

Министерство образования и науки
Донецкой Народной Республики
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального
образования «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»

СТОУ

На правах рукописи

Фоменко Серафим Александрович

УДК 624.042.8

**РАЦИОНАЛЬНЫЕ СПОСОБЫ ДЕМПФИРОВАНИЯ
ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ БАЛОЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ
(НА ПРИМЕРЕ ЖЕСТКОЙ ОШИНОВКИ ОТКРЫТЫХ
РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ)**

05.23.01 – строительные конструкции, здания и сооружения

Диссертация
на соискание учёной степени
кандидата технических наук



Научный руководитель

Мушанов В.Ф.

доктор технических наук, профессор

Идентичность всех экземпляров диссертации заверяю

Ученый секретарь

специализированного диссертационного совета



Я.В. Назим

Макеевка – 2017

Содержание

ВВЕДЕНИЕ.....	5
РАЗДЕЛ 1 БАЛОЧНЫЕ КОНСТРУКЦИИ В ВЕТРОВОМ ПОТОКЕ, ВЕТРОВОЙ РЕЗОНАНС И ГАШЕНИЕ ИХ КОЛЕБАНИЙ	12
1.1 Анализ балочных конструктивных систем, эксплуатируемых в ветровом потоке. Конструктивные решения жесткой ошиновки, их параметры и особенности.....	12
1.2 Поведение конструкций жесткой ошиновки под действием ветра.....	21
1.3 Анализ существующих демпфирующих устройств и способов гашения колебаний конструкций жесткой ошиновки	29
1.4 Анализ действующей нормативной документации в области проектирования и эксплуатации конструкций жесткой ошиновки.....	36
1.5 Выводы по разделу 1. Постановка цели и задач диссертационной работы.....	38
РАЗДЕЛ 2 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НОВЫХ СПОСОБОВ ГАШЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ КОНСТРУКЦИЙ БАЛОЧНОГО ТИПА.....	41
2.1 Моделирование нелинейных колебаний системы балка - демпфирующее устройство в воздушном потоке.....	41
2.1.1 Система «балка» - «гаситель на нити» с одной массой.....	43
2.1.2 Система «балка» - «гаситель на нити» с двумя массами.....	58
2.1.3 Система «балка» - «пружинный гаситель».....	60
2.1.4 Система «балка» - гаситель в виде жесткой вставки...	62
2.2 Исследование колебаний систем «жесткая ошиновка-гаситель» при вихревом возбуждении шины с применением	

новых схем (устройств) гашения колебаний.....	76
2.3 Выводы по разделу 2.....	84
РАЗДЕЛ 3 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ РАБОТЫ БАЛОЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ (НА ПРИМЕРЕ ЖЕСТКОЙ ОШИНОВКИ) С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НОВЫХ СПОСОБОВ ГАШЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ.....	86
3.1 Приборная база для проведения испытаний.....	86
3.2 Методика проведения испытаний.....	90
3.3 Анализ результатов экспериментальных исследований.....	98
3.4 Выводы по разделу 3.....	106
РАЗДЕЛ 4 МЕТОДИКА ИНЖЕНЕРНЫХ РАСЧЕТОВ КОЛЕБАНИЙ БАЛОЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НОВЫХ СХЕМ ГАШЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ.....	107
4.1 Методика учета совместной работы конструкции жесткой ошиновки с новыми способами гашения колебаний.....	107
4.2 Методика проведения динамических испытаний ферменных конструкций балочного типа КСКЦ «Концерн СТИРОЛ».....	111
4.3 Результаты испытаний по определению динамических параметров ферменных конструкций.....	114
4.4 Применение специальных демпферов гашения колебаний ферменных конструкций балочного типа КСКЦ «Концерн СТИРОЛ».....	120
4.5 Выводы по разделу 4.....	126
ВЫВОДЫ.....	127
Литература.....	129
Приложение А	
Тарировочные испытания системы измерения механических колебаний.....	143
Приложение Б	
Определение перемещений при изгибе трубы-шины.....	148

Приложение В

Примеры определения рациональных параметров гасителей колебаний для конструкции жесткой ошиновки.....	155
--	-----

Приложение Г

Справка о внедрении результатов диссертационной работы.....	160
---	-----

Приложение Д

Справка о внедрении результатов диссертационной работы.....	162
---	-----

ВВЕДЕНИЕ

Жесткая ошиновка (ЖО) балочного типа предназначена для передачи и распределения электрической энергии между высоковольтными аппаратами в составе как открытых (ОРУ), так и закрытых распределительных устройств (ЗРУ) быстромонтируемых комплектных трансформаторных подстанций.

ОРУ с жесткой ошиновкой имеют незначительный прогиб и минимальные изоляционные габариты, поэтому занимают меньшую площадь, чем с гибкой шиной, что позволяет сократить длину контрольных и силовых кабелей, дорог, объема планировочных земляных работ, расходы на молниезащиту, в ряде случаев на заземляющие устройства и т.п.

Актуальность темы. В настоящее время достаточно остро стоят вопросы виброзащиты балочных протяженных конструкций (трубопроводы, мосты, провода, канаты большого диаметра и т.д.) при изгибных колебаниях.

Надземные магистральные трубопроводы обладают достаточно густым спектром собственных частот. Весьма низкие показатели логарифмических декрементов колебаний ($0,02 \div 0,05$) обуславливают легкую возбуждаемость автоколебаний трубопроводов при действии ветра, а также при пульсациях скорости движущегося жидкого или газообразного продукта.

Известны случаи появления повышенных вибраций висячих стальных мостов, а также их аварии, которые объяснялись в основном явлением вихреобразования и автоколебаниями. Одним из эффективных способов предотвращения и уменьшения амплитуд автоколебаний является повышение демпфирования и в этой связи применение динамических гасителей колебаний для висячих мостов представляет интерес.

Отметим, что действие ветра является основной причиной колебаний проводов, канатов и других подобных конструкций. Для проводов с большим диаметром, а также для связки проводов вероятность возникновения галопирования и амплитуда колебаний выше, чем для проводов с малым

диаметром. Известно, что колебания оттяжек мачт могут возникать из-за устойчивых периодических колебаний ствола мачты при действии ветра.

В открытых распределительных устройствах (ОРУ) напряжением 110 кВ и выше до недавнего времени в основном использовалась гибкая ошиновка, выполненная одиночными или расщепленными сталеалюминиевыми проводами. Вместе с тем еще в 30-х годах в СССР успешно применялись конструкции с жесткими трубчатыми шинами. В 50-х годах жесткая ошиновка (ЖО) была успешно внедрена в закрытые распределительные устройства (ЗРУ) напряжением 110- 220 кВ, а с 60-х годов она все шире стала использоваться в ОРУ 110 кВ, а затем в ОРУ более высоких напряжений. Сегодня в странах СНГ жесткую ошиновку массово используют при строительстве распределительных подстанций напряжением от 35 до 750 кВ, а за рубежом – до 1150 кВ. Главные преимущества жесткой ошиновки (ЖО) – это компактность, высокая заводская готовность и минимальные затраты при эксплуатации.

Одним из основных вопросов при проектировании конструкции жесткой ошиновки в ОРУ является вопрос стабилизации конструкции под действием различных динамических нагрузок. Реализация конструкций ЖО с большими пролетами труб-шин показали реальную опасность возникновения ветрового резонанса цилиндрических конструкций труб-шин (аэроупругие автоколебания). Это явление опасно тем, что при малых скоростях ветрового потока происходят интенсивные колебания трубы в вертикальной плоскости, добавляя к статическим нагрузкам существенную динамическую составляющую. Уровень ее сопоставим с нагрузками от собственного веса конструкций и может в совокупности с остальными нагрузками вызывать напряжения, близкие к предельным по 1-й группе предельных состояний. Поэтому гашение колебаний конструкций ЖО является актуальной задачей, так как эксплуатация конструкций из алюминиевых сплавов на объектах с динамическими нагрузками вообще не рекомендуется из условий обеспечения прочности и эксплуатационной надежности сооружений [21].

Степень разработанности темы исследования. В работах Э. Симиу [90], Р. Сканплана [90], Кучеренко В.А. [62, 84], Савицкого Г.А. [89], Пичугина С.Ф. [18, 83], Горохова Е.В. [10, 15-17, 18], Казакевича М.И. [39, 40], Назима Я.В. [15, 18], Кузнецова С.Г. [16], Махинько А.В. [18] исследованы процессы обтекания ветровым потоком зданий и сооружений. В работах Коренева Б.Г. [47-50], Рабиновича И.М. [47-50], Резникова И.М. [47-50], Ден-Гартога Дж. П. [23], Пановко Я.Г. [69, 70], Бабицкого В.И. [3] рассмотрены различные способы гашения колебаний протяженных конструкций. В работах Долина А.П. [30-35], Егоровой Л.Е. [30], Кулябко В.В. [73-77], Денисова Е.В. [25, 27] рассмотрены существующие и новые способы гашения колебаний конструкций ЖО, однако, как в научной, так и в нормативной литературе отсутствуют единые подходы к выбору того или иного способа или демпфирующего устройства и их рациональных параметров.

Связь работы с научными программами, планами, темами. Работа выполнена в рамках госбюджетной научно-исследовательской работы Д-2-02-11 «Разработка комплексных моделей обеспечения надежности уникальных сооружений на основании учета характерных особенностей проектирования, изготовления, монтажа и эксплуатации» (2011-2012 гг., гос. рег. №0111 U 001804), а также кафедральной темы К-2-07-11 «Усовершенствование аналитических и численных методов расчета строительных конструкций, их элементов и соединений на действие статических и динамических нагрузок с учетом влияния служебного термина и факторов эксплуатационного износа» (2011-2016 гг., гос. рег. №0111 U 008169).

Целью исследования является усовершенствование существующих и создание новых рациональных демпфирующих устройств и способов гашения изгибных колебаний балочных конструкций (на примере жесткой ошиновки открытых распределительных устройств) в ветровом потоке.

Задачи исследования:

1. Обоснование выбора существующих и новых способов гашения колебаний балочных конструкций для исследования;

2. Создание математических моделей совместной работы системы «балочная конструкция-демпфирующее устройство»;
3. Создание методики расчета основных параметров гасителя при колебаниях системы «балочная конструкция ЖО-демпфирующее устройство» в воздушном потоке;
4. Определение рациональных параметров и схемы конструкций ЖО с демпфирующими устройствами;
5. Проведение экспериментальных исследований демпфирующих устройств разных типов в лабораторных условиях и при натурных испытаниях;
6. Разработка новых рекомендаций по методике расчета основных параметров рациональных способов гашения колебаний балочных конструкций ЖО.

Объект исследования – балочные конструкции, находящиеся в ветровом потоке (в т.ч. жесткая ошиновка открытых распределительных устройств).

Предмет исследования – существующие и новые способы гашения изгибных колебаний балочных конструкций (в т.ч. жесткой ошиновки), вызванных вихревым возбуждением ветра.

Научная новизна полученных результатов состоит в следующем:

1. Впервые разработана математическая модель совместной работы системы «балочная конструкция-«гаситель на нити», учитывающая как одну, так и две установленные массы на нити;
2. Впервые для системы «ЖО-гаситель на нити» установлены основные зависимости напряженно-деформированного состояния, позволившие обосновать рациональные параметры «гасителя на нити» для гашения изгибных колебаний конструкций жесткой ошиновки;
3. Для системы «ЖО-«пружинный гаситель» установлены основные динамические характеристики, позволившие обосновать рациональные параметры «пружинного гасителя» для существенного (практически до нуля) снижения амплитуды изгибных колебаний конструкций жесткой ошиновки;
4. Данные экспериментальных натурных и лабораторных динамических испытаний совместной работы новых демпфирующих устройств и балочной

конструкции, позволившие усовершенствовать методику их расчета и проектирования.

Теоретическая и практическая значимость работы:

- предложена, теоретически и экспериментально обоснована новая конструктивная форма динамического гасителя («пружинный гаситель»), позволяющего эффективно гасить изгибные колебания балочной конструкции при установке одного или нескольких демпфирующих элементов в пролете как внутри, так и снаружи конструкции;

- теоретически и экспериментально обоснованы рациональные параметры «гасителя на нити», «гасителя в виде жесткой вставки» и «пружинного гасителя» для конструкций балочного типа;

- разработан новый способ гашения изгибных колебаний конструкций жесткой ошиновки – «гаситель на нити». Такой гаситель минимизирует затраты труда и средств, так как его настройка осуществляется без демонтажа трубы-шины как при первичной установке, так и при последующей эксплуатации;

- на основании результатов проведенных теоретических и экспериментальных исследований разработана схема гашения колебаний консольной конструкции балочного типа, расположенной над главным входом ДП КСКЦ ПАО «Концерн СТИРОЛ» г. Горловка (2013 г., экономический эффект 72,202 тыс. грн.).

- разработана инженерная методика расчета основных параметров «гасителя на нити» и «пружинного гасителя» для гашения колебаний конструкций ЖО.

Методология и методы исследования. В основу теоретических исследований положены методы строительной механики, рассмотренных на основе дифференциальных уравнений. При обработке данных динамических испытаний балочных конструкций ЖО при помощи вибрационной машины применялся метод Фурье (получение амплитудно-частотных характеристик колебаний) и t-критерий Стьюдента (статистическая обработка данных).

Положения, выносимые на защиту:

1. Математические модели совместной работы системы «балочная конструкция-гаситель» новых способов гашения колебаний конструкций;
2. Рациональные параметры новых способов гашения колебаний ЖО;
3. Результаты теоретических исследований и экспериментальные данные динамических испытаний совместной работы балочных конструкций (в т.ч. ЖО) и новых демпфирующих устройств;
4. Методика расчета основных параметров новых гасителей для гашения колебаний конструкций ЖО.

Степень достоверности результатов подтверждается: результатами экспериментальных исследований, выполненных с применением современных методов, приборов и оборудования в лабораторных и в производственных условиях; адекватностью математической модели работы балочной конструкции ЖО с гасителями колебаний в резонансном режиме; соответствием результатов эксперимента теоретическим предпосылкам.

Апробация результатов. Основные положения диссертационной работы доложены на: Международной научно-практической конференции «Строительство-2011» (Россия, Ростов-на-Дону, 2011 г.); семинаре преподавателей вузов «Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки» в рамках Международной олимпиады по теоретической механике (Беларусь, Гомель, 2014 г.) XVIII Международной межвузовской научно-практической конференции студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых «Строительство – формирование среды жизнедеятельности» (Россия, Москва, 2015 г.); V, IX-X, XII-XIII Международных конференциях студентов, аспирантов и молодых ученых «Здания и сооружения с применением новых материалов и технологий» (Украина, г. Макеевка, 2006, 2010-2011, 2013-2014 гг.); I Международном строительном форуме «Строительство и архитектура-2017» (ДНР, г. Макеевка, 2017 г.); конференции «Энергоэффективность и устойчивое развитие в гражданском строительстве» (SPbEES-2017, Санкт-Петербург, Российская Федерация, 29-30 августа 2017 г.).

В полном объеме законченная диссертационная работа докладывалась на расширенном заседании кафедры теоретической и прикладной механики государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры» (октябрь 2017 г.).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 12 печатных работ, отражающих ее основное содержание, в том числе: 6 статей в специализированных научных изданиях (5 публикаций – в специализированных научных изданиях, рекомендованных МОН Украины, 1 – в рецензируемых научных изданиях, утвержденных перечнем ВАК МОН ДНР), 2 – в других изданиях, 4 доклада на международных научно-технических конференциях.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех разделов, выводов, списка литературы из 124 наименований и 5 приложений.

Общий объем работы 163 страницы, в том числе: 110 страниц основного текста, 18 полных страницы с рисунками и таблицами, 14 страниц списка литературы, 21 страница приложений.

РАЗДЕЛ 1

БАЛОЧНЫЕ КОНСТРУКЦИИ В ВЕТРОВОМ ПОТОКЕ, ВЕТРОВОЙ РЕЗОНАНС И ГАШЕНИЕ ИХ КОЛЕБАНИЙ

1.1 Анализ балочных конструктивных систем, эксплуатируемых в ветровом потоке. Конструктивные решения жесткой ошиновки, их параметры и особенности

Балочные конструкции широко используются при строительстве зданий, мостов, путепроводов, эстакад и прочих сооружений. Наибольшее количество строящихся **мостов** является балочными.

Строительство современных мостов с длинными пролетами требует особого внимания к ветровым нагрузкам и аэроупругим колебаниям пролетных строений.

К настоящему времени известно немало случаев неблагоприятного воздействия ветровых нагрузок на мостовые конструкции. К примеру, в декабре 2006 г. произошло обрушение строящегося моста через реку Западная Двина на юго-западном обходе Витебска. Во время надвижки под действием ветра развились колебания, которые привели к полному разрушению конструкции. В мае 2010 г. в Волгограде произошел инцидент с мостом через Волгу: при скорости ветра около 16 м/с возникли волнообразные колебания пролетов моста, размах которых достигал почти одного метра.

Причины аэроупругих колебаний мостовых сооружений в ветровом потоке следующие:

- порывы ветра;
- периодические аэродинамические силы, обусловленные срывом вихрей Кармана;
- отрицательное аэродинамическое демпфирование, приводящее к автоколебаниям;
- аэродинамическая связь между изгибной и крутильной формами деформацией;
- периодические изменения параметров системы.

Задачи аэромеханики ограничиваются определением стационарных аэродинамических сил лобового сопротивления, характеризующих основной вид статической ветровой нагрузки на мостовые конструкции на основе соответствующих нормативных документов.

Несмотря на большое количество исследований, механизм возбуждения аэроупругих колебаний плохообтекаемых тел, какими являются металлические мостовые конструкции, весьма сложен и все еще недостаточно изучен. Многообразие форм возбуждаемых колебаний мостовых строений порождается наличием разных форм поперечных сечений пролетов и структур течения в их окрестности.

Для достоверных расчетов ветровых нагрузок и предотвращения аэроупругих колебаний пролетных строений необходимы исследования аэродинамических характеристик (АДХ) как конкретных проектируемых мостов, так и типовых сечений пролетных строений (как правило, балочного типа).

Надземные трубопроводы, как показывают наблюдения, под влиянием ветра могут испытывать колебания, частота которых равна обычно частоте основного тона свободных колебаний. Колебания происходят не только вдоль, но и поперек ветрового потока, при этом амплитуда колебаний поперек потока больше, чем амплитуда колебаний вдоль потока. Если частота возмущающих усилий находится в области частоты собственных колебаний системы трубопровода, то трубопровод подвергается резонансной вибрации со значительными амплитудами колебаний, тем большими, чем больше возмущающие усилия и меньше силы затухания системы.

Максимальные значения динамических коэффициентов, а, следовательно, и амплитуды колебания при наличии затухания будут при частотах возмущающих сил несколько ниже частоты собственных колебаний системы.

Колебания **провода** происходят относительно некоторого начального прогиба (провисания), вызванного действием гравитации и ветрового потока.

Колебания **проводов** большого диаметра разделяют на три условные группы. Одну из них образуют эоловы вибрации, которые возбуждаются в натянутых проводах ветровым потоком [109].

Эоловы вибрации обычно наблюдаются при относительно слабом ветре и отсутствии на проводах обледенения (гололёда) с образованием стоячих волн, главным образом в окрестности вертикальной плоскости с частотами примерно от 5 до 100 Гц. Скорость ветра при возникновении вибрации может колебаться от 0,5-0,8 до 3-8 м/с. Колебания возбуждаются из-за срыва воздушного потока за проводом в виде вихревых дорожек [109].

Другим видом колебаний являются колебания проводов расщеплённых фаз, вызываемые действием аэродинамического следа. Такие колебания часто называются субколебаниями.

Третью группу представляют низкочастотные колебания с большой амплитудой и большой длиной волны. Такое явление называется пляской проводов (галопированием), которая возникает при сочетании устойчивого ветра с обледенением (гололёдо-изморозевым отложением или гололёдом) при скоростях ветра 5-20 м/с и направлении чаще под углом 30-70° к оси линии. Гололёд обычно откладывается с наветренной стороны провода. Если гололёдное отложение имеет несимметричную форму относительно оси провода, то поворот провода приводит к изменению подъемной силы, а это может стать причиной флаттерных колебаний провода в вертикальной плоскости [109].

Галопированию подвержены гибкие конструкции с элементами, имеющими плохобтекаемые поперечные сечения (башни, мачты, монументы с квадратным прямоугольным и ромбовидным сечением), покрытые льдом провода антенно-мачтовых систем и линий электропередачи, а также конструкции опор ЛЭП из уголков и швеллеров. Колебания такого типа определяются формой и расположением тела относительно потока, его изгибной и крутильной жесткостями и, наконец, величиной конструкционного демпфирования [50].

Как правило, **элементы строительных конструкций**, имеющих значительные поперечные размеры и собственную массу необходимо

рассматривать в виде континуальных систем на основе уточненной теории изгибных колебаний [24], в которой учтены поперечные сдвиги и инерция поворота сечений. Кроме этого, влияние затухания [19], в том числе и касательного, на развитие амплитуд колебаний в области резонанса также может быть существенным. В отдельных случаях нельзя пренебрегать и действием продольных сил.

Конструкция жесткой ошиновки в электросетевом строительстве получила широкое распространение во многих странах [27, 30-35, 116]. Например, в Великобритании, Германии, Японии, США, Канаде по типовым проектам построены и успешно эксплуатируются открытые распределительные устройства (ОРУ) напряжением 110-500 кВ. В США и Канаде ОРУ 765 кВ выполняются только с жесткими шинами. В последние годы в России в ОРУ напряжением 110 кВ и выше рядом с гибкой ошиновкой все шире также используются конструкции с жесткими шинами. Опыт внедрения конструкций ЖО в Украине начинается с 30-х годов прошлого столетия. В середине 50-х годов появились проекты закрытых распределительных устройств (ЗРУ), а также ОРУ 110 кВ и 220 кВ с жесткими сборными шинами из алюминиевых сплавов и однорядной установкой выключателей. В 1957 году введено к эксплуатации ЗРУ 150 кВ Каховской ГЭС, сборные шины которой изготовлены из медных труб [32].

До 80-х годов жесткая ошиновка ОРУ 110 кВ, разработанная институтом «Энергосетьпроект» и его филиалами, изготавливалась в мастерских электромонтажных организаций; позднее, как правило, на заводах ВПО «Союзэлектросетьизоляция». Эти решения использовались при сооружении ОРУ 220 кВ и 500 кВ с жесткими шинами. Кроме того, элементы жесткой ошиновки нашли применение в ОРУ 330 кВ и 500 кВ с подвесными разъединителями (проекты института «Атомтеплоэлектропроект») [33].

В последние годы ЗАО «Завод электротехнического оборудования» (ЗАО «ЗЭТО»), ЗАО «КЭС-ЭнергоСтройИнжиниринг», ЗАО «КТП-Урал» и другие организации занимаются разработкой и внедрением ЖО в российских ОРУ напряжением 110 – 500 кВ (рисунок 1.1) [30].



Рисунок 1.1 – Современные открытые распределительные устройства с жесткой ошиновкой (ЗАО «ЗЭТО») в России

Следует отметить, что ряд шинных конструкций во многом основан на разработках 60–80-х годов прошлого столетия. Современные конструкции ЖО проектируют, используя наилучшие отечественные и зарубежные решения, а также существует практика использования новых оригинальных подходов.

В 2009 в Киевской области (Украина) закончено строительство подстанции «Киевская», напряжением 750 кВ. Подобный класс напряжения является наивысшим на сегодняшний день в Украине. Конструкции реализованы в виде ЖО. Токопроводящие шины выполнены из труб алюминиевого сплава 1915 наружным диаметром 220 мм и толщиной стенки 4 мм. Максимальный пролет однопролетных шин на ПС «Киевская» составляет 17 м (рисунок 1.2) [123].



Рисунок 1.2 – Конструкции жесткой ошиновки ПС «Киевская»

Принципиальная схема конструкции жесткой ошиновки ОРУ представлена на рисунке 1.3.

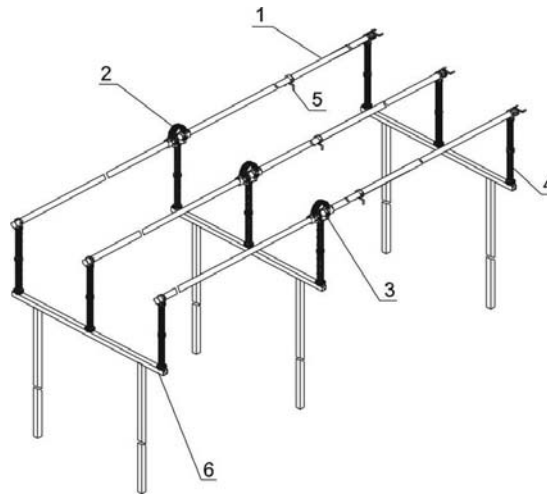


Рисунок 1.3 – Принципиальная схема конструкции ЖО:

*1 – трубчатая шина; 2 – токовый компенсатор; 3 – шинодержатель;
4 – опорный изолятор; 5 – замок; 6 – опорная рама.*

Основу конструкции ЖО составляют шины поз. 1 (рисунке 1.3). Шины ЖО соединяют функции электрического проводника и несущей строительной конструкции. Соединения шин между собой осуществляют с помощью токовых компенсаторов поз. 2. Токовые компенсаторы обеспечивают высокое качество электрического соединения и исполняют роль экранов, устраняя возможность развития коронных разрядов и радиопомех. Шины опираются на изоляторы поз. 4 с помощью специального шинодержателя поз. 3. Конструкцию шинодержателя, который жестко связан с изолятором, выполняют в нескольких вариантах: с фиксированным креплением шины; со свободным креплением шины; с комбинированным способом крепления шины. Такая конструкция позволяет компенсировать возможные продольные деформации шины при воздействиях перепада температур. Опорные изоляторы могут быть как фарфорового, так и полимерного выполнения. Параметры изолятора определяются условиями утечки тока и его прочностью при действии ветровых и электродинамических нагрузок при коротком замыкании. Изоляторы устанавливаются на опорную раму поз. 6, которую, как правило, выполняют из стальных конструкций, закрепленных на железобетонном фундаменте [116].

Профили шин должны обладать технологичностью изготовления, необходимыми характеристиками для сопротивления изгибу как в вертикальной,

так и в горизонтальной плоскости. Шины должны быть удобными в монтаже, обеспечивать хороший отвод тепла, низкий уровень радиопомех и пр [85]. Применяемые сегодня профили шин представлены на рисунке 1.4.

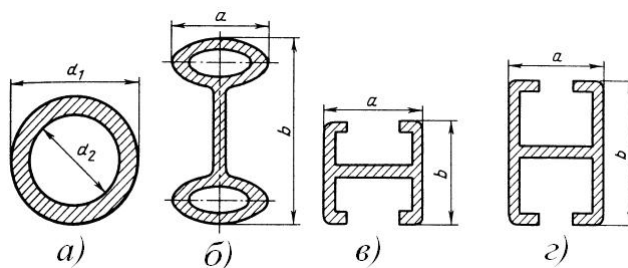


Рисунок 1.4 – Основные применяемые профили шин:

- а) круглая труба; б) сдвоенный эллиптический профиль;
в), г) профиль «двойное Т».*

Наибольшее распространение в ОРУ 110 кВ и выше получили шины из круглых труб (рисунок 1.4, а). В редких случаях шины имеют другие формы. Например, в Германии предложены шины сдвоенного эллиптического профиля (рисунок 1.4, б). В США, Германии и Швейцарии использовались профили «двойное Т» (рисунок 1.4, в, г). В некоторых странах в качестве профилей шин применялись швеллера. Шины с плоскими поверхностями удобны при выполнении болтовых соединений, однако по условиям короны их применение в ОРУ напряжением выше 220 кВ нецелесообразно [32, 33].

В отечественной практике нашли применение профили шин в виде круглых труб. По известным данным максимальный наружный диаметр труб-шин сегодня в Украине составляет 220 мм. В Западной Европе применяются трубы диаметром до 350 мм, а в Японии – до 500 мм. Максимальная длина трубчатых профилей из алюминиевых сплавов определяется технологией производства полуфабрикатов и составляет от 4 м до 30 м. В тех случаях, когда трубы поставляют относительно короткими отрезками, их соединяют с помощью сварки. В редких случаях соединение труб осуществляется с помощью специальных болтовых соединений.

В зависимости от класса напряжения и условий размещения ОРУ, применяемые в них шины имеют различные конструктивные исполнения: балочные, ферменные, рамные и пр. В Англии, США и других странах в

ОРУ 400 кВ и выше используются шины в виде пространственных ферм, жестко связанных трубчатыми распорками. Длина пролета таких шин-ферм достигает 30 м.

Оригинальная конструкция жестких шин для типового проекта ОРУ 500 кВ разработана в конце 70-х годов в энергосистеме TVA (управление долины Теннесси) [33]. Конструкция шины имеет вид пространственной фермы квадратного поперечного сечения со стороной около 600 мм, состоящей из четырех продольных труб с внешним диаметром 38 мм. Продольные трубы связаны круглыми поперечными и диагональными стержнями внешним диаметром 19 мм (рисунок 1.5). Трубы и стержни выполнены из алюминиевого сплава 6061-T6. Длина пролета фермы 29 м. Пролет состоит из нескольких секций, максимальная длина которых по условиям транспортировки составляет 11,6 м.

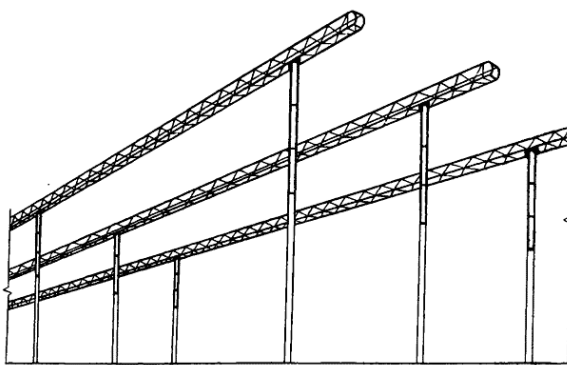


Рисунок 1.5 – Общий вид ОРУ 500 кВ энергосистемы TVA (США)

В Великобритании была применена конструкция ЖО в виде П-образной рамы (рисунок 1.6). Рама имеет решетчатую сварную конструкцию. Горизонтальная часть рамы поз. 5 (рисунок 1.6) – трехгранная. Ширина основания 760 мм, высота у начала вертикальной стойки поз. 6 также 760 мм. Вертикальные стойки рамы выполнены из четырех основных труб наружным диаметром 63,5 мм и решетки из труб диаметром 32 мм. Для облегчения изготовления сварных узлов в вершинах стоек установлены трубы диаметром 127x102 мм. Трубы, литые элементы и пластины изготовлены из алюминиевого сплава H30WP, шарнирные опорные болты, гайки и другие детали – из нержавеющей стали. Общие очертания рамы и ее концевые участки закруглены для уменьшения коронирования.

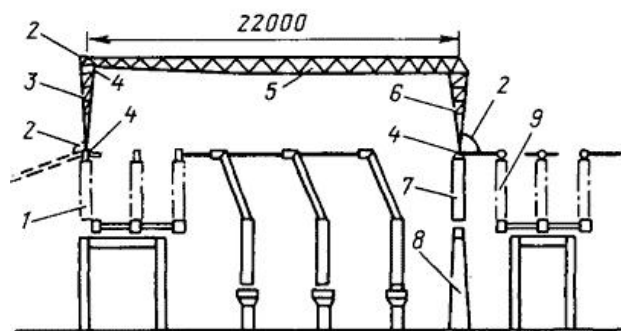


Рисунок 1.6 – Фрагмент ОРУ 400 кВ (Великобритания)

с токоведущей П-образной рамой для ошиновки верхнего яруса:

1, 7 – изоляторы; 2 – гибкие алюминиевые провода; 3, 6 – вертикальные стойки; 4 – шарнир; 5 – горизонтальная трехгранная часть рамы; 8 – железобетонная конструкция; 9 – разъединитель.

Интересные конструктивные решения жесткой ошиновки использованы в ОРУ с напряжением 220 кВ (рисунок 1.7) и 380 кВ на подстанциях в окрестностях Рима в Италии.

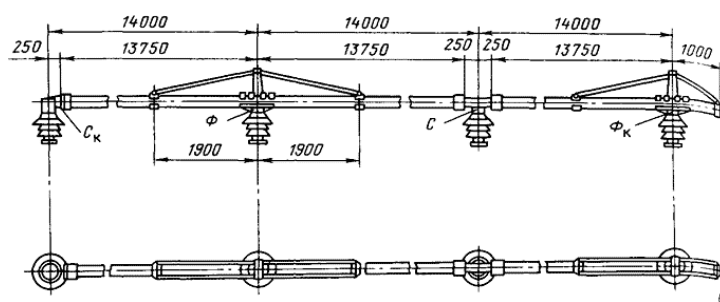


Рисунок 1.7 – Конструкция сборных шин ОРУ 220 кВ в Италии

Схемы электрических соединений в представленной ОРУ (рисунок 1.7) – две системы сборных шин с одним выключателем на цепь. Сборные шины – трубчатые, диаметром 150х140 мм, изготовлены из алюминиевого сплава. Длина пролета шины (равная шагу ячейки) в ОРУ 220 кВ принята 14 м, в ОРУ 380 кВ – 21 м. Расстояние между фазами соответственно 3,5 м и 5 м [33]. В данной конструкции для уменьшения длины пролета шины, применяются жесткие подвесы. Такая неразрезная схема балки позволяет существенно уменьшить изгибающие моменты и прогибы шины, что влияет на расход материалов.

В отечественной практике применялись составные шины из труб двух разных диаметров. Средняя часть пролета изготовлена из трубы меньшего

диаметра, которая свободно входит в трубы большего диаметра, жестко закрепленные на опорных изоляторах. За счет облегчения средней части пролета обеспечиваются уменьшению прогиба и расход цветного металла. Свободное перемещение трубы средней части пролета позволяет компенсировать не только температурные деформации шин, но и погрешности установки шинных конструкций. Электрическое соединение составных шин осуществляется с помощью гибких проводов.

В настоящее время комплекты жесткой ошиновки 110-750 кВ успешно эксплуатируются на энергообъектах: в Украине – НЭК «Укрэнерго»; в России – МЭС «Центра», МЭС «Северозапада», МРСК «Центра»; ОАО «Башкирэнерго». Конструкция жесткой ошиновки в данных объектах представляет собой систему жестких шин трубчатого сечения (балочного типа), изготовленных из алюминиевого сплава 1915 Т (допускается применение из другого алюминиевого сплава).

1.2 Поведение конструкций жесткой ошиновки под действием ветра

Развитие теории динамики сооружений отражено преимущественно в трудах советских ученых, среди которых работы Болотина В.В. [86], Бабакова И.М. [2], Бидермана В.Л. [6], Писаренко Г.С. [81], Сорокина Е.С. [94], Коренева Б.Г. [47, 48], Крылова А.Н. и др. Также следует выделить отдельно крупные монографии Гогенемзера К., Прагера В. [11], Клафа Р., Пензиена Дж. [44], Смирнова А.Ф. [91, 92] и др., появившиеся в середине XX, содержащие непосредственные рекомендации к составлению дифференциальных уравнений движения для «сложных» моделей, позволяющих учесть при динамическом анализе множество условий взаимодействия составляющих элементов модели, взаимовлияние сооружения и внешней среды.

Динамические нагрузки на здания и сооружения рассматриваются в работах Коренева Б.Г. [49-50], Кулябко В.В. [54-61], Баженова В.А. [4], Киселева В.А. [42, 43], Сорокина Е.С. [94], Николаенко Н.А., Назарова Ю.П. [68], Шевченко Ф.Л. [106-108].

Особенности действия динамических нагрузок и способы снижения колебаний строительных конструкций при их воздействии рассматривались в работах [2, 13, 17, 19, 24, 41, 67, 86, 112, 118, 119, 120, 121, 124].

Экспериментальными и теоретическими исследованиями в области обтекания ветровым потоком зданий и сооружений занимался целый ряд отечественных и зарубежных ученых. Необходимо отметить работы Э. Симиу, Р. Сканплана [90], Кучеренко В.А. [62, 84], Савицкого Г.А. [89], Коренева Б.Г., Рабиновича И.М. [47, 48, 50], Горохова Е.В., Казакевича М.И., Назима Я.В. [15], Кузнецова С.Г. [16]. Основы учения о движении потока жидкости и газа были заложены в работах Л. Эйлера, Д. Бернулли, Луи Навье, Дж.Г. Стокса. Явление перехода ламинарного течения в турбулентное исследовано О. Рейнольдсом.

Изучением явлений в теории пограничного слоя занимался Л. Прандтль. Т. Карману принадлежит открытие и математическое описание процесса появления вихревого следа за цилиндрическими объектами при определенных числах Рейнольдса.

В исследование ветрового воздействия и работу сооружений на ветровую нагрузку большой вклад внесли Г.А. Савицкий [89], С.Ф. Пичугин [83], А.В. Махинько [18].

Нагрузки, действующие на конструкции, как известно, подразделяются на статические и динамические. Такое же деление согласно [41] справедливо и для ветровой нагрузки. На рисунке 1.8 схематически показано ее воздействие и возникающие при этом различные физические явления.

При взаимодействии гибких сооружений с ветровым потоком возможно возникновение различных явлений аэродинамической неустойчивости, типичными представителями которых являются вихревое возбуждение сооружений цилиндрической формы, галопирование плохо обтекаемых конструкций с квадратным, прямоугольным или ромбовидным сечением и др.

Ветровые нагрузки [20] могут возбуждать колебания шины, обусловленные вихревым следом. При числах Рейнольдса $Re = Vd/\nu > 5$ (V – скорость ветра, м/с; d – диаметр шины, м; ν – кинематическая вязкость воздуха, $\text{м}^2/\text{с}$) круглая

цилиндрическая шина представляет плохо обтекаемое тело. За шиной образуются два вихря. При увеличении Re вихри вытягиваются по течению, а затем (при $Re \geq 40$) периодически отрываются от шины, причем направление сбегających вихрей попеременно меняется. Возникает вихревая дорожка Кармана (рисунок 1.9).

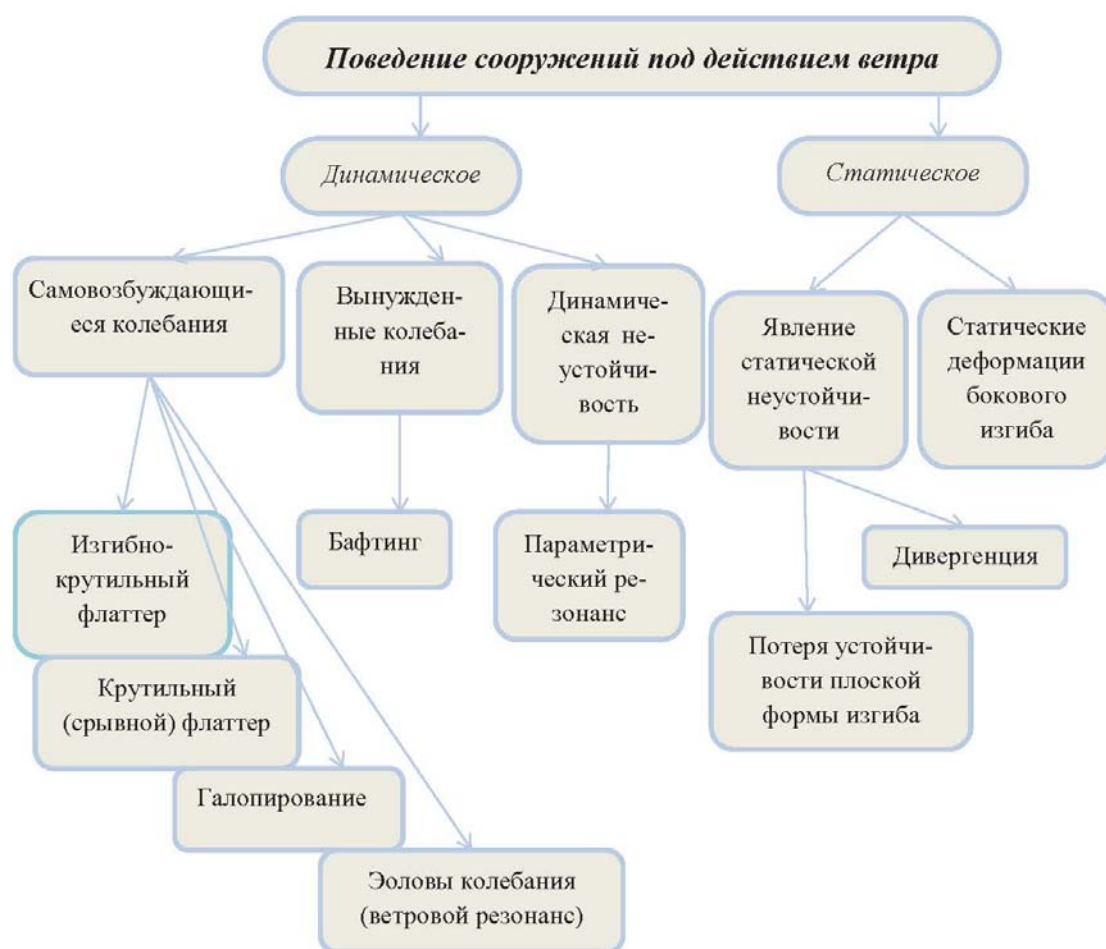


Рисунок 1.8 – Физические явления, возникающие при действии ветра

Частота срыва вихрей f_B характеризуется числом Струхала (приведенной частотой):

$$Sh = \frac{f_B d}{V}. \quad (1.1)$$

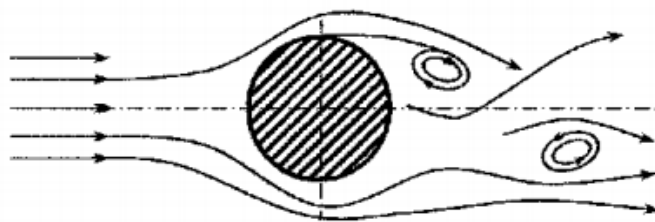


Рисунок 1.9 – Вихревая дорожка

В диапазоне $40 < Re < 5 \cdot 10^3$ число Струхала примерно составляет [33]:

$$Sh = 0,195 \left(1 - \frac{20,1}{Re} \right). \quad (1.2)$$

При числе Рейнольдса Re от 10^3 до критической величины $Re_{кр} \approx 2 \cdot 10^5$ число Струхала становится практически постоянным, и для неподвижного цилиндра составляет $Sh \approx 0,2$. При критическом числе Рейнольдса $Re_{кр}$ наблюдается переход устойчивого ламинарного потока в турбулентный. При $Re > Re_{кр}$ число Струхала оказывается функцией числа Рейнольдса [33].

В результате отделения вихрей на шину действуют периодические силы q_x и q_y вдоль и поперек потока (рисунок 1.3). Сила лобового сопротивления содержит две составляющие: постоянную q_{x0} и переменную Δq_x :

$$q_x = q_{x0} + \Delta q_x. \quad (1.3)$$

Частота изменения силы Δq_x в 2 раза больше частоты изменения q_y .

Воздействие периодических сил на упругие системы (например, жесткую ошиновку) особенно заметно при совпадении частоты собственных колебаний конструкции с частотой отрыва вихрей, т.е. при резонансе. Ветровые резонансные колебания (а точнее – вихревые возбуждения) поперек воздушного потока возникают при частоте $f_{By} = f_y = ShV/d$, а вдоль потока $f_{Bx} = f_x = ShV/d$. Здесь f_{Bx} и f_{By} – частоты срыва вихрей при резонансных колебаниях в плоскостях yOz и xOz (рисунок 1.10); f_y , f_x – частоты собственных колебаний конструкции в соответствующих плоскостях, Гц.

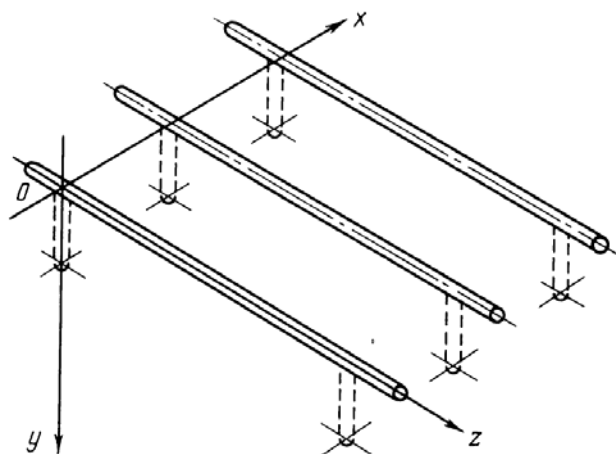


Рисунок 1.10 – Система координат, принятая
в расчетах шинных конструкций при ветровых нагрузках

Опыт эксплуатации жесткой ошиновки показывает, что при относительно небольших (несколько метров в секунду) скоростях ветра могут возбуждаться поперечные (по оси y) резонансные колебания. В ряде случаев они продолжаются в течение нескольких часов. Следует отметить, что продольные колебания ошиновки не наблюдались.

Скорость ветра, при которой наступает резонанс поперечных колебаний:

$$V_{p,ny} = \frac{d}{Sh} f_y, \quad (1.4)$$

а ожидаемых продольных (вдоль потока) колебаний:

$$V_{p,nx} = \frac{d}{2Sh} f_x. \quad (1.5)$$

При резонансных колебаниях наблюдается синхронизация отрыва вихрей с частотой колебаний. При этом увеличение скорости выше резонансных значений $V_{p,ni}$ (индекс i означает ось x или y) не сопровождается мгновенным прекращением резонансных явлений [33, 111, 113, 117]. Резонанс прекращается при скорости ветра, значительно превышающей $V_{p,ni}$. Таким образом, ветровой резонанс шин наблюдается не при одной фиксированной скорости, а в диапазоне скоростей $V_{p,ni} \leq V \leq V_{p,ki}$, где индексами «р.н» и «р.к» отмечены скорости начала и конца резонансных колебаний. Протяженность резонансной зоны можно примерно оценить (для круглой шины) как $V_{p,ki} = 1,3 V_{p,ni}$ [33].

Если ветер направлен под углом φ к оси шины, то основной параметр вихревого следа – число Струхала – приближенно можно характеризовать нормальной составляющей вектора скорости [33, 117]:

$$Sh = Sh \sin \varphi = \frac{fd}{V}, \quad (1.6)$$

где $Sh \approx 0,2$.

Наибольшие нагрузки при ветровом резонансе возникают при угле $\varphi = \pi/2$. Они определяются по формуле:

$$q_i = \frac{1}{2} \rho_B c_i d V_{pi}^2, \quad (1.7)$$

где c_i – безразмерный коэффициент силы.

Коэффициенты подъемной силы c_y и лобового сопротивления c_x периодически изменяются. При этом коэффициент c_x имеет две составляющие: постоянную c_{x0} и переменную Δc_x (отвечающие двум составляющим нагрузки q_{x0} и Δq_x).

В резонансных областях изменения коэффициентов лобового сопротивления приближенно отвечают гармоническому закону:

$$c_y = c_{y0} \cos p_y t, \quad \Delta c_x = \Delta c_{x0} \cos p_x t, \quad (1.8)$$

где c_{y0} , Δc_{x0} – амплитуды периодических коэффициентов аэродинамических нагрузок; p_y , p_x – угловые частоты колебаний шинной конструкции по оси y и x , рад/с ($p_i = 2\pi f_i$).

При резонансных колебаниях значения безразмерных коэффициентов c_i (следовательно, аэродинамических нагрузок q_i) оказываются связанными с амплитудой колебания. Так, амплитуду коэффициента подъемной силы для жесткого цилиндра при поперечных колебаниях в потоке представляем в виде:

$$c_{y0} = c_y + \gamma_1 y_{*0} + \gamma_2 y_{*0}^3 + \gamma_3 y_{*0}^5, \quad (1.9)$$

где c_y – коэффициент подъемной силы неподвижного цилиндра (шины), равный 0,8 при $Re < Re_{кр}$ и 0,2 при $Re > Re_{кр}$; $y_{*0} = y_0/d$ – отношение амплитуды колебания шины к ее диаметру; γ_j ($j = 1, 2, 3$) – коэффициенты, примерно равные $\gamma_1 = 0,17$; $\gamma_2 = 1$ и $\gamma_3 = -0,7$ [33].

В докризисном режиме $Re < Re_{кр}$ амплитуда коэффициента подъемной силы лежит в пределах 0,8-1,3. Максимальное значение c_{y0} наступает при относительной амплитуде колебаний $y_{*0} = y_0/d$ около 0,95.

Амплитудные значения переменной составляющей коэффициента лобового сопротивления в зоне отрыва вихрей примерно равны амплитуде коэффициента подъемной силы, т.е. $\Delta c_{x0} \approx c_{y0}$. Постоянная составляющая коэффициента лобового сопротивления для круглой цилиндрической шины также зависит от амплитуды колебания:

$$c_{x0} = c_x + 0,7 y_{*0}, \quad (1.10)$$

где c_x – коэффициент аэродинамической нагрузки q_x , зависящий от числа Рейнольдса (рисунок 1.11).

Колебания шины поперек (или вдоль потока), обусловленные срывом вихрей, можно трактовать как автоколебания в системе с запаздыванием. Если принять расчетную схему шинной конструкции, как и раньше, в виде системы с одной степенью свободы, движение ошиновки, например, при поперечных автоколебаниях будут описываться уравнением:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + 2h_y \frac{\partial y}{\partial t} + \Omega_y^2 y = \frac{q_0(y_0, t)l}{m}, \quad (1.11)$$

где y и y_0 – текущее значение и амплитуда прогибов конструкции, м; h_y – коэффициент затухания, с^{-1} ; Ω_y – угловая частота собственных колебаний (без учета рассеяния энергии) в плоскости yOz (рисунок 1.10).

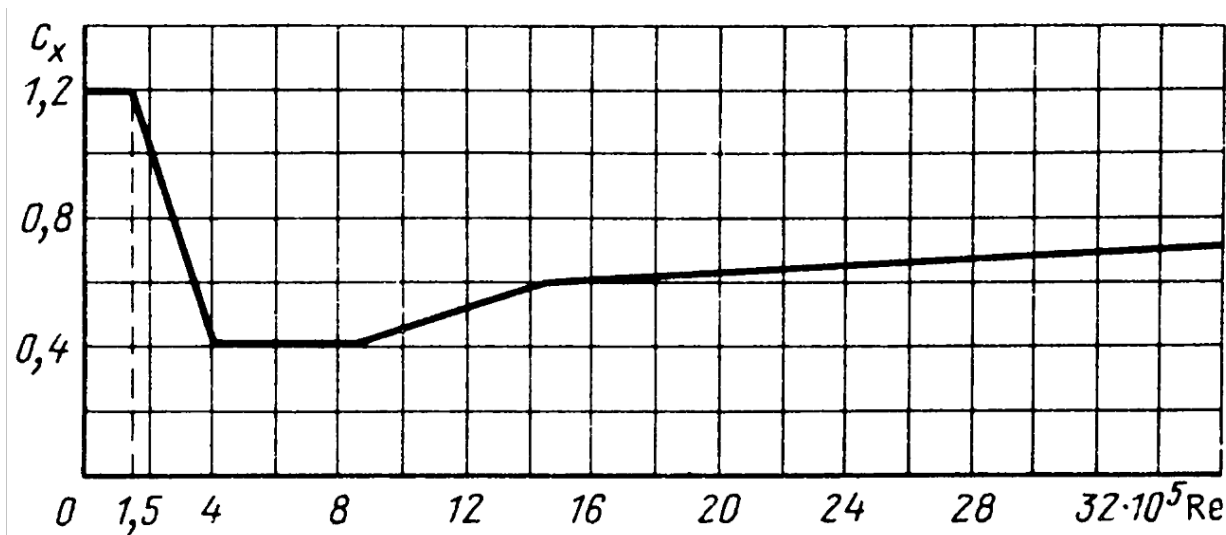


Рисунок 1.11 – Нормативный коэффициент лобового сопротивления круглого цилиндра

Частоты Ω_i и p_i связаны соотношением:

$$p_i = \sqrt{\Omega_i^2 - h_i^2}.$$

В инженерных расчетах шинных конструкций можно принять $p_i \approx \Omega_i$.

Обобщенная нагрузка в правой части уравнения (1.11) пропорциональна наибольшей распределенной нагрузке q_y , умноженной на длину пролета. При этом не учитывается неравномерность распределения аэродинамических нагрузок вдоль шины при резонансных колебаниях, обусловленная зависимостью нагрузки от амплитуды прогиба. Поэтому решения уравнения (1.11) позволяют оценить прогибы ошиновки с некоторым запасом.

При вихревом возбуждении, т.е. при совпадении частоты собственных колебаний, например, f_y и частоты отрыва вихрей f_{By} , амплитуда колебаний в результате решения уравнения (1.11) определяется соотношением:

$$y_0 \approx \frac{q_{y0}(y_0) l \Omega_y}{2G_y h_y} = \frac{\pi q_{y0}(y_0) l}{G_y \delta_y}, \quad (1.12)$$

где G_y – жесткость ошиновки при колебаниях по оси y ; $\delta_y = h_y/f_y$ – логарифмический декремент колебаний.

Фаза сдвига между нагрузкой q_y и прогибом конструкции y близка к $\pi/2$. Подставляя (1.7), а затем (1.4) в (1.11), при наименьшей резонансной скорости ветра получаем

$$y_0 = c_{yO}(y_0) \frac{\pi \rho_B V^2 d l}{2G_y \delta_y} = c_{yO}(y_0) \frac{\pi \rho_B d l f_y^2}{2G_y \delta_y Sh^2}, \quad (1.13)$$

Амплитуда поперечных колебаний определяется в результате решения трансцендентного уравнения (1.13). Так как при резонансных колебаниях коэффициент подъемной силы c_{yO} не превышает значения 1,3, а также учитывая, что число Струхали $Sh \approx 0,2$, следует ожидать:

$$y_0 \leq 51 \frac{\rho_B d^3 l f_y^2}{G_y \delta_y}. \quad (1.14)$$

Аналогично получим, что амплитуда продольных колебаний остается ниже:

$$\Delta x_0 \leq 12,8 \frac{\rho_B d^3 l f_x^2}{G_x \delta_x}. \quad (1.15)$$

Как правило, жесткость опор много больше (в некоторых случаях на порядок) жесткости шин. Поэтому G_x незначительно меньше жесткости G_y , а первая (основная) частота собственных колебаний конструкции f_x близка к частоте f_y . Вместе с тем логарифмический декремент колебаний вдоль потока δ_x в 2-3 раза выше, чем декремент δ_y .

Таким образом, в соответствии с (1.14) и (1.15) ожидаемая амплитуда продольных колебаний Δx_0 примерно на порядок меньше амплитуды поперечных колебаний y_0 , обусловленных вихревым следом. Для синхронизации отрывов

вихрей с вибрациями шины необходима достаточно большая амплитуда (до 0,1 диаметра шины [33]), поэтому продольные ветровые резонансы жестких шин не наблюдались [33].

1.3 Анализ существующих демпфирующих устройств и способов гашения колебаний конструкций ЖО

Основными известными методами предотвращения вихревого возбуждения колебаний (ветрового резонанса) являются:

- использование схем с небольшими пролетами;
- укладка внутрь трубы стержней или тросов;
- использование специальных демпфирующих устройств;
- применение конструкционного демпфирования – поглощение энергии колебаний некоторыми узлами конструкции, например, использование шинодержателей специальной конструкции.

Одним из наиболее известных на практике способов гашения колебаний трубы-шины является способ укладки внутрь трубы одного или нескольких канатов или стержней. Такой способ гашения колебаний, например, использован в конструкциях ЖО ПС «Киевская», где в трубу-шину укладывались четыре свободно лежащих каната AC500/27 (рисунок 1.12).



Рисунок 1.12 – Укладка внутрь трубы

нескольких канатов с целью гашения ее возможных колебаний

Очевидно, что наличие в трубе-шине канатов или стержней приводит к увеличению ее погонной массы. Увеличение погонной массы шины влечет за собой снижение значений спектра частот ее собственных колебаний, что, возможно, приводит к отстранению нижних частот спектра от резонансной

области частот срыва с трубы вихрей Кармана. Виброударный эффект гашения колебаний, связанный с соударениями канатов о стенки трубы, для такого демпфирующего устройства начнется при значениях ускорений сечений трубы-шины, которые существенно превышают ускорение свободного падения $g=9.8 \text{ м/с}^2$. Некоторое рассеивание энергии колебаний также возможно за счет появления сил трения канатов между собой и стенкой трубы.

Применение данного решения при гашении колебаний имеет ряд недостатков:

- существенное увеличение погонной массы шины, что требует при проектировании увеличения ее поперечного сечения из условий прочности и жесткости;
- возникновение виброударного эффекта гашения колебаний, как правило, при существенных амплитудах колебаний трубы;
- незначительное рассеивание энергии за счет трения.

Одним из разновидностей способа укладки внутрь трубы одного или нескольких канатов является схема представленная на рисунке 1.13 [72]. Данная схема предполагает укладку внутрь жесткой трубчатой шины поз. 1 с крышкой поз. 2 гибких элементов поз. 4, которые с определенным интервалом опираются на некоторые жесткие элементы поз. 3.

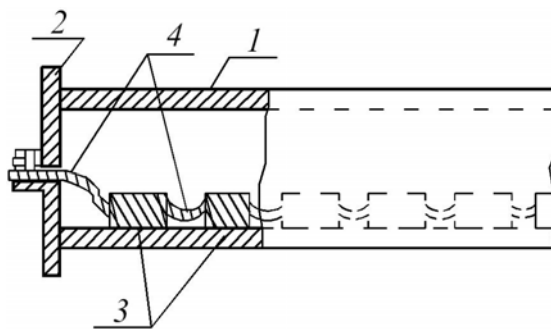


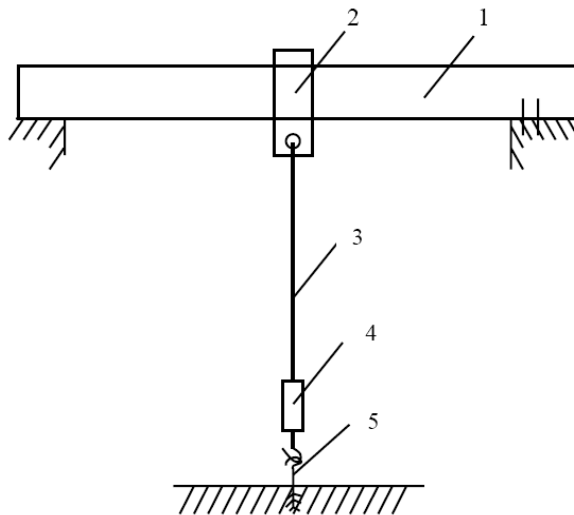
Рисунок 1.13 – Устройство для передачи и распределения электроэнергии:

1 – шина; 2 – крышка; 3 – жесткие элементы; 4 – гибкие элементы.

Эффект рассеяния энергии колебаний достигается за счет трения гибких элементов о жесткие внутри шины. Также за счет разной амплитуды колебаний жесткой трубчатой шины в разных точках вдоль ее оси происходит

разновременное соударение отдельных жестких элементов с ее внутренней поверхностью [72] при появлении виброударного эффекта.

Известный способ гашения колебаний с использованием демпфирующего узла с оттяжкой [77], предполагает закрепление упругой односторонней связи, например, нити из диэлектрика, к некоторому сечению трубы (по возможности, ближе к середине её пролета) (рисунок 1.14).



*Рисунок 1.14 – Принципиальная схема гашения колебаний
при помощи оттяжки и демпфирующего узла:*

1 – шина; 2 – хомут; 3 – струна; 4 – демпфирующий узел; 5 – анкер.

Демпфирующий узел может быть расположен как с одной стороны, так с двух сторон оттяжки, которая может располагаться под любым углом к оси трубы. Эффект гашения или недопущения колебаний достигается за счет:

- изменения динамической модели шины за счет введения дополнительной опоры одностороннего действия. Введение оттяжки существенно изменяет спектр частот собственных колебаний шины, отстраняя его от резонансной области частот срыва с трубы вихрей Кармана [29, 122];

- рассеивания энергии колебаний системы в специальном демпфирующем узле.

В качестве недостатков данного способа гашения колебаний можно отметить: возможное появление коронных разрядов в месте крепления хомута на шине при больших напряжениях; проблемы изоляции оттяжки при ее наматывании

или обледенении; возможное ограничение свободного пространства под конструкциями ЖО, что в ряде случаев является неприемлемым.

Гашения изгибных колебаний основного тона ЖО возможно с использованием пластинчато-балочного виброударного динамического гасителя колебаний (ДГК) (рисунок 1.15) [75]. Принцип действия такого гасителя состоит в передаче энергии колебаний от основной конструкции к ДГК. При определенных параметрах закрепленного на трубе – шине ДГК возможно добиться эффекта, при котором будут происходить только колебания ДГК, а шина будет оставаться в покое. Процесс подбора таких параметров называется настройкой ДГК и выполняется, как правило, в натурных условиях [123].

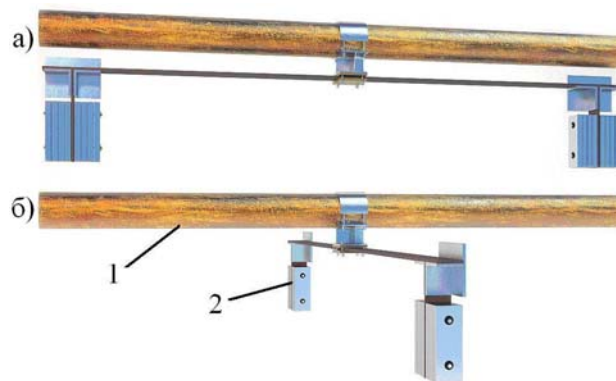


Рисунок 1.15 – Конструкция пластинчато-балочного виброударного ДГК:

а) расположение ДГК вдоль шины; б) расположение ДГК поперек шины;

1 - шина; 2 –ДГК.

К недостаткам данного метода гашения колебаний можно отнести: возможное появление короны в элементах ДГК при высоких напряжениях в шинах; возможность повреждений шины при соударении с ДГК в процессе колебаний.

Аэродинамический способ гашения изгибных колебаний трубы-шины [73], состоит в навивке (по рекомендациям, например, справочника [29]), но без жесткого крепления между концевыми сечениями, гибкого провода с диаметром на порядок меньше, чем диаметр сечения шины (рисунок 1.16). Гибкие конструкции на шине закрепляют только на торцах с расчетным начальным натяжением и возможностью их относительного сдвига относительно поверхности трубы по направляющим при изгибных колебаниях трубы.



Рисунок 1.16 – Аэродинамический способ гашения изгибных колебаний шины:

1 – шина; 2 – гибкий провод.

В этом случае ветровой поток обтекает трубчатую конструкцию с гибкой навивкой почти без образования опасных для ветрового резонанса вихрей Кармана. Также вследствие появления сил трения между трубой и гибкой навивкой происходит рассеивание энергии колебаний, что отражается на величине логарифмического декремента колебаний. Эффективность данного способа гашения колебаний в конструкциях ЖО не имеет на сегодняшний день экспериментального подтверждения [123].

Рассеивание энергии колебаний за счет сил поверхностного трения реализовано в [76]. Этот способ предполагает присоединение к конструкции некоторой легкой протяженной конструкции с фрикционным контактом по внешней или внутренней поверхности (рисунок 1.17).



Рисунок 1.17 – Схема конструкций гасителей в виде жесткой вставки:

а) при помощи внутренней конструкции; б) с промежуточной прокладкой между гасителем и шиной; в) внешние накладки.

К трубе–шине присоединяется дополнительная упруго-демпфирующая конструкция гасителя, которая специально организованными контактными поверхностями, например, с применением съемных элементов из материалов типа фторопласта, связана с шиной. При колебаниях дополнительно присоединенная упруго-демпфирующая конструкция через контактные поверхности включается в работу и несколько смещается относительно основной конструкции в продольном

направлении. В зонах контакта энергия колебаний всей системы поглощается за счет сил сухого трения в съемных фрикционных элементах.

Одним из основных недостатков такого метода является технологическая сложность установки демпфирующих конструкций и их последующее обслуживание.

Одним из относительно новых, но не исследованных в достаточной степени, способов гашения изгибных колебаний конструкций жесткой ошиновки является струнный демпфер или «гаситель на нити» [74, 115]. Внутри в средней части трубы, устанавливается демпфирующая насадка малой жесткости на струне с зазорами к поверхности трубы (рисунок 1.18). На торцах трубы струна крепится с помощью упруго–демпфирующих подкладок.

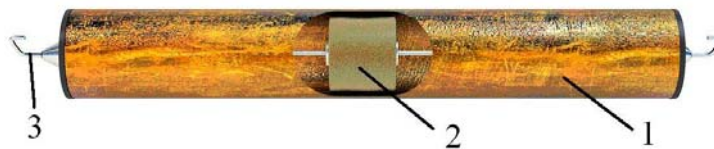


Рисунок 1.18 – Конструкция струнного демпфера изгибных колебаний:

1 – труба-шина; 2 – демпфирующая насадка; 3 – струна.

При ветровом резонансе труба ударяется об «условно неподвижный» демпфер и колебания гасятся за счет диссипативных свойств материалов насадки и струны [74]. Эффективность гашения колебаний и реализации данного способа в трубах ЖО экспериментально на сегодняшний день не доказана.

Еще одним известным способом гашения изгибных колебаний труб является вибропоглощающий трубопровод [71]. Вибропоглощающий трубопровод содержит концентрично расположенные внутреннюю (поз. 1) и внешнюю (поз. 2) трубы, которые имеют жесткое соединение по всей длине при помощи разделяющего их вязкоупругого материала (поз. 4) (рисунок 1.19).

При изгибе в слое вибропоглощающего вязкоупругого материала, помещенного между ребрами, возникают интенсивные деформации сдвига, которые обуславливают эффект вибропоглощения за счет диссипации сдвиговой колебательной энергии в вязкоупругом слое.

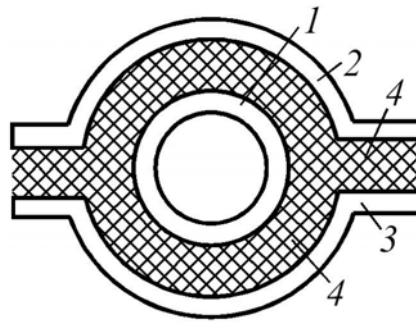


Рисунок 1.19 – Вибропоглощающий трубопровод:

1 – внешняя труба; 2 – внутренняя труба;

3 – продольные ребра; 4 – вязкоупругий материал.

Реализация схемы гашения в виде «вибропоглощающий трубопровод» возможна также в несколько измененной форме с привлечением дополнительного рассеивания энергии колебаний за счет трения вязкоупругого материала по специально созданным поверхностям сдвига (рисунок 1.20) [78].

Покрытие для демпфирования вибраций трубы содержит предназначенный для соединения с трубой (поз. 1) слой вязкоупругого материала (поз. 2) и армирующий последний слой жесткого при растяжении материала (поз. 3), например, металлическую фольгу. В жестком поверхностном слое выполнены прорезы (поз. 4), расположенные под углом к продольной оси трубы.

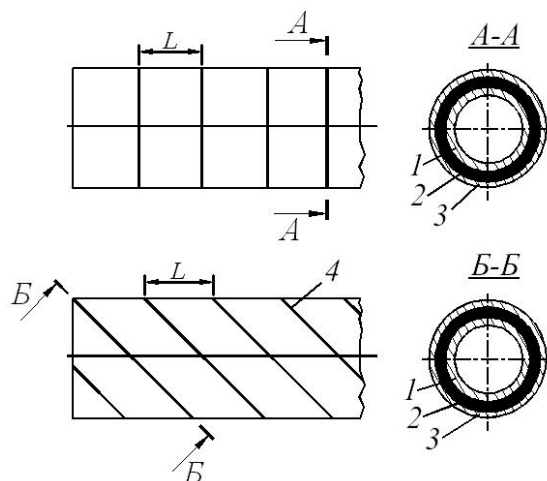


Рисунок 1.20 – Покрытие для демпфирования вибраций труб:

1 – труба; 2 – вязкоупругий слой; 3 – жесткий поверхностный слой.

Применение последних способов гашения колебаний, связанных с нанесением на трубу-шину вязкоупругих материалов, сопряжено с рядом трудностей: технологического характера, связанного с нанесением данных

покрытий; эксплуатационного характера, связанного с нагревом шин при токах короткого замыкания и пр.

Современные тенденции развития методов гашения колебаний конструкций ЖО в большей степени ориентированы на перенос демпфирующего элемента или гасителя внутрь токоведущей трубы. Так, например, известны работы в этом направлении компании ООО НТЦ «ЭДС» г. Москва, имеющей большой опыт эксплуатации, проектирования, сервисного обслуживания и диагностики электрооборудования. Данной фирмой в настоящее время внедрено в производство демпфирующее устройство типа «бабочка» (патент на полезную модель №100859). Демпфирующее устройство (рисунок 1.21) представляет собой трос с грузом на концах, который подвешивают к шине снизу, перевешивают через нее сверху, либо устанавливают внутри трубы-шины.

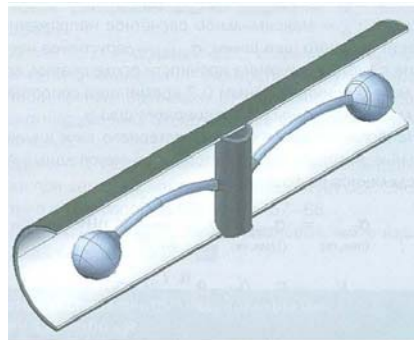


Рисунок 1.21 – Демпфирующее устройство типа «бабочка»

Экспериментально полученное значение логарифмического декремента колебаний для демпфера типа «бабочка» составило 0,346 [35].

1.4 Анализ действующей нормативной документации в области проектирования и эксплуатации конструкций жесткой ошиновки

Конструкции жесткой ошиновки проектируются и эксплуатируются согласно отраслевых стандартов СОУ (Украина) [95, 96] и СТО (Россия) [97, 98], RUS Bulletin (США) [116], Eurocode (Европа) [117].

Отечественные и зарубежные нормы [93, 96, 97, 98, 116, 117] утверждают, что устойчивые (стабилизированные) ветровые резонансные колебания шин не наступают, если наибольший прогиб шин при периодическом срыве воздушных вихрей с резонансной частотой $y_{p,max}$ не достигает допустимых значений $y_{p,don}$, т.е.

$$y_{p,\max} \leq y_{p,\text{дон}} \cdot \quad (1.16)$$

Сравнительный анализ формул различных нормативных документов проведем в табличной форме (таблица 1).

Таблица 1 – Определение наибольшего прогиба шины при периодическом срыве воздушных вихрей в различных нормативных документах

Нормативный документ	Формула
СОУ 40.132385941- 39:2011 (Украина)	$y_{p,\max} \approx 1,08 \frac{\rho_v D^3}{m \delta_y},$ <p>где ρ_v – плотность воздуха, кг/м³, которую определяют при средней зимней температуре. Если температура неизвестна ρ_v допускается принимать 1,35 кг/м³;</p> <p>D – внешний диаметр шины, м;</p> <p>m – масса шины на единицу длины, кг/м;</p> <p>δ_y – логарифмический декремент колебаний при колебании шины в вертикальной плоскости.</p>
СТО 56947007- 29.060.10.006- 2008 (Россия)	$y_{p,\max} = \frac{c_{y0} \cdot \rho_v \cdot D^3 \cdot r_{1y}^4 \cdot k_2^2}{m \cdot B \cdot \delta_y},$ <p>где c_{y0} - коэффициент аэродинамических нагрузок (коэффициент подъемной силы), который рекомендуется принять равным 0,8;</p> <p>ρ_v - плотность воздуха, кг/м³;</p> <p>D - внешний диаметр шины, м;</p> <p>r_{1y} - параметр первой частоты собственных колебаний шины (в вертикальной плоскости);</p> <p>k_2 - коэффициент верхней границы резонансной скорости ветра, значение коэффициента k_2 составляет 1,0 – 1,3;</p> <p>m - масса шины на единицу длины, кг/м;</p> <p>B - коэффициент пропорциональный жесткости шины;</p> <p>δ_y - логарифмический декремент затухания при колебании шины в вертикальной плоскости.</p>

Продолжение таблицы 1

RUS Bulletin 1724E-300 (США)	Вибрации будут происходить практически во всех диапазонах шины независимо от материала проводника, диаметра или длины. При пролетах более 6 метров (20 футов), должны быть рассмотрены способы гашения колебаний шины (п.4.11.2.10).
Eurocode 1: Actions on Structures – General Actions – Part 1-4: Wind Actions (Европа)	$y_{F,max} = \frac{1}{St^2} \cdot \frac{1}{Sc} \cdot b \cdot K \cdot K_w \cdot c_{lat},$ <p>где b – внешний диаметр шины, м; St - число Струхала, $St = 0,18$ – для цилиндра; Sc - число Скрутона, $Sc = \frac{2 \cdot \delta_s \cdot m_{i,e}}{\rho \cdot b^2}$; K_w - коэффициент эффективной длины корреляции; K - коэффициент формы колебаний; c_{lat} - коэффициент поперечной силы.</p>

Успешная отстройка от резонансных колебаний в критериальной форме отвечает неравенству

$$y'_{p,max} \leq y'_{p,don} \cdot \quad (1.17)$$

где $y'_{p,max} = y_{p,max} / D$ - относительный максимальный расчетный прогиб шины при резонансных ветровых колебаниях, м;

D - внешний диаметр шины, м;

$y'_{p,don} = y_{p,don} / D$ - относительный допустимый прогиб шины при вихревых возбуждениях, равный 0,02 для шин диаметром 250 мм и больше; 0,04 - для шин диаметром 90-150 мм.

Если условие (1.16) не выполняется, тогда необходимо использование специальных устройств для гашения резонансных колебаний трубы-шины.

1.5 Выводы по разделу 1. Постановка цели и задач диссертационной работы

1. Проблема уменьшения уровня колебаний конструкций во многих случаях связана с необходимостью повышения жесткости и снижения материалоемкости

конструкций, однако не менее важны и такие аспекты проблемы, как выполнение технологических требований, предъявляемых условиями эксплуатации, и защита людей от вредного действия вибраций.

2. Часто влияние демпфирования на динамическое поведение колеблющихся систем незначительно и им можно пренебречь. Например, влияние небольшого демпфирования на динамическое поведение системы при действии возмущающей силы на небольшом промежутке времени, очевидно, не будет значительным. Кроме того, демпфирование играет незначительную роль при установившемся динамическом поведении системы и при действии на нее возмущающей силы в виде периодической функции, когда частота возмущающей функции не близка к частоте резонанса. Однако при периодическом возмущении с частотой собственных колебаний или близкой к ней демпфирование приобретает первостепенное значение и должно учитываться.

3. Многие существующие и новые способы гашения колебаний конструкций ЖО требуют экспериментальных и теоретических исследований, а также некоторые из них ограничены в применении по электрическим нормам.

4. В нормативных документах по проектированию ЖО отсутствуют четкие рекомендации по расчетам параметров демпфирующих устройств для конструкций ЖО, а также их применению для разных параметров трубы-шины, в частности, балочного типа.

На основании проведенного критического анализа сформулируем цель и задачи настоящей работы.

Целью исследования является усовершенствование существующих и создание новых рациональных демпфирующих устройств и способов гашения изгибных колебаний балочных конструкций (на примере жесткой ошиновки открытых распределительных устройств) в ветровом потоке.

Задачи исследования:

1. Обоснование выбора существующих и новых способов гашения колебаний балочных конструкций для исследования;

2. Создание математических моделей совместной работы системы «балочная конструкция-демпфирующее устройство»;
3. Создание методики расчета основных параметров гасителя при колебаниях системы «балочная конструкция ЖО-демпфирующее устройство» в воздушном потоке;
4. Определение рациональных параметров и схемы конструкций ЖО с демпфирующими устройствами;
5. Проведение экспериментальных исследований демпфирующих устройств разных типов в лабораторных условиях и при натурных испытаниях;
6. Разработка новых рекомендаций по методике расчета основных параметров рациональных способов гашения колебаний балочных конструкций ЖО.

Результаты исследований автора по настоящему разделу опубликованы в работах [27, 100, 101].

РАЗДЕЛ 2

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НОВЫХ СПОСОБОВ ГАШЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ КОНСТРУКЦИЙ БАЛОЧНОГО ТИПА

2.1 Моделирование нелинейных колебаний системы балка - демпфирующее устройство в воздушном потоке

В соответствии с современными инженерными представлениями любой физический процесс или явление может быть представлен в виде некоторой упрощенной модели (схемы), принципы действия которой достаточно близко отражают характеристики реального процесса или явления. Так, при моделировании процесса колебания упругих систем, как правило, используются модели, содержащие конечное или бесконечное количество степеней свободы.

Будем рассматривать стержневую конструкцию на упругих опорах, внутри которой установлено демпфирующее устройство, что вызывает продольные усилия в ней. Величина как линейной, так и угловой жесткости опорных связей должна соответствовать принципу эквивалентности перемещений упругой связи. На основании принципа суперпозиции действия сил, а, как следствие, и суперпозиции перемещений от различных нагрузок, при упругой постановке задачи для определения величины жесткости опорных связей достаточно вычислить перемещение узла исходной схемы под действием единичной обобщенной силы, приложенной в узле, по направлению этой силы (обобщенное перемещение). В качестве динамической нагрузки рассмотрим вибромашину (гармонический закон $P = P \sin \theta t$), установленную сверху на конструкцию и вызывающую её колебания в вертикальной плоскости. Для анализа рассматривается процесс свободных колебаний системы по окончании действия возмущающей силы.

Известно [69, 70, 99], что к системе, как с конечным, так и бесконечным количеством динамических степеней свободы, может быть применен метод разложения колебаний по формам. При этом каждая форма характеризуется своим собственным значением частоты ω_i и фазы θ_i собственных колебаний,

коэффициентом формы μ_i – выражающим отношение амплитуды колебаний i -того порядка к амплитуде колебаний 1-го порядка. Порядковые номера форм колебаний выстраиваются по принципу увеличения частоты колебаний.

В данной работе рассмотрены следующие рациональные способы гашения колебаний конструкций жесткой ошиновки:

1) «Гаситель на нити» с одной массой (рисунок 2.1);

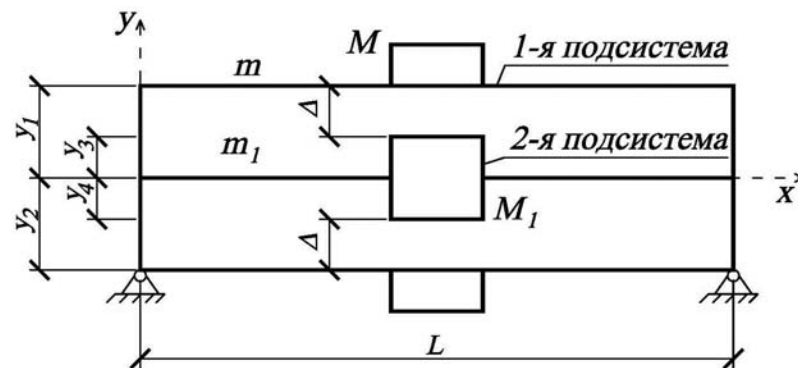


Рисунок 2.1 – Схема совместной работы «гасителя на нити» с трубой-шиной:
 y_1, y_2 – координаты перемещений верхних и нижних точек трубы-шины; y_3, y_4 – координаты перемещений верхних и нижних точек гасителя; t – погонная масса трубы; t_1 – погонная масса нити; M_1 – масса гасителя; Δ – зазор между массой и стенкой трубы.

2) «Гаситель на нити» с двумя массами (рисунок 2.2);

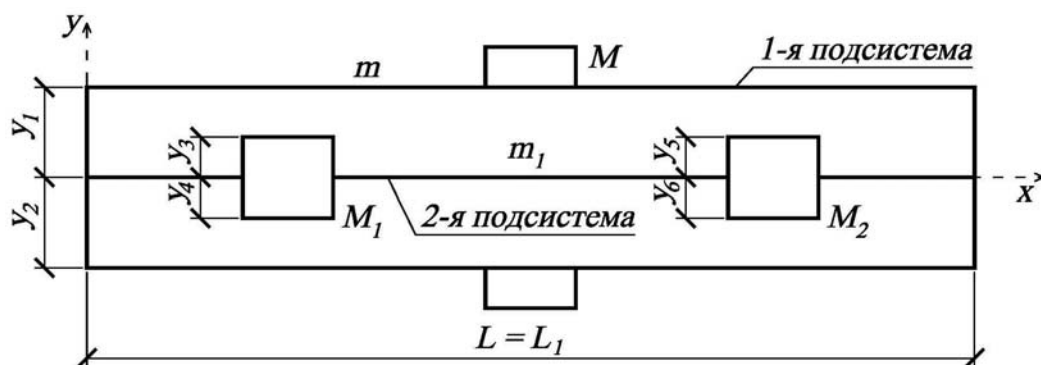


Рисунок 2.2 – Схема совместной работы
 «гасителя на нити» с двумя массами с трубой-шиной:

y_1, y_2 – координаты перемещений верхних и нижних точек трубы-шины; y_3, y_4, y_5, y_6 – координаты перемещений верхних и нижних точек гасителя; t – погонная масса трубы; t_1 – погонная масса нити; M – масса установленной вибромашины; M_1, M_2 – масса гасителя.

3) «Пружинный гаситель» (рисунок 2.3);

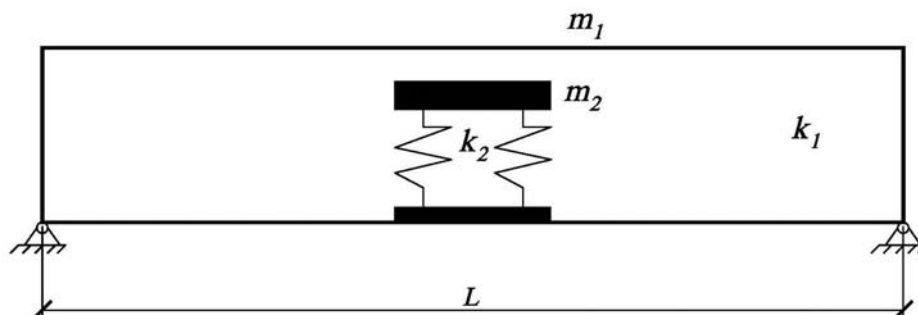


Рисунок 2.3 – Схема совместной работы «пружинного гасителя» и трубы:

m_1, m_2 – массы трубы и гасителя; k_1, k_2 – жесткости трубы и гасителя.

4) Гаситель в виде жесткой вставки (рисунок 2.4).

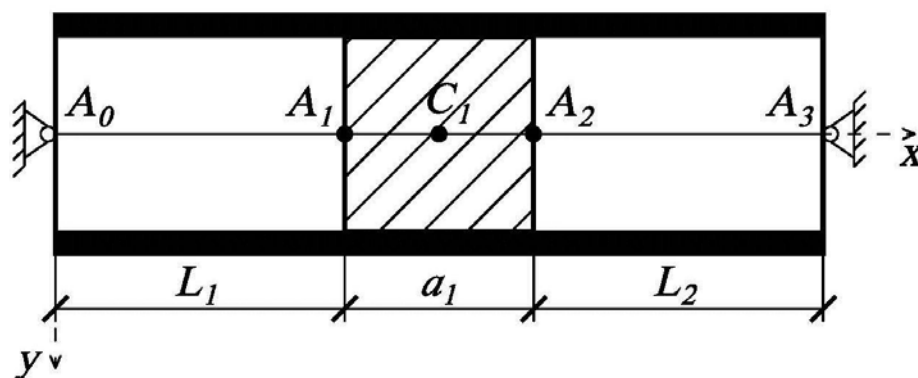


Рисунок 2.4 – Схема совместной работы гасителя в виде жесткой вставки и трубы-шины: L_1, L_2 – длина части трубы-шины; a_1 – длина жесткой вставки.

2.1.1 Система «балка» - «гаситель на нити» с одной массой

Рассмотрим свободные затухающие поперечные колебания стержня круглого сечения с погонной массой m (например, трубы-шины), изгибной жесткостью EI , нагруженного продольной силой T , на упругих опорах (рисунок 2.5).

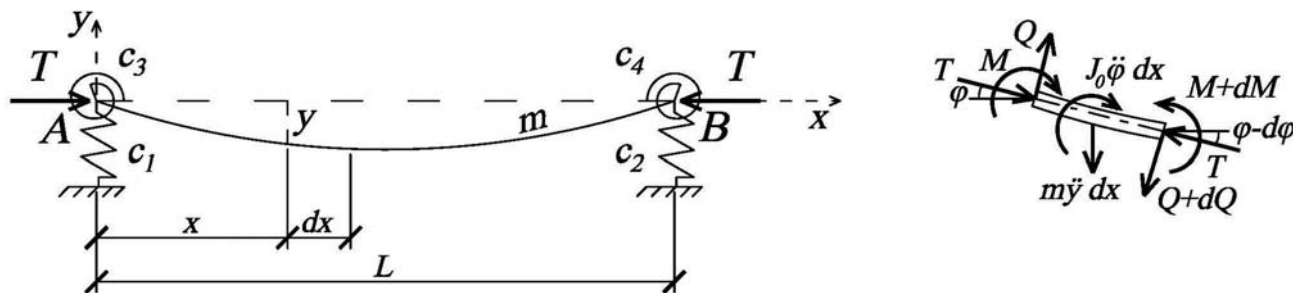


Рисунок 2.5 – Схема колебаний стержня с распределенной массой на упругих опорах

Известно, что наиболее точным описанием процесса поперечных колебаний является дифференциальное уравнение, в котором учтены силы инерции поворота ($J_0 \ddot{\phi} \cdot dx$) и сдвига поперечных сечений [99, 105, 106]:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - mi^2 \left(1 + \frac{kE}{G} \right) \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{i^2 km^2}{FG} \frac{\partial^4 y}{\partial t^4} + T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial y}{\partial t} = 0, \quad (2.1)$$

где m, I, F, E, G, i, k – соответственно погонная масса стержня, момент инерции поперечного сечения, площадь поперечного сечения, модуль упругости, модуль сдвига, радиус инерции поперечного сечения и коэффициент неравномерности распределения касательных напряжений по сечению определяемый по формуле:

$$k = \frac{F}{I^2} \int_F \left(\frac{S_x^{omc}}{b} \right)^2 dF. \quad (2.2)$$

В формуле (2.1) и (2.2) все геометрические характеристики вычисляются относительно главной центральной оси, перпендикулярной к плоскости колебаний.

Вводя обозначения:

$$a^2 = \frac{EI}{m}, \quad b^2 = i^2 \left(1 + \frac{kE}{G} \right), \quad c^2 = i^2 \frac{km}{FG}, \quad d^2 = \frac{T}{m}, \quad \varepsilon = \frac{\beta}{2m}, \quad (2.3)$$

перепишем уравнение (2.1) в виде

$$a^2 Y_{xxxx} + Y_{tt} - b^2 Y_{xxtt} + c^2 Y_{tttt} + d^2 Y_{xx} + 2\varepsilon Y_t = 0.$$

Согласно методу Фурье [104], решение может быть получено в виде $Y = Y(x) \cdot \sin \omega t = e^{nx} \cdot \sin \omega t$. Дифференцируя функцию, получим

$$y^{IV} + \frac{b^2 \omega^2 + d^2}{a^2} y'' + \frac{c^2 \omega^4 - \omega^2}{a^2} y = 0$$

Характеристическое уравнение имеет вид:

$$n^4 + \frac{b^2 \omega^2 + d^2}{a^2} n^2 + \frac{c^2 \omega^4 - \omega^2}{a^2} = 0, \quad (2.4)$$

где $\omega = \sqrt{\omega_d^2 + \varepsilon^2}$ – частота собственных колебаний стержня без учета затухания.

Решением данного биквадратного уравнения является совокупность:

$$\left[\begin{aligned} n_{1,2} &= \pm \sqrt{\frac{-(b^2 \omega^2 + d^2) - \sqrt{(b^4 - 4a^2 c^2) \omega^4 + (4a^2 + 2b^2 d^2) \omega^2 + d^4}}{2a^2}} = \pm iK, \\ n_{3,4} &= \pm \sqrt{\frac{-(b^2 \omega^2 + d^2) + \sqrt{(b^4 - 4a^2 c^2) \omega^4 + (4a^2 + 2b^2 d^2) \omega^2 + d^4}}{2a^2}} = \pm k. \end{aligned} \right. \quad (2.5)$$

где k и K – волновые числа (рациональные положительные). Волновые числа k и K являются функциями частоты при известной продольной силе и функциями продольной силы при известной частоте. Определим частотный диапазон, для которого запись (2.5) справедлива. Введем обозначение:

$$p(\omega) = (b^4 - 4a^2 c^2) \omega^4 + (4a^2 + 2b^2 d^2) \omega^2 + d^4.$$

Численные исследования функции $p(\omega)$ при различных значениях жесткостных, геометрических и др. параметров стержня показали, что область значений функции определяется выражением $p(\omega) \geq 0$, причем $p(\omega) = 0$ при $\omega = 0$ и $d = 0$. Следовательно, выражение $\sqrt{(b^4 - 4a^2 c^2) \omega^4 + (4a^2 + 2b^2 d^2) \omega^2 + d^4}$ существует и является числом рациональным.

Введем обозначения

$$\eta = \frac{-(d^2 + b^2 \omega^2) + \sqrt{(b^4 - 4a^2 c^2) \omega^4 + (4a^2 + 2b^2 d^2) \omega^2 + d^4}}{2a^2}$$

$$\mu = \frac{(d^2 + b^2 \omega^2) + \sqrt{(b^4 - 4a^2 c^2) \omega^4 + (4a^2 + 2b^2 d^2) \omega^2 + d^4}}{2a^2}$$

Найдем область частот ω , в которой выполняется равенство $\text{sign}(\eta) = \text{sign}(\mu)$. Для этого необходимо $\mu \cdot \eta \geq 0$. Применяя теорему Виета к характеристическому уравнению (2.4), получим $\mu \cdot \eta = \frac{c^2 \omega^4 - \omega^2}{a^2}$, тогда $c^2 \omega^4 - \omega^2 \geq 0$, откуда $\omega \leq \frac{1}{c}$.

Следовательно, запись (2.5) и последующие выводы справедливы при частотах $\omega < \omega_{кр}$, где

$$\omega_{кр} = \frac{1}{c} = \sqrt{\frac{FG}{i^2 km}} = \frac{1}{i} \sqrt{\frac{G}{k\rho}}, \quad (2.6)$$

ρ – плотность материала стержня. Таким образом, $\omega_{кр}$ обратно пропорциональна радиусу инерции сечения. Как видим, полученная зависимость справедлива для

колебаний стержня без учета затухания [26], так и с учетом затухания.

Далее будем рассматривать решение уравнения (2.1) в области частот $\omega < \omega_{кр}^I$. Тогда функция прогибов примет вид:

$$y(x, t) = e^{-\varepsilon t} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} (C_{1n} \cdot e^{k_n x} + C_{2n} \cdot e^{-k_n x} + C_{3n} \cdot e^{iK_n x} + C_{4n} \cdot e^{-iK_n x}) \cdot e^{i\omega_{dn} t}$$

или через новые постоянные интегрирования

$$y(x, t) = e^{-\varepsilon t} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n \cdot ch k_n x + B_n \cdot sh k_n x + C_n \cdot \cos K_n x + D_n \cdot \sin K_n x \right) \cdot \sin(\omega_{dn} t + \mu_n) \quad (2.7)$$

Выразим постоянные интегрирования через начальные параметры. Для этого продифференцируем уравнение изогнутой оси стержня:

$$y(x) = Achkx + Bshkx + C \cos Kx + D \sin Kx,$$

$$y'(x) = k(Ashkx + Bchkx) + K(-C \sin Kx + D \cos Kx),$$

$$M(x) = EI y''(x) = EI k^2 (Achkx + Bshkx) - EI K^2 (C \cos Kx + D \sin Kx),$$

$$Q(x) = EI k^3 (Ashkx + Bchkx) + EI K^3 (C \sin Kx - D \cos Kx).$$

Из начальных условий $y(0) = y_0$, $y'(0) = y'_0$, $M(0) = M_0$, $Q(0) = P_0$ получим систему уравнений:

$$\begin{cases} A + C = y_0, \\ Bk + DK = y'_0, \\ k^2 EIA - K^2 EIC = M_0, \\ k^3 EIB - K^3 EID = P_0. \end{cases}$$

Отсюда находим постоянные интегрирования через начальные параметры:

$$\begin{aligned} A &= \frac{y_0 K^2 + \frac{M_0}{EI}}{k^2 + K^2}, & B &= \frac{y'_0 \frac{K^2}{k} + \frac{P_0}{kEI}}{k^2 + K^2}, \\ C &= \frac{y_0 k^2 - \frac{M_0}{EI}}{k^2 + K^2}, & D &= \frac{y'_0 \frac{k^2}{K} - \frac{P_0}{KEI}}{k^2 + K^2}. \end{aligned}$$

Подставляя эти постоянные, получим уравнение деформированной оси стержня в виде:

$$y(x) = y_0 \frac{K^2 chkx + k^2 \cos Kx}{k^2 + K^2} + y'_0 \frac{K^3 shkx + k^3 \sin Kx}{kK(k^2 + K^2)} + \frac{M_0}{EI} \frac{chkx - \cos Kx}{k^2 + K^2} + \frac{P_0}{EI} \frac{Kshkx - k \sin Kx}{kK(k^2 + K^2)} \quad (2.8)$$

Обозначая произведения

$$kK = k_0^2, \quad \lambda = kL, \quad \Lambda = KL, \quad \lambda_0 = k_0L \quad (2.9)$$

получим

$$\begin{aligned} A_{kx} &= \frac{K^2 chkx + k^2 \cos Kx}{k^2 + K^2}, & \frac{dA_{kx}}{dx} &= k_0 D_{kx}, \\ A_{kx}^* &= \frac{k^2 chkx + K^2 \cos Kx}{k^2 + K^2}, & \frac{dA_{kx}^*}{dx} &= k_0 D_{kx}^*, \\ B_{kx} &= \frac{K^3 shkx + k^3 \sin Kx}{k_0(k^2 + K^2)}, & \frac{dB_{kx}}{dx} &= k_0 A_{kx}, \\ B_{kx}^* &= k_0 \frac{kshkx + K \sin Kx}{k^2 + K^2}, & \frac{dB_{kx}^*}{dx} &= k_0 A_{kx}^*, \\ C_{kx} &= k_0^2 \frac{chkx - \cos Kx}{k^2 + K^2}, & \frac{dC_{kx}}{dx} &= k_0 B_{kx}^*, \\ C_{kx}^* &= \frac{k^4 chkx - K^4 \cos Kx}{k_0^2(k^2 + K^2)}, & & \\ D_{kx} &= k_0 \frac{Kshkx - k \sin Kx}{k^2 + K^2}, & \frac{dD_{kx}}{dx} &= k_0 C_{kx}, \\ D_{kx}^* &= \frac{k^3 shkx - K^3 \sin Kx}{k_0(k^2 + K^2)}, & \frac{dD_{kx}^*}{dx} &= k_0 C_{kx}^*. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Зависимости (2.10) являются динамическими функциями А.Н. Крылова. Таким образом, с учетом дифференциальных зависимостей, получим следующие расчетные уравнения в начальных параметрах:

$$\begin{cases} y(x) = y_0 A_{kx} + \frac{y'_0}{k_0} B_{kx} + \frac{M_0}{k_0^2 EI} C_{kx} + \frac{P_0}{k_0^3 EI} D_{kx}, \\ y'(x) = y'_0 A_{kx} + \frac{M_0}{k_0 EI} B_{kx}^* + \frac{P_0}{k_0^2 EI} C_{kx} + y_0 k_0 D_{kx}, \\ M(x) = M_0 A_{kx}^* + \frac{P_0}{k_0} B_{kx}^* + y_0 k_0^2 EIC_{kx} + y'_0 k_0 EID_{kx}, \\ Q(x) = P_0 A_{kx}^* + y_0 k_0^3 EIB_{kx}^* + y'_0 k_0^2 EIC_{kx} + M_0 k_0 D_{kx}^* \end{cases} \quad (2.11)$$

Дальнейшее решение задачи сводится к определению волновых чисел исходя из граничных условий задачи. Помимо рассматриваемых упругих опор, рассмотрим также вариант шарнирных опор.

Шарнирные опоры. Граничные условия имеют вид: $M_0 = 0$, $Y_0 = 0$, $M_L = 0$, $Y_L = 0$.

Тогда согласно (2.11), получим

$$\begin{cases} \frac{y'_0}{k_0} B_\lambda + \frac{P_0}{k_0^3 EI} D_\lambda = 0, \\ y'_0 k_0 EID_\lambda + \frac{P_0}{k_0} B_\lambda^* = 0. \end{cases}$$

Для существования решений y' и P_0 , получаем волновое уравнение, решение которого позволяет найти спектр частот собственных колебаний.

$$F(\omega) = B_\lambda^* B_\lambda - D_\lambda^2 = 0. \quad (2.12)$$

Упругие опоры

Граничные условия имеют вид: $M_0 = c_3 Y'_0$, $P_0 = -c_1 Y_0$, $M_L = -c_4 Y'_L$, $P_L = c_2 Y_L$.

Тогда согласно (2.11), получим

$$\begin{aligned} y(L) &= y_0 \left(A_\lambda - \frac{c_1 D_\lambda}{k_0^3 EI} \right) + \frac{y'_0}{k_0} \left(B_\lambda + \frac{c_3 C_\lambda}{k_0 EI} \right), \\ y'(L) &= y_0 \left(k_0 D_\lambda - \frac{c_1 C_\lambda}{k_0^2 EI} \right) + y'_0 \left(A_\lambda + \frac{c_3 B_\lambda^*}{k_0 EI} \right), \\ M(L) &= y_0 \left(k_0^2 EIC_\lambda - \frac{c_1 B_\lambda^*}{k_0} \right) + y'_0 (k_0 EID_\lambda + c_3 A_\lambda^*), \\ Q(L) &= y_0 (k_0^3 EIB_\lambda^* - c_1 A_\lambda^*) + y'_0 (k_0^2 EIC_\lambda + c_3 k_0 D_\lambda^*). \end{aligned}$$

Используя зависимости

$$\begin{cases} Q(L) = c_2 y(L), \\ M(L) = -c_4 y'(L), \end{cases}$$

получим:

$$\begin{cases} y_0 \begin{pmatrix} k_0^3 EIB_\lambda^* - \\ -c_1 A_\lambda^* \end{pmatrix} + y_0' \begin{pmatrix} k_0^2 EIC_\lambda + \\ +c_3 k_0 D_\lambda^* \end{pmatrix} = c_2 \left[y_0 \left(A_\lambda - \frac{c_1 D_\lambda}{k_0^3 EI} \right) + \frac{y_0'}{k_0} \left(B_\lambda + \frac{c_3 C_\lambda}{k_0 EI} \right) \right], \\ y_0 \begin{pmatrix} k_0^2 EIC_\lambda - \\ -\frac{c_1 B_\lambda^*}{k_0} \end{pmatrix} + y_0' \begin{pmatrix} k_0 EID_\lambda + \\ +c_3 A_\lambda^* \end{pmatrix} = -c_4 \left[y_0 \left(k_0 D_\lambda - \frac{c_1 C_\lambda}{k_0^2 EI} \right) + y_0' \left(A_\lambda + \frac{c_3 B_\lambda^*}{k_0 EI} \right) \right], \\ y_0 \begin{pmatrix} k_0^3 EIB_\lambda^* - c_1 A_\lambda^* - \\ -c_2 A_\lambda + \frac{c_1 c_2 D_\lambda}{k_0^3 EI} \end{pmatrix} + y_0' \begin{pmatrix} k_0^2 EIC_\lambda + c_3 k_0 D_\lambda^* - \\ -\frac{c_2 B_\lambda}{k_0} - \frac{c_2 c_3 C_\lambda}{k_0^2 EI} \end{pmatrix} = 0, \\ y_0 \begin{pmatrix} k_0^2 EIC_\lambda - \frac{c_1 B_\lambda^*}{k_0} + \\ +c_4 k_0 D_\lambda - \frac{c_1 c_4 C_\lambda}{k_0^2 EI} \end{pmatrix} + y_0' \begin{pmatrix} k_0 EID_\lambda + c_3 A_\lambda^* + \\ +c_4 A_\lambda + \frac{c_3 c_4 B_\lambda^*}{k_0 EI} \end{pmatrix} = 0. \end{cases}$$

Для существования решений y_0 и y_0' отличных от нуля необходимо:

$$\begin{pmatrix} k_0^3 EIB_\lambda^* - c_1 A_\lambda^* - c_2 A_\lambda + \frac{c_1 c_2 D_\lambda}{k_0^3 EI} \\ k_0^2 EIC_\lambda - \frac{c_1 B_\lambda^*}{k_0} + c_4 k_0 D_\lambda - \frac{c_1 c_4 C_\lambda}{k_0^2 EI} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_0^2 EIC_\lambda + c_3 k_0 D_\lambda^* - \frac{c_2 B_\lambda}{k_0} - \frac{c_2 c_3 C_\lambda}{k_0^2 EI} \\ k_0 EID_\lambda + c_3 A_\lambda^* + c_4 A_\lambda + \frac{c_3 c_4 B_\lambda^*}{k_0 EI} \end{pmatrix} = 0.$$

Откуда получаем частотное уравнение:

$$\begin{aligned} F_u = & \begin{pmatrix} k_0^3 EIB_\lambda^* - c_1 A_\lambda^* - \\ -c_2 A_\lambda + \frac{c_1 c_2 D_\lambda}{k_0^3 EI} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_0 EID_\lambda + c_3 A_\lambda^* + \\ +c_4 A_\lambda + \frac{c_3 c_4 B_\lambda^*}{k_0 EI} \end{pmatrix} - \\ & - \begin{pmatrix} k_0^2 EIC_\lambda - \frac{c_1 B_\lambda^*}{k_0} + \\ +c_4 k_0 D_\lambda - \frac{c_1 c_4 C_\lambda}{k_0^2 EI} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_0^2 EIC_\lambda + c_3 k_0 D_\lambda^* - \\ -\frac{c_2 B_\lambda}{k_0} - \frac{c_2 c_3 C_\lambda}{k_0^2 EI} \end{pmatrix} = 0 \end{aligned} \quad (2.13)$$

Осуществляя переход к безразмерным параметрам жесткостей внешних опор:

$$s_1 = \frac{c_1 \cdot L^3}{EI}, \quad s_2 = \frac{c_2 \cdot L^3}{EI}, \quad s_3 = \frac{c_3 \cdot L}{EI}, \quad s_4 = \frac{c_4 \cdot L}{EI}. \quad (2.14)$$

получим частотное уравнение (2.13) в виде:

$$F_u = \begin{pmatrix} \lambda_0^3 B_\lambda^* - s_1 A_\lambda^* - \\ -s_2 A_\lambda + \frac{s_1 s_2 D_\lambda}{\lambda_0^3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_0 D_\lambda + s_3 A_\lambda^* + \\ + s_4 A_\lambda + \frac{s_3 s_4 B_\lambda^*}{\lambda_0} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda_0^2 C_\lambda - \frac{s_1 B_\lambda^*}{\lambda_0} + \\ + s_4 \lambda_0 D_\lambda - \frac{s_1 s_4 C_\lambda}{\lambda_0^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_0^2 C_\lambda + s_3 \lambda_0 D_\lambda^* - \\ - \frac{s_2 B_\lambda}{\lambda_0} - \frac{s_2 s_3 C_\lambda}{\lambda_0^2} \end{pmatrix} = 0 \quad (2.15)$$

Полученное уравнение (2.15) является частотным уравнением, включающее в себя любую комбинацию внешних опорных связей. Так, например, приняв в уравнении (2.15) $s_1 = s_2 = \infty$ и $s_3 = s_4 = 0$, получим модель шарнирных связей и уравнение (2.15) примет вид (2.12). Решение уравнения (2.15) в явном виде невозможно, однако приведенная математическая модель процесса колебаний достаточна для решения частотного уравнения в численной форме с применением ЭВМ. Также следует отметить, что задача может быть решена и в обратной постановке - определения продольного усилия в стержне T при известной частоте ω . В этом случае все приведенные формулы (2.5), (2.15) и пр. становятся функциями продольного усилия. [26]

На основе вышеизложенных решений получим решение для схемы, содержащей одну сосредоточенную массу M (установленная вибромашина), расстояние от левой опоры до которой обозначим u (рисунок 2.6).

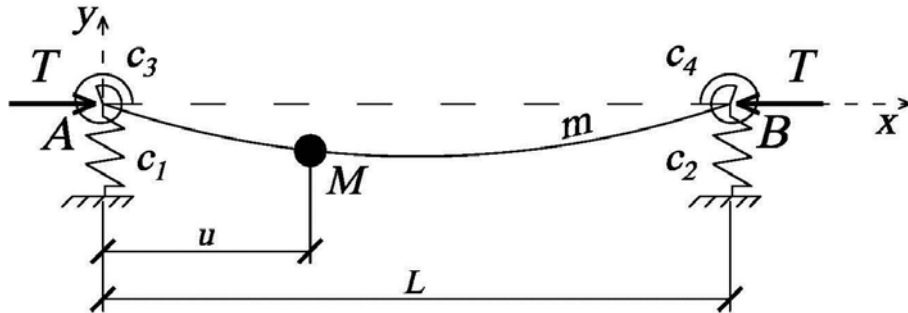


Рисунок 2.6 – Схема колебаний стержня на упругих опорах с распределенной массой и одной сосредоточенной массой

Дифференциальное уравнение имеет вид (2.1).

Тогда с использованием (2.11) прогибы определяться в соответствии с методом начальных параметров:

$$y(x) = y_0 A_{kx} + \frac{y'_0}{k_0} B_{kx} + \frac{M_0}{k_0^2 EI} C_{kx} + \frac{P_0}{k_0^3 EI} D_{kx} + \frac{P}{k_0^3 EI} D_{k(x-u)} \varepsilon(x-u), \quad (2.16)$$

где P – сила инерции массы, $\varepsilon(x-u)$ – единичная функция, определяющаяся как

$$\begin{cases} \varepsilon(x-a) = 1, & \text{при } x \geq a; \\ \varepsilon(x-a) = 0, & \text{при } x < a. \end{cases}$$

Сила инерции массы может быть найдена по формуле:

$$P = -M\ddot{y}(u) = M(\omega_d^2 - \varepsilon^2)y(u).$$

Используя теорему Виета применительно к характеристическому уравнению (2.4) и его решением (2.5), получим

$$\omega_d^2 = \frac{(K^2 - k^2) \cdot a^2 - d^2}{b^2} - \varepsilon^2 \quad \text{или} \quad \omega_d^2 = \frac{1 - \sqrt{1 - 4k_0^4 c^2 a^2}}{2c^2} - \varepsilon^2 \quad (2.17)$$

Обозначим

$$\alpha_M = (\omega_d^2 - \varepsilon^2) \frac{M}{k_0^3 EI}, \quad \xi = \frac{M}{mL} \quad (2.18)$$

Функция α_M является безразмерной, характеризующей влияние массы M .

Тогда сила инерции массы с учетом граничных условий в начале координат $-M_0 = c_3 y_0'$, $P_0 = -c_1 y_0$, определится как

$$\begin{aligned} P &= M(\omega_d^2 - \varepsilon^2) \cdot \left(y_0 A_{ku} + \frac{y'_0}{k_0} B_{ku} + \frac{M_0}{k_0^2 EI} C_{ku} + \frac{P_0}{k_0^3 EI} D_{ku} \right) = \\ &= \alpha_M k_0^3 EI \left(y_0 \left(A_{ku} - \frac{c_1 D_{ku}}{k_0^3 EI} \right) + \frac{y'_0}{k_0} \left(B_{ku} + \frac{c_3 C_{ku}}{k_0 EI} \right) \right) \end{aligned}$$

Таким образом, с учетом дифференциальных зависимостей, получим следующие расчетные уравнения в начальных параметрах:

$$\begin{cases}
y(x) = y_0 \left(\left(A_{kx} + \alpha_M A_{ku} D_{k(x-u)} \varepsilon(x-u) \right) - \frac{c_1}{k_0^3 EI} \left(D_{kx} + \alpha_M D_{ku} D_{k(x-u)} \varepsilon(x-u) \right) \right) + \\
+ \frac{y'_0}{k_0} \left(\left(B_{kx} + \alpha_M B_{ku} D_{k(x-u)} \varepsilon(x-u) \right) + \frac{c_3}{k_0 EI} \left(C_{kx} + \alpha_M C_{ku} D_{k(x-u)} \varepsilon(x-u) \right) \right), \\
y'(x) = y_0 \left(k_0 \left(D_{kx} + \alpha_M A_{ku} C_{k(x-u)} \varepsilon(x-u) \right) - \frac{c_1}{k_0^2 EI} \left(C_{kx} + \alpha_M D_{ku} C_{k(x-u)} \varepsilon(x-u) \right) \right) + \\
+ y'_0 \left(\left(A_{kx} + \alpha_M B_{ku} C_{k(x-u)} \varepsilon(x-u) \right) + \frac{c_3}{k_0 EI} \left(B_{kx}^* + \alpha_M C_{ku} C_{k(x-u)} \varepsilon(x-u) \right) \right), \\
M(x) = y_0 \left(k_0^2 EI \left(C_{kx} + \alpha_M A_{ku} B_{k(x-u)}^* \varepsilon(x-u) \right) - \frac{c_1}{k_0} \left(B_{kx}^* + \alpha_M D_{ku} B_{k(x-u)}^* \varepsilon(x-u) \right) \right) + \\
+ y'_0 \left(k_0 EI \left(D_{kx} + \alpha_M B_{ku} B_{k(x-u)}^* \varepsilon(x-u) \right) + c_3 \left(A_{kx}^* + \alpha_M C_{ku} B_{k(x-u)}^* \varepsilon(x-u) \right) \right), \\
Q(x) = y_0 \left(k_0^3 EI \left(B_{kx}^* + \alpha_M A_{ku} A_{k(x-u)}^* \varepsilon(x-u) \right) - c_1 \left(A_{kx}^* + \alpha_M D_{ku} A_{k(x-u)}^* \varepsilon(x-u) \right) \right) + \\
+ y'_0 \left(k_0^2 EI \left(C_{kx} + \alpha_M B_{ku} A_{k(x-u)}^* \varepsilon(x-u) \right) + c_3 k_0 \left(D_{kx}^* + \alpha_M C_{ku} A_{k(x-u)}^* \varepsilon(x-u) \right) \right),
\end{cases} \quad (2.19)$$

При использовании безразмерных относительных величин жесткости внешних опор (2.14) получим частотное уравнение в виде:

$$\begin{aligned}
F_u = & \left[s_2 A_\lambda - \frac{s_1 s_2 D_\lambda}{\lambda_0^3} - \lambda_0^3 B_\lambda^* + s_1 A_\lambda^* + \alpha_M \left(s_2 A_{ku} D_{k(L-u)} - \frac{s_1 s_2}{\lambda_0^3} D_{ku} D_{k(L-u)} - \right. \right. \\
& \left. \left. - \lambda_0^3 A_{ku} A_{k(L-u)}^* + s_1 D_{ku} A_{k(L-u)}^* \right) \right] \times \left[s_4 A_\lambda + \frac{s_3 s_4 B_\lambda^*}{\lambda_0} + \lambda_0 D_\lambda + s_3 A_\lambda^* + \right. \\
& \left. + \alpha_M \left(s_4 B_{ku} C_{k(L-u)} + \frac{s_3 s_4}{\lambda_0} C_{ku} C_{k(L-u)} + \lambda_0 B_{ku} B_{k(L-u)}^* + s_3 C_{ku} B_{k(L-u)}^* \right) \right] - \\
& - \left[s_4 \lambda_0 D_\lambda - \frac{s_1 s_4 C_\lambda}{\lambda_0^2} + \lambda_0^2 C_\lambda - \frac{s_1 B_\lambda^*}{\lambda_0} + \alpha_M \left(s_4 \lambda_0 A_{ku} C_{k(L-u)} - \frac{s_1 s_4}{\lambda_0^2} D_{ku} C_{k(L-u)} + \right. \right. \\
& \left. \left. + \lambda_0^2 A_{ku} B_{k(L-u)}^* - \frac{s_1}{\lambda_0} D_{ku} B_{k(L-u)}^* \right) \right] \times \left[s_2 \frac{B_\lambda}{\lambda_0} + \frac{s_2 s_3 C_\lambda}{\lambda_0^2} - \lambda_0^2 C_\lambda - s_3 \lambda_0 D_\lambda^* + \right. \\
& \left. + \alpha_M \left(s_2 \frac{B_{ku} D_{k(L-u)}}{\lambda_0} + \frac{s_2 s_3}{\lambda_0^2} C_{ku} D_{k(L-u)} - \lambda_0^2 B_{ku} A_{k(L-u)}^* - s_3 \lambda_0 C_{ku} A_{k(L-u)}^* \right) \right] = 0
\end{aligned} \quad (2.20)$$

Полученное уравнение (2.20) также как и уравнение (2.15) является общим частотным уравнением, включающее в себя любую комбинацию внешних опорных связей (включая их отсутствие), а также произвольное расположение сосредоточенной массы на стержне. Частотное уравнение (2.15) является частным случаем уравнения (2.20), полученным при сосредоточенной массе $M=0$, в чем несложно убедиться, приняв в (2.20) $\alpha_M=0$. Также следует отметить, что все коэффициенты уравнения (2.20) являются безразмерными величинами. Таким образом, уравнение (2.20) можно назвать универсальным частотным уравнением поперечных колебаний стержня в безразмерных параметрах. [26]

Из уравнений (2.19) выразим y_0 через y'_0 :

$$y_0 = -\frac{y'_0 \left((B_\lambda + \alpha_M B_{ku} D_{k(L-u)}) + \frac{c_3}{k_0 EI} (C_\lambda + \alpha_M C_{ku} D_{k(L-u)}) \right)}{k_0 \left((A_\lambda + \alpha_M A_{ku} D_{k(L-u)}) - \frac{c_1}{k_0^3 EI} (D_\lambda + \alpha_M D_{ku} D_{k(L-u)}) \right)} \quad (2.21)$$

Уравнение динамических перемещений примет вид:

$$y(x,t) = e^{-\varepsilon t} \sum_{i=1}^n \left[\begin{aligned} & \frac{y'_0}{k_0} \left((B_{kx} + \alpha_M B_{ku} D_{k(x-u)} \varepsilon(x-u)) + \right. \\ & \left. + \frac{c_3}{k_0 EI} (C_{kx} + \alpha_M C_{ku} D_{k(x-u)} \varepsilon(x-u)) \right) - \\ & - \frac{y'_0}{k_0} \left((A_{kx} + \alpha_M A_{ku} D_{k(x-u)} \varepsilon(x-u)) - \right. \\ & \left. - \frac{c_1}{k_0^3 EI} (D_{kx} + \alpha_M D_{ku} D_{k(x-u)} \varepsilon(x-u)) \right) \times \\ & \times \frac{\left((B_\lambda + \alpha_M B_{ku} D_{k(L-u)}) + \right.}{\left((A_\lambda + \alpha_M A_{ku} D_{k(L-u)}) - \right.} \\ & \left. \left. + \frac{c_3}{k_0 EI} (C_\lambda + \alpha_M C_{ku} D_{k(L-u)}) \right)}{\left. - \frac{c_1}{k_0^3 EI} (D_\lambda + \alpha_M D_{ku} D_{k(L-u)}) \right)} \right] \sin(\omega_{dn} t + \mu_n) = \\ & = e^{-\varepsilon t} \cdot \sum_{i=1}^n y'_0 J_n(x) \sin(\omega_{dn} t + \mu_n) \end{aligned} \quad (2.22)$$

Скорость в сечении балки:

$$V(x, t) = e^{-\varepsilon t} \sum_{i=1}^n y'_0 \omega_n J_n(x) \cos(\omega_{dn} t + \mu_n) - \varepsilon \cdot e^{-\varepsilon t} \sum_{i=1}^n y'_0 J_n(x) \sin(\omega_{dn} t + \mu_n) \quad (2.23)$$

В начальный момент времени $t = 0$ с:

$$y(x, 0) = y'_0 \cdot J(x) \cdot \sin(\mu), \quad V(x, 0) = y'_0 \cdot \omega_d \cdot J(x) \cdot \cos(\mu) - \varepsilon \cdot y'_0 \cdot J(x) \cdot \sin(\mu),$$

откуда определяем

$$\operatorname{tg}(\mu) = \frac{\omega_d \cdot y(x, 0)}{V(x, 0) + \varepsilon \cdot y(x, 0)}, \quad y'_0 = \frac{\sqrt{(y(x, 0))^2 + \frac{(V(x, 0) + \varepsilon \cdot y(x, 0))^2}{\omega_d^2}}}{J(x)}. \quad (2.24)$$

Полученные выражения учитывают любые опорные закрепления трубы-шины на концах. Однако, в соответствии с отечественными и зарубежными нормами [93, 96, 97, 98, 116] расчет наибольших прогибов шин при ветровых возбуждениях следует проводить на основе расчета колебаний балки на абсолютно жестких (неподвижных) опорах с жестким или шарнирным опиранием с учетом рассеяния энергии. Поэтому ниже будут приводиться математические модели колебаний трубы-шины с шарнирным опиранием на концах.

«Гаситель на нити» представляет собой затухающие колебания весомой нити погонной массой m_1 с сосредоточенной массой M_1 , растянутой силой T_1 (рисунок 2.7).

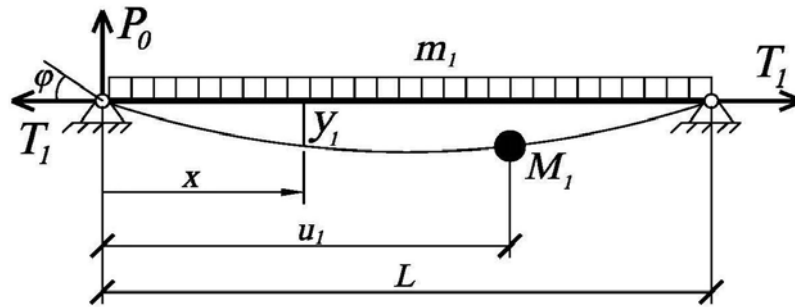


Рисунок 2.7 – Схема колебаний нити с распределенной массой и одной сосредоточенной массой на шарнирных опорах

Дифференциальное уравнение поперечных колебаний нити погонной массы m_1 , растянутой силой T_1 , с учетом затухания имеет вид:

$$m_1 \frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} - T_1 \frac{\partial^2 y_1}{\partial x^2} + \beta_1 \frac{\partial y_1}{\partial t} = 0. \quad (2.25)$$

Вводя обозначения:

$$d_1^2 = \frac{T_1}{m_1}, \quad \varepsilon_1 = \frac{\beta_1}{2m_1},$$

Перепишем уравнение (2.25) в виде:

$$Y_{tt} - d_1^2 Y_{xx} + 2\varepsilon_1 Y_t = 0.$$

Согласно методу Фурье [104], решение может быть получено в виде $Y_1 = Y(x) \sin \omega t = e^{nx} \sin \omega t$. Дифференцируя функцию, получим

$$-y'' - \frac{\omega_1^2}{d_1^2} y = 0$$

Характеристическое уравнение имеет вид:

$$-n^2 - \frac{\omega_1^2}{d_1^2} = 0 \quad (2.26)$$

Решением данного уравнения являются корни:

$$n_{1,2} = \pm i \sqrt{\frac{\omega_1^2}{d_1^2}} = \pm ik, \quad (2.27)$$

где k – волновое число (рациональное положительное). Волновое число k является функцией частоты при известной продольной силе и функцией продольной силы при известной частоте.

Из (2.27) определим спектр частот:

$$\omega_{d1} = \sqrt{k^2 d_1^2 - \varepsilon_1^2} = k \sqrt{\frac{T_1}{m_1}} - \varepsilon_1^2. \quad (2.28)$$

Далее будем рассматривать решение уравнения (2.25) в области частот $\omega_{d1} < \omega_{кр}$. Тогда функция прогибов примет вид:

$$y_1(x, t) = e^{-\varepsilon_1 t} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} (C_{1n} \cdot e^{ik_n x} + C_{2n} \cdot e^{-ik_n x}) \cdot e^{i\omega_{d1n} t}$$

или через новые постоянные интегрирования

$$y_1(x, t) = e^{-\varepsilon_1 t} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cdot \cos k_n x + B_n \cdot \sin k_n x) \cdot \sin(\omega_{d1n} t + \mu_n) \quad (2.29)$$

Выразим постоянные интегрирования через начальные параметры. Для этого продифференцируем уравнение изогнутой оси стержня:

$$y_1(x) = A \cos kx + B \sin kx,$$

$$y_1'(x) = k(-A \sin kx + B \cos kx).$$

Из начальных условий $y_1(0) = y_0$, $y_1'(0) = y_0' = -\frac{P_0}{T_1}$ получим:

$$A = y_0, \quad B = \frac{y_0'}{k} = -\frac{P_0}{kT_1}.$$

Подставляя эти постоянные, получим уравнение деформированной нити при колебаниях в виде:

$$y_1(x, t) = e^{-\varepsilon_1 t} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(y_0 \cdot \cos k_n x - \frac{P_0}{k_n T_1} \cdot \sin k_n x \right) \cdot \sin(\omega_{d1n} t + \mu_n) \quad (2.30)$$

Если на нити есть сосредоточенные массы, тогда уравнение (2.30) приобретает следующий вид:

$$y_1(x, t) = e^{-\varepsilon_1 t} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(y_0 \cdot \cos k_n x - \frac{P_0}{k_n T_1} \cdot \sin k_n x - \sum_{i=1}^x \frac{P}{k_n T_1} \cdot \sin k_n (x - u_i) \right) \cdot \sin(\omega_{d1n} t + \mu_n), \quad (2.31)$$

где u_i – расстояние от начала координат до точки приложения силы P .

Определим частотное уравнение для шарнирно закрепленной нити погонной массой m_1 и сосредоточенной массой M_1 растянутой силой T_1 , с учетом затухания.

При выборе начала координат на левой опоре, где $y_0 = 0$, уравнение деформированной нити имеет вид

$$y_1(x, t) = e^{-\varepsilon_1 t} \cdot \left(-\frac{P_0}{kT_1} \cdot \sin kx - \frac{P_u}{kT_1} \cdot \sin k(x - u_1) e(x - u_1) \right) \cdot \sin(\omega_{d1} t + \mu), \quad (2.32)$$

Здесь сила инерции массы M_1 равна

$$P_u = -M_1 \frac{d^2 y_1(u_1, t)}{dt^2} = M_1 \cdot \left(-\frac{P_0}{kT_1} \cdot \sin ku_1 \right) \cdot (\omega_d^2 - \varepsilon_1^2) e^{-\varepsilon_1 t} \cdot \sin(\omega_{d1} t + \mu) =$$

$$= (-\alpha_{M1} P_0 \cdot \sin ku_1) e^{-\varepsilon_1 t} \cdot \sin(\omega_{d1} t + \mu),$$

$$\text{где } \alpha_{M1} = \frac{M_1 \cdot (\omega_{d1}^2 - \varepsilon_1^2)}{kT_1}.$$

Следовательно,

$$y_1(x) = -\frac{P_0}{kT_1} \cdot (\sin kx - \alpha_{M1} \cdot \sin ku_1 \cdot \sin k(x - u_1))$$

Из условия $y_1(L)=0$ с учетом того, что

$$\sin kL = \sin k(u_1 + (L - u_1)) = \sin ku_1 \cos k(L - u_1) + \sin k(L - u_1) \cos ku_1,$$

получаем частотное уравнение

$$\left(\cos k(L - u_1) + \frac{\cos ku_1}{\sin ku_1} \cdot \sin k(L - u_1) - \alpha_{M1} \cdot \sin k(L - u_1) \right) \sin ku_1 = 0 \quad (2.33)$$

Отсюда находим $\sin ku_1 = 0$, т.е. $ku_1 = n\pi$ или

$$\frac{\cos k(L - u_1)}{\sin k(L - u_1)} + \frac{\cos ku_1}{\sin ku_1} - \alpha_{M1} = 0 \text{ или } \operatorname{ctg} k(L - u_1) + \operatorname{ctg} ku_1 - \alpha_{M1} = 0 \quad (2.34)$$

Уравнение динамических перемещений примет вид:

$$\begin{aligned} y_1(x, t) &= e^{-\varepsilon_1 t} \sum_{i=1}^n \left(-\frac{P_0}{k_n T_1} \cdot \left(\sin k_n x - \alpha_{M1} \cdot \sin k_n u_1 \cdot \sin k_n (x - u_1) \right) \right) \sin(\omega_{d1n} t + \mu_n) = \\ &= e^{-\varepsilon_1 t} \cdot \sum_{i=1}^n \left(-\frac{P_0}{k T_1} \right) J_{1n}(x) \sin(\omega_{d1n} t + \mu_n) \end{aligned} \quad (2.35)$$

Скорость в произвольном сечении нити:

$$\begin{aligned} V_1(x, t) &= e^{-\varepsilon_1 t} \sum_{i=1}^n \left(-\frac{P_0}{k T_1} \right) \omega_n J_{1n}(x) \cos(\omega_{d1n} t + \mu_n) - \\ &- \varepsilon_1 \cdot e^{-\varepsilon_1 t} \sum_{i=1}^n \left(-\frac{P_0}{k T_1} \right) J_{1n}(x) \sin(\omega_{d1n} t + \mu_n) \end{aligned} \quad (2.36)$$

В начальный момент времени $t = 0$ с:

$$\begin{aligned} y_1(x, 0) &= \left(-\frac{P_0}{k T_1} \right) \cdot J_1(x) \cdot \sin(\mu_1), \\ V_1(x, 0) &= \left(-\frac{P_0}{k T_1} \right) \cdot \omega_d \cdot J_1(x) \cdot \cos(\mu_1) - \varepsilon_1 \cdot \left(-\frac{P_0}{k T_1} \right) \cdot J_1(x) \cdot \sin(\mu_1), \end{aligned}$$

откуда определяем

$$\operatorname{tg}(\mu_1) = \frac{\omega_{d1} \cdot y_1(x, 0)}{V_1(x, 0) + \varepsilon_1 \cdot y_1(x, 0)}, \quad (2.37)$$

$$P_0 = \frac{-kT_1 \cdot \sqrt{(y_1(x,0))^2 + \frac{(V_1(x,0) + \varepsilon_1 \cdot y_1(x,0))^2}{\omega_{d1}^2}}}{J_1(x)}.$$

В расчетах принят абсолютно упругий удар стенок трубы о «гаситель на нити». По известным формулам теории удара определяются скорости движения после соударения [69]:

$$\begin{aligned} V_{1i} &= \frac{(M_1 - k \cdot M_2) \cdot V_1 + (1 + k) \cdot M_2 \cdot V_2}{M_1 + M_2}; \\ V_{2i} &= \frac{(M_2 - k \cdot M_1) \cdot V_2 + (1 + k) \cdot M_1 \cdot V_1}{M_1 + M_2}. \end{aligned} \quad (2.38)$$

где: V_1 , V_2 – скорости жесткой шины и гасителя на нити до соударения; k – коэффициент, учитывающий рассеивание энергии.

Момент соударения определяется из следующих условий:

$$\begin{cases} y_1\left(\frac{L}{2}, t\right) \leq y_3\left(\frac{L}{2}, t\right); \\ y_2\left(\frac{L}{2}, t\right) \geq y_4\left(\frac{L}{2}, t\right). \end{cases} \quad (2.39)$$

2.1.2 Система «балка» - «гаситель на нити» с двумя массами

Выше были рассмотрены свободные затухающие поперечные колебания стержня круглого сечения с погонной массой m (например, трубы-шины) и с сосредоточенной массой M , изгибной жесткостью EI , нагруженного продольной силой T , на упругих опорах (рисунок 2.6). Для взаимодействия с «гасителем на нити» с двумя массами приводим колебания стержня к системе с двумя степенями свободы (рисунок 2.8).

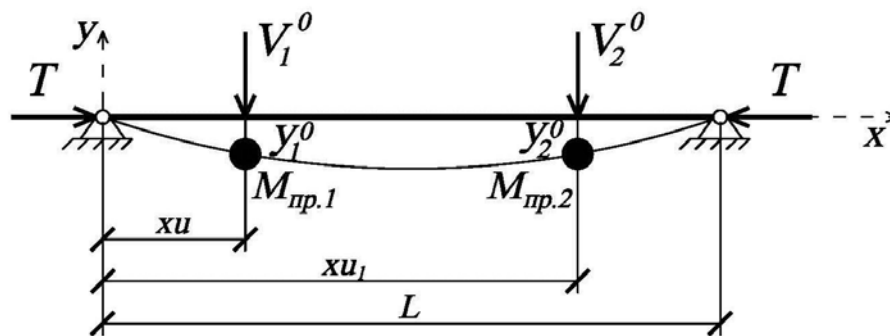


Рисунок 2.8 – Приведенная схема колебаний стержня

Тогда уравнения динамических перемещений примут вид:

$$\begin{aligned} y_1 &= e^{-\varepsilon t} (A_1 \cdot \sin(\omega_1 t + \mu_1) + A_2 \cdot \sin(\omega_2 t + \mu_2)); \\ y_2 &= e^{-\varepsilon t} (k_1 A_1 \cdot \sin(\omega_1 t + \mu_1) + k_2 A_2 \cdot \sin(\omega_2 t + \mu_2)), \end{aligned} \quad (2.40)$$

где

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{\omega_1(k_2 - k_1)} \sqrt{\omega_1^2 (k_2 \cdot y_1^0 - y_2^0)^2 + \left[(k_2 \cdot V_1^0 - V_2^0) + \varepsilon (k_2 \cdot y_1^0 - y_2^0) \right]^2}, \\ \mu_1 &= \arctg \frac{\omega_1 (k_2 \cdot y_1^0 - y_2^0)}{(k_2 \cdot V_1^0 - V_2^0) + \varepsilon (k_2 \cdot y_1^0 - y_2^0)}, \\ A_2 &= \frac{1}{\omega_2(k_1 - k_2)} \sqrt{\omega_2^2 (k_1 \cdot y_1^0 - y_2^0)^2 + \left[(k_1 \cdot V_1^0 - V_2^0) + \varepsilon (k_1 \cdot y_1^0 - y_2^0) \right]^2}, \\ \mu_2 &= \arctg \frac{\omega_2 (k_1 \cdot y_1^0 - y_2^0)}{(k_1 \cdot V_1^0 - V_2^0) + \varepsilon (k_1 \cdot y_1^0 - y_2^0)}. \end{aligned}$$

«Гаситель на нити» с симметричным расположением сосредоточенных масс M_1 и M_2 (рисунок 2.9) рассматривается как система с двумя степенями свободы [7, 9].

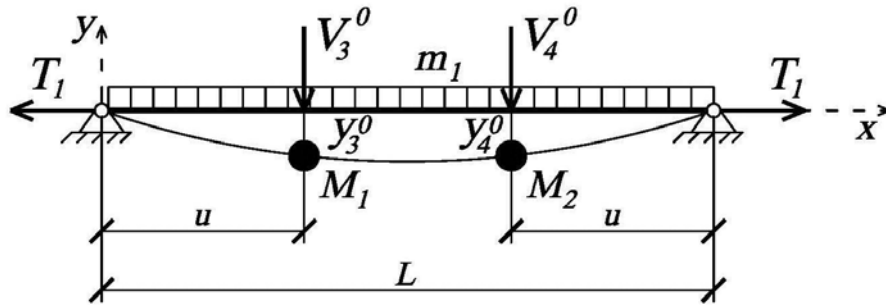


Рисунок 2.9 – Схема колебаний «гасителя на нити»
с двумя сосредоточенными массами

Частотное уравнение при $M_1 = M_2$ получим в виде:

$$\sin kL - 2\xi\lambda \sin ku \sin k(L - u) + \xi^2 \lambda^2 \sin^2 ku \sin k(L - 2u) = 0, \quad (2.41)$$

где $\xi = \frac{M}{mL}$; $\lambda = kL$.

Тогда уравнения динамических перемещений масс примут вид:

$$\begin{aligned} y_3 &= e^{-\varepsilon_1 t} (A_3 \cdot \sin(\omega_1 t + \mu_3) + A_4 \cdot \sin(\omega_2 t + \mu_4)); \\ y_4 &= e^{-\varepsilon_1 t} (k_1 A_3 \cdot \sin(\omega_1 t + \mu_3) + k_2 A_4 \cdot \sin(\omega_2 t + \mu_4)), \end{aligned} \quad (2.42)$$

где

$$A_3 = \frac{1}{\omega_1(k_2 - k_1)} \sqrt{\omega_1^2(k_2 \cdot y_3^0 - y_4^0)^2 + \left[(k_2 \cdot V_3^0 - V_4^0) + \varepsilon_1(k_2 \cdot y_3^0 - y_4^0) \right]^2},$$

$$\mu_3 = \arctg \frac{\omega_1(k_2 \cdot y_3^0 - y_4^0)}{(k_2 \cdot V_3^0 - V_4^0) + \varepsilon_1(k_2 \cdot y_3^0 - y_4^0)},$$

$$A_4 = \frac{1}{\omega_2(k_1 - k_2)} \sqrt{\omega_2^2(k_1 \cdot y_3^0 - y_4^0)^2 + \left[(k_1 \cdot V_3^0 - V_4^0) + \varepsilon_1(k_1 \cdot y_3^0 - y_4^0) \right]^2},$$

$$\mu_4 = \arctg \frac{\omega_2(k_1 \cdot y_3^0 - y_4^0)}{(k_1 \cdot V_3^0 - V_4^0) + \varepsilon_1(k_1 \cdot y_3^0 - y_4^0)}.$$

Коэффициенты $k_1 = 1$, $k_2 = -1$ определяют две формы колебаний – симметричную с низшей частотой колебаний ω_1 и кососимметричную с частотой ω_2 .

Момент соударения определяется из следующих условий:

$$\begin{cases} y_1(u, t) \leq y_3(u, t); & \begin{cases} y_1(L - u, t) \leq y_5(L - u, t); \\ y_2(u, t) \geq y_4(u, t); & \begin{cases} y_2(L - u, t) \geq y_6(L - u, t); \end{cases} \end{cases} \end{cases} \quad (2.43)$$

2.1.3 Система «балка» - «пружинный демпфер»

Совместную работу конструкции, подверженной вихревому возбуждению ветра, и гасителя колебаний представим в виде системы с двумя степенями свободы (рисунок 2.10):

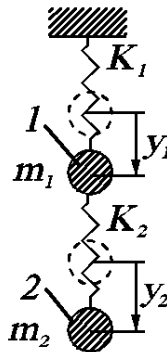


Рисунок 2.10 – Расчетная схема конструкции
с динамическим гасителем колебаний:

1 – конструкция, подверженная вихревому возбуждению ветра;

2 – гаситель колебаний.

Рассмотрим вынужденные колебания двух грузов, закрепленных на пружинах, под действием гармонической возмущающей силы $P(t) = P \sin \theta t$

(рисунок 2.10) без учета диссипативных сил. Эту силу приложим к конструкции, подверженной вихревому возбуждению ветра (массе m_1), и получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \ddot{y}_1 + ay_1 - by_2 = q \sin \theta t; \\ \ddot{y}_2 - cy_1 + cy_2 = 0, \end{cases} \quad (2.44)$$

$$\text{где } a = \frac{k_1 + k_2}{m_1}, \quad b = \frac{k_2}{m_1}, \quad c = \frac{k_2}{m_2}, \quad q = \frac{P}{m_1}.$$

Также заметим, что при отсутствии гасителя – пружины жесткостью k_2 и массы m_2 соотношение $\frac{k_1}{m_1}$ представляет собой квадрат частоты собственных колебаний системы с одной степенью свободы:

$$\omega_0^2 = \frac{k_1}{m_1} = a - b \quad (2.45)$$

Так как сопротивление движению не учитывается, то сдвига фаз между возмущающей силой и вызываемым ею движением не будет и частное решение системы (2.46), соответствующее вынужденным колебаниям, можно взять в виде:

$$\begin{aligned} y_1 &= A_1 \sin \theta t; \\ y_2 &= A_2 \sin \theta t. \end{aligned} \quad (2.46)$$

Подставляя это решение в систему (2.46), получаем амплитуды:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{q(c - \theta^2)}{(a - \theta^2)(c - \theta^2) - bc}; \\ A_2 &= \frac{qc}{(a - \theta^2)(c - \theta^2) - bc}. \end{aligned} \quad (2.47)$$

Учитывая, что при $\theta = \sqrt{c} = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}$ масса m_1 не перемещается, выбираем оптимальные параметры гасителя колебаний. Это означает, что конструкция будет оставаться в покое, несмотря на то, что возмущающая нагрузка приложена именно к ней.

Масса динамического гасителя колебаний лежит в пределах 1-3% от массы колеблющейся конструкции.

2.1.4 Система «балка» - гаситель в виде жесткой вставки

Одной из основных задач механики деформируемого твёрдого тела является задача обеспечения жесткости конструкций и сооружений наряду с задачами их прочности, устойчивости и долговечности.

Решение задачи жёсткости конструкции можно рассматривать как задачу уменьшения податливости механического объекта под действием статических и динамических нагрузок.

Наиболее распространённым элементом конструкций и сооружений является деформируемое удлиненное полое тело, моделируемое упругим стержнем.

Одним из примеров решения задачи уменьшения податливости конструкции является укрепление балочных и стержневых конструкций шпангоутами.

Рассмотрим механическую систему, состоящую из прямолинейного упругого стержня кольцевого сечения (трубы) и вставленного в него твёрдого цилиндрического тела (цилиндра). Если зазоров между стенками тел нет и длина цилиндра равна длине стержня, то при приложении сил труба не деформируется при движении или равновесии (рисунок 2.11).

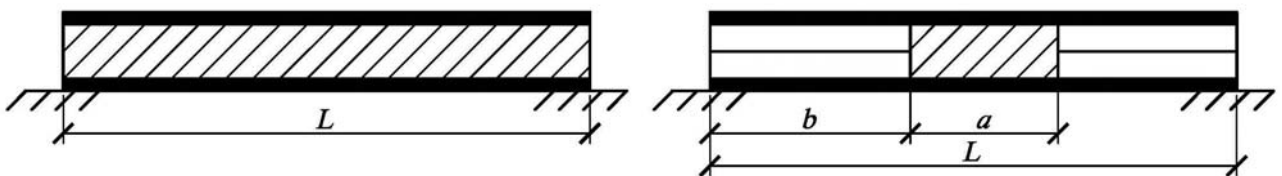


Рисунок 2.11 – Труба-шина с гасителем в виде жесткой вставки

Если же длина цилиндра меньше длины трубы, то труба может деформироваться. Податливость и степень деформации зависит от размеров a , b , L (рисунок 2.11). Степень деформации будет зависеть ещё и от натяжения нитей, растягивающих цилиндр [13]. Часть трубки, жёстко соединённая с цилиндром, считается твердым телом.

Примем шарнирное закрепление трубы на концах (рисунок 2.4).

Введём декартовую систему координат. На оси x поставим характерные точки A_0, A_1, A_2, A_3 . Координаты этих точек обозначим x_0, x_1, x_2, x_3 . Длину стержня

обозначим L , а длины участков стержней A_0A_1 , A_2A_3 обозначим L_1 , L_2 . Длину цилиндрического тела (вставки) обозначим a_1 . Координату центра масс вставки обозначим x_{C1} .

Рассмотрим движение механической системы. Труба с цилиндрической вставкой, растянутой нитями, совершает малые поперечные колебания.

Рассмотрим произвольное положение системы (рисунок 2.12).

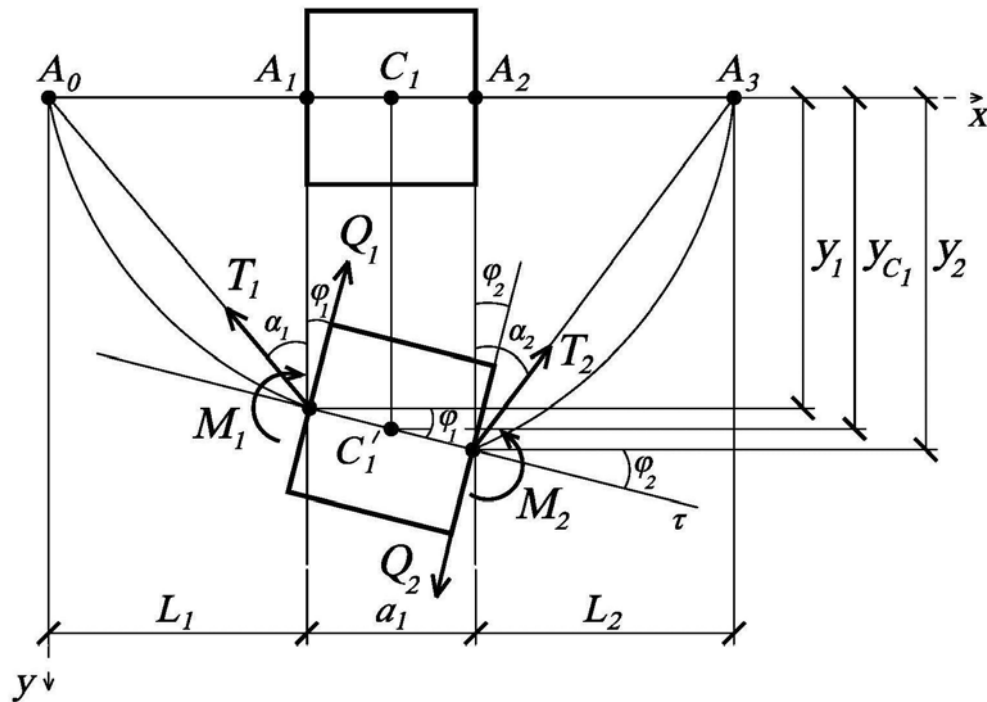


Рисунок 2.12 – Расчетная схема гасителя в виде жесткой вставки

Механическая система мысленно разбивается на три тела: стержень A_0A_1 , твёрдое тело A_1A_2 и стержень A_2A_3 . Уравнения движения механической системы состоят из уравнения поперечных колебаний первого стержня A_0A_1 , уравнений движения твёрдой вставки A_1A_2 и уравнения поперечных колебаний второго стержня A_2A_3 .

Запишем сначала уравнения движения стержней A_0A_1 и A_2A_3 .

Дифференциальное уравнение поперечных колебаний стержня имеет вид:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + a^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0, \quad (2.48)$$

где y – вертикальное перемещение точки оси стержня ($y = y(x, t)$).

Запишем формулы для вычисления поперечной силы Q и изгибающего момента M в произвольном сечении стержня

$$Q = -EI \frac{\partial^3 y}{\partial x^3}; \quad M = -EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}. \quad (2.49)$$

Угол поворота сечения стержня определяется по формуле

$$\varphi = \frac{\partial y}{\partial x}. \quad (2.50)$$

Этим уравнением поперечных колебаний стержня с достаточной точностью можно пользоваться в предположении, что размеры поперечных сечений стержня малы по сравнению с его длиной.

Однако, размеры поперечных сечений стержня могут дать поправки при вычислении частот. Эти поправки могут иметь большое значение при изучении форм колебаний с высокими частотами, когда колеблющийся стержень подразделяется узловыми поперечными сечениями на сравнительно короткие участки.

В этом случае необходимо пользоваться более полным дифференциальным уравнением поперечных колебаний, учитывающим влияние поперечной силы и инерции вращения:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - mi^2 \left(1 + \frac{kE}{G} \right) \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{i^2 km^2}{FG} \frac{\partial^4 y}{\partial t^4} = 0, \quad (2.51)$$

Решение данного уравнения приведено выше.

Решим уравнение поперечных колебаний стержня. Согласно методу разделения переменных Фурье решение ищем в виде $y = Y(x) \cdot e^{i\omega t}$ или $y = Y(x) \cdot (A \cdot \cos \omega t + B \cdot \sin \omega t)$.

Подставив в уравнение (2.48), получим обыкновенное дифференциальное уравнение для форм колебаний

$$\frac{\partial^4 Y}{\partial x^4} = \frac{\omega^2}{a^2} Y. \quad (2.52)$$

Обозначим

$$K^4 = \frac{\omega^2}{a^2},$$

Тогда

$$\frac{\partial^4 Y}{\partial x^4} = K^4 Y. \quad (2.53)$$

Характеристическое уравнение

$$\lambda^4 - K^4 = 0, \quad (2.54)$$

или

$$(\lambda^2 - K^2)(\lambda^2 + K^2) = 0, \quad (2.55)$$

корни которого:

$$\lambda_{1,2} = \pm iK, \quad \lambda_{3,4} = \pm K, \quad (2.56)$$

Решение уравнения можно записать в виде

$$Y(x) = C_1 \sin Kx + C_2 \cos Kx + C_3 \operatorname{sh} Kx + C_4 \operatorname{ch} Kx, \quad (2.57)$$

Для определения констант C_1, C_2, C_3, C_4 необходимо задать граничные условия на концах стержня, из этих условий находятся и частоты $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ колебаний.

Каждой частоте ω_n соответствует своя форма колебаний

$$Y_n(x) = C_{1n} \sin K_n x + C_{2n} \cos K_n x + C_{3n} \operatorname{sh} K_n x + C_{4n} \operatorname{ch} K_n x.$$

Решение уравнения изгибных колебаний стержня

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} Y_n(x) (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t). \quad (2.58)$$

Для определения констант A_n, B_n надо задать начальные условия:

$$y(x, 0) = y_0, \quad \dot{y}(x, 0) = \dot{y}_0.$$

Для определения констант C_1, C_2, C_3, C_4 необходимо задать граничные условия на концах стержня A_0 и A_l .

Так как стержень на конце A_0 закреплен шарнирно, то при $x = 0$:

$$y(x, t) = 0, \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0,$$

то есть

$$Y(x)|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}|_{x=0} = 0.$$

Вычислим

$$\frac{dY}{dx} = KC_1 \cos Kx - KC_2 \sin Kx + KC_3 \operatorname{ch} Kx + KC_4 \operatorname{sh} Kx,$$

$$\frac{d^2 Y}{dx^2} = -K^2 C_1 \sin Kx - K^2 C_2 \cos Kx + K^2 C_3 \operatorname{sh} Kx + K^2 C_4 \operatorname{ch} Kx.$$

Подставим в граничные условия

$$\begin{cases} C_2 + C_4 = 0, \\ -K^2 C_2 + K^2 C_4 = 0, \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} C_2 + C_4 = 0, \\ (-C_2 + C_4) \cdot K^2 = 0. \end{cases}$$

На конце A_I граничные условия задаются уравнениями движения твёрдой вставки $A_I A_2$, которые запишем позже.

Решение уравнений

$$C_2 = 0, \quad C_4 = 0. \quad (2.59)$$

Вычислим геометрические и силовые характеристики левого стержня $A_0 A_I$ на его конце A_I .

Перемещение конца стержня A_I :

$$y_1 = y_1(t) = y(x, t) \Big|_{x=x_1}.$$

Угол поворота концевого сечения A_I стержня:

$$\varphi_1 = \varphi_1(t) = \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=x_1} = \frac{\partial y_1}{\partial x}.$$

Поперечная сила и изгибающий момент на конце A_I стержня:

$$Q_1 = Q_1(t) = -EI \frac{\partial^3 y(x, t)}{\partial x^3} \Big|_{x=x_1},$$

$$M_1 = M_1(t) = -EI \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=x_1}.$$

После разделения переменных по методу Фурье, запишем эти соотношения для форм колебаний

$$\begin{aligned}
Y_1 &= Y(x) \Big|_{x=x_1}, \\
\frac{dY_1}{dx} &= \frac{dY(x)}{dx} \Big|_{x=x_1}, \\
Q_1 &= -EI \frac{d^3 Y(x)}{dx^3} \Big|_{x=x_1}, \\
M_1 &= -EI \frac{d^2 Y(x)}{dx^2} \Big|_{x=x_1}.
\end{aligned}$$

Получим

$$\begin{aligned}
Y_1 &= C_1 \sin KL_1 + C_2 \cos KL_1 + C_3 \operatorname{sh} KL_1 + C_4 \operatorname{ch} KL_1, \\
\frac{dY_1}{dx} &= K(C_1 \cos KL_1 - C_2 \sin KL_1 + C_3 \operatorname{ch} KL_1 + C_4 \operatorname{sh} KL_1), \\
M_1 &= -K^2(-C_1 \sin KL_1 - C_2 \cos KL_1 + C_3 \operatorname{sh} KL_1 + C_4 \operatorname{ch} KL_1), \\
Q_1 &= -K^3(-C_1 \cos KL_1 + C_2 \sin KL_1 + C_3 \operatorname{ch} KL_1 + C_4 \operatorname{sh} KL_1).
\end{aligned} \tag{2.60}$$

Рассмотрим движение **правой части трубы**, то есть стержня $A_1 A_3$:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + a^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0, \tag{2.61}$$

где $y = Y(x) (A \sin \omega t + B \cos \omega t)$, $Y(x) = C_5 \sin Kx + C_6 \cos Kx + C_7 \operatorname{sh} Kx + C_8 \operatorname{ch} Kx$.

Для определения констант C_5, C_6, C_7, C_8 необходимо задать условия на концах стержня A_2 и A_3 .

Так как стержень на конце A_3 закреплён шарнирно, то при $x = x_3 = L = L_1 + L_2 + a_1$ получим:

$$y(x, t) = 0, \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0,$$

то есть

$$Y(x) \Big|_{x=L} = 0, \quad \frac{\partial^2 Y(x)}{\partial x^2} \Big|_{x=L} = 0.$$

Подставим форму колебаний $Y(x)$:

$$\begin{cases} C_5 \sin KL + C_6 \cos KL + C_7 \operatorname{sh} KL + C_8 \operatorname{ch} KL = 0, \\ K^2(-C_5 \sin KL - C_6 \cos KL + C_7 \operatorname{sh} KL + C_8 \operatorname{ch} KL) = 0. \end{cases}$$

Преобразуем полученные уравнения и получим следующие зависимости:

$$\begin{cases} C_7 shKL + C_8 chKL = 0, \\ C_5 \sin KL + C_6 \cos KL = 0. \end{cases}$$

Откуда

$$\begin{aligned} C_8 &= -\frac{shKL}{chKL} C_7 = -thKL \cdot C_7 = n_2 \cdot C_7. \\ C_6 &= -\frac{\sin KL}{\cos KL} C_5 = -tgKL \cdot C_5 = n_1 \cdot C_5. \end{aligned} \quad (2.62)$$

На конце A_2 граничные условия задаются уравнениями движения твёрдой вставки A_1A_2 , которые запишем позже. Вычислим геометрические и силовые характеристики правого стержня A_2A_3 на его конце A_2 .

Перемещение конца стержня A_2 :

$$y_2 = y_2(t) = y(x, t) \Big|_{x=x_2}.$$

Угол поворота концевое сечения A_2 стержня:

$$\varphi_2 = \varphi_2(t) = \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=x_2}.$$

Поперечная сила и изгибающий момент на конце A_2 стержня:

$$\begin{aligned} Q_2 &= Q_2(t) = -EI \frac{\partial^3 y(x, t)}{\partial x^3} \Big|_{x=x_2}, \\ M_2 &= M_2(t) = -EI \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=x_2}. \end{aligned}$$

В полученных выражениях $x_2 = L_1 + a_1$.

После разделения переменных по методу Фурье, запишем эти соотношения для форм колебаний

$$\begin{aligned} Y_2 &= Y_2(x) \Big|_{x=x_2}, \\ \varphi_2 &= \frac{dY_2(x)}{dx} = \frac{dY(x)}{dx} \Big|_{x=x_2}, \\ Q_2 &= -EI \frac{d^3 Y(x)}{dx^3} \Big|_{x=x_2}, \\ M_2 &= -EI \frac{d^2 Y(x)}{dx^2} \Big|_{x=x_2}. \end{aligned}$$

Подставив решение для форм колебаний, получим:

$$\begin{aligned}
Y_2 &= C_5 \sin Kx_2 + C_6 \cos Kx_2 + C_7 shKx_2 + C_8 chKx_2, \\
\frac{dY_2}{dx} &= K(C_5 \cos Kx_2 - C_6 \sin Kx_2 + C_7 chKx_2 + C_8 shKx_2), \\
M_2 &= -K^2(-C_5 \sin Kx_2 - C_6 \cos Kx_2 + C_7 shKx_2 + C_8 chKx_2), \\
Q_2 &= -K^3(-C_5 \cos Kx_2 + C_6 \sin Kx_2 + C_7 chKx_2 + C_8 shKx_2).
\end{aligned} \tag{2.63}$$

Запишем уравнения движения **твёрдой вставки** A_1A_2 с частью трубы:

$$\begin{cases} m_1 a_y = \sum_k F_{ky}, \\ J_c \varepsilon = \sum_k m_{c1} (\bar{F}_k), \end{cases} \tag{2.64}$$

где m_1 – масса вставки, J_c – момент инерции.

Для твердой вставки вместе с частью трубы:

$$\begin{aligned}
m_1 &= m_{1B} + m_{1T}, \\
J_c &= J_{1B} + J_{1T},
\end{aligned}$$

где m_{1B} – масса вставки, m_{1T} – масса прилегающей части трубы, J_{1B} – момент инерции вставки, J_{1T} – момент инерции прилегающей части трубы.

Ускорение центра масс C_1 вставки:

$$a_y = \frac{\partial^2 y_{C1}}{\partial t^2},$$

а так как

$$y_{C1} = y_1 + \frac{L_1}{2} \frac{\partial y_1}{\partial x},$$

тогда

$$a_y = \frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} + \frac{L_1}{2} \frac{\partial^3 y_1}{\partial x \partial t^2}. \tag{2.65}$$

Угловое ускорение вставки:

$$\varepsilon = \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} = \frac{\partial^3 y_1}{\partial x \partial t^2}. \tag{2.66}$$

Добавим кинематические соотношения:

$$\begin{aligned} y_{C1} &= y_1 + \frac{L_1}{2} \varphi_1, \\ y_2 &= y_1 + L_1 \varphi_1, \end{aligned} \quad (2.67)$$

или

$$\begin{aligned} y_{C1} &= y_1 + \frac{L_1}{2} \frac{\partial y_1}{\partial x}, \\ y_2 &= y_1 + L_1 \frac{\partial y_1}{\partial x}. \end{aligned}$$

Получим формулу связи между углами поворота φ_1 и φ_2 :

$$\varphi_1 = \varphi_2, \quad \text{или} \quad \frac{\partial y_1}{\partial x} = \frac{\partial y_2}{\partial x}.$$

Вычислим углы α_1, α_2 , образуемые нитями с вертикалью:

$$\begin{aligned} \cos \alpha_1 &= \frac{y_1 - y_0}{\sqrt{x_1^2 + (y_1 - y_0)^2}} = \frac{y_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}, \\ \sin \alpha_1 &= \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}, \\ \cos \alpha_2 &= \frac{y_2 - y_3}{\sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_2 - y_3)^2}} = \frac{y_2}{\sqrt{(x_3 - x_2)^2 + y_2^2}}, \\ \sin \alpha_2 &= \frac{x_3 - x_2}{\sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_2 - y_3)^2}}. \end{aligned}$$

Для малых перемещений:

$$\begin{aligned} \cos \alpha_1 &\approx \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_1}{L_1}, & \sin \alpha_1 &= 1, \\ \cos \alpha_2 &\approx \frac{y_2}{x_3 - x_2} = \frac{y_2}{L_2}, & \sin \alpha_2 &= 1. \end{aligned}$$

Силы натяжения нитей T_1, T_2 в точках A_1, A_2 можно положить равными первоначальному натяжению

$$T_1 = T_2 = T. \quad (2.68)$$

Вычислим сумму проекций всех сил, приложенных к вставке, на ось y :

$$\sum_k F_{ky} = -Q_1 \cos \varphi_1 + Q_2 \cos \varphi_2 - T_1 \cos \alpha_1 - T_2 \cos \alpha_2.$$

Вычислим сумму моментов всех сил относительно точки C'_1 :

$$\sum_k M_{C'_1}(\bar{F}_k) = Q_1 \frac{L_1}{2} + Q_2 \frac{L_2}{2} + T_1 \cos \alpha_1 \frac{L_1}{2} \cos \varphi_1 - T_1 \sin \alpha_1 \frac{L_1}{2} \sin \varphi_1 - \\ - T_2 \cos \alpha_2 \frac{L_1}{2} \cos \varphi_2 - T_2 \sin \alpha_2 \frac{L_1}{2} \sin \varphi_2 + M_1 - M_2.$$

Для малых перемещений:

$$\sum_k F_{ky} = -Q_1 + Q_2 - T \left(\frac{y_1}{x_1} + \frac{y_2}{x_3 - x_2} \right), \\ \sum_k M_{C'_1}(\bar{F}_k) = \frac{L_1}{2} \left(Q_1 + Q_2 + T \left(\frac{y_1}{x_1} - y_1 - \frac{y_2}{x_3 - x_2} - y_2 \right) \right) + M_1 - M_2,$$

так как

$$\cos \varphi_1 \approx 1, \quad \sin \varphi_1 \approx \varphi_1, \quad \cos \varphi_2 \approx 1, \quad \sin \varphi_2 \approx \varphi_2.$$

Тогда уравнения движения твёрдой вставки примут вид:

$$\begin{cases} m_1 \left(\frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} + \frac{L_1}{2} \frac{\partial^3 y_1}{\partial x \partial t^2} \right) = -Q_1 + Q_2 - T \left(\frac{y_1}{L_1} + \frac{y_2}{L_2} \right), \\ J_c \frac{\partial^3 y_1}{\partial x \partial t^2} = \frac{L_1}{2} \left(Q_1 + Q_2 + T \left(\frac{1-L_1}{L_1} y_1 - \frac{L_2+1}{L_2} y_2 \right) \right) + M_1 - M_2. \end{cases} \quad (2.69)$$

После разделения переменных по методу Фурье, вычислим:

$$\frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} = -\omega^2 Y_1, \quad \frac{\partial^3 y_1}{\partial x \partial t^2} = -\omega^2 \frac{\partial Y_1}{\partial x}. \quad (2.70)$$

и запишем уравнения движения вставки с учетом зависимостей (2.72) в виде:

$$\begin{cases} -m_1 \omega^2 \left(Y_1 + \frac{L_1}{2} \frac{dY_1}{dx} \right) = -Q_1 + Q_2 - T \left(\frac{Y_1}{L_1} + \frac{Y_2}{L_2} \right), \\ -J_c \omega^2 \frac{dY_1}{dx} = \frac{L_1}{2} \left(Q_1 + Q_2 + T \left(\frac{1-L_1}{L_1} Y_1 - \frac{L_2+1}{L_2} Y_2 \right) \right) + M_1 - M_2. \end{cases} \quad (2.71)$$

К этим уравнениям надо добавить геометрические соотношения:

$$\begin{cases} Y_2 = Y_1 + L_1 \frac{dY_1}{dx}, \\ \frac{dY_1}{dx} = \frac{dY_2}{dx}. \end{cases} \quad (2.72)$$

Если подставить в эту систему четырёх уравнений найденное решение и

учесть, что $C_2 = 0$, $C_4 = 0$, $C_6 = n_1 C_5$, $C_8 = n_2 C_7$, то получим однородную систему линейных алгебраических уравнений для определения частот колебаний ω и констант C_1 , C_3 , C_5 , C_7 .

Подставим найденные решения в систему уравнений (2.71):

$$\left\{ \begin{aligned} & -m_1 \omega^2 ((C_1 \sin Kx_1 + C_2 \cos Kx_1 + C_3 \operatorname{sh} Kx_1 + C_4 \operatorname{ch} Kx_1) + \\ & + \frac{L_1}{2} K (C_1 \cos Kx_1 - C_2 \sin Kx_1 + C_3 \operatorname{ch} Kx_1 + C_4 \operatorname{sh} Kx_1)) = \\ & = K^3 (-C_1 \cos Kx_1 + C_2 \sin Kx_1 + C_3 \operatorname{ch} Kx_1 + C_4 \operatorname{sh} Kx_1) + \\ & - K^3 (-C_5 \cos Kx_2 + C_6 \sin Kx_2 + C_7 \operatorname{ch} Kx_2 + C_8 \operatorname{sh} Kx_2) - \\ & - T \left(\frac{1}{L_1} (C_1 \sin Kx_1 + C_2 \cos Kx_1 + C_3 \operatorname{sh} Kx_1 + C_4 \operatorname{ch} Kx_1) + \right. \\ & + \frac{1}{L_2} (C_5 \sin Kx_2 + C_6 \cos Kx_2 + C_7 \operatorname{sh} Kx_2 + C_8 \operatorname{ch} Kx_2) \Big); \\ & - J_c \omega^2 K (C_1 \cos Kx_1 - C_2 \sin Kx_1 + C_3 \operatorname{ch} Kx_1 + C_4 \operatorname{sh} Kx_1) = \\ & \left. \begin{aligned} & \left(-K^3 (-C_1 \cos Kx_1 + C_2 \sin Kx_1 + C_3 \operatorname{ch} Kx_1 + C_4 \operatorname{sh} Kx_1) - \right. \\ & - K^3 (-C_5 \cos Kx_2 + C_6 \sin Kx_2 + C_7 \operatorname{ch} Kx_2 + C_8 \operatorname{sh} Kx_2) + \\ & = \frac{L_1}{2} \left(\frac{1-L_1}{L_1} (C_1 \sin Kx_1 + C_2 \cos Kx_1 + C_3 \operatorname{sh} Kx_1 + C_4 \operatorname{ch} Kx_1) - \right. \\ & \left. \left. + T \left(-\frac{L_2+1}{L_2} (C_5 \sin Kx_2 + C_6 \cos Kx_2 + C_7 \operatorname{sh} Kx_2 + C_8 \operatorname{ch} Kx_2) \right) \right) \right) - \\ & - K^2 (-C_1 \sin Kx_1 - C_2 \cos Kx_1 + C_3 \operatorname{sh} Kx_1 + C_4 \operatorname{ch} Kx_1) + \\ & + K^2 (-C_5 \sin Kx_2 - C_6 \cos Kx_2 + C_7 \operatorname{sh} Kx_2 + C_8 \operatorname{ch} Kx_2). \end{aligned} \right\} \quad (2.73) \end{aligned}$$

Подставим найденные решения в систему уравнений (2.72):

$$\left\{ \begin{aligned} & (C_5 \sin Kx_2 + C_6 \cos Kx_2 + C_7 \operatorname{sh} Kx_2 + C_8 \operatorname{ch} Kx_2) = \\ & = (C_1 \sin Kx_1 + C_2 \cos Kx_1 + C_3 \operatorname{sh} Kx_1 + C_4 \operatorname{ch} Kx_1) + \\ & + KL_1 (C_1 \cos Kx_1 - C_2 \sin Kx_1 + C_3 \operatorname{ch} Kx_1 + C_4 \operatorname{sh} Kx_1); \\ & K (C_1 \cos Kx_1 - C_2 \sin Kx_1 + C_3 \operatorname{ch} Kx_1 + C_4 \operatorname{sh} Kx_1) = \\ & = K (C_5 \cos Kx_2 - C_6 \sin Kx_2 + C_7 \operatorname{ch} Kx_2 + C_8 \operatorname{sh} Kx_2). \end{aligned} \right. \quad (2.74)$$

Полученные уравнения можно записать в виде:

$$\begin{cases} a_{11}C_1 + a_{12}C_3 + a_{13}C_5 + a_{14}C_7 = 0, \\ a_{21}C_1 + a_{22}C_3 + a_{23}C_5 + a_{24}C_7 = 0, \\ a_{31}C_1 + a_{32}C_3 + a_{33}C_5 + a_{34}C_7 = 0, \\ a_{41}C_1 + a_{42}C_3 + a_{43}C_5 + a_{44}C_7 = 0, \end{cases} \quad (2.75)$$

$$\text{где } a_{11} = -m_1 \omega^2 \left(\sin Kx_1 + \frac{L_1}{2} K \cos Kx_1 \right) + K^3 \cos Kx_1 + \frac{T}{L_1} \sin Kx_1,$$

$$a_{12} = -m_1 \omega^2 \left(shKx_1 + \frac{L_1}{2} K chKx_1 \right) - K^3 chKx_1 + \frac{T}{L_1} shKx_1,$$

$$a_{13} = K^3 (-\cos Kx_2 + n_1 \sin Kx_2) + \frac{T}{L_2} (\sin Kx_2 + n_1 \cos Kx_2),$$

$$a_{14} = K^3 (chKx_2 + n_2 shKx_2) + \frac{T}{L_2} (shKx_2 + n_2 chKx_2),$$

$$a_{21} = -J_C \omega^2 K \cos Kx_1 - K^3 \cos Kx_1 + T \frac{L_1 - 1}{L_1} \sin Kx_1 - K^2 \sin Kx_1,$$

$$a_{22} = -J_C \omega^2 K chKx_1 + K^3 chKx_1 + T \frac{L_1 - 1}{L_1} shKx_1 + K^2 shKx_1,$$

$$a_{23} = \frac{L_1 K^3}{2} (-\cos Kx_2 + n_1 \sin Kx_2) - \frac{L_2 + 1}{L_2} T (\sin Kx_2 + n_1 \cos Kx_2) + K^2 (\sin Kx_2 + n_1 \cos Kx_2),$$

$$a_{24} = -\frac{L_1}{2} (chKx_2 + n_2 shKx_2) + \frac{L_2 + 1}{L_2} T (shKx_2 + n_2 chKx_2) - K^2 (shKx_2 + n_2 chKx_2),$$

$$a_{31} = -(\sin Kx_1 + KL_1 \cos Kx_1), \quad a_{32} = -(shKx_1 + KL_1 chKx_1), \quad a_{33} = \sin Kx_2 + n_1 \cos Kx_2,$$

$$a_{34} = shKx_2 + n_2 chKx_2, \quad a_{41} = \cos Kx_1, \quad a_{42} = chKx_1, \quad a_{43} = -\cos Kx_2 + n_1 \sin Kx_2,$$

$$a_{44} = -(chKx_2 + n_2 shKx_2).$$

Систему (2.37) можно записать в матричном виде:

$$Az = 0, \quad (2.76)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}, \quad z = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_3 \\ C_5 \\ C_7 \end{pmatrix}.$$

Для того, чтобы однородная система имела ненулевое решение необходимо и достаточно, чтобы определитель матрицы A равнялся нулю

$$\Delta = f(\omega) = 0. \quad (2.77)$$

По полученным частотам колебаний определяется амплитуда собственных колебаний трубы-шины, которая при оптимальных параметрах жесткой вставки стремиться к нулю.

Гаситель в виде жесткой вставки с двумя или n элементами.

Рассмотрим задачу с двумя твёрдыми телами (рисунок 2.13).

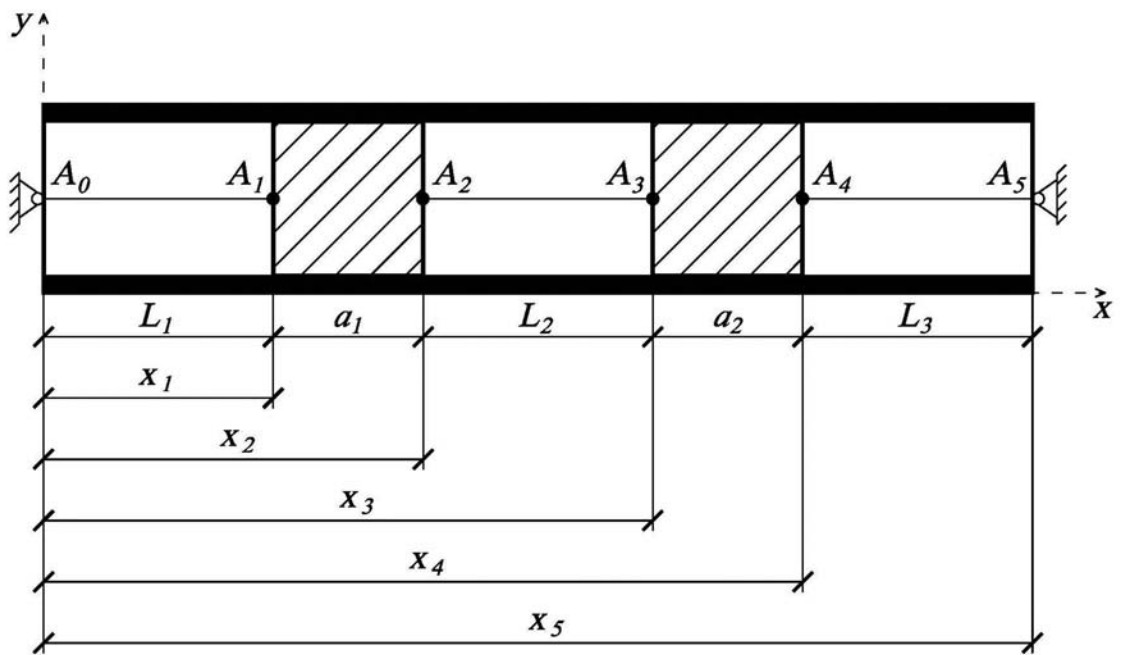


Рисунок 2.13 – Гаситель в виде жесткой вставки с двумя элементами

В этом случае систему мысленно делим на три стержня A_0A_1 , A_2A_3 , A_4A_5 и два твёрдых тела A_1A_2 , A_3A_4 .

Уравнения движения стержней A_0A_1 , A_2A_3 и их решения записываются аналогично, как и в модели с одним твёрдым телом. Уравнения движения стержня A_4A_5 и его решение отличается от предыдущих формой колебаний

$$Y(x) = C_9 \sin Kx + C_{10} \cos Kx + C_{11} \operatorname{sh} Kx + C_{12} \operatorname{ch} Kx, \quad (2.78)$$

всё остальное сохраняется.

Уравнения движения твёрдого тела A_3A_4 записываются аналогично, как и тела A_1A_2 в задаче с одним твёрдым телом

$$\begin{cases} -m_2\omega^2\left(Y_3 + \frac{L_2}{2}\frac{dY_3}{dx}\right) = -Q_3 + Q_4 - T\left(\frac{Y_3}{L_2} + \frac{Y_4}{L_3}\right), \\ -J_c\omega^2\frac{dY_3}{dx} = \frac{L_2}{2}\left(Q_3 + Q_4 + T\left(\frac{1-L_2}{L_2}Y_3 - \frac{L_3+1}{L_3}Y_4\right)\right) + M_3 - M_4. \end{cases} \quad (2.79)$$

К этим уравнениям надо добавить геометрические соотношения:

$$\begin{cases} Y_4 = Y_3 + L_2\frac{dY_3}{dx}, \\ \frac{dY_3}{dx} = \frac{dY_4}{dx}. \end{cases} \quad (2.80)$$

Условия на концах A_0 и A_5 аналогичны предыдущей модели.

При подстановке форм колебаний для трех стержней в уравнения движения двух твёрдых тел и условия на концах A_0 , A_5 , получим однорядную систему алгебраических уравнений с 8-ью константами $C_1, C_2 \dots C_8$. Заметим, что четыре константы, как и в предыдущем случае, исключаются с помощью условий на концах трубы.

Для решения этой системы необходимо и достаточно, чтобы определитель 8-го порядка системы равнялся нулю

$$\Delta_8(\omega) = 0. \quad (2.81)$$

Из этого частотного уравнения получим частоты ω , затем находим формы колебаний.

Эти алгоритмы легко обобщить и на n твёрдых тел. Задача определения частот и форм колебаний сводится к однорядной системе алгебраических уравнений с $4n$ константами $C_1, C_2 \dots C_{4n}$, а частотное уравнение будет иметь вид

$$\Delta_{4n}(\omega) = 0, \quad (2.82)$$

где Δ_{4n} – определитель 4-го порядка этой системы.

При отсутствии нитей, соединяющих твёрдые тела, необходимо положить $T = 0$.

Полученная модель позволяет рассмотреть многие частные случаи практических задач.

Твёрдые тела могут быть и другой формы, для этого необходимо изменить в модели массово-геометрические характеристики. Например, цилиндрические тела можно заменить на тела, имеющие форму шара.

Модель позволяет рассмотреть случай, когда между трубой и вставками есть зазоры. В этом случае на разных участках времени есть два режима движения: совместное движение трубы и вставки, описываемое рассмотренной моделью и их раздельное движение. Во втором случае движения стержня описывается известными уравнениями, а движения вставок с нитями можно получить из уравнений движения твёрдых тел, полученных в рассмотренной модели, если положить поперечные силы Q и изгибающие моменты в поперечных сечениях стержня равными нулю. Моменты времени, в которые происходит стыковка упругого и твёрдых тел, т.е. трубы и вставок, имеют случайный характер и для исследования этого процесса необходимо привлечь методы теории вероятностей и теории случайных процессов.

В этом плане рассмотренная модель обладает некоторой степенью универсальности, позволяет решить многие практические задачи демпфирования колебаний, допускает развитие исследований в этом направлении.

2.2 Исследование колебаний систем «жесткая ошиновка – гаситель» при вихревом возбуждении шины с применением новых схем (устройств) гашения колебаний

Отечественные и зарубежные нормы [93, 96, 97, 98, 116] утверждают, что устойчивые (стабилизированные) ветровые резонансные колебания шин не наступают, если наибольший прогиб шин при периодическом срыве воздушных вихрей с резонансной частотой $y_{p,max}$ не достигает допустимых значений $y_{p,dop}$, т.е.

$$y_{p,max} \leq y_{p,dop} \quad (2.83)$$

Успешная отстройка от резонансных колебаний в критериальной форме отвечает неравенству

$$y'_{p,\max} \leq y'_{p,\text{дон}} \cdot \quad (2.84)$$

где $y'_{p,\max} = y_{p,\max}/D$ - относительный максимальный расчетный прогиб шины при резонансных ветровых колебаниях, м;

D - внешний диаметр шины, м;

$y'_{p,\text{дон}} = y_{p,\text{дон}}/D$ - относительный допустимый прогиб шины при вихревых возбуждениях, равный 0,02 для шин диаметром 250 мм и больше; 0,04 - для шин диаметром 90-150 мм.

Если условие (2.83) не выполняется, тогда необходимо использование специальных устройств для гашения резонансных колебаний шины.

Гаситель на нити с одной и двумя массами

Для рассмотрения поведения гасителя на нити с одной или двумя сосредоточенными массами при колебаниях шины была рассмотрена модель в виде колебаний 2-ух подсистем – трубы-шины и **“гасителя на нити”**. При совершении колебаний в определенные моменты времени происходит соударение демпфирующей насадки гасителя со стенкой трубы, что обусловлено выполнением условий (2.39) или (2.43).

При этом совместно рассматривать уравнения движения необходимо с временным шагом не более 0,1 от наименьшего периода колебаний 2-ух подсистем. Столкновение подсистем приводит к перераспределению кинетической энергии движущихся масс подсистем, а также к невозполнимым потерям энергии. Для учета перераспределения энергии подсистемы приводятся при помощи известных методов к системам с одной или двумя массами (и одной или двумя степенями свободы), расположенными в точках соударения.

Полученные скорости точек приведенных масс после соударения подсистем определяют начальные условия собственных колебаний каждой подсистемы до момента следующего соударения. Таким образом, модель колебаний представленной системы нелинейна и влияние параметров «гасителя на нити» на максимальную амплитуду, скорость рассеивания энергии колебаний 1-ой подсистемы (шины) зависит от ряда факторов. В результате факторного анализа

отдельно выделены наиболее значимые факторы гасителя, значительно влияющие на указанные выше параметры колебаний шины при внешнем возмущении:

1 – зазоры Δ (рисунок 2.1) между стенкой трубы – шины и гасителем колебаний [предельные значения из конструктивных соображений $\Delta = (0,05 \div 0,35) D_{\text{трубы}}$];

2 – соотношение частот колебаний гасителя и трубы [предельные значения частоты гасителя из конструктивных особенностей и условия критических напряжений в трубе от натяжения нити $f_2 = (0,5 \div 2,2) f_{\text{трубы}}$];

3 – масса демпфирующей насадки гасителя колебаний [предельные значения из конструктивных соображений $M_2 = (1-5\%) M_{\text{трубы}}$].

Материал демпфирующей насадки должен обеспечивать как можно большие невосполнимые потери энергии при соударении. Данный параметр может быть изучен экспериментальным путем, в теоретических исследованиях соударение принималось условно абсолютно упругим (рисунок 2.14).

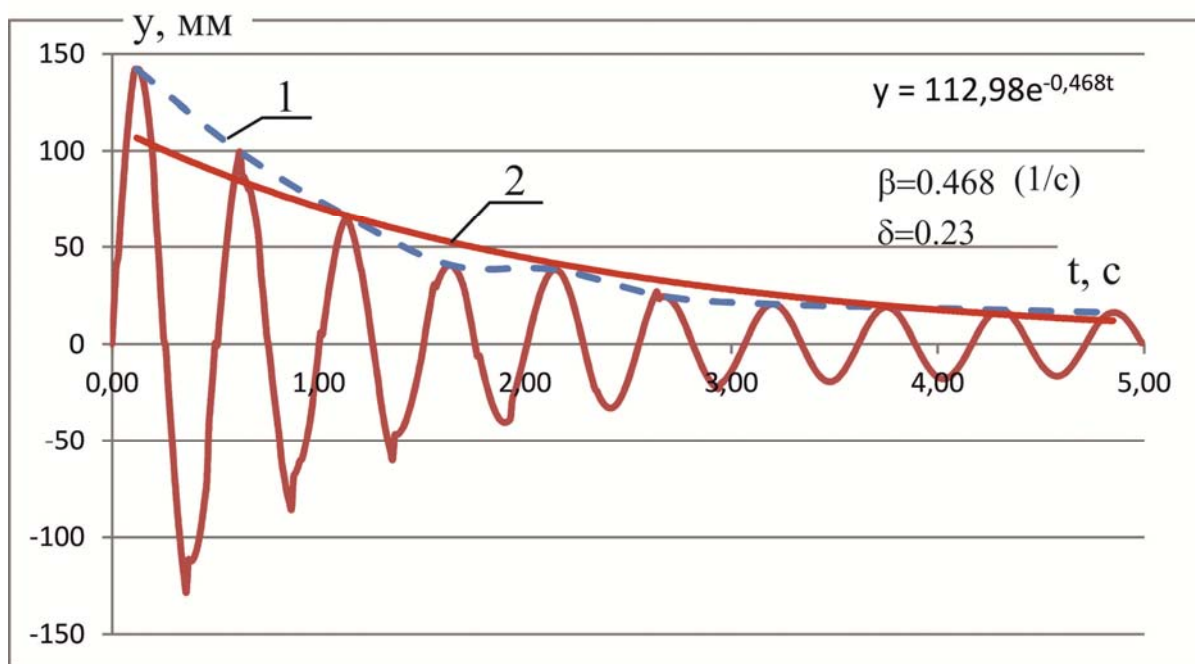


Рисунок 2.14 – Виброграмма колебаний середины пролета трубы шины:

1 – огибающая точек максимальных перемещений во времени;

2 – аппроксимация огибающей по экспоненте.

В качестве параметра наблюдения при анализе использовался условный логарифмический декремент колебаний δ , который определялся как показатель

степени β аппроксимированной по экспоненте огибающей точек максимальных перемещений во времени середины пролета трубы (рисунок 2.14) умноженный на период колебаний T :

$$\delta = \beta T. \quad (2.85)$$

Виброграмма полученных колебаний среднего сечения шины с наличием «гасителя на нити» сравнивалась с аналогичной виброграммой при отсутствии гасителя. Показателем эффективности применения «гасителя на нити» k являлось соотношение условного логарифмического декремента δ (аппроксимированной кривой (рисунки 2.14, 2.15) для системы с гасителем к логарифмическому декременту δ_0 для системы без гасителя (рисунки 2.14, 2.15):

$$k = \frac{\delta}{\delta_0}.$$

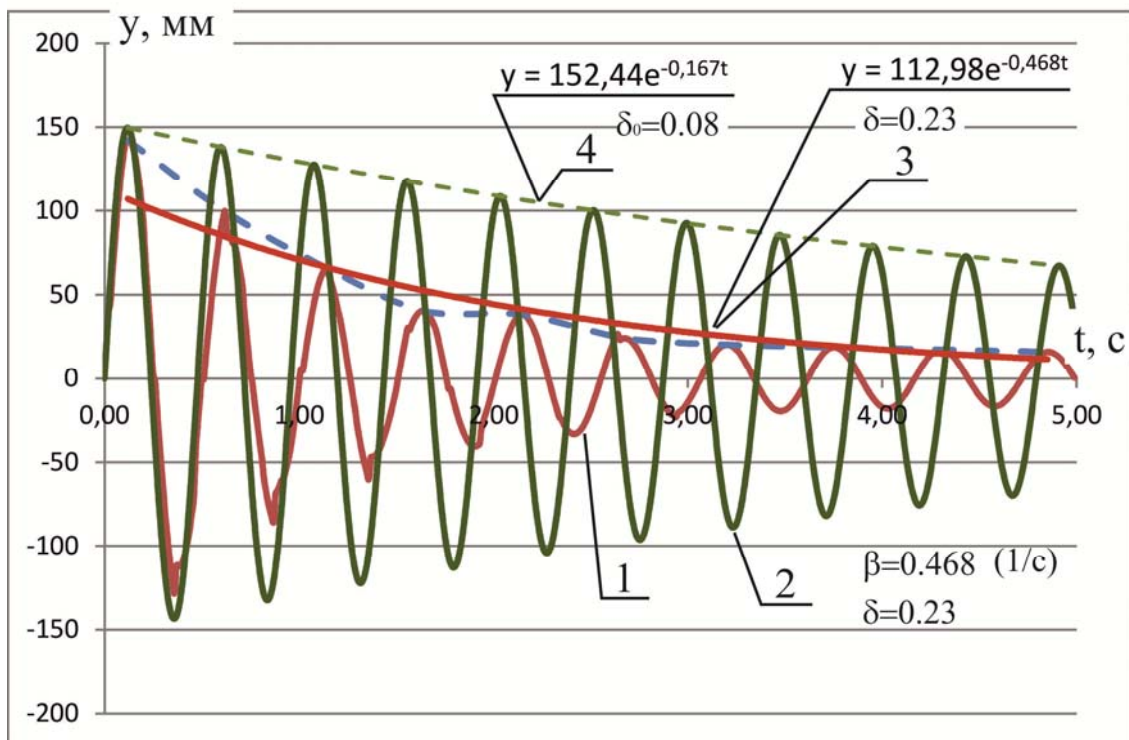


Рисунок 2.15 – Виброграммы колебаний середины пролета трубы:

1 – виброграмма колебаний шины с гасителем; 2 – виброграмма колебаний без гасителя; 3 – аппроксимация огибающей по экспоненте для виброграммы с гасителем ($\delta = 0,23$); 4 – огибающая точек максимальных перемещений во времени шины без гасителя ($\delta_0 = 0,08$). (В указанном случае собственная частота шины $f_{mp} = 1,883$ Гц, гасителя $f_z = 3,5$ Гц)

Так, для частного случая, приведенного на рисунке 2.15, логарифмический декремент за счет добавления «гасителя на нити» увеличился в

$$k = \frac{\delta}{\delta_0} = \frac{0,23}{0.8} = 2,88 \text{ раза.}$$

Из трех упомянутых выше изучаемых факторов, два принимались фиксированными, а третий варьировался в интервале предельных значений. Изменение показателя эффективности k применения «гасителя на нити» при изменении влияющих факторов представлены на рисунке 2.16.

Полученные численные исследования показали (рисунок 2.16, в), что параметр величины зазора между стенкой трубы и демпфирующей насадкой влияние на эффективность работы гасителя практически не оказывает. Данный параметр может быть назначен исходя из конструктивных соображений связанных с недопущением больших амплитуд колебаний трубы. Размеры зазоров между гасителем и стенкой шины рекомендуется принимать в пределах 0,15-0,2 ее диаметра.

С увеличением силы натяжения струны гасителя происходит увеличение частоты собственных колебаний гасителя. Согласно полученным результатам (рисунок 2.16, а) с увеличением собственной частоты гасителя происходит увеличение скорости соударений трубы и гасителя, вследствие чего повышается эффект гашения. Верхняя граница разности частот гасителя и шины обусловлена возникновением существенных напряжений в шине, при которых возможна потеря устойчивости за счет большой гибкости шины. Рациональные параметры частоты гасителя лежат в пределах (1,75-2,2) от частоты колебаний 1-го тона шины.

Масса демпфирующей насадки также оказывает влияние на эффект применения «гасителя на нити». Малая масса (менее 1% от массы шины) не позволяет накапливать гасителю большой кинетической энергии, большая масса наоборот приводит к процессу перекачки энергии шина – гаситель – шина с минимальными потерями. Рациональные параметры массы гасителя лежат в пределах (1-3)% от массы шины.

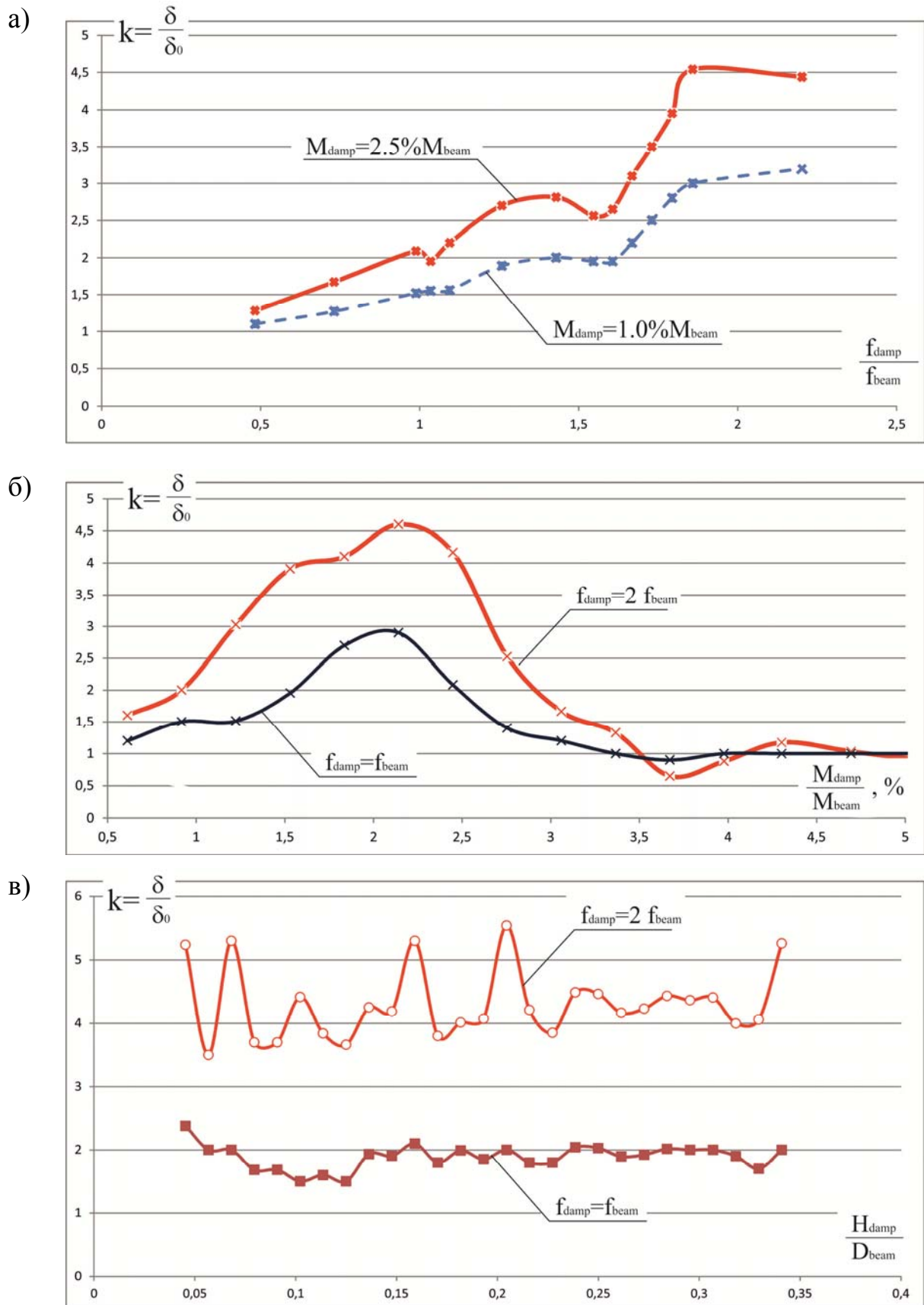


Рисунок 2.16 – Изменение показателя эффективности k «гасителя на нити» при изменении влияющих факторов: а) при изменении частоты собственных колебаний гасителя; б) при изменении массы гасителя; в) при изменении габаритов гасителя.

Относительный допустимый прогиб шины при рациональных параметрах гасителя достигает значения $y'_{p,доп} = 0,081$.

Пружинный гаситель

В теоретических выкладках получено, что при оптимальных параметрах пружинного гасителя труба-шина не перемещается. Это означает, что конструкция будет оставаться в покое, несмотря на то, что возмущающая нагрузка приложена именно к трубе, т.е. $y'_{p,доп} = 0$.

Гаситель в виде жесткой вставки

Численный эксперимент проведен для стальной трубы сечением 159х5,5 мм, пролет трубы – 13,5 м, опирание на концах – шарнирное. Жесткая вставка рассматривалась полнотелой из древесины (плотность 500 кг/м³), стали (плотность 7850 кг/м³) и алюминиевого сплава (плотность 2770 кг/м³). Длина жесткой вставки варьировалась в пределах 20-70% от длины трубы (рисунки 2.17, 2.18).

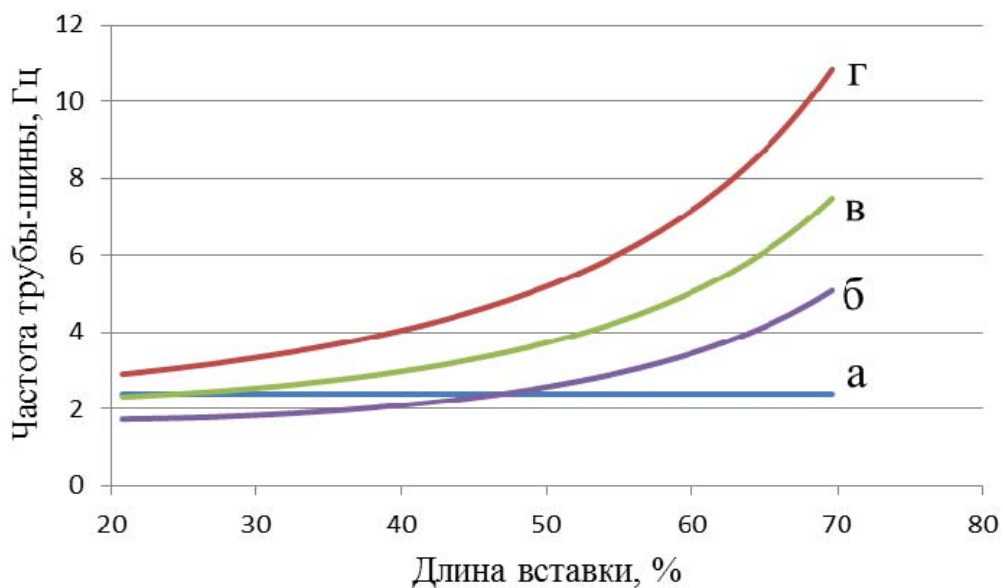


Рисунок 2.17 – Изменение частоты трубы шины в зависимости от длины жесткой вставки: а – частота трубы-шины без вставки; б – частота трубы-шины со стальной вставкой; в – частота трубы-шины с алюминиевой вставкой; г – частота трубы-шины с деревянной вставкой.

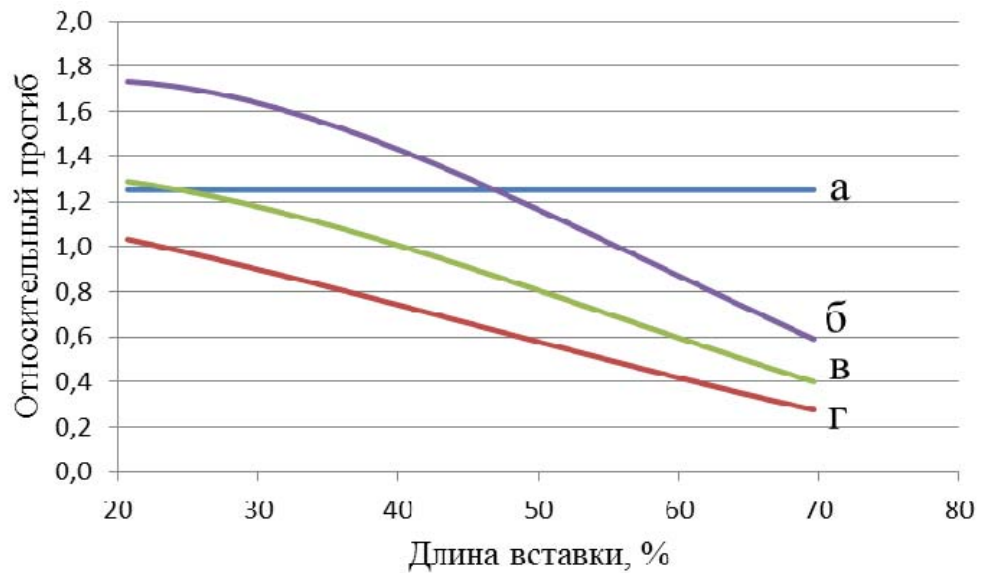


Рисунок 2.18 – Изменение относительного прогиба (амплитуды) трубы шины в зависимости от длины жесткой вставки: а – прогиб трубы-шины без вставки; б – прогиб трубы-шины со стальной вставкой; в – прогиб трубы-шины с алюминиевой вставкой; г – прогиб трубы-шины с деревянной вставкой.

Очевидно, что вес жесткой вставки при прочих равных условиях существенно влияет на частоту и амплитуду собственных колебаний трубы-шины. Рациональными считаем параметры, которые увеличивают частоту собственных колебаний трубы в 2 раза и более, что в разы снижает амплитуду колебаний трубы-шины.

Рациональные параметры гасителей для типовых размеров труб-шин с шарнирными опорами приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Рациональные параметры гасителей для типовых размеров труб-шин (однопролетная алюминиевая шина с шарнирными опорами и частотой собственных колебаний $f_y = 1,8$ Гц)

Диаметр алюминиевой шины, мм	«Гаситель на нити» с одной массой	«Гаситель на нити» с двумя массами	«Пружинный гаситель»	Гаситель в виде жесткой вставки
	нить диам. 3 мм, $f_{\Gamma} = 3,96$ Гц			$\rho = 500$ кг/м ³
70	M = 0,535 кг, T = 1,16 кН	M = 0,268 кг, T = 0,907 кН	M = 0,535 кг, k = 68,39 Н/м	$a = 0,61$ м

Продолжение таблицы 2.1

80	M = 0,659 кг, T = 1,48 кН	M = 0,33 кг, T = 1,14 кН	M = 0,659 кг, k = 84,25 Н/м	a = 0,66 м
90	M = 0,792 кг, T = 1,83 кН	M = 0,396 кг, T = 1,39 кН	M = 0,792 кг, k = 101,17 Н/м	a = 0,7 м
100	M = 0,932 кг, T = 2,22 кН	M = 0,466 кг, T = 1,675 кН	M = 0,932 кг, k = 119,08 Н/м	a = 0,74 м
120	M = 1,235 кг, T = 3,11 кН	M = 0,617 кг, T = 2,315 кН	M = 1,235 кг, k = 157,78 Н/м	a = 0,81 м
130	M = 1,396 кг, T = 3,62 кН	M = 0,698 кг, T = 2,66 кН	M = 1,396 кг, k = 178,38 Н/м	a = 0,84 м
150	M = 1,738 кг, T = 4,73 кН	M = 0,869 кг, T = 3,45 кН	M = 1,738 кг, k = 222,14 Н/м	a = 0,91 м
170	M = 2,105 кг, T = 6,0 кН	M = 1,053 кг, T = 4,34 кН	M = 2,105 кг, k = 268,99 Н/м	a = 0,97 м
200	M = 3,569 кг, T = 10,6 кН	M = 1,784 кг, T = 7,4 кН	M = 3,569 кг, k = 455,99 Н/м	a = 1,05 м
250	M = 5,018 кг, T = 16,3 кН	M = 2,509 кг, T = 11,35 кН	M = 5,018 кг, k = 641,24 Н/м	a = 1,17 м

2.3 Выводы по разделу 2

1. Конструкция жесткой ошиновки может быть представлена в виде динамической модели стержня с распределенной массой на упругих опорах, что позволяет учитывать различные опорные закрепления трубы-шины.

2. Впервые получены математические модели взаимодействия конструкции жесткой ошиновки с новыми способами гашения колебаний.

3. Получены рациональные параметры «гасителя на нити» с одной или двумя массами:

- рациональные параметры частоты гасителя лежат в пределах (1,75-2,2) от частоты колебаний 1-го тона шины;

- рациональные параметры массы гасителя лежат в пределах (1-3)% от массы шины;
- размеры зазоров между гасителем и стенкой шины рекомендуется принимать в пределах 0,15-0,2 ее диаметра.

4. Применен пружинный гаситель для гашения колебаний конструкций жесткой ошиновки. Масса пружинного гасителя лежит в пределах (1-3)% от массы шины. Жесткость пружинного гасителя зависит от частоты собственных колебаний трубы-шины.

5. Впервые получены рациональные параметры гасителя в виде жесткой вставки. Гаситель рационален при его небольшой массе (плотность менее 500 кг/м^3) и длине равной 40-60% от длины трубы.

Результаты исследований автора по настоящему разделу опубликованы в работах [25, 28, 66, 100, 102, 114].

РАЗДЕЛ 3

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ РАБОТЫ БАЛОЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ (НА ПРИМЕРЕ ЖЕСТКОЙ ОШИНОВКИ) С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НОВЫХ СПОСОБОВ ГАШЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ

Цель экспериментальных исследований состоит в проверке математических моделей и изучении фактических динамических характеристик конструкции без гасителей и с гасителями колебаний.

Для достижения поставленной цели в процессе эксперимента решались следующие задачи:

1. создание полномасштабных моделей трубы-шины соответствующих основным параметрам расчетной динамической модели;
2. проектирование и сборка вибромашины электромеханического эксцентрикового типа для возбуждения колебаний конструкции;
3. проведение статических испытаний моделей труб с целью определения соответствия опорных креплений расчетным параметрам;
4. проведение динамических вибрационных испытаний полномасштабных моделей трубы-шины с новыми способами гашения колебаний.

3.1 Приборная база для проведения испытаний

Испытания конструкций эксплуатационной нагрузкой обеспечивает получение представления об истинном отклике сооружения или конструкции на реальные воздействия, поскольку характер и место приложения нагрузки точно соответствует условиям эксплуатации. Однако в большинстве случаев динамических испытаний приходится прибегать к искусственным приемам возбуждения колебательных воздействий [53].

Для возбуждения колебаний стальных конструкций использовалась вибромашина электромеханического эксцентрикового типа (рисунки 3.1-3.3). Она имеет два синхронно вращающихся во встречных направлениях эксцентрика, приводимых в действие электродвигателем [53]. Машина закрепляется на

конструкции и плавное изменение угловой скорости вращения валов вибромашины дает возможность изучать поведение конструкции при разных частотах возмущающей силы и отмечать резонанс.

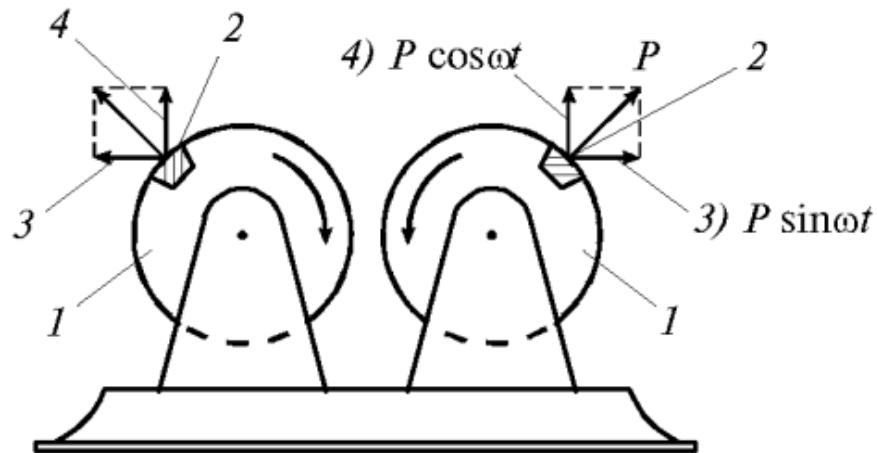


Рисунок 3.1 – Схема работы вибромашины с эксцентриками:

1 - роторы; 2 - эксцентрики; 3 - уравновешенные составляющие центробежных сил; 4 - неуравновешенные составляющие центробежных сил.



Рисунок 3.2 – Вибромашина с эксцентриками

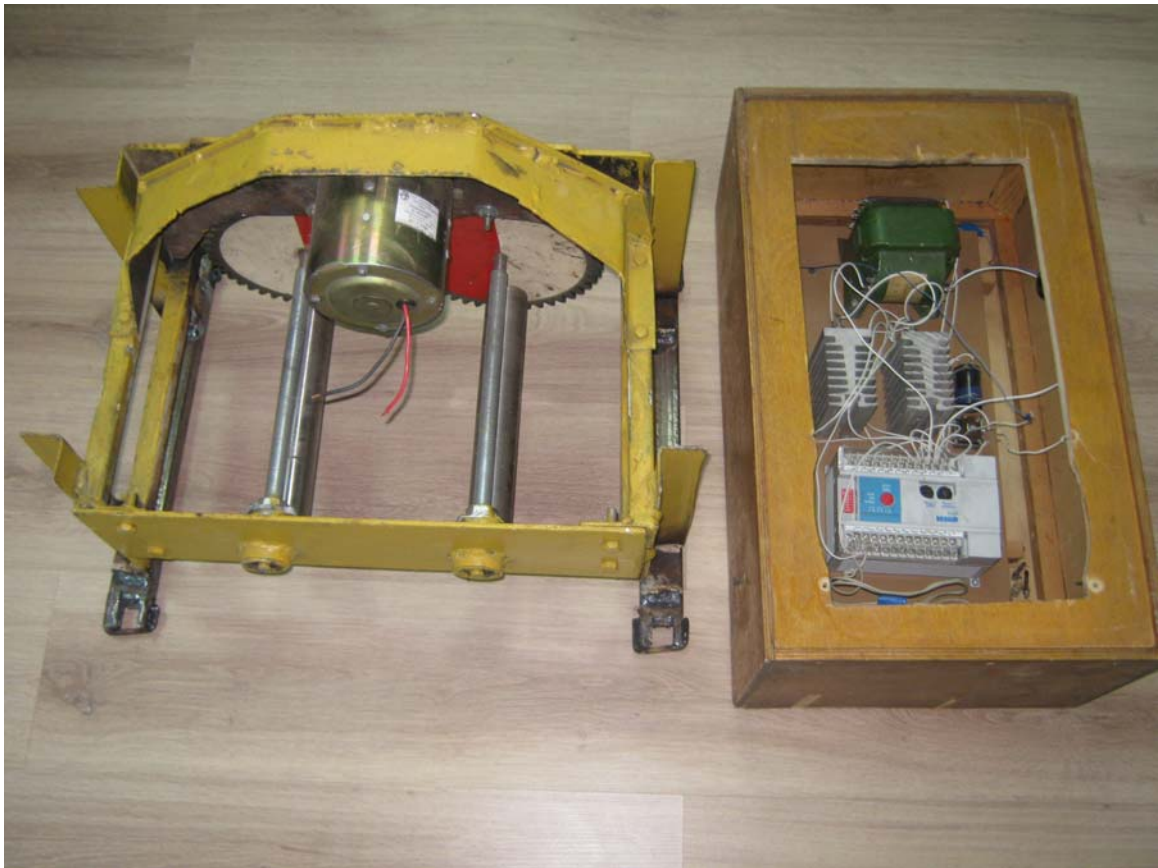


Рисунок 3.3 – Вибромашина с эксцентриками

Горизонтальные составляющие обеих сил $Q\cos(\omega t)$ в каждый момент времени равны между собой и противоположно направлены, а потому их сумма равна нулю (рисунок 3.1). Вертикальные составляющие, складываясь, дают пульсационную силу $2Q\sin(\omega t)$, которая изменяет свою величину и направление по закону синуса. Величина Q зависит от массы M одного эксцентрикового груза, величины его эксцентриситета r и угловой скорости ω .

Технические характеристики вибромашины: электродвигатель коллекторный, постоянного тока (ДП 108-24/300); номинальная мощность – 300 Вт; номинальное напряжение – 24 В; номинальная частота вращения – 2000 мин⁻¹; номинальный момент нагрузки - 1,4 Н·м; номинальный потребляемый ток – 20 А; масса вибромашины в сборе – 25 кг; максимальное амплитудное значение возмущающей силы – 5,0 кН.

Для регистрации динамических деформаций (колебаний), использовалась следующая аппаратная система. В качестве первичного преобразователя использовался пьезоэлектрический датчик (рисунок 3.4). Пьезоэлектрический

датчик обладает рядом преимуществ [5], связанных с отсутствием собственной инерционной составляющей и на сегодняшний день получил широкое применение в различных приборах регистрации колебаний.



Рисунок 3.4 – Пьезоэлектрический датчик с магнитным креплением

В основе работы пьезоэлектрических датчиков лежит пьезоэлектрический эффект – под влиянием механических деформаций вещества, обладающего пьезоэлектрическими свойствами (особый вид кварца, турмалин, керамики титоната-цирконата свинца и пр.), возникает его поляризация, вследствие чего на определенных элементах его поверхностях появляются электрические заряды. Таким образом, появляется ЭДС, величина которой прямо пропорциональна величине механической деформации датчика [5].

Пьезоэлектрические датчики являются датчиками ускорений (акселерометрами), работающими без опорной точки. Безинерционная схема работы датчика обеспечивает высокое качество измерений. Ориентация датчика в поле тяжести значения не имеет. Пьезокерамика из титоната-цирконата свинца обладает температурой точки Кюри выше 3200С, что обеспечивает их применение в широком диапазоне температур. Дополнительно следует отметить, что вследствие высокой собственной частоты (свыше 25 кГц) в диапазонах обычно 2 – 20000 Гц исключены резонансные явления. Поставка пьезоэлектрических датчиков осуществляется, как правило, в специальном корпусе из нержавеющей стали. В датчиках используются предварительно состаренные пьезоэлементы, что обеспечивает высокую долговременную стабильность параметров датчиков. Крепление датчиков к ферромагнитным

элементам может осуществляться при помощи встроенного прилипающего магнита при измерениях колебаний с частотой не более 5 кГц и амплитудой виброускорений не более 500 м/с^2 . Паспортный частотный диапазон составляет от 2 Гц до 20 кГц и определяется, как правило, видом усилителя.

Для преобразования электрических сигналов, зарегистрированных первичным преобразователем, в числовые значения («оцифровка» сигнала) была использована звуковая плата персонального компьютера. Методика и результаты тарировки представлены в Приложении А.

3.2 Методика проведения испытаний

В данной работе производились как статические, так и динамические испытания. Целью статических испытаний является определение прогиба трубы-шины от сосредоточенной силы для установления соответствия опорных закреплений трубы-шины принятой расчетной схеме (Приложение Б).

Статические испытания трубы производились в следующем порядке:

1. Трубу-шину горизонтально устанавливают на два опорных катка, обеспечивающих шарнирное закрепление балки в концевых сечениях (рисунок 3.5, б).

2. В сечениях над опорами и посередине балки на штативах устанавливают прогибомер Аистова ПАО-6 (I_1), индикаторы (I_2 , I_3) часового типа ИЧ-10 с ценой деления 0,01 мм и угломер, состоящий из стальной линейки, лазера с диаметром луча 1,5 мм и зеркала в точке А (рисунок 3.5, а, в).

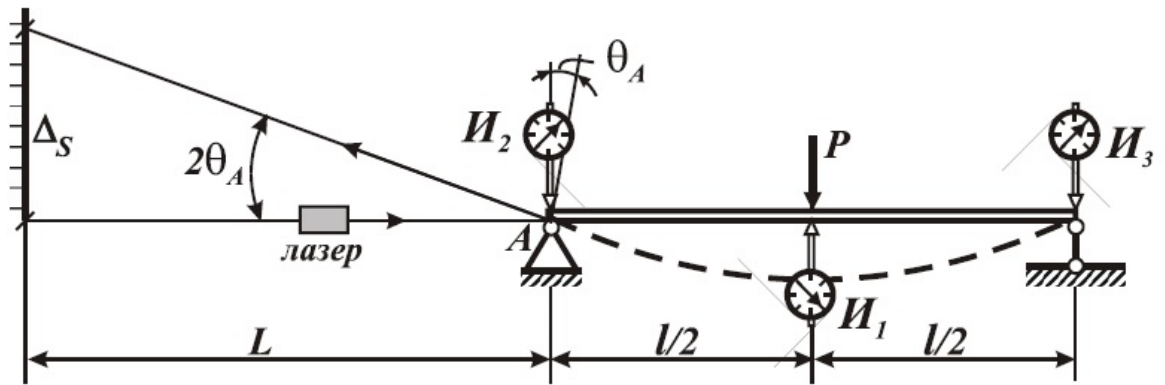
3. Нагрузку в виде вертикальной сосредоточенной силы P (тарированные грузы массой 1 кг каждый) прикладывают в среднем сечении балки (рисунок 3.5, г).

4. Последовательно производят ступенчатое статическое нагружение и разгружение балки.

5. Для каждого значения нагрузки P_i ($i = 1, 2$) снимаются показания трёх индикаторов и угломера.

6. Обработка результатов.

а)



б)



в)



г)



Рисунок 3.5 – Экспериментальная установка
двухопорной балки для статических испытаний:

- а) схема расположения приборов; б) общий вид экспериментальной установки;
в) установка индикатора часового типа; г) приложение сосредоточенной силы в
центре трубы при помощи тарированных грузов.

Определение *частоты* и *амплитуды колебаний* производилось в следующем порядке:

1. На испытываемую конструкцию наклеивается пьезоэлектрический датчик (рисунок 3.9), который соединен с аналогово-цифровым преобразователем и компьютером.
2. На испытываемую конструкцию устанавливается вибромашина.
3. Вызываются изгибные колебания первого тона колебаний конструкции, плавно переходящие в резонанс.
4. Фиксируется размах амплитуды вынужденных колебаний конструкции при помощи геодезической рейки.
5. Выключается вибромашина и записывается процесс собственных затухающих колебаний конструкции.
6. Обработка результатов.

Для экспериментального исследования эффективности применения «гасителя на нити» была собрана экспериментальная установка (рисунок 3.6) в виде стальной консольной балки длиной 3 м. Сечение балки – квадратная труба 100х3 мм. Гаситель представлен в виде струны из стальной проволоки диаметром 1 мм, натянутой на опоры и демпфирующей насадки с регулируемой массой. Частота собственных колебаний демпфера изменялась при помощи натяжения нити, масса при помощи внутреннего заполнения демпфирующей насадки. Величина натяжения нити определялась при помощи виброграммы колебаний массы на нити, полученной от пьезоэлектрического датчика, закрепленного на нити.

В качестве полномасштабной модели была собрана экспериментальная установка (рисунок 3.8) в виде стальной двухопорной балки пролетом 13,5 м. Сечение балки – круглая труба 159х5,5 мм. Крепление на концах шарнирное (рисунок 3.8). Гаситель представлен в виде струны из стальной проволоки диаметром 1,35 мм и 3 мм, натянутой на опоры и демпфирующей насадки с регулируемой массой (массами). Частота собственных колебаний демпфера изменялась при помощи силы натяжения нити (рисунок 3.10), тарированных масс 0,41 кг, 1 кг, 1,5 кг (рисунок 3.7).

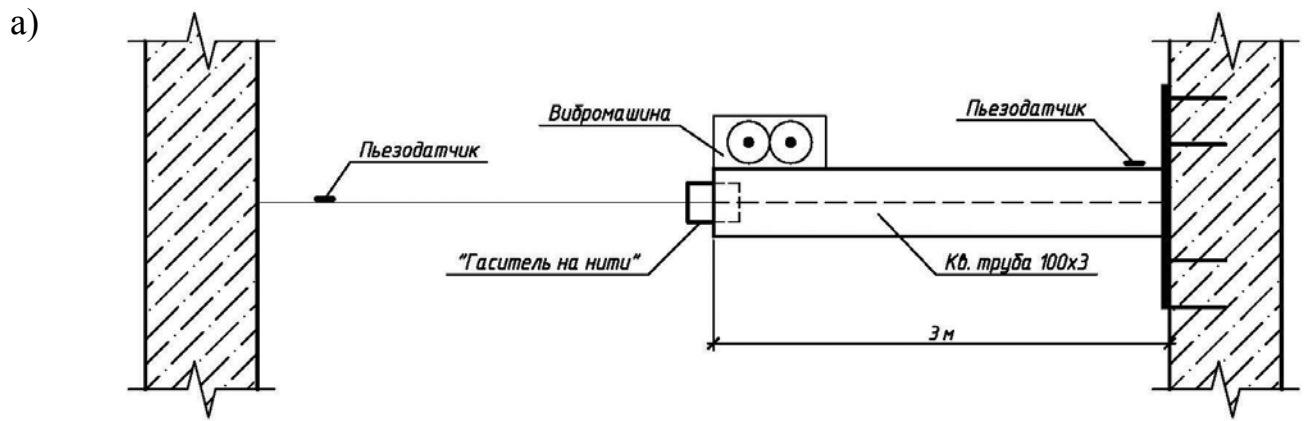


Рисунок 3.6 – Экспериментальная установка консольной балки с «гасителем на нити»: а) схема установки и расстановки приборов; б) общий вид экспериментальной установки; в) демпфирующая насадка и мерная рейка для измерения амплитуды.

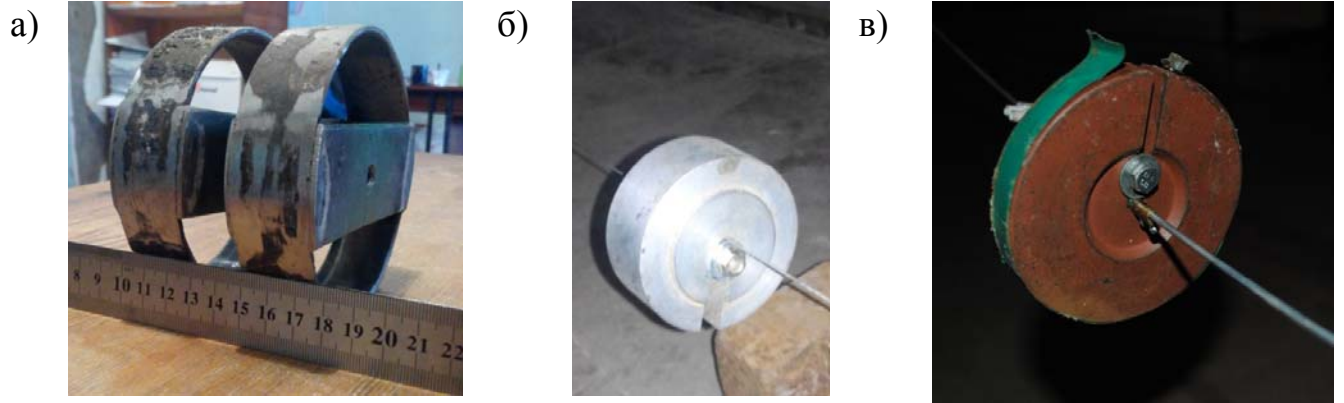


Рисунок 3.7 – Набор масс для «гасителя на нити»:

а) массы 0,41 кг; б) масса 1 кг; в) масса 1,5 кг.



Рисунок 3.8 – Экспериментальная установка двухопорной балки с «гасителем на нити»: а), б) общий вид; в) шарнирное закрепление трубы.

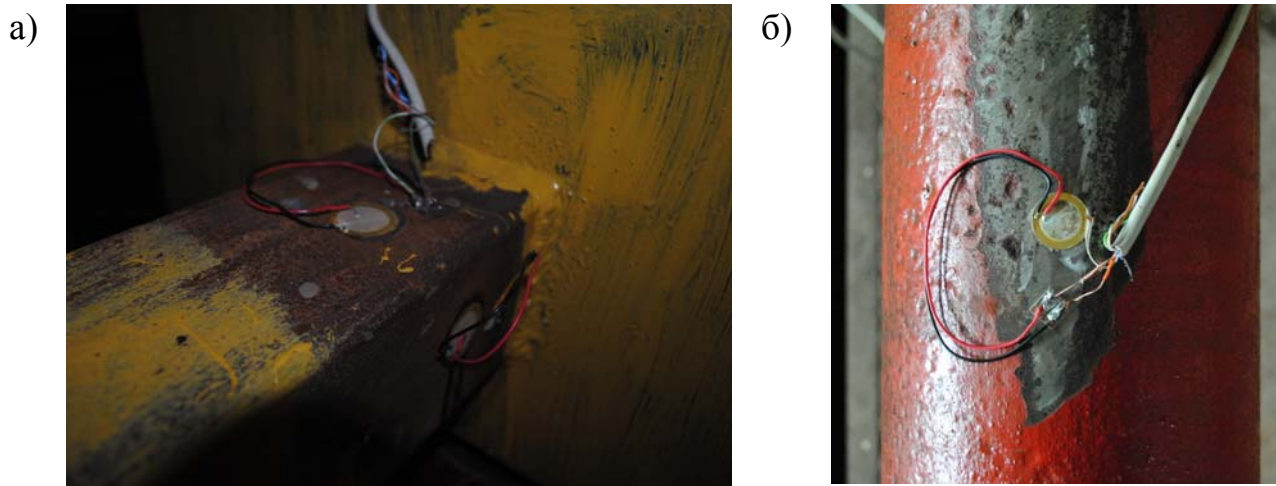


Рисунок 3.9 – Пьезоэлектрический датчик:

а) установлен на консольной балке; б) установлен на двухопорной балке.



Рисунок 3.10 – Динамометр для определения силы натяжения нити

Экспериментально проверялось гашение колебаний жесткой ошиновки при помощи пружинного гасителя и виброударного ДГК (рисунок 3.11). Пружинный гаситель устанавливался как снаружи, так и внутри трубы.

Гаситель в виде жесткой вставки проверялся на консольной балке при помощи установленного внутрь пенополистирола (отдельными кусками (рисунок 3.12, а) и склеенного (рисунок 3.12, г)), а также на двухопорной конструкции при помощи круглого деревянного бруса диаметром 143 мм и длиной 3 м.

а)



б)



в)



г)

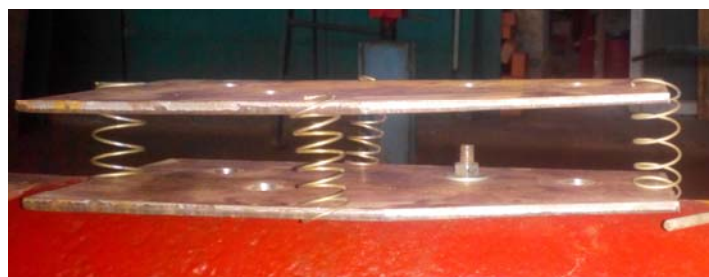


Рисунок 3.11 – Пружинный гаситель (в, г) и виброударный ДГК (а, б)

а)



б)



в)



г)



*Рисунок 3.12 – Гаситель в виде жесткой вставки с пенополистиролом:
 а) куски пенополистирола; б) общий вид экспериментальной установки;
 в) нанесение клея на пенополистирол; г) клееный пенополистирол.*

Основным фактором эффективности гасителя являлась амплитуда колебаний трубы-шины, а также по полученным виброграммам определялись логарифмические декременты колебаний.

3.3 Анализ результатов экспериментальных исследований

Теоретические значения частоты и амплитуды собственных колебаний определяются в соответствии с Разделом 2. А именно, частота собственных колебаний трубы без установленной вибромашины определяется по формуле (2.20), приняв $M = 0$, m равно погонной массе трубы. Частота собственных колебаний трубы с установленной вибромашиной определяется по формуле (2.20), приняв $M = 25$ кг, а m равно погонной массе трубы. Для трубы с пенополистиролом к погонной массе трубы прибавляем погонную массу вставки. Для шины с присоединенным гасителем учитываем его действие как присоединенную массу M . Для шарнирно-опертой трубы принимаем $s_1 = s_2 = \infty$ и $s_3 = s_4 = 0$, а для консольной трубы - $s_1 = s_3 = \infty$ и $s_2 = s_4 = 0$. Амплитуды колебаний трубы-шины определяем по формулам (2.22), (2.40), (2.47), (2.58) для различных вариантов гашения колебаний. Логарифмический декремент колебаний определяется экспериментально по полученным виброграммам.

Процесс колебаний трубы (рисунок 3.13) представляет собой некоторое суммарное движение, включающее в себя множество различных форм, связанных одновременно как с различными колебаниями элемента (изгибными, продольными и пр.), так и с колебаниями отдельных частей элемента (дребезжание и т.п.). Практической задачей вибрационного метода [8, 26] является выделение из всего этого многообразия форм расчетной формы колебаний на основе имеющегося математического аппарата обработки колебаний (рисунок 3.14). Непосредственно процесс «распознавания» расчетной формы колебаний сводится к анализу амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) записанного сигнала. Теоретически определяется диапазон возможных значений частоты собственных колебаний расчетной формы (рисунок 3.15). Обычно такой частотный диапазон не превышает 10-15 Гц. В полученном диапазоне частот исследуется АЧХ на предмет частоты с максимальной

амплитудой. (Часто при гибкости элемента $\lambda > 80$ эта амплитуда является максимальной на всей АЧХ.) Полученная частота и определяет расчетную форму колебаний.

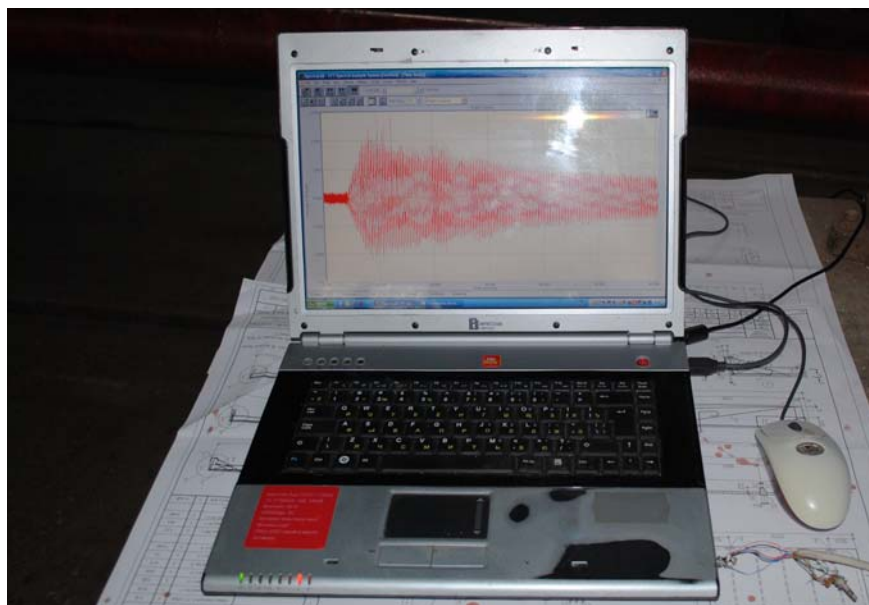
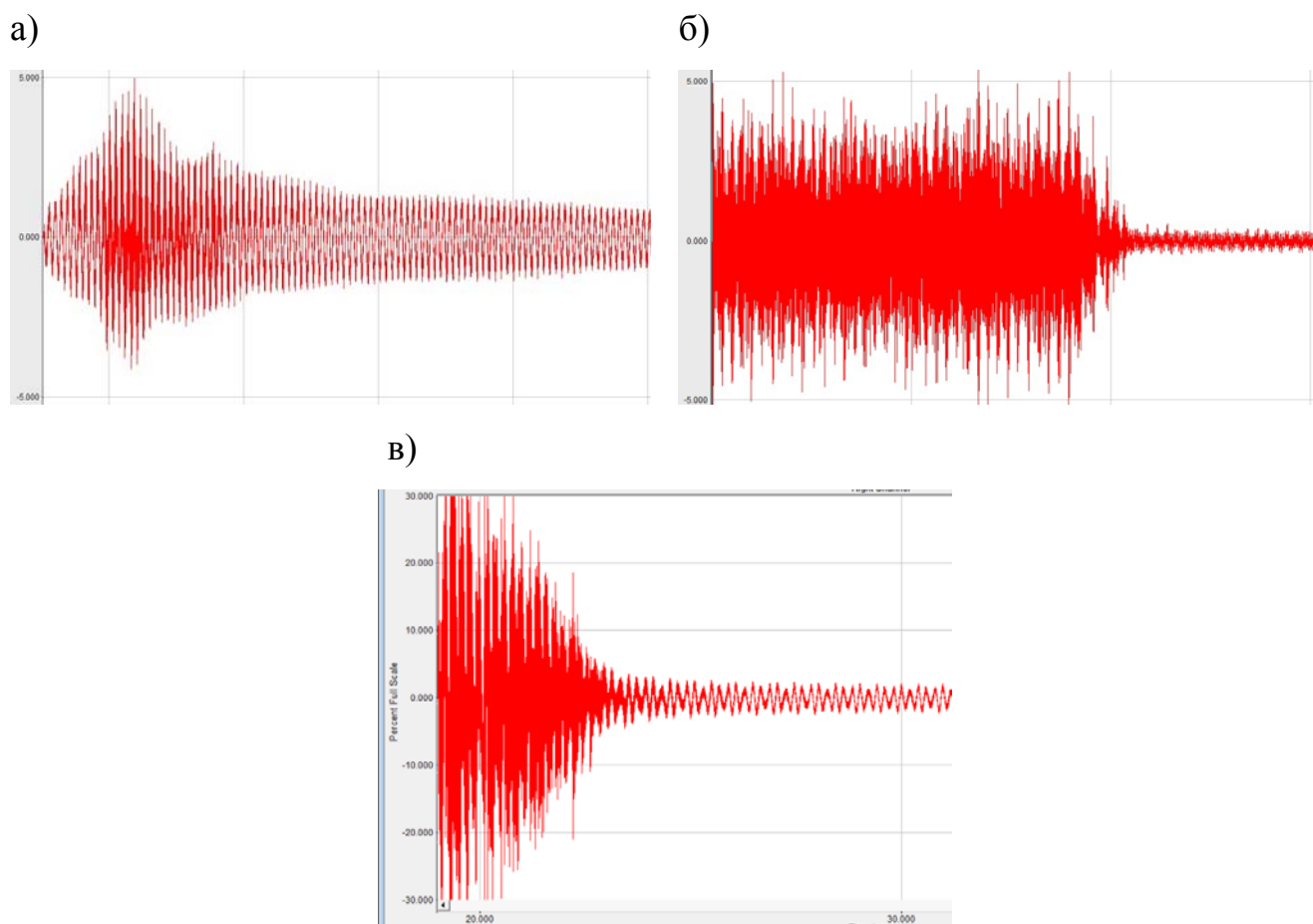
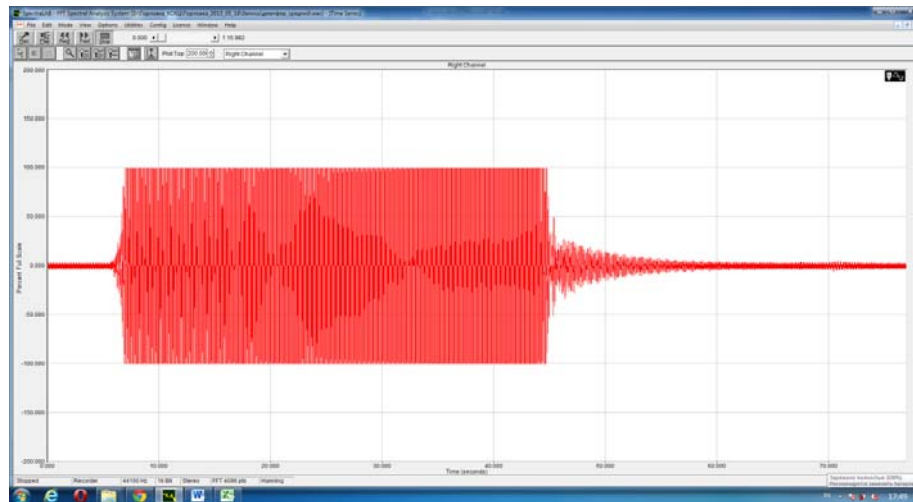


Рисунок 3.13 – Запись процесса колебаний

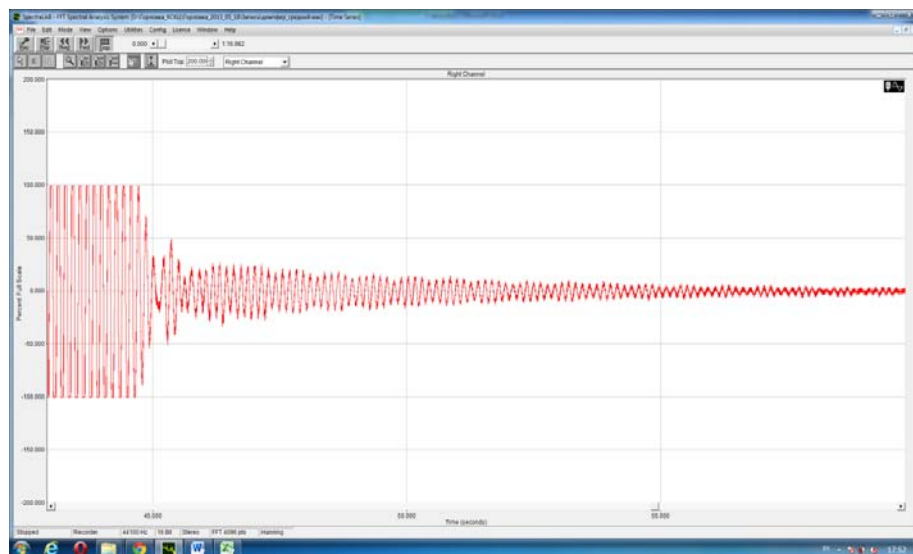


*Рисунок 3.14 – Виброграмма колебаний трубы с гасителями колебаний:
а) с «гасителем на нити»; б) с пружинным гасителем; в) с пенополистиролом.*

а)



б)



в)

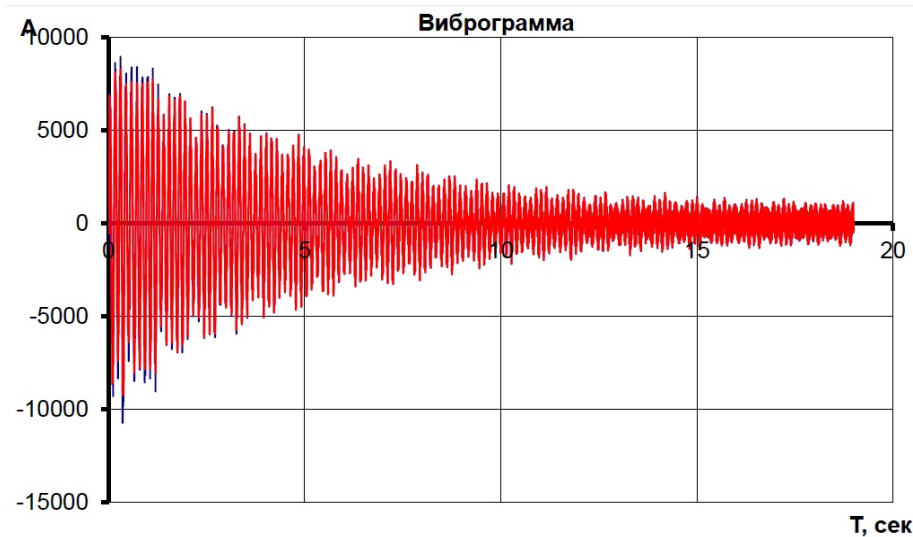


Рисунок 3.15 – Схема разделения виброграммы на отдельные процессы:

а) – общая виброграмма; б) – выявление на виброграмме промежутка времени собственных колебаний; в) – отсечение собственных колебаний от общей виброграммы для последующего анализа.

Поскольку приборная систематическая ошибка регистрации колебаний невелика и основной ошибкой измерений является случайная [26], для каждого способа гашения производилось несколько записей свободных колебаний трубы.

Начальной стадией обработки вибросигнала является разделение виброграммы на отдельные колебания (процессы колебаний, вызванные однократным возмущением) и отбрасывание у каждого колебания промежутка времени, связанного с непосредственным воздействием вибромашины.

Представленные на рисунке 3.14 виброграммы являются графиками виброускорения с некоторой переменной амплитудой. На приведенных виброграммах амплитуда указана в некоторых относительных единицах без указания размерности. Т. к. амплитуда колебаний трубы важна для подтверждения работы гасителя, то ее определяли при помощи геодезической рейки.

Дальнейший анализ виброграммы собственных колебаний может быть произведен путем представления процесса колебаний в виде ряда Фурье [1, 11, 51, 82, 104] (гармонического анализа). Такой подход позволяет производить анализ с любым шагом частоты (шириной спектральной полосы).

Любой периодический сигнал $f(t)$ можно представить в виде суммы бесконечного числа синусоидальных и косинусоидальных членов и одного постоянного члена. Это представление называется рядом Фурье и задается следующим образом:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega T) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega T), \quad (3.1)$$

где $n\omega$ - частота n -ой гармоники;

a_0 – постоянная, равная усредненному во времени сигналу $f(t)$ за один период T_p ,

$$a_0 = \frac{1}{T_p} \int_{-\frac{T_p}{2}}^{\frac{T_p}{2}} f(t) dt ;$$

$$a_n = \frac{2}{T_p} \int_{-\frac{T_p}{2}}^{\frac{T_p}{2}} f(t) \cos(n\omega t) dt ;$$

$$b_n = \frac{2}{T_p} \int_{-\frac{T_p}{2}}^{\frac{T_p}{2}} f(t) \sin(n\omega t) dt .$$

Бесконечный ряд (3.1) содержит зависящие от частоты синусоидальные и косинусоидальные члены с различными амплитудами a_n и b_n на положительных частотах гармоник ω_n . Этот ряд можно записать компактнее с помощью экспоненциального представления:

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} d_n e^{i\omega_n t} , \quad (3.2)$$

где

$$d_n = \frac{1}{T_p} \int_{-\frac{T_p}{2}}^{\frac{T_p}{2}} f(t) e^{-i\omega_n t} dt \quad (3.3)$$

На практике Фурье-компоненты сигнала получаются как результат цифровых вычислений, а не следствие аналоговой обработки. Поскольку аналоговый сигнал состоит из бесконечного числа соприкасающихся точек, описать все их значения практически невозможно. Следовательно, для использования в цифровой системе аналоговые значения следует дискретизировать через равные промежутки времени, а затем выборки преобразовать в цифровой бинарный вид [1]. Это осуществляется с помощью контура выборки-хранения, за которым следует аналого-цифровой преобразователь [12]. В таком случае преобразованием Фурье воспользоваться нельзя, поскольку оно предназначено для непрерывных данных. Необходимо использовать дискретное преобразование Фурье (ДПФ).

Предположим, что сигнал дискретизован через равные промежутки времени T , и в результате получена дискретная последовательность

$\{x(nT)\} = x(0), x(T), \dots, x[(N-1)T]$ из N выборок, где n – номер выборки, n пробегает значения $n = 0$ до $n = N-1$. В подобном случае ДПФ последовательности $x(nT)$ можно определить как последовательность комплексных значений $\{X(k\Omega)\} = X(0), X(\Omega), \dots, X[(N-1)\Omega]$ в частотной области, где Ω – частота первой гармоники, которая задается как $\Omega = 2\pi/(N-1)T \cong 2\pi/NT$ для $N \gg 1$. Следовательно, $X(k\Omega)$ в общем случае имеет действительные и мнимые компоненты, так что для k -й гармоники

$$X(k) = R_e(k) + i \operatorname{Im}(k) \quad (3.4)$$

и

$$|X(k)| = \sqrt{R_e(k)^2 + \operatorname{Im}(k)^2}, \quad (3.5)$$

а сдвиг фазы $X(k)$

$$\gamma(k) = \arctg[\operatorname{Im}(k)/R_e(k)], \quad (3.6)$$

Значения ДПФ $X(k)$ задаются как:

$$X(k) = F_D[x(nT)] = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT) e^{ik\Omega nT}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.7)$$

где F_D – дискретное преобразование Фурье;

k – номер гармоники компонента преобразования.

Как отмечалось выше, «распознавание» рабочей частоты сводится к анализу АЧХ, которая для случая процесса собственных колебаний на рисунке 3.15, имеет вид (рисунок 3.16).

Представленным образом производился анализ всех полученных виброграмм. Ширина спектральной полосы при обработке сигнала принималась равной 0,01 Гц, что больше систематической ошибки аппаратуры, но в 3-5 раз меньше случайной ошибки измерений. Таким образом, из анализа серии испытаний при одинаковых внешних условиях формировалась величина частоты собственных колебаний как математическое ожидание ω частот, вычисленных для каждого удара в отдельности. Также определялись среднеквадратичное отклонение σ , коэффициент вариации v и размах доверительного интервала по t -критерию Стьюдента значений ω при обеспеченности $\alpha = 0,95$.

Результаты экспериментов приведены в таблицах 3.1-3.3.

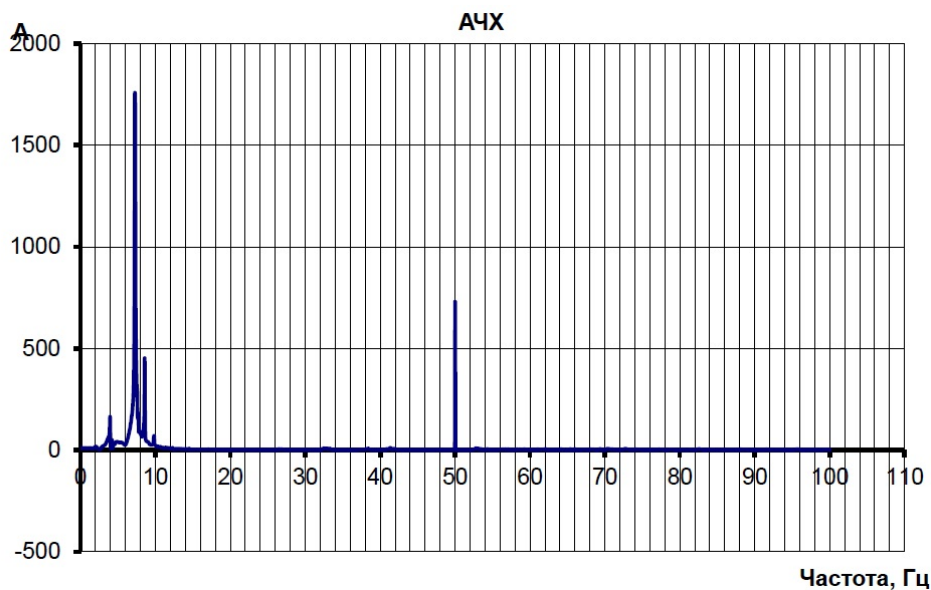


Рисунок 3.16 – График амплитудно-частотных характеристик

Таблица 3.1 – Определение частоты собственных колебаний

Конструкция	Частота собственных колебаний, Гц		
	Фактическая	Теоретическая	Отличие
Консольная балка без вибромашины	$5,091 \pm 0,003$	5,07	0,41%
Консольная балка с вибромашиной	$3,101 \pm 0,004$	3,0	3,37%
Консольная балка с вибромашиной и пенополистиролом	$3,102 \pm 0,004$	3,5	-11,4%
Консольная балка с вибромашиной и клееным пенополистиролом	$3,102 \pm 0,004$	3,5	-11,4%
Консольная балка без вибромашины с «гасителем на нити»	$5,092 \pm 0,003$	5,0	1,84%

Таблица 3.2 – Определение логарифмического декремента колебаний

Конструкция	Фактический логарифмический декремент колебаний
Консольная балка без вибромашины	0,01041±0,00281
Консольная балка с вибромашиной	0,01243±0,00264
Консольная балка с вибромашиной и пенополистиролом	0,012479±0,00175
Консольная балка с вибромашиной и клееным пенополистиролом	0,014523±0,00231

Таблица 3.3 – Определение амплитуды колебаний

Конструкция	Амплитуда колебаний, см		
	Фактическая	Теоретическая	Отличие
Консольная балка без вибромашины	-	-	-
Консольная балка с вибромашиной	6	5,9	1,67 %
Консольная балка с вибромашиной и пенополистиролом	5	4,5	11,1%
Консольная балка с вибромашиной и клееным пенополистиролом	4,5	4,5	0%
Консольная балка без вибромашины с «гасителем на нити»	3,5	3,43	2%
Двухопорная балка с вибромашиной	3	2,9	3,45%
Двухопорная балка с вибромашиной и виброударным ДГК	0,5	-	-

3.4 Выводы по разделу 3

1. Результаты экспериментальных исследований сопоставимы с теоретическими расчетами. Отличие составило не более 11,4 %.

2. Впервые теоретически обосновано и экспериментально подтверждено, что применение «гасителя на нити» позволяет уменьшить амплитуду колебаний в резонансном режиме в 1,5 - 3 раза и увеличить логарифмический декремент колебаний в 2,0 – 4,0 раза.

3. Впервые теоретически обосновано и экспериментально подтверждено, что пружинный гаситель и виброударный ДГК снижают амплитуду колебаний конструкции в 12 раз, однако требуют точной настройки. Данные гасители рационально располагать внутри трубы (2-3 шт) для равномерного восприятия колебаний трубы с настройками близкими к резонансной частоте.

4. Гаситель в виде вставки из пенополистирола не имел достаточной жесткости для восприятия изгибных колебаний, однако имел преимущество по массе. Гаситель из деревянной вставки эффективно снизил амплитуду колебаний конструкции в соответствии с теоретическими расчетами (частота собственных колебаний конструкции увеличилась в 1,5 раза).

5. Впервые теоретически обосновано и экспериментально подтверждено, что новые методы гашения конструкции жесткой ошиновки эффективны при установке их внутри трубы.

Результаты исследований автора по настоящему разделу опубликованы в работах [100, 114].

РАЗДЕЛ 4**МЕТОДИКА ИНЖЕНЕРНЫХ РАСЧЕТОВ КОЛЕБАНИЙ БАЛОЧНЫХ
КОНСТРУКЦИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НОВЫХ СХЕМ ГАШЕНИЯ
КОЛЕБАНИЙ****4.1 Методика учета совместной работы конструкции жесткой
ошиновки с новыми способами гашения колебаний**

При проектировании конструкций ОРУ с жесткой ошиновкой используют все достоинства шин, чтобы получить максимальный эффект. Известно, что жесткая ошиновка высокой заводской готовности позволяет снизить металлоемкость ОРУ на 30-50%, расход железобетона на 10-20%, площадь ОРУ на 10-15%, объем строительно-монтажных работ и трудозатрат до 25% в зависимости от схем электрических соединений ОРУ и конкретных условий района строительства.

Жесткая ошиновка ОРУ выполняется из достаточно прочных алюминиевых сплавов с пролетами шин 9 м и более (110 кВ и выше). Ошиновка ОРУ подвержена воздействию солнечной радиации, ветра и гололеда.

Как показывают исследования и опыт эксплуатации, резонансная скорость ветра невелика и составляет не более 2 — 3 м/с. Напряжения в материале шины и нагрузки на изоляторы в этом режиме обычно существенно меньше допустимых значений. Ветровые вибрации конструкций ЖО оказывают негативное психологическое воздействие на персонал ВРУ, вызывая дискомфорт у строителей, монтажников, энергетиков и других специалистов служб эксплуатации. Кроме того, подобная вибрация приводит к ослаблению болтовых соединений (следовательно, повышает вероятность отказа [79, 80] ошиновки), а в ряде случаев вызывает усталостные повреждения в элементах конструкции (что особенно недопустимо для элементов из алюминиевых сплавов). Поэтому ветровые резонансы должны быть конструктивно устранены.

При подборе необходимого сечения конструкции (рисунок 4.1) имеет место следующая зависимость:

$$d_{cm} = f(V_{\max}; f_b; Sh) \quad (4.1)$$

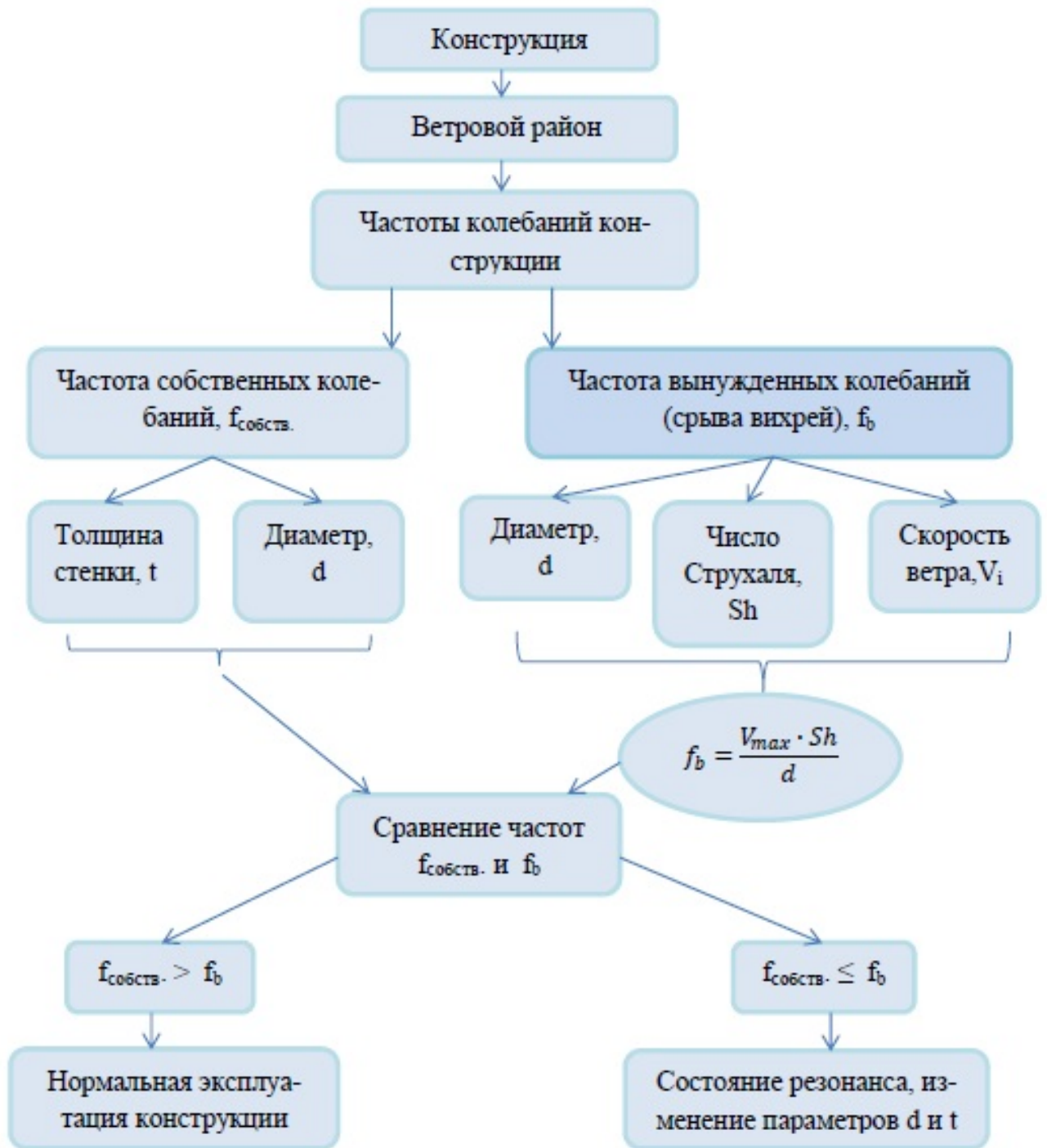


Рисунок 4.1 – Методика назначения геометрических параметров конструкции

Суть контроля геометрических параметров сечения балки состоит в ограничении размеров из условия их непопадания в зону резонанса, т.е. несовпадения минимальных значений частот собственных колебаний конструкций $f_{собств.}^{\min}$ по всем формам колебаний и частот схода вихрей f_b . Условие непопадания балочной конструкции в зону резонанса принимает вид:

$$f_{собств.} > f_b \quad (4.2)$$

При несоблюдении вышеупомянутого условия, т.е. при ситуации:

$$f_{\text{собств}} < f_b \quad (4.3)$$

возможно возникновение ситуации, при которой скорость ветра V_i будет таковой, что значения частот собственных колебаний конструкции и частота схода вихрей будут равны, в результате чего наступит состояние резонанса.

Обратим внимание на то, что отечественные и зарубежные нормы [93, 96, 97, 98, 116] позволяют определить ситуацию, когда устойчивые (стабилизированные) ветровые резонансные колебания шин не наступают. При их появлении нормы рекомендуют применять специальные гасители колебаний. Поэтому необходима инженерная методика, чтобы установить зависимость геометрических параметров поперечного сечения балки от максимальной скорости ветра в соответствующем ветровом районе, чисел Струхаля Sh и частот вынужденных колебаний конструкций, которые соответствуют частотам схода вихрей и, при необходимости, подобрать и рассчитать оптимальные параметры гасителя изгибных колебаний конструкции в ветровом потоке.

Порядок проектирования, строительства и эксплуатации жесткой ошиновки с учетом выбора гасителя колебаний.

1. Согласно нормативных документов [93, 96, 97, 98, 116] или решая уравнение (2.20) определяем первую частоту собственных колебаний трубы-шины f_{ly} .

2. Проверяем условие (1.16) для принятой конструкции жесткой ошиновки.

3. При невыполнении условия (1.16) выбираем тип гасителя колебаний.

Предполагаемой рациональной областью для применения «гасителя на нити» с одной массой являются конструкции жесткой ошиновки с диаметрами шин 150 – 250 мм и пролетами 9 – 15 м.

Предполагаемой рациональной областью для применения «гасителя на нити» с двумя массами являются конструкции жесткой ошиновки с диаметрами шин 150 – 250 мм и пролетами 12 – 17 м.

Предполагаемой рациональной областью для применения виброударного (пружинного) гасителя являются конструкции жесткой ошиновки с диаметрами шин 90 – 250 мм и пролетами 9 – 20 м.

4. Производим расчет параметров выбранного гасителя колебаний.

Массу «гасителя на нити» с одной или двумя массами M_1 принимаем равной 1-3% от массы трубы-шины и располагаем в месте максимальных перемещений трубы-шины. Силу натяжения нити T_1 принимаем такой, чтобы была максимально допустимой для выбранной нити (провода) и частота «гасителя на нити» была в 2 раза выше частоты собственных колебаний трубы-шины.

Масса виброударного (пружинного) гасителя колебаний также лежит в пределах 1-3% от массы конструкции ЖО. Длина (вылет) L консоли виброударного гасителя колебаний определяется по формуле

$$L = \sqrt[3]{\frac{3EI}{M(2\pi \cdot f_{1y})^2}}. \quad (4.4)$$

Жесткость пружинного гасителя определяется по формуле

$$k_2 = M_2 \cdot (2\pi \cdot f_{1y})^2. \quad (4.5)$$

Примеры определения параметров гасителей приведены в Приложении В.

5. Выполняют динамические испытания для установленной конструкции ЖО без гасителя колебаний.

6. По полученным параметрам гасителя производится его изготовление, монтаж на установленную конструкцию ЖО и настройка.

7. Выполняют динамические испытания для установленной конструкции ЖО с гасителем колебаний.

8. Полученные динамические характеристики конструкции с гасителем и без него заносят в динамический паспорт.

9. Рекомендуется периодическая проверка динамических характеристик конструкции не реже 1 раза в 2 года. Изменение конструктивных решений трубы-шины или гасителя колебаний может быть вызвано отличием полученных параметров от эталонных не менее, чем на 20%.

Приведенная методика внедрена в учебный процесс при подготовке специалистов по специальности 08.05.01 «Строительство уникальных зданий и сооружений» (Приложение Г), а также была апробирована на длинномерных ферменных конструкциях балочного типа КСКЦ «Концерн СТИРОЛ».

4.2 Методика проведения динамических испытаний ферменных конструкций балочного типа КСКЦ «Концерн СТИРОЛ»

Обоснование необходимости проведения испытаний

В 2013 г. возникла задача гашения колебаний длинномерных ферменных конструкций консольного типа, которые являются декоративными элементами центрального фасада ДП КСКЦ ПАО «Концерн Стирол» в г. Горловка (рисунок 4.2).



Рисунок 4.2 – Общий вид здания после реконструкции (фасад 1-19)

Конструкции стальных ферм декоративных элементов представляют собой отдельные несвязанные консольные Г-образные элементы вылетом 6–7 м (рисунок 4.3), вертикальная часть которых закреплена на фасаде здания к элементам усиления, а горизонтальная часть совершает сложные колебания в ветровом потоке.

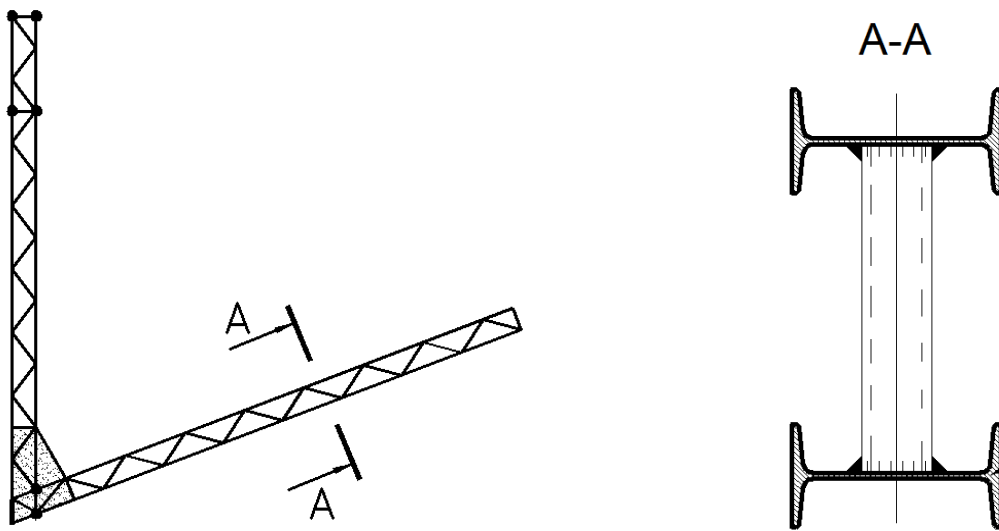


Рисунок 4.3 – Схема Г-образной фермы декоративных элементов фасада

Вертикальная часть представляет собой ферму, пояса которой выполнены из двутавра №18 и гнутосварной трубы 180x100x6 мм, решетка – из гнутосварной трубы 60x3 мм. Горизонтальная часть (таблица 4.1) выполнена в виде фермы с поясами из двутавра №18, решетка ферм – из гнутосварной трубы 60x3 мм. Снаружи данные конструкции обшиты композитным материалом.

Таблица 4.1 – Основные характеристики горизонтальной части стальных ферм

Позиция	Длина, м	Погонная масса, кг/м	Изгибная жесткость, Н·м ²
Ферма №1	5,915	53,2	20009800
Ферма №2	6,301		
Ферма №3	6,635		
Ферма №4	6,8		
Ферма №5	7,019		

Поскольку в процессе строительства при вскрытии кирпичных пилонов возникла необходимость внесения изменений в проектные решения, произошли некоторые изменения проектной динамической модели сооружения. В этой связи возникла задача экспериментальной проверки предусмотренных в расчетных схемах динамических характеристик длинномерных элементов фасада.

Динамические испытания предназначены для изучения напряженно-деформированного состояния [36, 45, 52] конструкций, возникающего под

воздействием динамических нагрузок, в данном случае, ветрового воздействия. Ветровая нагрузка является переменной во времени и пространстве и вызывает в консольных конструкциях балочного типа фасада колебательные движения и инерционные силы.

При испытании конструкций, предназначенных для восприятия динамических нагрузок и воздействий, приходится решать ряд специфических, отличных от статических испытаний, задач, а именно:

- определение динамических характеристик здания, сооружения или их элементов: амплитуд, частот и форм собственных колебаний, динамической жесткости, декремента затухания колебаний;
- выявление влияния динамических нагрузок на прочность, выносливость и деформативность элементов, конструкций и сооружения в целом;
- проверка соответствия параметров колебаний здания или сооружения физиологическим и технологическим требованиям;
- исследование и уточнение истинного характера физико-механических процессов в сооружении и его элементах при совокупном действии эксплуатационных статических и динамических нагрузок в целях уточнения методики расчета и получения объективной оценки соответствия объекта испытания требованиям надежности и долговечности в эксплуатационных условиях [53].

Согласно [63], при анализе и оценке результатов испытаний необходимо учитывать влияние ряда объективных факторов, обычно сопутствующих проведению испытаний, таких, как: отклонения геометрических и физических параметров исследуемых конструкций и условий испытаний (граничных закреплений, характера нагружений и т.п.) от предусмотренных проектом; условности принятых методик расчета; погрешности испытательных измерительных систем.

Основные принципы проведения испытаний, а также необходимая приборная и инструментальная база приводятся в работах [5, 39, 53, 63, 83] и др.

Определение *частоты колебаний* производилось в следующем порядке:

1. На испытываемую ферму наклеивается пьезоэлектрический датчик, который соединен с аналогово-цифровым преобразователем и компьютером (рисунки 4.4, 4.5).

2. На испытываемую ферму устанавливается вибромашина (рисунки 4.7, 4.8).

Испытания производились для стальных ферм (рисунок 4.6), расположенных над главным входом. Отметка низа ферм переменная по высоте – от +5,565 м до +7,530 м. Каждая из ферм имеет различный угол наклона от вертикали.

3. Вызываются изгибные колебания первого тона колебаний стальной фермы, плавно переходящие в резонанс (рисунок 4.9).

4. Выключается вибромашина и записывается процесс собственных затухающих колебаний стальной фермы (рисунок 4.10).

5. Обработка результатов.

Процесс колебаний фермы представляет собой некоторое суммарное движение, включающее в себя множество различных форм [65], связанных одновременно как с различными колебаниями элемента (крутильными, изгибными, продольными и пр.), так и с колебаниями отдельных частей элемента (дребезжание и т.п.), колебаниями узлов, вызванными колебаниями всей стержневой конструкции и пр. [26].

4.3 Результаты испытаний по определению динамических параметров ферменных конструкций

Жесткие трубчатые цилиндрические конструкции подвержены вихревому возбуждению, т.е. ветровым резонансным колебаниям поперек воздушного потока (в вертикальной плоскости), обусловленными периодическими срывами вихрей. Скорость ветра при устойчивых резонансных колебаниях цилиндрических конструкций лежит в пределах:

$$k_1 V_{p,ну} \leq V \leq k_2 V_{p,ну}, \quad (4.6)$$

где $V_{p,ну}$ – скорость ветра, при которой наступает резонанс поперечных колебаний, определяется по формуле (1.4); k_1 и k_2 – коэффициенты,

определяющие область скоростей ветра при устойчивых резонансных колебаниях. Значения коэффициентов k_1 составляют 0,7 – 1,0, а k_2 – 1,0 – 1,3.



Рисунок 4.4 – Пьезоэлектрический датчик

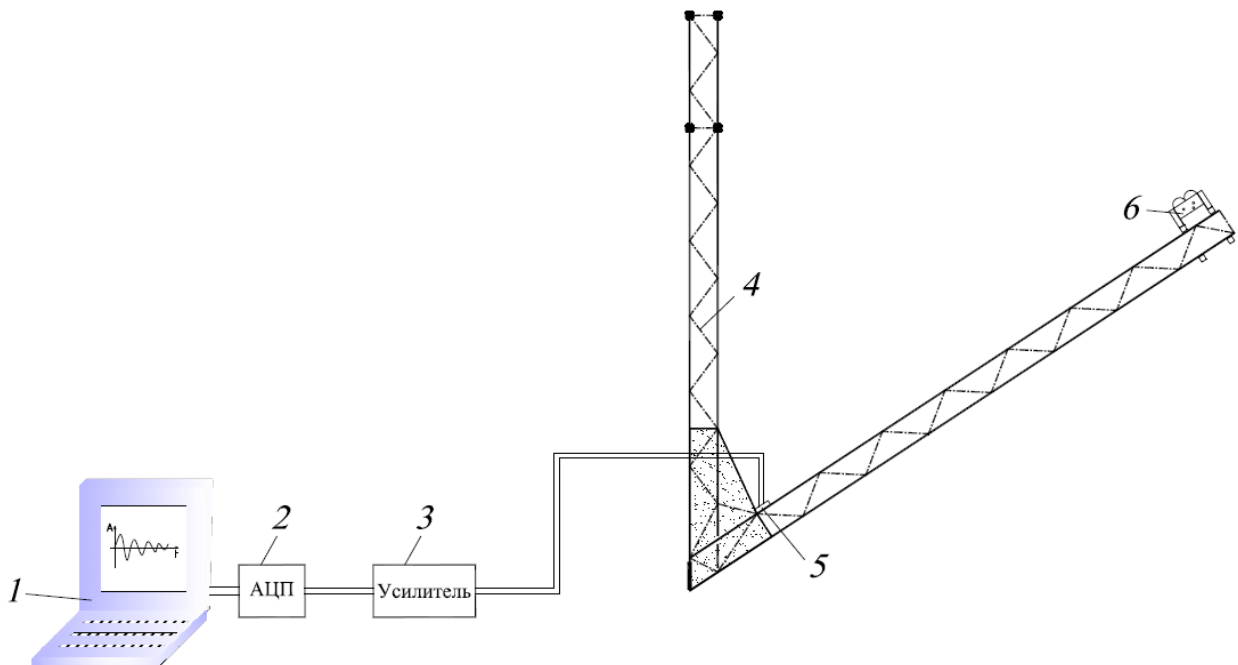


Рисунок 4.5 – Схема проведения испытаний:

1 – персональный компьютер; 2 – звуковая плата ПК; 3 – усилитель входного сигнала; 4 – стальная ферма; 5 – пьезоэлектрический датчик; 6 – вибромашина.

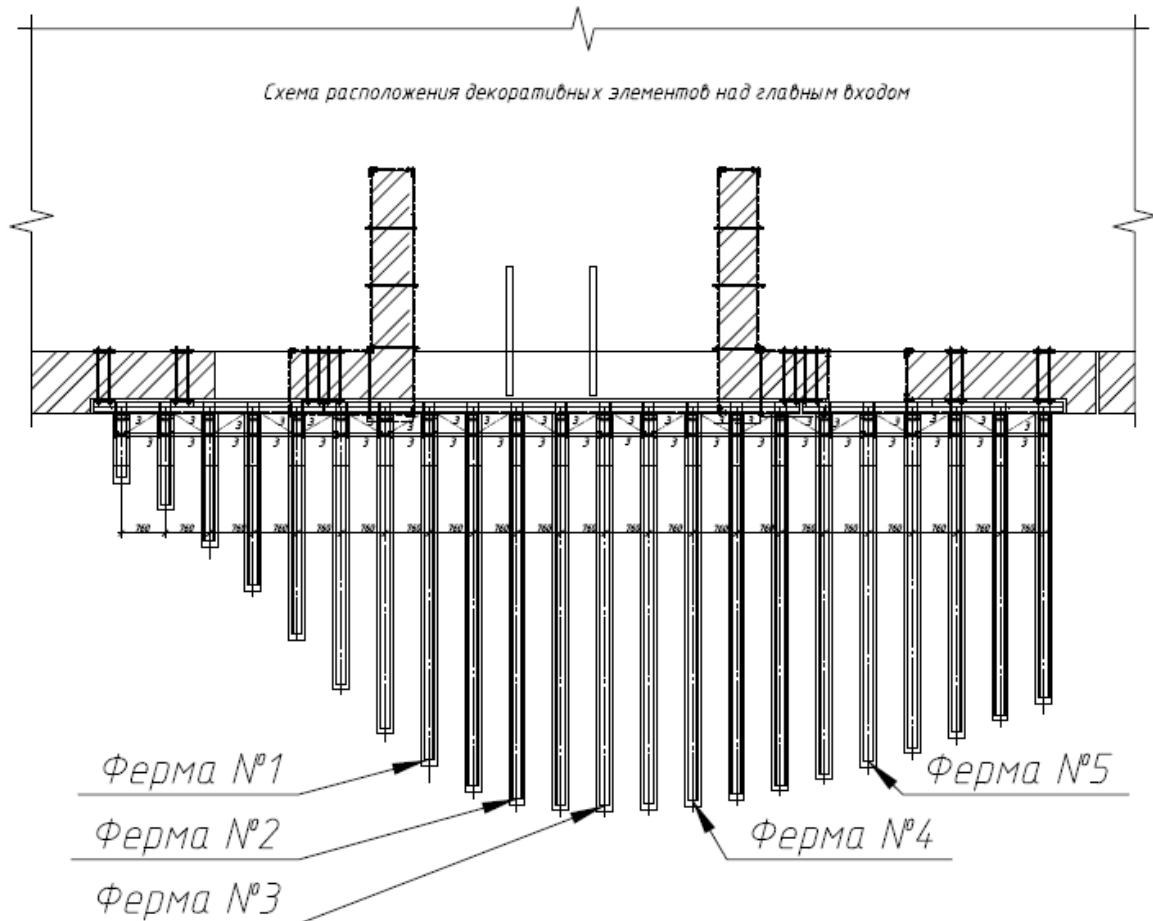


Рисунок 4.6 – Схема расположения точек испытаний



Рисунок 4.7 – Вибромашина, устанавливаемая на испытываемую ферму



Рисунок 4.8 – Вибромашина, установленная на испытываемую ферму



Рисунок 4.9 – Запись процесса колебаний

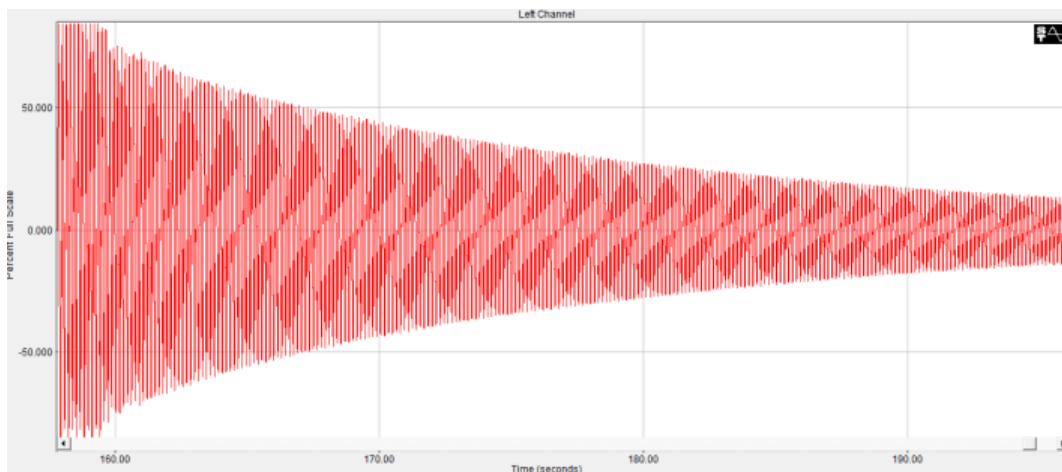


Рисунок 4.10 – Виброграмма колебаний фермы на выбеге

Частота собственных колебаний ферменной конструкции определяется по формуле (2.20), приняв $M = 0$, m равно погонной массе ферменной конструкции с обшивкой, а $s_1 = s_3 = \infty$ и $s_2 = s_4 = 0$.

Наибольший прогиб конструкции определяется по формуле (1.13).

Устойчивые (стабилизированные) ветровые резонансные колебания цилиндрических конструкций не наступают, если наибольший прогиб конструкций при периодическом срыве воздушных вихрей с резонансной частотой не достигает допустимых значений, т.е. выполняется условие (1.16).

Конструкцию на ветровой резонанс следует проверять без учета гололедных отложений.

В соответствии с картой районирования территории СССР по скоростям (или скоростным напорам) для г. Горловка (II район) определены значения (таблица 4.2).

Таблица 4.2 – Скоростные напоры и скорости ветра для г. Горловка

Повторяемость, лет	5	10	15
Скоростной напор ветра q_{max} , Н/м ²	35	40	55
Скорость ветра V_{max} , м/с	24	25	30

Логарифмический декремент колебаний $\delta = 0,15$.

Плотность воздуха $\rho = 1,35$ кг/м³.

Коэффициент лобового сопротивления $c_x = 2,03$ (для прямоугольных сечений).

Результаты расчета [14] приведены в таблице 4.3.

$$y_{p,max} \leq y_{p,dop},$$

$$4,44 \text{ см} \leq 1 \text{ см}.$$

Условие не выполняется. Для понижения амплитуд колебаний стальных ферм (таблица 4.3) целесообразным является использование специальных демпфирующих устройств.

Таблица 4.3 – Максимально возможные амплитуды колебаний стальных ферм, определенные теоретическим путем

Позиция	Частота, Гц	Длина, м	Амплитуда, м
Ферма №1	6,469	5,915	0,023
Ферма №2	7,206	6,301	0,040
Ферма №3	6,743	6,635	0,043
Ферма №4	6,580	6,8	0,044
Ферма №5	6,611	7,019	0,044

Результаты натурного определения частоты собственных колебаний основного тона и логарифмического декремента колебаний и сравнение их с проектными величинами представлены в таблице 4.4

Таблица 4.4 – Результаты сравнения динамических параметров

Место проведения испытаний	Частота собственных колебаний основного тона, Гц			Логарифмический декремент колебаний		
	Фактич.	Проект. модели	Отличие	Фактич.	Проект. модели	Отличие
Ферма №1	8,288 ± 0,004	7,095	16,8%	0,007 ± 0,0014	0,03	328%
Ферма №2	7,190 ± 0,003	6,378	12,7%	0,0088 ± 0,0029	0,03	241%
Ферма №3	6,713 ± 0,024	6,147	9,2%	0,0077 ± 0,002	0,03	290%
Ферма №4	6,591 ± 0,002	6,012	9,6%	0,0081 ± 0,0022	0,03	270%
Ферма №5	6,905 ± 0,057	6,802	1,5%	0,0265 ± 0,0062	0,03	13%

4.4 Применение специальных демпферов гашения колебаний ферменных конструкций балочного типа КСКЦ «Концерн СТИРОЛ»

Совместную работу горизонтальной части ферменной конструкции и гасителя колебаний представляем в виде системы с двумя степенями свободы, как для пружинного гасителя (Раздел 2).

Расчетная схема динамического гасителя колебаний ферменной конструкции представлена в виде невесомой консольной балки с сосредоточенной массой M на краю консоли (рисунок 4.11).

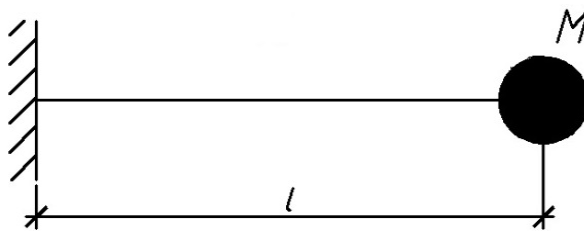


Рисунок 4.11 – Расчетная схема динамического гасителя колебаний

По известной жесткости гасителя (EI) и частоте вынужденных колебаний $\theta = \omega$ определяем вылет l консоли пластинчатого гасителя колебаний:

$$l = \sqrt[3]{\frac{3EI}{M\omega^2}}. \quad (4.7)$$

Масса динамического гасителя колебаний лежит в пределах 1-3% от массы горизонтальной части ферменной конструкции.

Проведенные динамические испытания виброударного гасителя и «пружинного гасителя» колебаний (Раздел 3) доказали эффективность такого рода гасителей в снижении амплитуд колебаний конструкции и простоту их конструктивного исполнения.

Гаситель состоит из консольно закрепленной [87, 88, 110] на ферме пластины с сосредоточенной на краю массой, которая может для точной настройки перемещаться вдоль пластины (рисунок 4.12).

Настройка гасителя производилась таким образом, что в резонансном режиме гаситель колеблется в противофазе к основной конструкции, что приводит к уменьшению амплитуды колебаний основной конструкции и рассеиванию энергии колебаний.

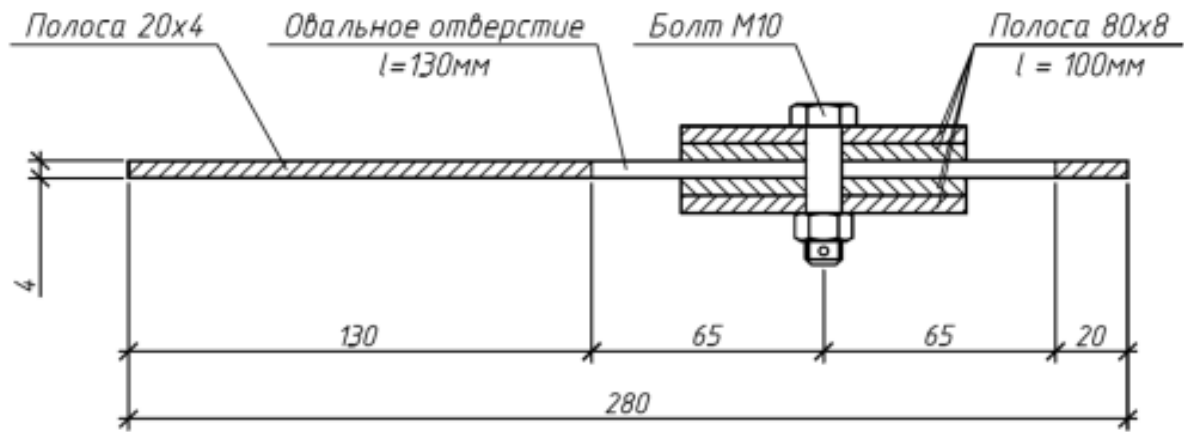


Рисунок 4.12 – Принципиальная схема пластинчатого гасителя колебаний

Для определения эффективности работы гасителя производились специальные динамические испытания. Целью испытаний являлось определение динамических параметров колебаний ферменной конструкции – амплитуды (рисунок 4.13) и логарифмического декремента, в резонансном режиме в 2-ух состояниях: при работающем настроенном гасителе (рисунок 4.15) и без него (рисунок 4.14). При этом фиксировались амплитуды перемещений края консоли и виброграммы напряжений в сечениях элементов в 2-ух состояниях.



*Рисунок 4.13 – Определение амплитуды колебаний
при помощи геодезической рейки*



*Рисунок 4.14 – Колебания фермы без гасителя
(гаситель зафиксирован стальной проволокой)*



Рисунок 4.15 – Гаситель, установленный на стальную ферму

Результаты анализа изменения амплитуды колебаний фермы при установке пластинчатого гасителя колебаний для 4-ех основных типов ферм приведены в таблице 4.5.

Таблица 4.5 – Амплитуды колебаний края консоли стальных ферм

Место проведения испытаний	Амплитуда колебаний фермы без гасителя, см	Амплитуда колебаний конструкции с гасителем, см	Соотношение амплитуд колебаний
Ферма №1	3,5	2,4	1,45
Ферма №2	3,0	2,0	1,50
Ферма №3	2,8	1,6	1,75
Ферма №4	2,7	1,6	1,68

Примечание – Колебания вызывались вибромашиной с насаженными эксцентриками массой 1,387 кг каждый, расположенные на расстоянии 0,06 м от оси вращения шестерни.

По полученным виброграммам также определялись логарифмические декременты колебаний конструкций в состоянии без гасителя и с ним. Данные приведены в таблице 4.6.

Таблица 4.6 – Логарифмические декременты колебаний конструкций

Место проведения испытаний	Логарифмический декремент колебаний конструкции без гасителя	Логарифмический декремент колебаний конструкции с гасителем	Соотношение декрементов колебаний
Ферма №1	0,007	0,0273	3,90
Ферма №2	0,0088	0,0277	3,15
Ферма №3	0,0077	0,0278	3,61
Ферма №4	0,0081	0,0285	3,52

На основе анализа результатов были сделаны выводы о том, что применение предложенных пластинчатых гасителей позволяет уменьшить амплитуду колебаний ферм в резонансном режиме в 1,5-2 раза и повысить логарифмический декремент колебаний в 3-3,5 раза. Используя экспериментально подтверждённые результаты по снижению амплитуды и повышению логарифмического декремента, обосновано отсутствие проявления устойчивых резонансных

колебаний при вихревом возбуждении для конструкций с установленными гасителями. В результате было принято решение о реализации пластинчатых гасителей на всех фермах декоративных элементов центрального входа в здание (рисунок 4.16).

По результатам работы получена справка о внедрении научных исследований автора при проведении динамических испытаний пролетного строения КСКЦ Стирол, которая приведена в Приложении Д настоящей работы.

Проверка элементов стальных ферм по прочности на действие статических и динамических нагрузок

Полное напряжение в элементах (таблица 4.7) равно:

$$\sigma_{\text{общ}} = \sigma_{\text{ст}} + \sigma_{\text{дин}} \quad (4.8)$$

Расчет по прочности элементов при центральном растяжении и сжатии следует выполнять по формуле [22]:

$$\frac{N}{A_n R_y \gamma_c} \leq 1 \quad (4.9)$$

Проверка производится для наиболее нагруженных элементов ферм.

Расчет на устойчивость при центральном сжатии:

$$\frac{N}{\varphi \cdot A_n R_y \gamma_c} \leq 1 \quad (4.10)$$

Таблица 4.7 – Максимально возможные напряжения в элементах конструкции при вихревом возбуждении колебаний при действии ветра

Позиция	Напряжения в элементе без гасителя, МПа	Напряжения в элементе с гасителем, МПа	Расчетное сопротивление стали, МПа
Ферма №1	219,2	153,4	240
Ферма №2	237,2	166,04	
Ферма №3	231,2	161,8	
Ферма №4	238,7	167,1	

Условия выполняются.



*Рисунок 4.16 – Реализация пластинчатых гасителей
на стальных фермах центрального входа*

4.5 Выводы по разделу 4

1. Разработаны общие рекомендации с уточнением методики расчета основных параметров рациональных способов гашения колебаний конструкций ЖО, тем самым, решена одна из поставленных задач исследования.

2. Разработанная методика решает задачу необходимого дополнения существующих нормативных документов в части реализации расчетного обоснования применяемых методов гашения колебаний.

3. Разработанная методика может рассматриваться как дополнение разделов нормативного документа [96], связанных с обоснованием параметров гасителей колебаний.

4. Для стальных консольных ферм балочного типа одного из строительных объектов была разработана методика и проведены натурные испытания, в ходе которых были определены фактические динамические характеристики колебаний конструкций и произведено их сравнение с величинами, предусмотренными при проектировании. Обосновано применение специальных гасителей колебаний.

5. Предложен вариант специального пластинчатого гасителя колебаний. Произведена реализация и настройка гасителя для ряда консольных ферм балочного типа, подверженных вибрациям в ветровом потоке, в результате чего получено, что использование пластинчатых гасителей позволяет повысить логарифмический декремент колебаний в 3-3,5 раза и уменьшить амплитуду колебаний конструкций в резонансном режиме в 1,5-2 раза.

6. Теоретически обосновано и экспериментально подтверждено (формула 4.7, таблица 4.5), что эффективность пластинчатого гасителя напрямую зависит только от частоты собственных колебаний ферменной конструкции.

Результаты исследований автора по настоящему разделу опубликованы в работах [25, 102, 115].

ВЫВОДЫ

1. Полученные в работе новые результаты теоретических и экспериментальных исследований позволяют утверждать, что поставленная цель, а именно усовершенствование существующих и создание новых рациональных демпфирующих устройств и способов гашения изгибных колебаний балочных конструкций (на примере жесткой ошиновки открытых распределительных устройств) в ветровом потоке, достигнута.
2. Теоретически и экспериментально обоснован выбор новых способов гашения изгибных колебаний балочных конструкций, подтверждающих свою эффективность при установке демпфирующих устройств внутри конструкции.
3. Созданы математические модели совместной работы системы «балочная конструкция-демпфирующее устройство» в ветровом потоке таких способов гашения как «гаситель на нити», гаситель в виде жесткой вставки, пружинный гаситель.
4. Впервые определены рациональные параметры новых способов гашения изгибных колебаний балочных конструкций. При этом, установлены рациональные параметры различных типов гасителей колебаний:
 - для «гасителя на нити» рациональные параметры собственной частоты лежат в пределах (1,75-2,2) от частоты собственных колебаний шины, а рациональные параметры массы - в пределах (1-3)% от массы шины;
 - для гасителя в виде жесткой вставки при плотности материала гасителя до 500 кг/м³ – рациональной является длина участка-вставки равной $(0,4...0,6) \cdot L$ (где L - длина трубы-шины).
5. Результаты теоретических и экспериментальных исследований позволяют оценить эффективность предложенных методов гашения изгибных колебаний, а именно:

- «гаситель на нити» позволяет уменьшить амплитуду колебаний в резонансном режиме в 1,5 - 3 раза и увеличить логарифмический декремент колебаний в 2,0 - 4,0 раза;
- пружинный гаситель и виброударный ДГК снижают амплитуду колебаний конструкции в 12 раз, однако требуют точной настройки;
- гаситель в виде вставки из пенополистирола имеет преимущество по массе, а гаситель из деревянной вставки эффективно снизил амплитуду колебаний конструкции.

6. Разработаны новые рекомендации, позволяющие осуществить выбор рационального типа демпфирующего устройства и выполнить расчет основных параметров гасителя колебаний конструкций жесткой ошиновки, а также условия его настройки и эксплуатации.
7. Изготовлены, смонтированы и настроены предложенные гасители на 8-ми консольных фермах балочного типа элементов входной группы ДП КСКЦ ПАО «Концерн СТИРОЛ». Выполненные динамические испытания подтвердили эффективность применения предлагаемых гасителей, в результате чего удалось повысить логарифмический декремент колебаний в 3-3,5 раза и уменьшить амплитуду колебаний балочных ферм в резонансном режиме в 1,5-2 раза (2013 г., экономический эффект составил 72,202 тыс. грн.).

Литература

1. Айфичер, Э. С. Цифровая обработка сигналов. Практический подход [Текст] / Эммануил С. Айфичер, Барри У. Джервис. – Изд. 2-е – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 992 с., ил. – ISBN 5-8459-0710-1 (в пер.)
2. Бабаков, И. М. Теория колебаний [Текст] / И. М. Бабаков – М.: Наука, 1965. – 560 с.
3. Бабицкий, В. И. Теория виброударных систем (приближенные методы) [Текст] / В. И. Бабицкий. – М.: Наука. Глав. ред. физ.-мат. лит-ры, 1978. – 352 с.
4. Баженов, В. А. Метод конечных элементов в задачах строительной механики [Текст] / В. А. Баженов, А. С. Сахаров, Г. И. Мельниченко, С. М. Чорный; под. ред. В. А. Баженова. – К.: КДТУБА, 1994. – 368 с.
5. Безухов, К. И. Испытание строительных конструкций и сооружений [Текст] / К. И. Безухов – М.: Гос. изд. литературы по строительству и архитектуре, 1954. – 508 с.
6. Бидерман, В. Л. Теория механических колебаний [Текст] / В. Л. Бидерман. – М.: Высш. шк., 1980. – 408 с.
7. Бобровский, Р. И. Моделирование колебаний стержневых конструкций [Текст] / Р. И. Бобровский, В. И. Мальцев // Научно-техн. бюлл. Ленингр. политехн. ин-та. – 1957. – № 12. – С. 20–25
8. Бусько, М. В. Применение динамических испытаний при обследовании культового здания [Текст] / М. В. Бусько, А. С. Кострицкий, А. В. Денисов, Е. В. Денисов, С. А. Фоменко // Современные проблемы строительства / Ежегодный научно-технический сборник. – Донецк: ДП «Донецкий Промстройинипроект», 2011. – С. 114-124
9. Бутенко, Ю. И. Строительная механика [Текст]: учебник для вузов / Ю. И. Бутенко, Н. А. Засядько – Киев, 1989. – 479 с.
10. Гаранжа, И.М. Особенности ветрового обтекания конструкций многогранного сечения [Текст] / И. М. Гаранжа, Е. В. Горохов,

- В. Н. Васылев // Многогранные гнутые стойки: материалы VII международной конференции, (Николаевка, 2012 г.) / ОАО «ПРОМиК». – Днепропетровск: [б. и.], 2012. – С. 69-96.
11. Гогенемзер, К. Динамика сооружений: Учение о колебаниях применительно к потребностям инженера строителя [Текст] / К. Гогенемзер, В. Прагер; пер. с нем. А. А. Янсона; под. ред. А. И. Лурье. – М.-Л.: Гл. ред. строит. лит-ры, 1936. – 358 с.
 12. Гоноровский, И. С. Радиотехнические цепи и сигналы [Текст]: учебник для вузов. / И. С. Гоноровский. – Изд. 4-е, перераб. и доп. – М: Радио и связь, 1986. – 512 с.
 13. Гордеев, Б. А. Математические модели виброзащитных систем высотных зданий [Текст]: учебное пособие / Б. А. Гордеев, В. П. Горсков – Нижний Новгород: ННГАСУ, 2012. – 121 с.
 14. Городецкий, А. С. Компьютерные модели конструкций [Текст] / А. С. Городецкий, И. Д. Евзеров – Киев: «Факт», 2005. – 343 с.
 15. Горохов, Е. В. Аэродинамика электросетевых конструкций [Текст] / Е. В. Горохов, М. И. Казакевич, С. Н. Шаповалов, Я. В. Назим; под ред. Е. В. Горохова, М. И. Казакевича. – Донецк, 2000. – 336 с.
 16. Горохов, Е. В. Ветровые нагрузки на низких зданиях в застройке с высотным зданием [Текст] / Е. В. Горохов, С. Г. Кузнецов // Современное промышленное и гражданское строительство. – Макеевка, 2006. – Том 2, Номер 1. – С. 51-56
 17. Горохов, Є. В. Проектування жорсткої ошиновки у відкритих розподільчих установках напругою від 110 до 750 кВ [Текст]: метод. вказівки / Є. В. Горохов, В. Ф. Мущанов і т.д., – Київ, 2011. – 85 с.
 18. Горохов, Е. В. Экспериментальное определение результирующих аэродинамических характеристик моделей зданий и сооружений [Текст] / Е. В. Горохов, С. Ф. Пичугин, А. В. Махинько, Я. В. Назим // Металлические конструкции. – Макеевка, 2011. – Том 17, № 2. – С. 85-95
 19. Данович, В. Д. О различных способах задания сил трения в демпферах

- [Текст] / В. Д. Данович // Динамика, нагруженность и надежность подвижного состава: Межвуз. сб. научн. трудов. – Днепропетровск: ДИИТ, 1985. – С. 58-64
20. ДБН В.1.2-2:2006. Нагрузки и воздействия. Нормы проектирования [Текст]. – Взамен СНиП 2.01.07-85 ; введ. 2007-01-01. – Киев: МинСтрой Украины, 2007. – 75 с.
 21. ДБН В.2.6-165:2011 Алюмінієві конструкції. Основні положення [Текст]. – Взамен СНиП 2.03.06-85 ; введ. 2012-07-01. – Київ: Мінрегіон України, 2012. – 75 с.
 22. ДБН В.2.6-198:2014 Сталеві конструкції. Норми проектування [Текст]. – Взамен ДБН В.2.6-163:2010 в части раздела 1 и ДСТУ Б В.2.6-194:2013 ; введ. 2015-01-01. – Київ: Мінрегіон України, 2015. – 199 с.
 23. Ден-Гартог, Дж. П. Механические колебания [Текст] / Дж. П. Ден-Гартог. – М.: Физматгиз, 1960. – 580 с.
 24. Денисов, Г. В. К вопросу о локализации колебаний в строительных конструкциях [Текст] / Г. В. Денисов // Magazine of Civil Engineering. – 2012. – Номер 5 – С. 60-64
 25. Денисов, Е. В. Динамический гаситель колебаний длинномерных конструкций балочного типа [Текст] / Е. В. Денисов, С. А. Фоменко // Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки: международный сборник научных трудов. – Гомель: БелГУТ, 2014. – Выпуск 8 – С. 74-80
 26. Денисов, Е. В. Определение параметров напряженного состояния элементов эксплуатируемых металлических ферменных конструкций усовершенствованным вибрационным методом [Текст] : дисс. канд. техн. наук : 05.23.01 : защищена 12.10.2006 / Денисов Евгений Валерьевич. – Макеевка: ДонНАСА, 2006. – 226 с. : ил. – Библиогр.: с. 151-173
 27. Денисов, Е. В. Особенности применения конструкций жесткой ошиновки в открытых распределительных устройствах [Текст] / Е. В. Денисов, С. А. Фоменко // Металлические конструкции. – Макеевка, 2011. – Том 17,

Номер 1. – С. 13–23

28. Денисов, Е. В. Пружинный одномассовый инерционный динамический гаситель колебаний [Текст] / Е. В. Денисов, С. А. Фоменко // Вестник ДонНАСА: сб. науч. тр. – Макеевка: ДонНАСА, 2010. – Выпуск 2010-4(84) – Том I. – С. 15-18
29. Динамический расчет сооружений на специальные воздействия [Текст]: справочник проектировщика / М. Ф. Барштейн, Н. М. Бородачев, Л. Х. Блюмин [и др.]; под ред. Б. Г. Коренева, Н. М. Рабиновича. – М.: Стройиздат, 1981. – 215 с.
30. Долин, А. П. Анализ результатов испытаний жесткой ошиновки 110 кВ и выше [Электронный ресурс] / А. П. Долин, Л. Е. Егорова // Журнал «Энергетик». – 2010. – № 8. – С. 36–39. – Режим доступа к журн.: http://ntc_eds.ru/userfiles/files/Energetik_8_2010.pdf.
31. Долин, А. П. Конструктивные особенности жёсткой ошиновки ОРУ 110-500 кВ [Электронный ресурс] / А. П. Долин, М. А. Козина // Журнал «Электроэнергия. Передача и распределение». – 2011. – № 5(8). – С. 76–81. – Режим доступа к журн.: http://ntc-eds.ru/userfiles/files/EEPR_5_2011.pdf.
32. Долин, А. П. Основные положения и требования новых нормативных документов по жесткой ошиновке ОРУ и ЗРУ 110-500 кВ [Электронный ресурс] / А. П. Долин, М. А. Козина // Производственно-технический научный журнал «Электро». – 2008. – № 2. – С. 31–37. – Режим доступа к журн.: http://ntc_eds.ru/userfiles/files/2008_2.pdf.
33. Долин, А. П. Открытые распределительные устройства с жесткой ошиновкой [Текст] / А. П. Долин, Г. Ф. Шонгин – М.: Энергоатомиздат, 1988 – 192 с.
34. Долин, А. П. Применение современных шинодержателей в отечественных конструкциях жёсткой ошиновки [Электронный ресурс] / А. П. Долин, М. А. Козина // Журнал «Электроэнергия. Передача и распределение». – 2012. – № 4(13). – С. 64–69. – Режим доступа к журн.: http://ntc-eds.ru/userfiles/files/EEPR_4_2012.pdf.

35. Долин, А. П. Современные демпфирующие устройства жесткой ошиновки ОРУ и ЗРУ 35-750 кВ [Электронный ресурс] / А. П. Долин, М. А. Козина // Производственно-технический научный журнал «Электро». – 2012. – № 2. – С. 28–32. – Режим доступа к журн.:
http://ntc-eds.ru/userfiles/files/ELECTRO_2012_02.pdf.
36. Жербин, М. М. Металлические конструкции [Текст] / М. М. Жербин, В. А. Владимирский – К.: Вища шк., 1986. – 216 с.
37. Жук, Н. Р. Колебания систем с бесконечным числом степеней свободы [Текст] / Н. Р. Жук, С. А. Фоменко // Сборник тезисов докладов и сообщений V Международной научной конференции молодых ученых, аспирантов и студентов 19 апреля 2006 года. – Макеевка: ДонНАСА, 2006. – С. 48
38. Зайдель, А. Н. Ошибки измерений физических величин [Текст] / А. Н. Зайдель. – Л.: «Наука», 1974. – 108 с.
39. Казакевич, М. И. Динамическая диагностика и мониторинг состояния строительных конструкций ответственных сооружений [Текст] / М. И. Казакевич, В. В. Кулябко // Труды IV-й Укр. науч.-техн. конф. «Металлические конструкции». – Киев-Николаев, 1996. – с. 85
40. Казакевич, М. И. Дискомфорт человека, вызванный взаимодействием гибких зданий с ветровым потоком [Текст] / М. И. Казакевич // Воздействие ветра на здания и сооружения, возводимые в горных районах. – Тбилиси, 1991. – С. 65-69
41. Камалов, А. З. Краткий курс лекций по теории колебаний [Текст]: учебное пособие / А. З. Камалов. – Казань: Казанский государственный архитектурно - строительный университет, 2006. – 128 с.
42. Киселев, В. А. Строительная механика. Специальный курс. [Текст] / В. А. Киселев. – М.: Стройиздат, 1964. – 332 с.
43. Киселев, В. А. Строительная механика: Спец. курс. Динамика и устойчивость сооружений [Текст] / В. А. Киселев. – М.: Стройиздат, 1980. – 616 с.

44. Клаф, Р. Динамика сооружений [Текст]: пер. с англ. / Р. Клаф, Дж. Пензиен. – М.: Стройиздат, 1979. – 320 с.
45. Колебания машин, конструкций и их элементов [Текст] / Под ред. Ф. М. Диментберга и К. С. Колесникова, Ред. совет: В. Н. Челомей (пред.). – М.: Машиностроение, 1980. – 544 с.: ил. – (Вибрации в технике: справочник в 6-ти т. / т.3)
46. Коренев, Б. Г. Динамические гасители колебаний: Теория и технические приложения [Текст] / Б. Г. Коренев, Л. М. Резников – М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1988. – 304 с.
47. Коренев, Б. Г. Динамический расчет зданий и сооружений [Текст]: справочник проектировщика / Б. Г. Коренев, И. М. Рабинович. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1984. – 295 с.
48. Коренев, Б. Г. Динамический расчет зданий и сооружений [Текст]: справочник проектировщика / Б. Г. Коренев, И. М. Рабинович – М.: Стройиздат, 1981. – 295 с.
49. Коренев, Б. Г. О влиянии гашения колебаний на долговечность гибких стальных сооружений [Текст] / Б. Г. Коренев, М. А. Микитаренко // Строительная механика и расчет сооружений. – 1982. – № 4. – С. 33-36
50. Коренев, Б. Г. Справочник по динамике сооружений [Текст] / Б. Г. Коренев, И. М. Рабинович – М.: Стройиздат, 1972. – 511 с.
51. Корн, Г. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) [Текст] / Г. Корн, Т. Корн – М.: «Наука», 1978. – 832 с.
52. Кузнецов, В. В. Металлические конструкции. В 3т. Т.1. Общая часть. (Справочник проектировщика) [Текст] / Под редакцией В. В. Кузнецова – М.: изд-во АСВ, 1998. – 576 с.
53. Кузнецов, В. В. Металлические конструкции. В 3т. Т.3. (Справочник проектировщика) [Текст] / Под редакцией В. В. Кузнецова – М.: изд-во АСВ, 1999. – 527 с.
54. Кулябко, В. В. Актуальные проблемы динамики сооружений [Текст] / В. В. Кулябко, М. И. Казакевич // Металлические конструкции. – Макеевка,

1998 – Том 1, Номер 1. – С. 65-74

55. Кулябко, В. В. Динамические расчеты строительных конструкций [Текст]: конспект лекций / В. В. Кулябко. – Макеевка: ДонНАСА, 2005. – 210 с.
56. Кулябко, В. В. Методические указания к лабораторным работам и НИРС «Исследование свободных и вынужденных колебаний моделей строительных конструкций» [Текст] / В. В. Кулябко, Ю. Ф. Ситник. – Днепропетровск: ДИСИ, 1980. – 24 с.
57. Кулябко, В. В. Обобщенные динамические расчетные модели, натурные диагностические испытания и виброэкология сложно-составных строительных конструкций и объектов [Текст] / В. В. Кулябко // Theoretical Foundations in Civil Engineering : Proc. Polish-Ukrainian Seminar. – Warsaw, 1997. – P. 139–146.
58. Кулябко, В. В. О спецкурсах по динамике сооружений и явлении «Резонанс» [Текст] / В. В. Кулябко // Весник Академии: научн. и инф. бюлл. – Днепропетровск: ПГАСА. – 1997. – № 4. – С. 18-24.
59. Кулябко, В. В. Перспективы динамики металлических конструкций при их проектировании, изготовлении, транспортировке, монтаже, ремонте и испытаниях [Текст] / В. В. Кулябко // Труды междунар. конф. «Теория и практика металлических конструкций». – Донецк-Макеевка, 1997. – Т. 2. – С. 58-65.
60. Кулябко, В. В. Развитие динамических моделей, расчетов и испытаний составных строительных конструкций и сооружений [Текст]: дисс. д-ра техн. наук : 05.23.01 : защищена 23.04.1998 / Кулябко Владимир Васильевич. – Днепропетровск: ПГАСА, 1998. – 368 с.
61. Кулябко, В. В. Рекомендации по созданию динамических моделей сложно-составных сооружений [Текст] // Весник Академии: научн. и инф. бюлл. – Днепропетровск: ПГАСА, 1997. – № 3. – С. 40-47
62. Кучеренко, В. А. Руководство по расчету зданий и сооружений на действие ветра [Текст] / В. А. Кучеренко. – Москва: Стройиздат, 1978. – 211 с.
63. Лужин, О. В. Обследование и испытание сооружений [Текст]: учеб. для

- вузов / О. В. Лужин, А. Б. Злочевский, И. А. Горбунов, В. А. Волохов; под ред. О. В. Лужина. – М.: Стройиздат, 1987. – 263 с.: ил.
64. Марпл-мл., С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения [Текст]: пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 156 с.
 65. Масленников, А. М. Расчет строительных конструкций методом конечных элементов [Текст]: учебное пособие / А. М. Масленников. – Л.: ЛИСИ, 1977. – 77 с.
 66. Мущанов, В. Ф. Гашение колебаний длинномерных конструкций [Текст] / В. Ф. Мущанов, С. А. Фоменко // Вестник ДонНАСА: сб. науч. тр. – Макеевка: ДонНАСА, 2017. – Выпуск 2017-4(126) – С. 121-124.
 67. Немчинов, Ю. И. Опыт гашения колебаний конструкций зданий и их элементов [Текст] / Ю. И. Немчинов, Н. Г. Марьенков, Е. А. Артеменко, Ю. А. Толбатов // Строительная механика и расчет сооружений. – 1984. – № 1. – С. 68-70.
 68. Николаенко, Н. А. Динамика и сейсмостойкость в строительстве [Текст] / Н. А. Николаенко, Ю. П. Назаров, Ю. А. Толбатов. – Л.: Стройиздат, 1983. – 80 с.
 69. Пановко, Я. Г. Введение в теорию механических колебаний [Текст] / Я. Г. Пановко. – Москва, 1989. – 252 с.
 70. Пановко, Я. Г. Основы прикладной теории упругих колебаний [Текст] / М.: «Машиностроение», 1967. – 316 с.
 71. Пат. 1163071 СССР, МПК F16F 15/00, F17D 1/20. Вибропоглощающий трубопровод / Байков Э. В., Бувайло Л. Е., Ионов А. В.; заявл. 16.04.83; опубл. 23.06.85, Бюл. № 23.
 72. Пат. 2402129 Российская Федерация, МПК F16F15/00. Устройство для передачи и распределения электроэнергии / Долин А. П., Долин С. А. ; заявл. 25.08.2008 ; опубл. 20.10.2010, Бюл. № 29.
 73. Пат. 40094 Украина, МПК F16F 15/00. Аэродинамический способ гашения изгибных колебаний ветрового резонанса трубы / Кулябко В. В., Мущанов В. Ф., Масловский А. В., Денисов Е. В.; заявл. 20.10.2008 ; опубл.

- 25.03.2009, Бюл. № 6.
74. Пат. 40099 Украина, МПК F16F 15/00. Струнный демпфер для гашения изгибных колебаний ветрового резонанса трубы / Кулябко В. В., Мущанов В. Ф., Масловский А. В., Денисов Е. В.; заявл. 20.10.2008 ; опубл. 25.03.2009, Бюл. № 6.
 75. Пат. 40431 Украина, МПК F16F 15/00. Способ гашения основного тона изгибных колебаний жесткой ошиновки / Кулябко В. В., Мущанов В. Ф., Масловский А. В., Денисов Е. В.; заявл. 23.10.2008 ; опубл. 10.04.2009, Бюл. № 7.
 76. Пат. 40434 Украина, МПК F16F 15/00. Гаситель изгибных колебаний / Кулябко В. В., Мущанов В. Ф., Масловский А. В., Денисов Е. В., Михеев А. М.; заявл. 27.10.2008; опубл. 10.04.2009, Бюл. № 7.
 77. Пат. 40435 Украина, МПК F16F 15/00. Узел соединения оттяжек с жесткими элементами / Кулябко В. В., Мущанов В. Ф., Масловский А. В., Денисов Е. В.; заявл. 27.10.2008; опубл. 10.04.2009, Бюл. № 7.
 78. Пат. 721616 СССР, МПК F16F 13/00. Покрытие для демпфирования вибраций трубопроводов / Зейнетдинова Р. З., Наумкина Н. И., Тартаковский Б. Д.; заявл. 21.08.78; опубл. 15.03.80, Бюл. № 10.
 79. Перельмутер, А. В. Избранные проблемы надежности и безопасности строительных конструкций [Текст] / А. В. Перельмутер. – К.: Изд-во УкрНИИпроектстальконструкции, 1999. – 216 с.
 80. Перельмутер, А. В. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа [Текст] / А. В. Перельмутер, В. И. Сливкер. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – Киев, 2002. – 596 с.
 81. Писаренко, Г. С. Методы определения характеристик демпфирования колебаний упругих систем [Текст] / Г. С. Писаренко, В. В. Матвеев, А. П. Яковлев. – К.: Наук. думка, 1976. – 86 с.
 82. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике [Текст]: полный курс / Д. Т. Письменный. – 4-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2006. – 608 с.
 83. Пичугин, С. Ф. Актуальные задачи исследований надежности

- металлических конструкций [Текст] // Труды VI-й Украинской научн.-техн. конф. «Металлические конструкции». – Киев-Николаев, 1996. – С. 11-12.
84. Попов, Н. А. Рекомендации по уточненному динамическому расчету зданий и сооружений на действие пульсационной составляющей ветровой нагрузки [Текст]: ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко / Н. А. Попов. – Москва, 2000. – 44 с.
 85. Правила устройства электроустановок [Текст] / Минэнерго СССР. – 6-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 548 с.
 86. Прочность. Устойчивость. Колебания [Текст]: Справочник: В 3 т. / Под общ. ред. И. А. Биргера и Я. Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1968. – 3 т.; 21 см.
Т. 3 / Авт.: В. В. Болотин, А. С. Вольмир, д-ра техн. наук проф. М. Ф. Диментберг, канд. техн. наук и др. – 1968. – 567 с.: черт.
 87. Ржаницын, А. Р. Строительная механика [Текст]: учебное пособие / А. Р. Ржаницын – 2-е изд. – М.: Высш. школа, 1991. – 440 с.
 88. Розенблат, Г. М. Сухое трение и односторонние связи в механике твердого тела [Текст] / Г. М. Розенблат. – Москва, 2011. – 205 с.
 89. Савицкий, Г. А. Ветровая нагрузка на сооружения [Текст] / Г. А. Савицкий – Москва, 1972. – 108 с.
 90. Симиу, Э. Воздействия ветра на здания и сооружения [Текст]: перевод с англ. / Э. Симиу, Р. Сканплан; под редакцией Б. Е. Маслова – Москва, Стройиздат, 1984. – 343 с.
 91. Смирнов, А. Ф. Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений [Текст] / А. Ф. Смирнов, А. В. Александров, Б. Я. Лашеников, Н. Н. Шапошников. – М.: Стройиздат, 1984. – 416 с.
 92. Смирнов, А. Ф. Устойчивость и колебания сооружений [Текст] / А. Ф. Смирнов. – М.: Трансжелдориздат, 1958. – 571 с.
 93. СО 153-34.20.122-2006. «Нормы технологического проектирования подстанций переменного тока с высшим напряжением 35-750 кВ».
 94. Сорокин, Е. С. Динамический расчет несущих конструкций зданий [Текст] / Е. С. Сорокин. – М.: Стройиздат, 1956. – 340 с.

95. СОУ 40.1-32385941-38:2011 «Загальні технічні вимоги до проектування та експлуатації конструкцій жорсткої ошиновки у відкритих розподільчих установках напругою від 110 до 750кВ» [Текст] – Київ: Об'єднання енергетичних підприємств «ГРІФРЕ», 2011. – 21 с.
96. СОУ 40.1-32385941-39:2011 «Проектування жорсткої ошиновки у відкритих розподільчих установках напругою від 110 до 750кВ» [Текст]: методичні вказівки – Київ: Об'єднання енергетичних підприємств «ГРІФРЕ», 2011. – 84 с.
97. СТО 56947007-29.060.10.005-2008. Руководящий документ по проектированию жёсткой ошиновки ОРУ 110-500 кВ. ОАО «ФСК ЕЭС», 2008 г.
98. СТО 56947007-29.060.10.006-2008. Методические указания по расчёту и испытаниям жёсткой ошиновки ОРУ 110-500 кВ. ОАО «ФСК ЕЭС», 2008 г.
99. Тимошенко, С. П. Колебания в инженерном деле [Текст]: пер. с англ. / С. П. Тимошенко, Д. Х. Янг, У. Уивер – Машиностроение, 1985. – 472 с.
100. Фоменко, С. А. «Гаситель на нити» для гашения изгибных колебаний конструкций жесткой ошиновки [Текст] / С. А. Фоменко // Строительство – формирование среды жизнедеятельности [Электронный ресурс]: сборник трудов Восемнадцатой Международной межвузовской научно-практической конференции студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых (22–24 апреля 2015 г., Москва) / М-во образования и науки Рос. Федерации, Моск. гос. строит. ун-т. – Электрон. дан. и прогр. (38,5 Мб). – Москва: МГСУ, 2015. – Научное электронное издание комбинированного распространения: 1 электрон. оптич. диск. (CD-ROM). – Систем. требования: Intel; Microsoft Windows (XP, Vista, Windows 7); дисковод CD-ROM, 512 Мб ОЗУ; разрешение экрана не ниже 1024×768; Adobe Air, мышь. – С. 311-314.
101. Фоменко, С. А. Об актуальности разработки новых способов гашения колебаний конструкций жесткой ошиновки [Текст] / С. А. Фоменко // «Строительство-2011». Материалы Международной научно-практической

- конференции: пригласительный билет и программа. – Ростов н/Д: Рост. гос. строит. ун-т, 2011. – С. 70-71.
102. Фоменко, С. А. Применение динамического гасителя в конструкциях балочного типа общественного здания [Текст] / С. А. Фоменко, Е. В. Денисов, И. М. Гаранжа, А. В. Танасогло // Металлические конструкции. – Макеевка: ДонНАСА, 2015. – Том 21, Номер 4. – С. 167-175.
 103. Фоменко, С. А. Эффект флаттера [Текст] / С. А. Фоменко, А. В. Синкевич // Сборник тезисов докладов по материалам XXXVII Всеукраинской студенческой научно-технической конференции «Научно-технические достижения студентов – строительно-архитектурной отрасли Украины» 21–22 апреля 2011 года – Макеевка: ДонНАСА, 2011. – С. 58.
 104. Шалдырван, В. А. Классические задачи математической физики [Текст]: учеб. пособие. Ч.1. / В. А. Шалдырван, В. С. Герасимчук – Донецк: ДонГУ, 1999. – 152 с.
 105. Шевченко, Ф. Л. Динамика упругих стержневых систем [Текст]: учебное пособие / Ф. Л. Шевченко. – Донецк: ООО «Лебедь», 1999. – 268 с.
 106. Шевченко, Ф. Л. Динамічні задачі стержньових систем [Текст] / Ф. Л. Шевченко, Г. М. Улітін – К.:ІСДО, 1995. – 100 с.
 107. Шевченко, Ф. Л. Общие и различные свойства балок и ферм [Текст] / Ф. Л. Шевченко, С. Н. Царенко / Журнал «Современное промышленное и гражданское строительство». – Макеевка, 2011. – Том 7, № 4. – С. 215-223.
 108. Шевченко, Ф. Л. Оценка точности упрощенного динамического расчета систем с распределенными параметрами на примере однопролетной жестко защемленной балки с консолью [Текст] / Ф. Л. Шевченко, С. Н. Царенко // Український міжвідомчий науково-технічний збірник «Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні». – 2011. – Вып. 45. – С. 159-167.
 109. Шклярчук, Ф. Н. Нелинейные колебания и галопирование провода с обледенением [Текст] / Ф. Н. Шклярчук, А. Н. Данилин // Известия ТулГУ. Технические науки. – Тула, 2013. – Вып. 11. – С. 188-197

110. Яценко, Є. А. Курс лекцій з будівельної механіки [Текст] / Є. А. Яценко – К., 1995. – 264 с.
111. Ambient and free vibration tests of the Millau Viaduct: Evaluation of alternative processing strategies [Text] / F. Magalhães, E. Caetano, Á. Cunha, O. Flamand, G. Grillaud // Engineering Structures. – 2012. – № 45. – P. 372–384.
112. Antoine Placzek, Jean-Francois Sigrist, and Aziz Hamdouni. Numerical simulation of an oscillating cylinder in a cross-flow at low reynolds number: Forced and free oscillations. Computers and Fluids, 38(1):80–100, 2009.
113. Carassale, L. Analysis of aerodynamic pressure measurements by dynamic coherent structures [Text] / L. Carassale // Probabilistic Engineering Mechanics. – 2012. – № 28. – P. 66–74.
114. Denisov, E. Rational parameters of a «damper on the thread» for damping bending oscillations of rigid bus structures [Текст] / E. Denisov, S. Fomenko // Металлические конструкции. – Макеевка: ДонНАСА, 2014. – Том 20, Номер 4. – С. 191-202.
115. Denisov, E. Vibration suppression of girder structures of public building of government-owned establishment of concert and sporting complex centre of public joint stock company of «STIROL CONCERN» [Text] / E. Denisov, S. Fomenko, A. Kostritsky, A. Radchenko, A. Denisov // Металлические конструкции. – Макеевка: ДонНАСА, 2013. – Том 19, Номер 4. – С. 235-244.
116. Design Guide for Rural Substations [Text]: RUS Bulletin 1724E-300. – Official publication. – Washington: United States Department of Agriculture, 2001. – 764 p.
117. Eurocode 1: Actions on Structures – General Actions – Part 1-4: Wind Actions [Text]. – Will supersede ENV 199124:1995; introduced January 2004. – Brussels: CEN/TC 250, 2002. – 148 p.
118. Hansen, S. O. (2015). Aerodynamic testing of tunnel cross-sectional shapes. Technical report, Svend Ole Hansen ApS, Copenhagen.
119. Meng, X Experimental Research on Particle Damper with Viscoelastic Coating [Text] / Xiangzhi Meng, Zhijie Wang, Xianbin Yan // International Conference

- on Mechanical Design 2017: : Advances in Mechanical Design. – 2017. – Vol. 55. – P. 889-897.
120. MRH Nobari and H Naderan. A numerical study of flow past a cylinder with cross flow and inline oscillation. *Computers and fluids*, 35(4):393–415, 2006.
 121. Tian Li, Jiye Zhang, and Weihua Zhang. Nonlinear characteristics of vortex-induced vibration at low reynolds number. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 16(7):2753–2771, 2011.
 122. Vasant, A. Viscoelastic damper connected to adjacent structures involving seismic isolation [Text] / Vasant Annasaheb Matsagar and Radhey Shyam Jangid // *Journal of civil engineering and management*. – 2005. – № 11(4). – P. 309–322.
 123. Ways of antihunting rigid conductors structures of outdoor switchgears of the power supply network construction [Text] / Ye. V. Gorokhov, V. F. Mushchanov, V. V. Kulyabko [at al.] // *The 10th International Conference «Modern Building Materials, Structures and Techniques»*, Vilnius, 19–21 may, 2010. – 2010. – P. 619–627.
 124. Zheng, Lu. A survey of particle damping technology [Text] / Zheng Lu, Xilin Lü, Wei-ming Yan // *J Vib Shock*. – 2013. – 32(7):1 – 7 p.

Приложение А

(справочное)

Тарировочные испытания системы измерения механических колебаний

Для регистрации динамических деформаций – колебаний, использовалась следующая аппаратная система. В качестве первичного преобразователя использовался пьезоэлектрический датчик. Принцип действия датчика и его характеристики приведены в Разделе 3 настоящей работы. Для преобразования электрических сигналов, зарегистрированных первичным преобразователем, в числовые значения («оцифровка» сигнала) была использована звуковая плата персонального компьютера. Возможность применения подобной системы регистрации колебаний проверялась лабораторным путем на консольной эталонной балке постоянного сечения 40мм (ширина) на 3мм (высота) (рисунок А.1).



Рисунок А.1 – Консольная эталонная балка

для лабораторной проверки виброизмерительной аппаратуры

В процессе лабораторных испытаний тестировалась частота собственных колебаний 1-го тона консольной балки с сосредоточенной массой путем сравнения ее значения, полученного из 3-х методов:

1. *Экспериментальный метод №1.* Определения частоты собственных колебаний при помощи секундомера и натурного счета количества колебаний. Применялся для низкочастотных колебаний (1-2Гц).

2. *Расчетный метод №2.* Определение частот собственных колебаний решением частотного уравнения (2.20).

3. *Экспериментальный метод №3.* Определение частоты собственных колебаний при помощи пьезоэлектрического датчика с аналого-цифровым преобразованием через звуковую плату ПК.

Для уменьшения величины возможной случайной ошибки параметры расчетной схемы консольной балки изменялись путем вариации сосредоточенной массы $M_1 = 0,5$ кг, $M_2 = 1,0$ кг, $M_3 = 1,5$ кг и длины консоли $L_1 = 1$ м, $L_2 = 0,5$ м с соответствующей привязкой массы $x_1 = 0,9$ м, $x_2 = 0,4$ м (рисунок А.2).

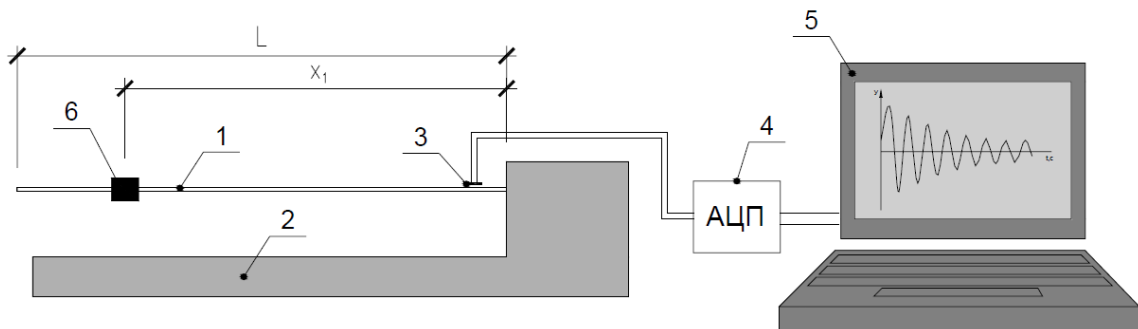


Рисунок А.2 – Схема лабораторных исследований экспериментального определения частоты собственных колебаний: 1) консольная балка 40х3мм $L=1$ м; 2) массивная станина; 3) пьезоэлектрический датчик; 4) АЦП – звуковая плата ПК; 5) вывод информации на ПК; 6) сосредоточенная масса M .

Для сравнения результатов, полученных для всех методов необходимо иметь величину систематической ошибки вычислений или измерений для каждого метода. Относительная систематическая ошибка для методов №1 и №2 может быть определена по формуле [38]:

$$\frac{\Delta f}{f} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{f} \cdot \frac{\partial f}{\partial X_i} \Delta X_i \right)^2} \quad (\text{А.1})$$

Для метода №1 относительная погрешность визуального определения количества полных колебаний при максимальной частоте 1 Гц составляет

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{0,25}{30} = 0,0083, \text{ относительная погрешность времени по секундомеру}$$

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{0,2}{30} = 0,0067. \text{ Тогда относительная систематическая ошибка определения}$$

частоты в соответствии с методом №1 составит

$$\delta_{f1} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2} = 0,0107.$$

Для расчета относительной систематической ошибки по методу №2 может быть в первом приближении использована формула для расчета частоты как системы с одной степенью динамической свободы

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{Mx_1^3}}.$$

При измерении размеров сечения с точностью до 0,05 мм, длины до 1 мм и массы до 1 гр., получим для данной балки $\frac{\Delta I}{I} = \sqrt{\left(\frac{0,05}{b}\right)^2 + \left(\frac{3 \cdot 0,05}{h}\right)^2} = 0,05$,

$\frac{\Delta x_1}{x_1} = 0,001$, $\frac{\Delta M}{M} = 0,001$, $\frac{\Delta E}{E} = 0,01$. Тогда на основании (А.1), получим

$$\delta_{f2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta E}{2E}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{2I}\right)^2 + \left(\frac{\Delta M}{2M}\right)^2 + \left(\frac{3\Delta x_1}{2x_1}\right)^2} = 0,0255.$$

Для метода №3 относительная систематическая ошибка принималась как средняя величина частотного искажения сигнала звуковой платы ПК. Для определения этой величины была программным путем сформирована серия тестовых синусоидальных сигналов с амплитудой 5-10 дБ и частотами 1 Гц, 10 Гц, 100 Гц и 200 Гц. (Для этих целей может быть задействован любой wav-редактор). Для измерений характеристик, получаемых при прохождении сигнала по внешнему пути аудиотракта звуковой платы – из линейного выхода в линейный вход (external loopback), был применён шнурок длиной 10 см из раздельно экранированных микрофонных проводов $d = 6$ мм. На его концах были распаяны позолоченные разъемы миниджек производства Тайвань. Частота полученных сигналов анализировалась с точностью (шириной спектральной полосы) 0,001 Гц. Частота выборки при записи сигнала принималась равной верхнему порогу слышимости 44100 Гц. Было получено, что в диапазоне частот 1-200 Гц величина частотного искажения для данной платы составляла 0,005 Гц, практически независимо от величины частоты (искажение амплитуды сигнала при

этом не анализировалось). Таким образом, величина $\Delta f_3 = 0,005$ Гц определяет абсолютную величину систематической ошибки метода №3.

Результаты лабораторных исследований для всех 3-х изложенных методов приведены в таблице А.1.

Таблица А.1 – Определение частоты собственных колебаний балки в лабораторных условиях

№ опыта	Длина L , м	Коорд. массы x_l , м	Масса M , кг	Полученная частота с учетом погрешности $f \pm \Delta f$, Гц		
				Метод №1	Метод №2	Метод №3
1.	1,0	0,9	0,5	1,522±0,016	1,541±0,039	1,53±0,005
2.	1,0	0,9	1,0	1,197±0,013	1,212±0,031	1,202±0,005
3.	1,0	0,9	1,5	1,018±0,11	1,032±0,026	1,023±0,005
4.	1,0	0,5	0,5	2,194±0,023	2,225±0,057	2,205±0,005
5.	1,0	0,5	1,0	2,008±0,022	2,02±0,052	2,005±0,005
6.	1,0	0,5	1,5	1,83±0,019	1,863±0,048	1,849±0,005
7.	1,0	-	-	-	2,485±0,063	2,468±0,005
8.	0,5	0,4	0,5	-	5,52±0,141	5,468±0,005
9.	0,5	0,4	1,0	-	4,244±0,108	4,202±0,005
10.	0,5	0,4	1,5	-	3,571±0,091	3,54±0,005
11.	0,5	-	-	-	9,93±0,253	9,83±0,005

Очевидно, что для всех 11 опытов частотные диапазоны, определенные для каждого из 3-х независимых методов, имеют общие значения. При этом метод №3 имеет погрешность на порядок (иногда и на 2 порядка) меньше остальных, поэтому для удобства анализа примем среднее значение частоты согласно методу №3 как истинное. Тогда величины средних значений частот, полученных по методам №1 и №2, будут иметь относительные погрешности, приведенные в таблице А.2.

Таблица А.2 – Относительная погрешность определения частот методом №1 и №2 относительно значений, полученных методом №3

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Метод №1	-0,0052	-0,0042	-0,0049	-0,005	0,0015	-0,0103	-	-	-	-	-
Метод №2	0,0072	0,0083	0,0088	0,0091	0,0075	0,0076	0,0069	0,0095	0,01	0,0088	0,0102

Анализируя таблицу А.2, получим, что максимальная погрешность метода №1 составляет $0,0103 < \delta_{f1} = 0,0107$, метода №2 – $0,0102 < \delta_{f2} = 0,0255$.

Верхний предел диапазона регистрируемых частот в соответствии с теоремой Котельникова [64] равен половине от величины выборки вибросигнала, что в данном случае составляет 22050 Гц. Нижний предел диапазона частот определяется «нижним порогом» звуковой платы и пьезоэлектрического датчика, что составляет не менее 1 Гц. Значит, данная схема может применяться для целей вибрационного метода с учетом систематической приборной погрешности определения частоты $\Delta f = 0,005$ Гц.

Частотная характеристика помех (шума), обусловленного работой звуковой платы, представлена на рисунке А.3.

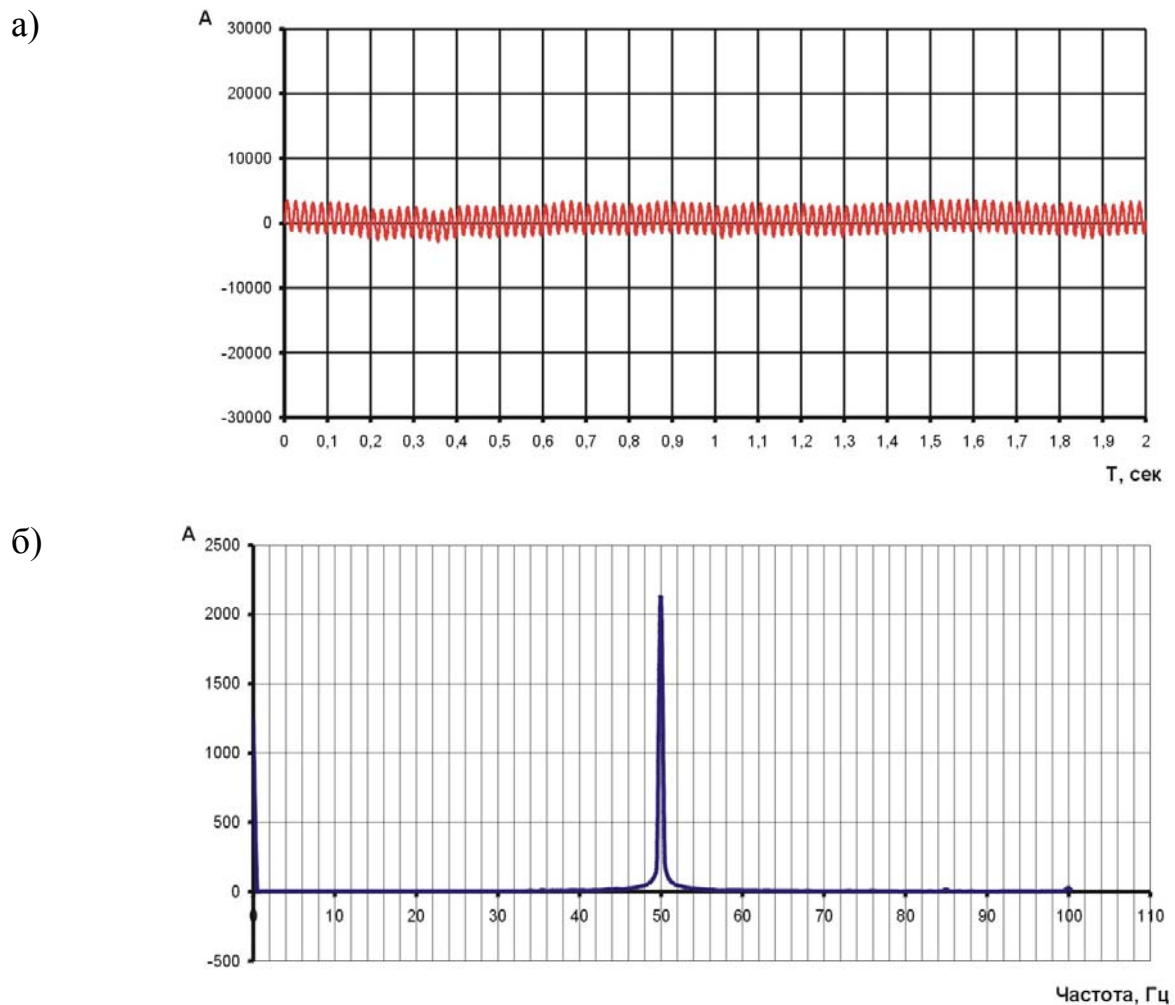


Рисунок А.3 – Характеристики внутренних приборных помех (шума):

а) – виброграмма шума; б) – АЧХ шума.

Очевидно, приборный шум имеет четко выраженную частоту – 50,00 Гц и характеризуется невысоким (7-8%) уровнем амплитуды сигнала в сравнении с уровнем сигнала, записанного при колебании конструкции.

Приложение Б (обязательное)

Определение перемещений при изгибе трубы-шины

Цель работы - экспериментальное исследование работы шарнирно-опёртой балки под нагрузкой, для проверки правильности и точности расчетных схем, для определения прогиба и угла поворота.

Определение перемещений является важной задачей для анализа различных упругих систем, в частности балок. В сопротивлении материалов перемещения точек балки обычно связывают с перемещениями соответствующих поперечных сечений.

Для балки различают два вида перемещений поперечных сечений (рисунок Б.1):

V – прогиб, или поперечное линейное перемещение центра сечения;

θ – угол поворота, или угловое перемещение сечения (вокруг нейтральной оси сечения).

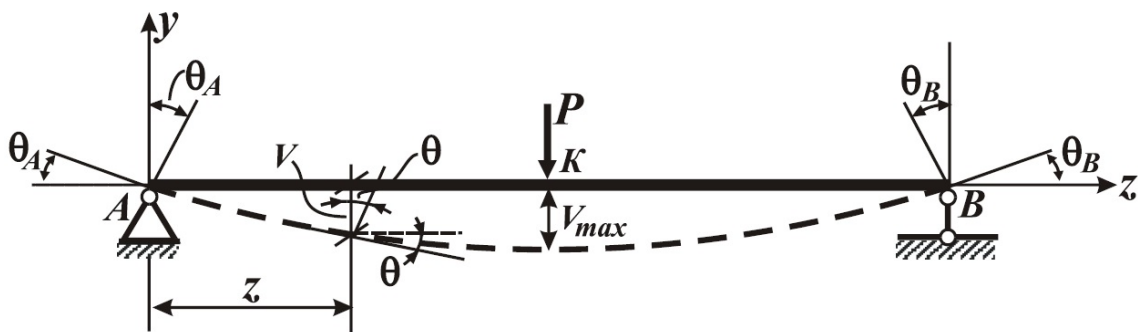


Рисунок Б.1 – Схема деформирования шарнирно-опёртой балки, нагруженной посередине сосредоточенной силой

Чаще всего необходимо определять перемещения отдельных сечений упругой системы. Например, для шарнирно-опёртой балки, нагруженной посередине сосредоточенной силой (см. рисунок Б.1), практический интерес представляют прогиб среднего сечения (V_K) и угол поворота концевых сечений (θ_A и θ_B), так как они являются максимальными перемещениями (соответственно для прогибов и углов поворота) в балке.

В таких случаях обычно используют метод Максвелла–Мора (метод единичной нагрузки). В методе единичной нагрузки перемещение поперечного сечения балки определяется по формуле

$$\delta = \int_l \frac{M_1 M dz}{EI_x}, \quad (\text{Б.1})$$

где δ – искомое перемещение (прогиб V или угол поворота θ сечения); l – длина балки; EI_x – жёсткость балки на изгиб; $M = M(z)$, $M_1 = M_1(z)$ – изгибающие моменты в произвольном сечении балки от заданной нагрузки (для грузового состояния) и от единичной нагрузки (для единичного состояния).

Для прямолинейной балки постоянной жёсткости интеграл (Б.1) удобно вычислять по способу Верещагина, используя следующую формулу:

$$\delta = \frac{1}{EI_x} \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot \eta_i, \quad (\text{Б.2})$$

где ω_i – площадь i -ой части грузовой эпюры; η_i – ордината единичной эпюры, расположенная под центром площади грузовой эпюры; n – число простых фигур, на которые разбивается грузовая эпюра.

Перед вычислением перемещения грузовую эпюру необходимо разбить на простые геометрические фигуры, для которых известны площадь и положение центра площади, а соответствующий участок единичной эпюры должен представлять прямую линию.

На рисунке Б.2 изображены грузовое состояние ($ГС$) и соответствующие единичные состояния ($ЕС_1$, $ЕС_2$) балки и показаны эпюры изгибающих моментов, необходимые для определения максимальных значений прогиба (V_K) и угла поворота (θ_A) в шарнирно-опёртой балке:

- грузовая эпюра (эп. M) от заданной нагрузки (силы P);
- единичная эпюра (эп. M_1) силы $\bar{P} = 1$, приложенной в сечении K ;
- единичная эпюра (эп. M_2) от момента $\bar{M} = 1$, приложенного в сечении A .

Выполнив «перемножение эпюр» по формуле (Б.2) (см. рисунок Б.2)

$$V_K = 2 \frac{\omega_1 \cdot \eta_1}{EI_x}, \quad \theta_A = \frac{\omega \cdot \eta}{EI_x}$$

и преобразовав полученные выражения, получим расчётные формулы для искомых перемещений:

$$V_K = \frac{Pl^3}{48EI_x}, \quad \theta_A = \frac{Pl^2}{16EI_x}. \quad (\text{Б.3})$$

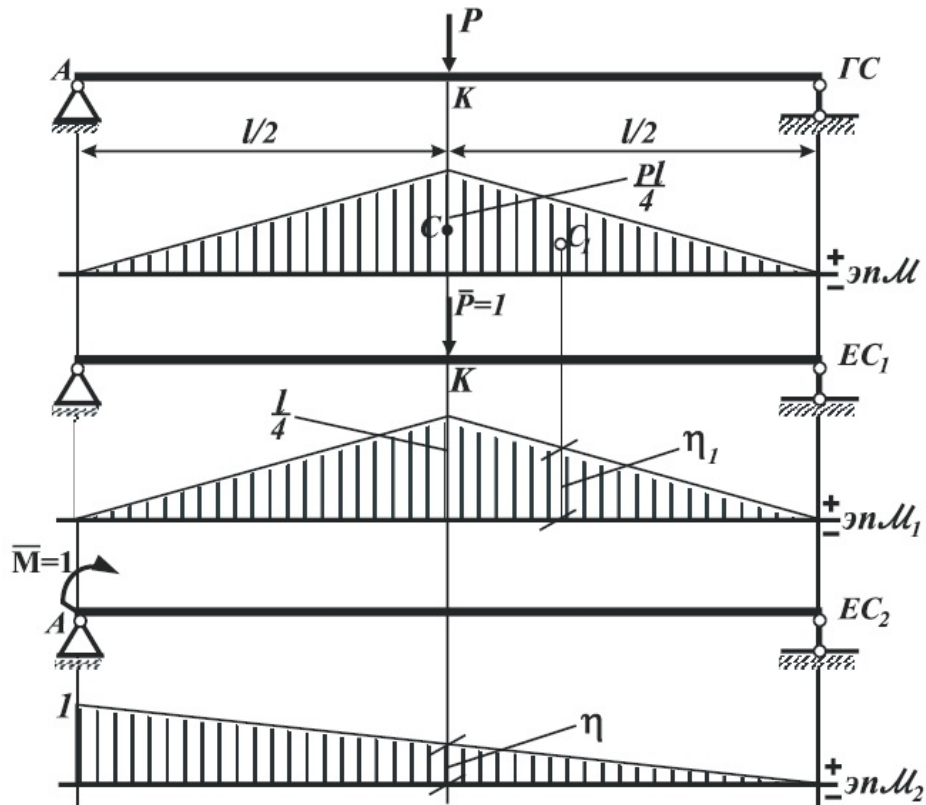


Рисунок Б.2 – Грузовое состояние (ГС), единичные состояния (EC_1 , EC_2) балки и эпюры изгибающих моментов (M , M_1 , M_2)

Методика испытания

Испытание проводят для стальной трубы сечением 159х5,5 мм. Балку шарнирно закрепляют в концевых сечениях, а нагрузку в виде сосредоточенной силы прилагают в среднем сечении балки.

Целью испытания является экспериментальное определение прогиба среднего сечения и угла поворота одного из опорных сечений балки. Схема испытательной установки с измерительными приборами показана на рисунке Б.3, а.

Для определения прогиба применяют три индикатора часового типа: один индикатор (I_1) установлен под балкой, посередине пролёта; два других индикатора (I_2 и I_3) установлены над опорными сечениями балки. Индикаторы

закрепляют на индикаторных стойках так, чтобы они своими подвижными штоками упирались в полки балки для измерения поперечных перемещений соответствующих сечений балки.

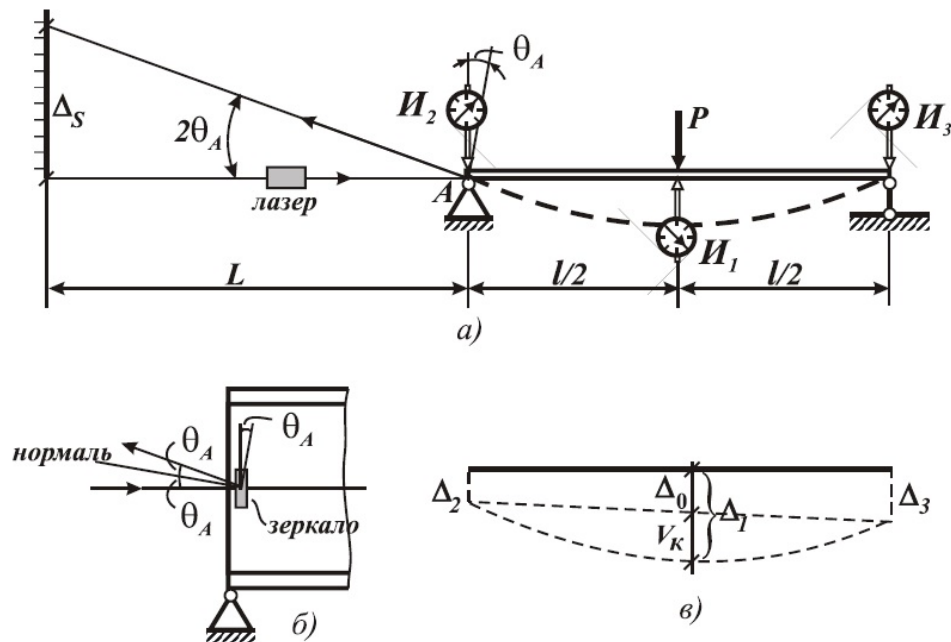


Рисунок Б.3 – Схема испытательной установки с измерительными приборами

По показаниям индикаторов определяются линейные перемещения Δ_j в рассматриваемых сечениях балки по формуле

$$\Delta_j = m_H \cdot \Delta n_j, \quad j = 1, 2, 3, \quad (\text{Б.4})$$

где m_H – цена деления шкалы индикатора; Δn_j – разность показаний j -го индикатора на ступень нагружения.

На рисунке Б.3, в изображена условная схема изменения положения оси балки и показаны перемещения (Δ_j) соответствующих сечений (условно принято, что $\Delta_3 > \Delta_2$).

Таким образом, показания индикатора I_1 соответствуют полному перемещению среднего сечения

$$\Delta_1 = V_K + \Delta_0 = V_K + \frac{1}{2}(\Delta_2 + \Delta_3),$$

где V_K – прогиб среднего сечения балки; Δ_0 – перемещение среднего сечения за счёт смещения балки как жёсткого тела.

Отсюда экспериментальное значение прогиба среднего сечения балки определяется по формуле

$$V_K = \Delta_1 - \frac{1}{2}(\Delta_2 + \Delta_3). \quad (\text{Б.5})$$

Методика измерения угла поворота опорного сечения основана на применении зеркального угломера. Для этого в опорном сечении A балки вертикально закрепляют зеркало (рисунок Б.3, б). Из источника света (лазера) луч направляется на зеркало, а положение отраженного луча фиксируется на вертикально расположенной линейке (см. рисунок Б.3, а). Расстояние L между зеркалом и линейкой называется базой угломера. В исходном положении балки падающий и отраженный лучи света расположены в одной горизонтальной плоскости. При нагружении балки жёстко закрепленное зеркало вместе с сечением поворачивается на угол θ_A , что приводит к отклонению отражённого луча света на угол $2\theta_A$ (угол отражения равен углу падения) в вертикальной плоскости (см. рисунок Б.3, б). Смещение отраженного луча в вертикальной плоскости (величину Δ_s) определяют на шкале линейки (см. рисунок Б.3, а). Из геометрического соотношения

$$\operatorname{tg} 2\theta_A = \frac{\Delta_s}{L},$$

с учётом малости угловых перемещений ($\operatorname{tg} 2\theta_A \approx 2\theta_A$) получим формулу для экспериментального определения угла поворота опорного сечения:

$$\theta_A = \frac{\Delta_s}{2L}. \quad (\text{Б.6})$$

Проведение испытания и обработка опытных данных

Испытательная установка характеризуется следующими параметрами: длина балки $l = 1350$ см; база угломера $L = 500$ см; момент инерции двутаврового сечения $J_x = 782,18 \text{ см}^4$; модуль упругости стали $E = 200$ ГПа; цена деления шкалы индикатора $m_{\text{и}} = 0,01$ мм/дел.

Для испытания балку горизонтально устанавливают на два опорных катка, обеспечивающих шарнирное закрепление балки в концевых сечениях. В сечениях над опорами и посередине балки на штативах установлены три индикатора часового типа. Нагрузку в виде вертикальной сосредоточенной силы P прилагают в среднем сечении балки (см. рисунок Б.4). Последовательно производят

ступенчатое статическое нагружение балки. Для каждого значения нагрузки P_i ($i = 1, 2$) снимаются показания трёх индикаторов (n_j) и угломера (вертикальное смещение Δ_S отраженного луча по шкале линейки), которые представлены в таблицах Б.1, Б.2.



Рисунок Б.4 – Приложение вертикальной сосредоточенной силы в среднем сечении балки при помощи тарированных грузов

Таблица Б.1 – Результаты испытаний трубы-шины

P_i , кг	ΔP , кг	$n_1^{(i)}$	Δn_1	$n_2^{(i)}$	Δn_2	$n_3^{(i)}$	Δn_3	Δ_S , мм
25	3,1	765	94	20	2	20	1	2
28,1		859		22		21		
	3,1		96		3		2	2
31,2		955		25		23		
	3,1		90		2		1	2
34,3		1045		27		24		
	3,1		91		2		1	2
31,2		954		25		23		
	3,1		95		3		2	2
28,1		859		22		21		
	3,1		94		2		1	2
25		765		20		20		
$\Delta P = 3,1$ кг		$\Delta_1 = 0,93$ мм		$\Delta_2 = 0,023$ мм		$\Delta_3 = 0,013$ мм		$\Delta_S = 2$ мм

Таблица Б.2 – Оценка результатов испытаний трубы-шины

Параметры	Прогиб, V_K , мм	Угол поворота, рад
Опытная величина	0,912	$2,0 \cdot 10^{-4}$
Теоретическая величина	0,996	$2,214 \cdot 10^{-4}$
Расхождение, %	-8,43%	-9,67%

Таким образом, расчетная схема трубы-шины соответствует шарнирно-опёртой балке на двух опорах. Жесткость испытываемой трубы-шины на 8,43% отличается от теоретического значения, что допустимо.

Приложение В

(справочное)

Примеры определения рациональных параметров гасителей колебаний для конструкций жесткой ошиновки

В.1. Общие положения

Проведем расчет конструкции жесткой ошиновки из трубы сечением 220 x 4 мм пролетом 17 м. Материал шины – сплав 1915Т. Крепления на концах шарнирные. Основные характеристики: $E = 70 \times 10^9$ Па; $I = 1584$ см⁴; $F = 27,14$ см²; $m = 7,519$ кг/м, $\delta_y = 0,15$.

Решая уравнение (2.20) определяем первую частоту собственных колебаний трубы-шины при $T = 0$ $f_{ly} = 2,087$ Гц.

Устойчивые (стабилизированные) ветровые резонансные колебания шин не наступают, если наибольший прогиб шин при периодическом срыве воздушных вихрей с резонансной частотой $y_{p,max}$ не достигает допустимых значений $y_{p,don}$, т.е.

$$y_{p,max} \leq y_{p,don} \quad (B.1)$$

Приблизительно наибольший расчетный прогиб шины при ветровых резонансах допускается определять по формуле:

$$y_{p,max} \approx 1,08 \frac{\rho_v D^3}{m \delta_y} \approx 1,08 \cdot \frac{1,35 \cdot 0,22^3}{7,519 \cdot 0,15} = 0,0138 \text{ м}. \quad (B.2)$$

$$y_{p,don} = \left(0,04 - \frac{D-150}{5000} \right) D = \left(0,04 - \frac{220-150}{5000} \right) 0,22 = 0,0057 \text{ м}. \quad (B.3)$$

Тогда

$$y_{p,max} = 0,0138 \text{ м} > y_{p,don} = 0,0057 \text{ м}.$$

Условие не выполняется, поэтому необходимо применение гасителей колебаний.

В.2 Расчет «гасителя на нити» с одной массой

Предполагаемой рациональной областью для применения «гасителя на нити» с одной массой являются конструкции жесткой ошиновки с диаметрами шин 150 – 250 мм и пролетами 12 – 17 м.

«Гаситель на нити» (рисунок В.1) состоит из растянутой силой T_1 нити погонной массы m_1 и расположенной на расстоянии u_1 на ней сосредоточенной массой M_1 . Массу M_1 принимаем равной 3% от массы трубы-шины и располагаем в месте максимальных перемещений трубы-шины. Зазор между массой и стенками трубы рекомендуется принимать минимальным. Силу натяжения нити T_1 принимаем максимально допустимую для выбранной нити.

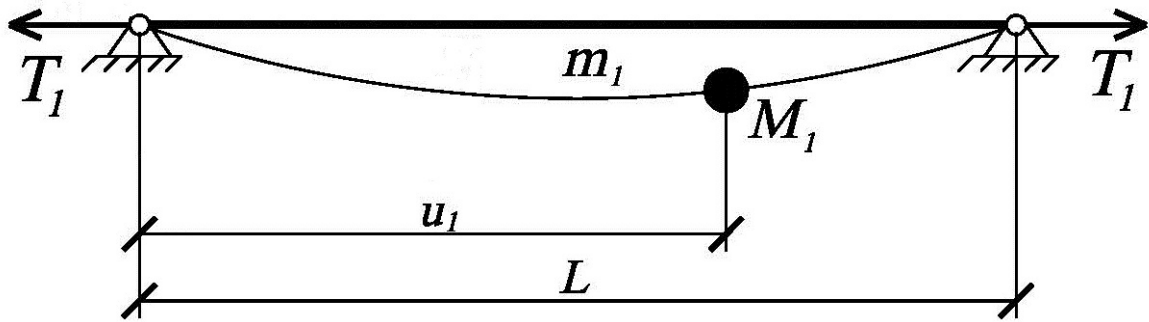


Рисунок В.1 – Схема «гасителя на нити» с одной массой

Алгоритм расчета:

1. Согласно нормативных документов [93, 96, 97, 98, 116] или решая уравнение (2.20) определяем первую частоту собственных колебаний трубы-шины f_{ly} .

2. Решая уравнение (2.34), определяем волновое число k , которое позволяет определить частоту собственных колебаний гасителя ω_d по формуле

$$\omega_{d1} = \sqrt{k^2 d_1^2 - \varepsilon_1^2} = k \sqrt{\frac{T_1}{m_1}} - \varepsilon_1^2.$$

3. Продолжаем подбор до тех пор, пока частота «гасителя на нити» будет в 2-2,2 или более раз выше частоты собственных колебаний трубы-шины f_{ly} .

Согласно вышеизложенного алгоритма массу гасителя M_1 принимаем равной 2% от массы трубы-шины и располагаем в месте максимальных перемещений трубы-шины ($M_1 = 2,556$ кг). Силу натяжения нити T_1 принимаем такой, чтобы была максимально допустимой для выбранной стальной нити диаметром 3 мм и частота «гасителя на нити» была в 2 раза выше частоты собственных колебаний трубы-шины ($T_1 = 8,4$ кН). При таких параметрах частота «гасителя на нити» $\omega_{d1} = 26,19$ рад/с.

В.3 Расчет «гасителя на нити» с двумя массами

Предполагаемой рациональной областью для применения «гасителя на нити» с двумя массами являются конструкции жесткой ошиновки с диаметрами шин 150 – 250 мм и пролетами 12 – 17 м.

«Гаситель на нити» (рисунок В.2) состоит из растянутой силой T_1 нити погонной массы m и расположенной на расстоянии u на ней сосредоточенными массами M_1 и M_2 . Массы M_1 и M_2 располагаем симметрично как можно ближе к месту максимальных перемещений трубы-шины и суммарную массу $M_1 + M_2$ принимаем равной 3% от массы трубы-шины. Зазор между массой и стенками трубы рекомендуется принимать минимальным. Силу натяжения нити T_1 принимаем максимально допустимую для выбранной нити.

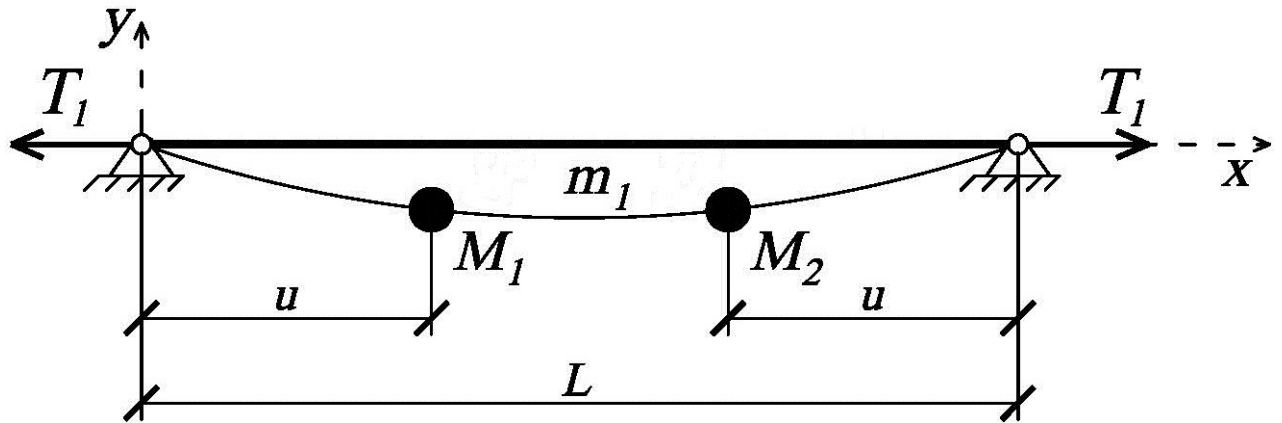


Рисунок В.2 – Схема «гасителя на нити» с двумя массами

Алгоритм расчета:

1. Согласно нормативных документов [93, 96, 97, 98, 116] или решая уравнение (2.20) определяем первую частоту собственных колебаний трубы-шины f_{ly} .

2. Решая уравнение (2.41), определяем волновое число k , которое позволяет определить частоту собственных колебаний гасителя ω_d по формуле

$$\omega_{d1} = \sqrt{k^2 d_1^2 - \varepsilon_1^2} = k \sqrt{\frac{T_1}{m_1}} - \varepsilon_1^2.$$

3. Продолжаем подбор до тех пор, пока частота «гасителя на нити» будет в 2-2,2 или более раз выше частоты собственных колебаний трубы-шины f_{ly} .

Согласно вышеизложенного алгоритма массы гасителя M_1 и M_2 принимаем в сумме равными 2% от массы трубы-шины и располагаем симметрично на $1/3$ пролета ($M_1 = M_2 = 1,278$ кг). Силу натяжения нити T_1 принимаем такой, чтобы была максимально допустимой для выбранной стальной нити диаметром 3 мм и частота «гасителя на нити» была в 2 раза выше частоты собственных колебаний трубы-шины ($T_1 = 6,01$ кН). При таких параметрах частота «гасителя на нити» $\omega_{d1} = 26,19$ рад/с.

В.4 Расчет виброударного (пружинного) гасителя колебаний

Предполагаемой рациональной областью для применения виброударного (пружинного) гасителя являются конструкции жесткой ошиновки с диаметрами шин 90 – 250 мм и пролетами 9 – 20 м.

Виброударный гаситель (рисунок В.3, а) состоит из консольно закрепленной на конструкции пластины с сосредоточенной на краю массой, которая может для точной настройки перемещаться вдоль пластины. Пружинный гаситель (рисунок В.3, б) состоит из массы, закрепленной на пружине (пружинах). Масса виброударного (пружинного) гасителя колебаний лежит в пределах 1-3% от массы конструкции ЖО.

Настройка гасителя производится перемещением массы так, что в резонансном режиме гаситель колеблется в противофазе к основной конструкции, что приводит к уменьшению амплитуды колебаний основной конструкции и рассеиванию энергии колебаний.

Алгоритм расчета:

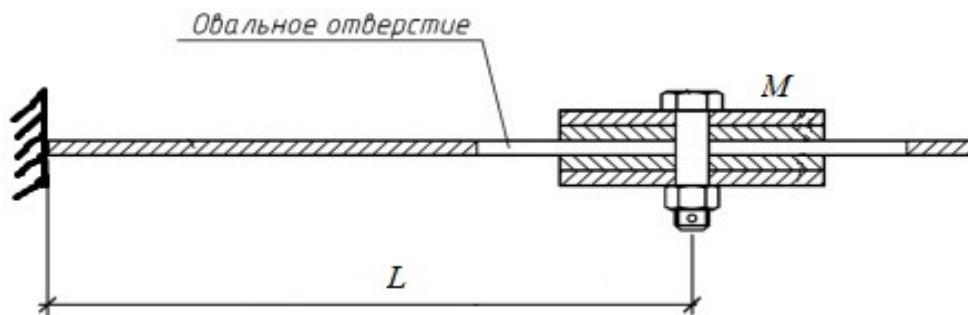
1. Согласно нормативных документов [93, 96, 97, 98, 116] или решая уравнение (2.20) определяем первую частоту собственных колебаний трубы-шины f_{ly} .

2. Длина (вылет) L консоли виброударного гасителя колебаний определяется по формуле:

$$L = \sqrt[3]{\frac{3EI}{M(2\pi \cdot f_{ly})^2}}.$$

Для примера возьмем виброударный гаситель, который состоит из консольно закрепленной на конструкции стальной пластины сечением 20 х 4 мм с сосредоточенной на краю массой, равной 2% от массы трубы-шины $M = 2,556$ кг.

а)



б)

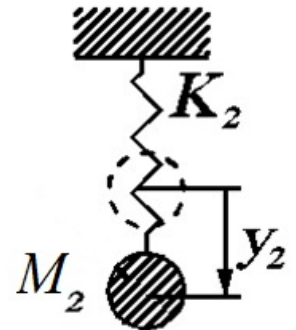


Рисунок В.3 – Схема виброударного (пружинного) гасителя колебаний:

а) виброударный гаситель; б) пружинный гаситель.

Длина (вылет) L консоли виброударного гасителя колебаний определяется по формуле:

$$L = \sqrt[3]{\frac{3EI}{M(2\pi \cdot f_{1y})^2}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 2,06 \cdot 10^{11} \cdot \frac{0,02 \cdot 0,004^3}{12}}{2,556 \cdot (2 \cdot 3,14 \cdot 2,087)^2}} = 0,5559 \text{ м.}$$

Жесткость пружинного гасителя определяется по формуле:

$$k_2 = M_2 \cdot (2\pi \cdot f_{1y})^2$$

Полученное значение жесткости пружинного гасителя можно собрать из пружинок с заведомо известными жесткостями. Следует также помнить, что при *параллельном* расположении пружинок их жесткости суммируются, а при *последовательном* – обратно пропорциональны.

Пружинный гаситель состоит из пружины и сосредоточенной на краю массы, равной 2% от массы трубы-шины $M_2 = 2,556$ кг.

Жесткость пружинного гасителя определяется по формуле:

$$k_2 = 2,556 \cdot (2 \cdot 3,14 \cdot 2,087)^2 = 439,1 \text{ Н/м.}$$

Приложение Г
(обязательное)

Справка о внедрении результатов диссертационной работы



**Министерство образования и науки
Донецкой Народной Республики**
**Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Донбасская национальная академия
строительства и архитектуры»**

86123, г. Макеевка, ул. Державина, 2, тел.: (062) 340-15-80,
(0623) 22-24-67, факс (0623) 22-77-19, email: mailbox@donnasa.ru, идент. код 02070795

от 26.09.17 № 4-04-21
на № _____ от _____

Диссертационный совет Д 01.006.02 при
ГОУ ВПО «Донбасская национальная
академия строительства и архитектуры»

СПРАВКА

о внедрении результатов исследований диссертационной работы
Фоменко Серафима Александровича на тему «Рациональные способы
демпфирования изгибных колебаний балочных конструкций
(на примере жесткой ошиновки открытых распределительных устройств)»,
представленную на соискание ученой степени кандидата технических наук
по специальности 05.23.01 – Строительные конструкции, здания и сооружения

Комиссия в составе: проректора по учебной работе, д.т.н., профессора Зайченко Н.М., декана строительного факультета, к.т.н., доцента Алехина А.М., начальника учебного отдела, к.э.н., доцента Сухины А.А. свидетельствует, что при подготовке специалистов по специальности 08.05.01 «Строительство уникальных зданий и сооружений» в дисциплине «Теоретическая механика: спецкурс» в лекционном материале и в дисциплине «Динамика и устойчивость сооружений» в лекционном материале и методическом пособии используются теоретические и практические данные по кандидатской диссертационной работе Фоменко Серафима Александровича «Рациональные способы демпфирования изгибных колебаний балочных конструкций (на примере жесткой ошиновки открытых распределительных устройств)».

Члены комиссии:

Проректор по учебной работе,
д.т.н., профессор

Декан строительного факультета,
к.т.н., доцент

Начальник учебного отдела,
к.э.н., доцент



Н.М. Зайченко

А.М. Алехин

А.А. Сухина

Приложение Д
(обязательное)

Справка о внедрении результатов диссертационной работы

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Голова Правління

ПАТ «КОНЦЕРН СТИРОЛ»

С.М. Павлючук



« 7 » червня 2013 р.

ДОВІДКА

про впровадження результатів наукових досліджень аспіранта Фоменка Серафима Олександровича при проведенні динамічних випробувань і застосування спеціальних демпферів конструкцій декоративних елементів над головним входом Дочірнього Підприємства Культурно-Спортивний Комерційний Центр ПАТ «КОНЦЕРН СТИРОЛ» м. Горлівка

Аспірант кафедри «Теоретичної та прикладної механіки» Донбаської національної академії будівництва і архітектури Фоменко С.О. приймав участь у реконструкції Культурно-Спортивного Комерційного Центру ПАТ «КОНЦЕРН СТИРОЛ».

Фоменко С.О. розробив гаситель коливань, який сприяє розсіюванню енергії та зменшенню амплітуд коливань консольних сталевих ферм балкового типу, що знаходяться під впливом вітрового збудження.

Для перевірки чисельних розрахунків були проведені динамічні випробування сталевих ферм у натурних умовах. В процесі випробувань були визначені фактичні динамічні параметри коливань конструкцій ферм із застосуванням демпферу та без нього. Виконано порівняння результатів та обґрунтовано застосування демпферів для даної конструкції.

Економічний ефект від застосування демпферів склав 72202 грн.

Ця довідка видана для подання в спеціалізовану вчену раду Д 12.085.01 Донбаської національної академії будівництва і архітектури для захисту кандидатської дисертаційної роботи на здобуття вченого ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.23.01 «Будівельні конструкції, будівлі та споруди».

Головний будівельник

ПАТ «КОНЦЕРН СТИРОЛ»

Калінін В.В.