** – кандидат технічних наук, головний інженер ЗАТ «Евроград». Наукові інтереси: розробка розрахункових моделей залізобетонних конструкцій, оцінка технічного стану і проектування залізобетонних конструкцій.

**Levin Viktor** – D. Sc. (Eng.), Professor; Head of the Reinforced Concrete Constructions Department, Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. Scientific interests: analysis of the stress-strain state of reinforced concrete massive and thin-walled spatial systems in the presence of stress concentrators and loads of various duration; reinforced concrete deformation models; features of their use in the design of new and assessment of the state of existing construction objects; applied toolkit of solid mechanics.

**Steblyanko Leonid** – Ph. D. (Eng.), chief engineer, SSL «Evrograd». Scientific interests: development of computational models of reinforced concrete structures, assessment of technical condition and design of reinforced concrete structures.