ISSN 2519-2817 online
ВЕСТНИК ДОНБАССКОЙ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ СТРОИТЕЛЬСТВА И АРХИТЕКТУРЫ
Научно-технические достижения студентов строительно-архитектурной отрасли
Выпуск 2020-4(144)

УДК 624.012.25:004.02

Т. Н. ВИНОГРАДОВА, А. А. ГРЕЧКО
ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»

О РАСЧЕТЕ БАЛОЧНЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА ДЕЙСТВИЕ КРАТКОВРЕМЕННЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК

Аннотация. В статье представлена методика расчета железобетонной балки на действие непериодических нагрузок большой интенсивности с использованием дифференциального уравнения движения. Рассматриваемый класс нагрузок относится к особым нагрузкам, продолжительность действия которых составляет доли секунды. При расчете конструкции на такие воздействия целесообразно учитывать развитие в сечениях пластических деформаций, с образованием шарниров пластичности при достижении предела текучести в рабочей продольной арматуре. Отмечено, что при повышенной скорости деформирования арматуры и бетона конструкции происходит запаздывание пластических деформаций в них, что приводит к повышению прочностных характеристик материалов. Приведены значения коэффициентов динамического упрочнения для арматурных сталей и бетона в зависимости от скорости их деформирования. Выполнен пример расчета однопролетной свободно опертой балки на действие мгновенного импульса. Расчет выполнен исходя из упругопластической модели деформирования конструкции при действии нагрузки. После решения дифференциального уравнения движения балки при соответствующих начальных и граничных условиях могут быть определены все параметры, характеризующие напряженно-деформированное состояние конструкции во времени.

Ключевые слова: железобетон, кратковременные динамические нагрузки, динамическое упрочнение арматуры и бетона, импульсная нагрузка, упругопластическая диаграмма Прандтля, дифференциальное уравнение движения балки.

ФОРМУЛИРОВКА ПРОБЛЕМЫ

Непериодические нагрузки большой интенсивности, продолжительность действия которых составляет доли секунды, в современном строительстве представляют значительный интерес для проектировщиков. Это прежде всего нагрузки от взрывной волны, от ударов падающего груза на перекрытие при обрушении конструкций вышерасположенного этажа и т. п.

В настоящее время для расчета строительных конструкций на такие нагрузки используются программные комплексы типа ANSYS, которые позволяют анализировать напряженно-деформированное состояние конструкции во времени. Однако так называемый «ручной» расчет с использованием дифференциальных уравнений движения конструкции представляет определенный интерес для предварительной оценки влияния нагрузки на нее. Кроме того, указанный программный комплекс базируется на прямом интегрировании дифференциальных уравнений движения конструкции, поэтому имеет смысл проанализировать этот процесс «вручную».

ОБЗОР ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Как показал обзор публикаций по рассматриваемой проблеме, исследователи довольно часто используют для расчета конструкций на указанные нагрузки метод, базирующийся на решении дифференциальных уравнений движения конструкций [1–5].

ЦЕЛЬ ПУБЛИКАЦИИ

Представить методику расчета железобетонных балочных конструкций на действие кратковременных динамических нагрузок.

ОСНОВНОЙ МАТЕРИАЛ

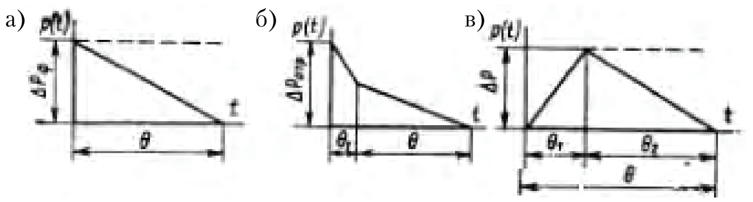

Рисунок 1 – Расчетные законы изменения динамической нагрузки во времени.

Особенностью расчета конструкций на такие воздействия является то, что требуется изучить движение конструкции лишь до момента достижения ею максимального перемещения, так как после прекращения действия нагрузки, если конструкция не разрушилась, она переходит в состояние свободных колебаний (рис. 1).

Кроме того, за счет быстрого падения величины нагрузки конструкция может получить большие остаточные деформации не разрушившись. Поэтому при расчете на рассматриваемые нагрузки особую важность приобретает учет пластических деформаций конструкций, в частности образование шарниров пластичности в железобетонных конструкциях.

Еще одной особенностью расчета конструкций на рассматриваемые воздействия является необходимость учета влияния скорости деформирования на прочностные характеристики арматуры и бетона. Во многих случаях влияние скорости деформирования на прочность материалов учитывается приближенно на том основании, что общий характер диаграмм деформирования при медленном и быстром нагружениях сохраняется. Поэтому при расчете на динамические нагрузки используются диаграммы деформации материалов, аналогичные статической, с повышенным пределом текучести для стали и пределом прочности для бетона.

Динамический предел текучести $R_{s,d}$ принимают равным статическому R_s, умноженному на коэффициент динамического упрочнения $k_{s,v}$:

$$R_{s,d} = k_{s,v} \cdot R_s, \tag{1}$$

где величина коэффициента $k_{s,v}$ может быть принята в зависимости от скорости деформирования стали, например с использованием экспериментальных данных типа приведенных на рис. 2а.

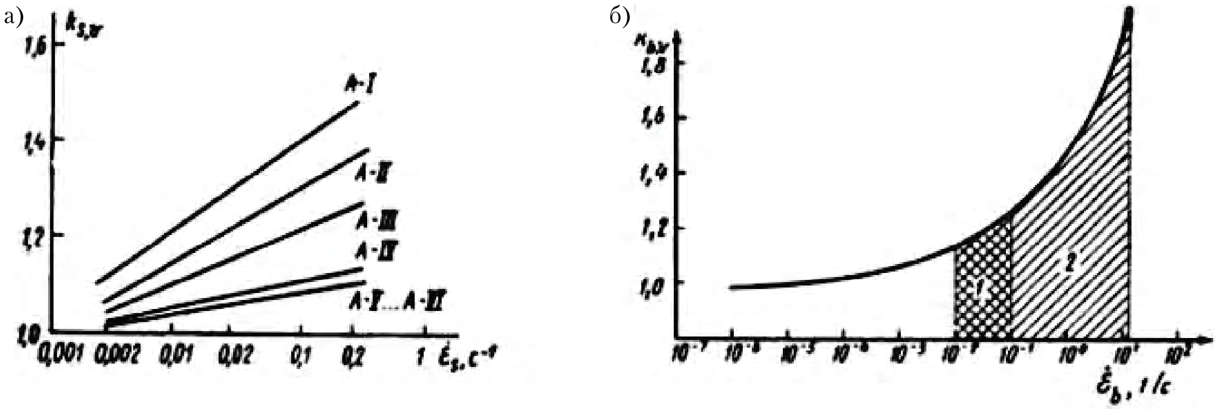

Рисунок 2 – Зависимости коэффициентов динамического упрочнения арматуры (а) и бетона (б) от скорости деформирования.

Аналогичный способ применяется и для учета упрочнения бетона при повышенных скоростях деформирования (коэффициент $k_{b,v}$, рис. 2б):

$$R_{b,d} = k_{b,v} \cdot R_b \tag{2}$$

Так как существующие методы «немашинного» динамического расчета конструкций сводятся к решению дифференциальных уравнений движения и позволяют вычислять прогибы или углы раскрытия в шарнирах пластичности, то и нормирование предельных состояний удобно выполнять с помощью величин предельных прогибов как:

$$K = \frac{y_{\max}}{y_0} \le K = \frac{y_{пред}}{y_0}, \tag{3}$$

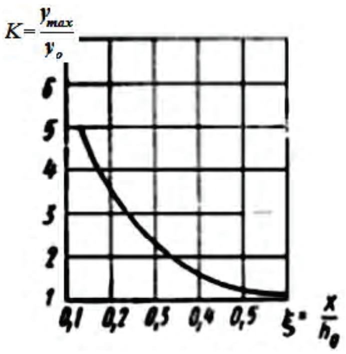

Рисунок 3 – Зависимость предельных значений относительных прогибов от относительной высоты сжатого бетона ξ для железобетонной шарнирно опертой балки.

где y_{max} – значении прогиба конструкции, полученное в результате динамического расчета;
$y_{пред}$ – предельно допустимый прогиб для конструкции, соответствующий заданному предельному состоянию (рис. 3);
y_0 – прогиб конструкции в конце «упругой» стадии.

Расчетную модель конструкции выбирают исходя из ее диаграммы деформирования, то есть зависимости между изгибающим моментом и кривизной. Для балочных железобетонных конструкций, армированных сталями с физическим пределом текучести, диаграмма деформирования может быть представлена в виде идеальной упругопластической (рис. 4). В этом случае для расчета применяют приближенные упругопластическую или жесткопластическую модель.

Рассмотрим принципиальную схему расчета простой балки (рис. 5), диаграмма деформирования которой может быть упрощенно представлена в виде упругопластической (рис. 4а). Следовательно, необходимо рассматривать движение балки отдельно в «упругой» и в пластической стадиях.

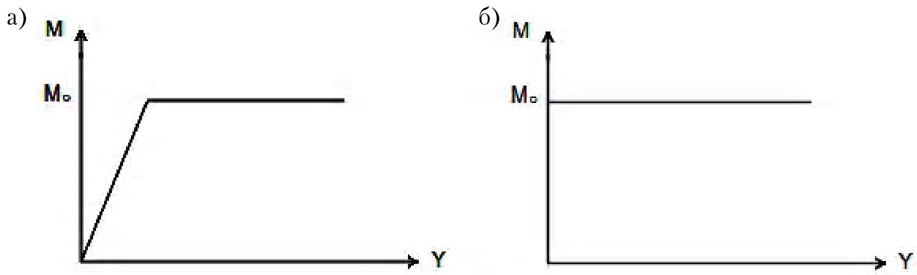

Рисунок 4 – Диаграммы Прандтля: а) упругопластическая; б) жесткопластическая.

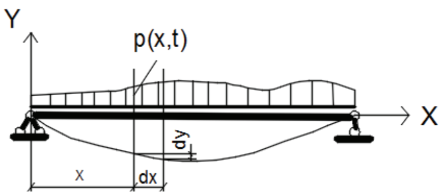

Рисунок 5 – Расчетная схема балки, загруженной распределенной по пролету динамической нагрузкой.

Как известно, уравнение упругой изогнутой оси балки от статической нагрузки имеет вид:

$$D\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}=q, \tag{4}$$

где D – изгибная жесткость сечения конструкции;
q – распределенная нагрузка, в общем случае изменяющаяся во времени и по длине пролета;
$y = y\ (x,\ t)$ – перемещение оси балки.

Уравнение изогнутой оси конструкции при динамической нагрузке может быть получено с использованием принципа Даламбера, так как конструкция приходит в движение. Поэтому учитываются силы инерции, которые действуют на конструкцию так же, как внешняя нагрузка. По второму закону Ньютона силы инерции для элементарной частицы балки массой **m**, движущейся с ускорением $\partial^2 y/\partial t^2$ вычисляют как

$$f_{ин}=-m\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right).$$

Тогда добавив эти силы (как нагрузку) в правую часть уравнения (4), после преобразований получим уравнение динамического движения балки в упругой стадии:

$$D\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}+m\cdot\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=q. \tag{5}$$

Рассмотрим частный случай динамической нагрузки действие мгновенного импульса, изменяющегося по длине пролета балки по закону:

$$i(x) = i_0 \cdot \sin\frac{\pi}{l}x. \tag{6}$$

Нагрузка, которая прекращает свое действие еще в упругой стадии, то есть до образования шарнира пластичности, может рассматриваться как мгновенный импульс, который сообщает конструкции начальную скорость движения

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{i(x)}{m}.$$

В этом случае расчет конструкции в упругой стадии сводится к решению однородного дифференциального уравнения с соответствующими граничными и начальными условиями:

$$D\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0. \tag{7}$$

При нахождении решения уравнения (7) применим метод разделения переменных (метод Фурье), то есть представим искомое решение в виде:

$$y\,(x, t) = T(t) \cdot X(x), \tag{8}$$

где одна функция зависит только от времени t, а другая – только от x.

Функция $X(x)$ называется формой свободных колебаний или собственной функцией, а $T(t)$ – функцией динамичности.

Как показано в [1], на движение конструкции в начальные моменты времени существенно влияют низшие частоты. Поэтому можно ограничиваться небольшим числом степеней свободы и часто лишь одной. Для рассматриваемой в примере свободно опертой балки функция $X(x)$ принята как для системы с одной степенью свободы в виде:

$$X(x) = \sin\frac{\pi}{l}x. \tag{9}$$

Далее подставляя (9) в (8), а полученное выражение – в (7), получим однородное дифференциальное уравнение второго порядка относительно функции динамичности:

$$\ddot{T}(t) = \omega^2 \cdot T(t) = 0, \tag{10}$$

где $\omega^2 = \dfrac{\pi^2 B}{ml^4}$ – круговая частота.

Решение для уравнения (10) имеет вид:

$$T(t) = C_1 \cdot \sin\omega t + C_2 \cdot \cos\omega t, \tag{11}$$

где произвольные постоянные C_1 и C_2 находятся из начальных условий движения: при t = 0: $y\,(x, 0) = 0$, $\dfrac{\partial y}{\partial t} = \dfrac{i_o}{m}$.

Тогда решение для уравнения (7) имеет вид:

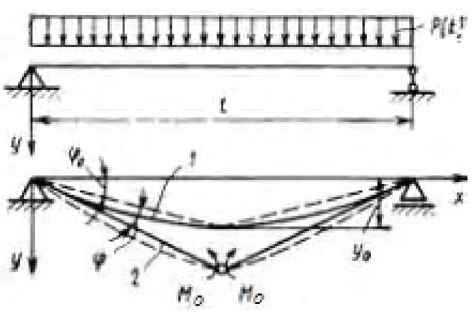

Рисунок 6 – Расчетная схема балки в пластической стадии: 1 – прогиб в упругой стадии; 2 – прогиб в пластической стадии.

$$y(x,t) = \frac{i_o}{m\omega}\sin\omega t \cdot \cos\omega t. \tag{12}$$

Прямым дифференцированием выражения (12) могут быть определены скорость $\dot{y}(x,t)$, изгибающий момент $M(x,t) = -D\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2}$, время конца упругой стадии $\boldsymbol{t_o}$ из условия $M(0{,}5x,\, t_o) = M_o$, где M_o – внутренний момент в сечении балки при достижении в арматуре предела текучести.

После образования шарнира пластичности происходит движение балки в пластической стадии как механизма, состоящего из двух «жестких» дисков, соединенных посредине пролета шарниром пластичности, в котором действует постоянный момент M_o (рис. 6).

Ордината в любой точке пролета определяется в зависимости от угла поворота «диска» балки как $y\,(x, t) = \varphi(t) \cdot x$.

Уравнение движения для расчетной схемы балки в этой стадии может быть получено из условия равенства нулю суммы работ всех сил на возможных перемещениях (линейных и угловых):

$$-\int_0^{\frac{l}{2}} m\ddot{\varphi}\,\varphi x^2 dx - M_o \varphi = 0. \tag{13}$$

Откуда

$$\frac{ml^3}{24}\ddot{\varphi} = -M_o. \tag{14}$$

С начальными условиями: при $t = 0$, $\varphi = 0$ и $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_o$.

Начальная угловая скорость $\dot{\varphi}_o$ может быть определена из условия равенства количества движения конструкции в конце упругой и начале пластической стадий:

$$2\int_0^{\frac{l}{2}} m\dot{\varphi}\, x\, dx = \int_0^{l} m\dot{y}_o\, dx. \tag{15}$$

Дальнейшее решение дифференциального уравнения (13) выполняется прямым интегрированием. Время конца пластической стадии tm находится из условия, что угловая скорость $\dot{\varphi}(t_m) = 0$.

Полный прогиб вычисляется как (рис. 6):

$$y(x,t) = y_o \cdot \sin\frac{\pi}{l}x + \varphi(t) \cdot x. \tag{16}$$

ВЫВОД

Приведенная методика расчета железобетонной балки с использованием дифференциальных уравнений движения позволяет определять прогибы, изгибающие моменты, поперечные силы, величину разрушающей нагрузки на рассматриваемую конструкцию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попов, Н. Н. Динамический расчет железобетонных конструкций [Текст] / Н. Н. Попов, Б. С. Расторгуев. – М. : Стройиздат, 1974. – 207 с.
2. Попов, Н. Н. Расчет конструкций на динамические и специальные воздействия [Текст] : учеб. пособие для вузов по спец. «Пром. и гражд. стр-во» / Н. Н. Попов, Б. С. Расторгуев, А. В. Забегаев. – М. : Высш. шк., 1992. – 319 с.
3. Расчет железобетонных конструкций на взрывные и ударные нагрузки [Текст] / Н. Н. Белов, Д. Г. Копаница, О. Г. Кумпяк, Н. Т. Югов. – Томск : Нортхэмптон, 2004. – 465 с.
4. Ванус, Д. С. Прочность железобетонных балочных конструкций при учете деформирования арматуры как вантовой системы при действии особых динамических нагрузок [Текст] / Д. С. Ванус // Строительство и реконструкция. – 2017. – № 4(72). – С. 87–93.
5. Расчет конструкций на действие динамических нагрузок [Текст] / А. С. Каличкина, А. Е. Карпов, А. Г. Ласковенко [и др.] // Новое слово в науке и практике: гипотезы и апробация результатов исследований. – 2016. – № 24–1. – С. 138–146.

Получена 13.05.2020

Т. М. ВІНОГРАДОВА, А. О. ГРЕЧКО

ПРО РОЗРАХУНОК БАЛКОВИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОНСТРУКЦІЙ НА ДІЮ КОРОТКОЧАСНИХ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ

ДОУ ВПО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури»

Анотація. У статті наведено методику розрахунку залізобетонної балки на дію неперіодичних навантажень великої інтенсивності з використанням диференціального рівняння руху. Клас навантажень, що розглядається, відноситься до особливих навантажень, тривалість дії яких становить долі секунди. При розрахунку конструкцій на такі впливи доцільно враховувати розвиток у перерізах пластичних деформацій з утворенням шарнірів пластичності при досягненні межі плинності у поздовжній

робочій арматурі. Відмічено, що при підвищеній швидкості деформування арматури та бетону конструкції відбувається запізнення пластичних деформацій в них, тому відбувається підвищення міцносних характеристик матеріалів. Наведено значення коефіцієнтів зміцнення для арматурних сталей та бетону залежно від швидкості їх деформування. Виконано приклад розрахунку однопрогінної вільно опертої балки на дію миттєвого імпульсу. Розрахунок виконано виходячи із пружно-пластичної моделі деформування конструкції при дії навантаження. Після рішення диференціального рівняння руху балки при відповідних початкових та граничних умовах можуть бути визначені всі параметри, що характеризують напружено-деформований стан конструкції у часі.
Ключові слова: залізобетон, короткочасні динамічні навантаження, динамічне зміцнення арматури та бетону, імпульсне навантаження, пружно-пластична модель деформування Прандтля, диференціальне рівняння руху балки.

TAMARA VINOGRADOVA, ANDREY GRECHKO

ON THE CALCULATION OF REINFORCED CONCRETE BEAM STRUCTURES ON THE EFFECT OF SHORT-TERM DYNAMIC LOADS

Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture

Abstract. The paper presents the calculation method of reinforced concrete beam on the action of non-periodic loads of high intensity using the differential equation of motion. This class of loads refers to special loads that last for a fraction of a second. When calculating the design for such impacts, it is advisable to take into account the development of plastic deformations in the cross sections, with the formation of plasticity joints due to reaching the yield point in the working longitudinal armature. It is noted that at an increased rate of deformation of reinforcement and concrete structures, there is a delay in plastic deformations in them, and this leads to an increase in the strength characteristics of materials. The values of dynamic hardening coefficients for reinforcing steels and concrete are given, depending on their deformation rate. An example of calculation of a single-span freely supported beam for the action of an instantaneous pulse is performed. The calculation is based on the elastic-plastic model of structural deformation under load. After solving the differential equation of beam motion under the appropriate initial and boundary conditions, all parameters that characterize the stress-strain state of the structure in time can be determined.
Key word: reinforced concrete, short-term dynamic loads, dynamic strengthening of rebar and concrete, impulse load, elastic-plastic Prandtl diagram, differential equation of beam movement.

Виноградова Тамара Николаевна – кандидат технических наук, доцент кафедры железобетонных конструкций ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры». Научные интересы: развитие методов расчета и проектирование железобетонных конструкций.

Гречко Андрей Александрович – магистрант ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры». Научные интересы: использование современных программных комплексов в инженерной деятельности.

Віноградова Тамара Миколаївна – кандидат технічних наук, доцент кафедри залізобетонних конструкцій ДОУ ВПО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури». Наукові інтереси: розвиток методів розрахунку та проектування залізобетонних конструкцій.

Гречко Андрій Олександрович – магістрант ДОУ ВПО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури». Наукові інтереси: використання сучасних програмних комплексів в інженерної діяльності.

Vinogradova Tamara – Ph. D. (Eng.), Associate Professor, Reinforced Concrete Constructions Department, Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. Scientific interests: development calculation methods and design of reinforced concrete structures.

Grechko Andrey – master's student, Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. Scientific interests: use of modern software systems in engineer.