

УДК 514.112.3

Т. П. МАЛЮТИНА^а, И. П. ДАВЫДЕНКО^б^а ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры», ^б ПАО «Авдеевский завод металлических конструкций»

ЗАДАНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ ЭВОЛЬВЕНТЫ КРУГА МЕТОДОМ ПОДВИЖНОГО СИМПЛЕКСА

Аннотация. Рассматривается точечное уравнение эвольвенты, построенной по известному графическому алгоритму методами БН-исчисления (точечное исчисление Балюбы-Найдыша). Представлен пример точечного задания поверхности вращения эвольвенты круга, на основе метода подвижного симплекса (МПС), с образующей в виде эвольвенты. Точечная форма выбрана потому, что она позволяет использовать произвольный локальный двумерный симплекс, который определяет рассматриваемую кривую независимо от её положения в пространстве. Для этого достаточно иметь координаты вершин симплекса. Также такая форма легко реализуется с помощью компьютера (например, с помощью программного пакета *Maple*). Предложенный в этой статье метод конструирования эвольвент на плоскостях, произвольно заданных в пространстве симплексом точек, может занять достойное место в ряде существующих традиционных и инновационных методов такого конструирования.

Ключевые слова: точечное уравнение эвольвенты, БН-исчисления, поверхность вращения эвольвенты круга, метод подвижного симплекса.

ФОРМУЛИРОВКА ПРОБЛЕМЫ

Эвольвента имеет широкое применение в технике. Например, профили зубьев различных зубчатых передач имеют форму эвольвенты окружности. В данной работе поставлена задача – разработать точечный алгоритм задания криволинейной поверхности технической формы, на основе метода подвижного симплекса, с образующей в виде эвольвенты и направляющей осью в виде окружности. Для этого использованы полученные ранее точечные уравнения окружности и эвольвенты окружности методами БН-исчисления (точечного исчисления Балюбы-Найдыша) на основе графических алгоритмов их построения [1].

АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Точечному заданию различных кривых линий, через аналитическое их описание в точечном исчислении, посвящены работы д. т. н., профессора И. Г. Балюбы [2] и его последователей [3-5], в которых получено множество точечных уравнений кривых линий в БН-исчислении, алгебраические уравнения которых известны из аналитической математики [8]. Но есть кривые линии, которые не имеют алгебраических уравнений и получаются только через графический алгоритм их построения. К таким кривым линиям относится и эвольвента окружности, которая в аналитической математике не имеет алгебраического уравнения, а в БН-исчислении уже аналитически определена через графический алгоритм ее построения [6]. На основании полученного графического алгоритма задания эвольвенты было выполнено построение эвольвентной цилиндрической поверхности методом подвижного симплекса [7].

ЦЕЛИ

Привести точечные уравнения задания окружности и эвольвенты окружности, полученные на основании графических алгоритмов их построения методами БН-исчисления, и рассмотреть алгоритм построения поверхности вращения эвольвенты круга с помощью МПС [1].

ОСНОВНОЙ МАТЕРИАЛ

Пусть заданы три точки A, B, C , образующие произвольно заданный симплекс двумерного пространства CAB [1]. Представим в плоскости CAB эвольвенту M окружности T радиуса $|CT| = \rho$, с центром в точке C (рис. 1).

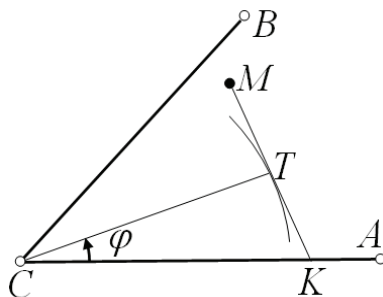


Рисунок 1 – Эвольвента окружности в симплексе двумерного пространства.

По определению эвольвенты окружности, согласно графическому алгоритму построения кривой, имеем:

$$TM = \rho\varphi, \quad \angle CTM = \frac{\pi}{2}. \tag{1}$$

Точечные уравнения двух точек, определяющих касательную к окружности, имеют вид:

$$K = (A - C) \frac{\rho}{b \cos \varphi} + C, \quad T = (A - C) \frac{\rho \sin(\gamma - \varphi)}{b \sin \gamma} + (B - C) \frac{\rho \sin \varphi}{a \sin \gamma} + C, \tag{2}$$

$$KT = \rho \operatorname{tg} \varphi, \quad KM = KT + TM = \rho(\varphi + \operatorname{tg} \varphi).$$

Точечное уравнение эвольвенты M окружности T имеет вид [6]:

$$M = (T - K)(\varphi \operatorname{ctg} \varphi + 1) + K = \tag{3}$$

$$= \frac{(A - C)\rho}{b \sin \gamma \sin \varphi} [(\varphi \cos \varphi + \sin \varphi) \sin(\gamma - \varphi) - \varphi \sin \gamma] + \frac{(B - C)\rho}{a \sin \gamma} (\varphi \cos \varphi + \sin \varphi) + C.$$

где $\gamma = \angle BCA, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \rho$ – радиус окружности.

Ниже приведен пример построения эвольвенты окружности в плоскости общего положения с помощью программного пакета *Maple* (рис. 2).

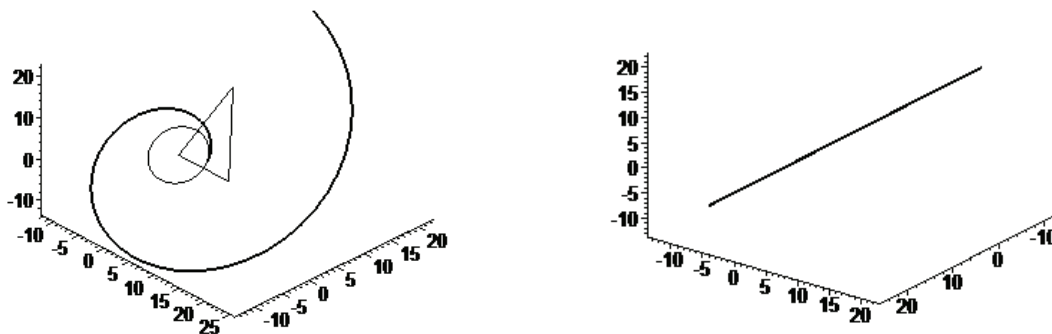


Рисунок 2 – Эвольвента окружности в плоскости общего положения.

Определим точечное уравнение окружности. Используя полярную параметризацию плоскости [1], зададим точечное уравнение окружности в симплексе точек PQR при $\angle QRP = 90^\circ$ через параметр угла θ (рис. 3).

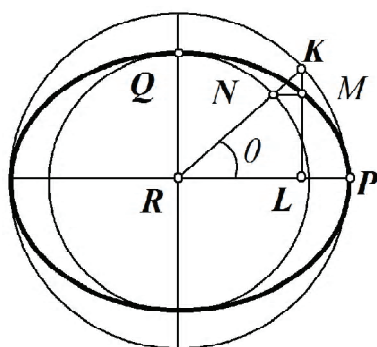


Рисунок 3 – Задание окружности.

Пусть радиус окружности $|RP| = a$ соответствует большой полуоси эллипса, тогда $|RQ| = b$ соответствует малой полуоси эллипса. Точечное уравнение окружности имеет вид:

$$M = (P - R)\cos\theta + (Q - R)\frac{a}{b}\sin\theta + R, \quad (4)$$

где $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

Рассмотрим аналитическое описание поверхности вращения эвольвенты круга на основе МПС [3].

Точечное уравнение поверхности вращения эвольвенты круга с направляющей осью в виде окружности, на основе точечного уравнения эвольвенты, имеет вид:

$$M = (P - R)\cos\theta + (Q - R)\frac{a}{b}\sin\theta + R, \quad (5)$$

где $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

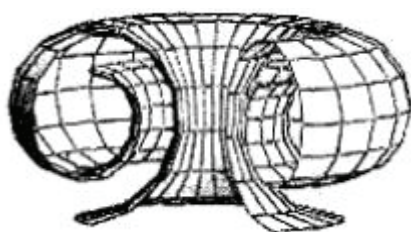


Рисунок 4 – Поверхность вращения эвольвенты круга.

Приведем пример построения поверхности вращения эвольвенты круга при задании значений текущего параметра кривой (рис. 4).

ВЫВОДЫ

В статье представлено построение поверхности вращения эвольвенты круга на основе метода подвижного симплекса. Для выполнения такого построения были приведены точечные уравнения окружности и эвольвенты окружности, полученные на основании графических алгоритмов их построения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Найдыш, В. М. Алгебра БН-исчисления / В. М. Найдыш, И. Г. Балюба, В. М. Верещага. – Текст : непосредственный // Прикладна геометрія та інженерна графіка : міжвідомчий науковий збірник. – 2012. – Випуск 90. – С. 210–215.
2. Балюба, И. Г. Конструктивна геометрия многообразий в точечном исчислении : специальность 05.01.01 «Инженерная геометрия и компьютерная графика» : диссертация на соискание научной степени доктора технических наук / Балюба Иван Григорьевич ; Макеевский инженерно-строительный институт. – Макеевка, 1995. – 227 с. – Текст : непосредственный.
3. Давыденко, И. П. Конструирование поверхностей пространственных форм методом подвижного симплекса : специальность 05.01.01 «Инженерная геометрия и компьютерная графика» : диссертация на соискание научной степени кандидата технических наук / Давыденко Иван Петрович ; Донбасская национальная академия строительства и архитектуры. – Макеевка, 2012. – 164 с. – Текст : непосредственный.
4. Малютина, Т. П. Интерпретация вычислительной геометрии плоских фигур в точечном исчислении : специальность 05.01.01 «Инженерная геометрия и компьютерная графика» : диссертация на соискание научной степени кандидата технических наук / Малютина Татьяна Петровна ; Макеевский инженерно-строительный институт. – Макеевка, 1998. – 161 с. – Текст : непосредственный.
5. Конопацький, Є. В. Геометричне моделювання алгебраїчних кривих та їх використання при конструюванні поверхонь у точковому численні Балюби-Найдиша : спеціальність 05.01.01 «Інженерна геометрія і комп'ютерна графіка» : дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук / Конопацький Євген Вікторович ; Таврійський державний агро-технічний університет. – Мелітополь, 2012. – 163 с. – Текст : непосредственный.
6. Малютина, Т. П. Точечное уравнение эвольвенты и его применение при конструировании поверхностей технических форм методом подвижного симплекса / Т. П. Малютина, И. П. Давыденко. – Текст : непосредственный // Вестник Донбасской национальной академии строительства и архитектуры. – 2015. – Випуск 2015-3(113) Здания и сооружения с применением новых материалов и технологий. – С. 66–69.
7. Малютина, Т. П. Задание эвольвентной цилиндрической поверхности методом подвижного симплекса / Т. П. Малютина, И. П. Давыденко, Ж. В. Старченко. – Текст : непосредственный // Перспективы развития строительного комплекса : материалы XIII Международной научно-практической конференции профессорско-преподавательского состава, молодых ученых и студентов «Перспективы социально-экономического развития стран и регионов»,

Астрахань, 29–31 октября 2019 г. / под общ. ред. В. А. Гутмана, Т. В. Золиной. – Астрахань : ГАОУ АО ВО «АГАСУ», 2019. – С. 281–284.

8. Бронштейн, И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗов / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – Москва : Наука, Гл. ред. физ. – мат. лит., 1986. – 544 с. – Текст : непосредственный.

Получена 23.04.2021

Т. П. МАЛЮТИНА ^a, І. П. ДАВИДЕНКО ^b
ЗАДАННЯ ПОВЕРХНІ ОБЕРТАННЯ ЕВОЛЬВЕНТИ КРУГА МЕТОДОМ
РУХОМОГО СИМПЛЕКСУ

^a ДОУ ВПО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури»,

^b ПАТ «Авдіївський завод металевих конструкцій»

Анотація. Розглядається точкове рівняння евольвенти, побудованої за відомим графічним алгоритмом методами БН-обчислення (точкове числення Балуби-Найдиша). Представлено приклад точкового задання поверхні обертання евольвенти кола, на основі методу рухомого симплекса (МПС), з твірною у вигляді евольвенти. Точкова форма обрана тому, що вона дозволяє використовувати довільний локальний двомірний симплекс, який визначає розглянуту криву незалежно від її положення в просторі. Для цього достатньо мати координати вершин симплекса. Також така форма легко реалізується за допомогою комп'ютера (наприклад, за допомогою програмного пакета *Maple*). Запропонований в цій статті метод конструювання евольвент на площинах, довільно заданих в просторі симплексом точок, може посісти гідне місце в ряді існуючих традиційних та інноваційних методів такого конструювання.

Ключові слова: точкове рівняння евольвенти, БН-числення, поверхня обертання евольвенти кола, метод рухомого симплексу.

TATYANA MALYUTINA ^a, IVAN DAVYDENKO ^b
SETTING THE ROTATION SURFACE OF THE CIRCLE EVOLVENT BY THE
MOVING SIMPLEX METHOD

^a Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture, ^b PJSC «Avdiyivsky Metal Construction Details Plant»

Abstract. We consider the point equation of the involute, constructed according to the well-known graphical algorithm by the methods of BN-calculus (point calculus of Baluba-Naidysh). An example of a point setting of the surface of rotation of an involute of a circle is presented, based on the method of a moving simplex (MPS), with a generatrix in the form of an involute. The point shape was chosen because it allows the use of an arbitrary local two-dimensional simplex that defines the curve under consideration regardless of its position in space. For this, it is sufficient to have the coordinates of the vertices of the simplex. Also, such a form is easily implemented using a computer (for example, using the *Maple* software package). The method proposed in this article for constructing involutes on planes arbitrarily given in space by a simplex of points can take a worthy place in a number of existing traditional and innovative methods of such design.

Key words: point equation of involute, BN-calculus, surface of rotation of the involute of a circle, moving simplex method.

Малютина Татьяна Петровна – кандидат технических наук, доцент кафедры специализированных информационных технологий и систем ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры». Научные интересы: развитие альтернативного геометрического аппарата рационального описания контуров геометрических тел, создание расчетных моделей различных технических форм в процессе их проектирования на основе различных методов математического аппарата БН-исчисления.

Давыденко Иван Петрович – кандидат технических наук; начальник проектного отдела ПАО «Авдеевский завод металлических конструкций». Научные интересы: развитие альтернативного геометрического аппарата построения поверхностей и создание расчетных моделей различных технических форм в процессе их проектирования на основе различных методов математического аппарата БН-исчисления, в том числе на основе метода подвижного симплекса (МПС).

Малютина Тетяна Петрівна – кандидат технічних наук, доцент кафедри спеціалізованих інформаційних технологій і систем ДООУ ВПО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури». Наукові інтереси: розвиток альтернативного геометричного апарату раціонального опису контурів геометричних тіл, створення розрахункових моделей різних технічних форм у процесі їх проектування на основі різних методів математичного апарату БН-обчислення.

Давиденко Іван Петрович – кандидат технічних наук; начальник проектного відділу ПАТ «Авдіївський завод металевих конструкцій». Наукові інтереси: розвиток альтернативного геометричного апарату побудови поверхонь і створення розрахункових моделей різноманітних технічних форм у процесі їх проектування на основі різних методів математичного апарату БН-обчислення, у тому числі на основі методу рухомого симплекса (МПС).

Malyutina Tatyana – Ph. D. (Eng.), Associate Professor, Specialized Information Technology and Systems Department, Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. Scientific interests: development of an alternative geometric apparatus for the rational description of the contours of geometric bodies, creation of computational models of various technical forms in the process of their design based on various methods of the mathematical apparatus of BN calculus.

Davydenko Ivan – Ph. D. (Eng.); Head of the Design Department of PJSC «Avdeevsky Plant of Metal Structures». Scientific interests: the development of an alternative geometric apparatus for constructing surfaces and the creation of computational models of various technical forms in the process of their design based on various methods of the mathematical apparatus of BN-calculus, including the method of moving simplex (MPS).