

Министерство образования и науки
Донецкой Народной Республики
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»

На правах рукописи



Крысько Александра Анатольевна

**ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ЭКСПЛУАТИРУЕМЫХ КОНСТРУКЦИЙ ТОНКОСТЕННЫХ
ОБОЛОЧЕК ИНЖЕНЕРНЫХ СООРУЖЕНИЙ С УЧЁТОМ
НЕСОВЕРШЕНСТВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ**

05.23.01 – строительные конструкции, здания и сооружения
05.01.01 – инженерная геометрия и компьютерная графика

Диссертация
на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Научный руководитель
Мушанов Владимир Филиппович
доктор технических наук, профессор

Научный руководитель
Конопацкий Евгений Викторович
кандидат технических наук, доцент

Идентичность всех экземпляров диссертации заверяю

Ученый секретарь

специализированного диссертационного совета Д01.006.02

Я.В. Назим

Макеевка – 2016



СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Введение	6
1 РАЗДЕЛ 1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА И ВЫБОР МЕТОДА ИССЛЕДОВАНИЙ	14
1.1 Анализ несовершенств геометрической формы конструкций тонкостенных оболочек инженерных сооружений и причин их возникновения	14
1.2 Анализ допусков величин геометрических несовершенств эксплуатируемых тонкостенных оболочек на примере вертикальных цилиндрических резервуаров.	17
1.3 Существующие методы моделирования поверхностей тонкостенных оболочек инженерных сооружений с учетом несовершенств геометрической формы.	19
1.4 Методы учета влияния геометрических несовершенств на напряженно-деформированное состояние конструкций тонкостенных оболочек инженерных сооружений	25
Выводы к первому разделу	29
2 РАЗДЕЛ 2. РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ ТОНКОСТЕННЫХ ОБОЛОЧЕК ИНЖЕНЕРНЫХ СООРУЖЕНИЙ С УЧЕТОМ НЕСОВЕРШЕНСТВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ	31
2.1 Теоретические основы геометрического моделирования нелинейных поверхностей методами БН-исчисления	32
2.1.1 Конструирование дуг обвода в БН-исчислении.	
Алгебраические кривые одного отношения.	33
2.1.1.1 Дуга обвода кривой 2-го порядка	33
2.1.1.2 Дуга обвода кривой 3-го порядка	37
2.1.2 Алгоритмы моделирования выпуклых обводов первого порядка гладкости через k наперед заданных точек	51

2.1.2.1	Проведение одномерного обвода через k наперед заданных точек.	51
2.1.2.2	Алгоритмы конструирования обводов по заданным условиям	61
2.1.2.3	Алгоритмы конструирования замкнутых обводов по заданным условиям	65
2.1.2.4	Алгоритмы конструирования поверхности через множество дискретно заданных точек	70
2.2	Геометрические модели поверхностей тонкостенных оболочек инженерных сооружений с учетом несовершенств геометрической формы	78
2.2.1	Геометрическая модель поверхности тонкостенной оболочки с четырьмя опорными контурами	79
2.2.2	Универсальная геометрическая модель поверхности тонкостенной оболочки инженерного сооружения с учётом несовершенств геометрической формы	86
	Выводы ко второму разделу	92
3	РАЗДЕЛ 3. СПОСОБЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ЧИСЛЕННОГО РАСЧЁТА НДС СТАЛЬНЫХ ВЦР С УЧЁТОМ ОБЩИХ НЕСОВЕРШЕНСТВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ	94
3.1	Методы измерения и обработки статистического материала	94
3.1.1	Традиционные методы определения геометрической формы стенки резервуара, находящегося в эксплуатации	94
3.1.2	Определения геометрической формы стенки резервуара, находящегося в эксплуатации методом наземного лазерного сканирования	95
3.2	Обоснование расчетной схемы для резервуара объемом 1000 м^3 для проведения конечно-элементных исследований	101
3.2.1	Исходные данные для проведения исследований	101
3.2.2	Определение размера конечного элемента стенки резервуара	104
3.2.3	Расчетная схема ВЦР объемом 1000 м^3 с учётом общих несовершенств геометрической формы	110

3.3.	Результаты численных исследований напряженно-деформированного состояния стенки резервуара объемом 1000 м^3	113
3.3.1.	Расчет напряженно деформированного состояния стенки резервуара в линейной постановке	113
3.3.2.	Расчет напряженно деформированного состояния стенки резервуара в не линейной постановке	119
	Выводы к третьему разделу	127
4	РАЗДЕЛ 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ НДС СТАЛЬНЫХ ВЦР С УЧЁТОМ МЕСТНЫХ НЕСОВЕРШЕНСТВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ	129
4.1.	Расчетные параметры резервуаров с вмятинами сферической формы	129
4.2.	Результаты численных исследований местных несовершенств геометрической формы	133
	Выводы к четвертому разделу	136
5	РАЗДЕЛ 5. ИНЖЕНЕРНАЯ МЕТОДИКА ЧИСЛЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ НДС СТАЛЬНОГО ВЦР, НАХОДЯЩЕГОСЯ В ЭКСПЛУАТАЦИИ	137
	Выводы к пятому разделу	146
	ВЫВОДЫ.	148
	СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	150
	Приложение А. Копии документов о внедрении результатов исследований	169
	Приложение Б. Листинг программы по компьютерному моделированию поверхности резервуара для хранения нефтепродуктов с учётом несовершенств геометрической формы в программном пакете Maple	173
	Приложение В. Листинг программы для компьютерного моделирования поверхности стального ВЦР с учётом общих несовершенств геометрической формы	180

Приложение Г. Листинг программы для компьютерного моделирования поверхности стального ВЦР № 94 с учётом местных несовершенств сферической формы

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Исследования, посвящённые влиянию несовершенств геометрической формы на напряженно-деформированное состояние тонкостенных оболочек инженерных сооружений, являются одной из актуальных, сложных и до конца не решенных научных проблем.

Отдельным видом таких оболочек являются стальные тонкостенные оболочки вращения, которые нашли самое разнообразное применение в инженерной практике: газгольдеры для хранения и распределения газов; бункеры и силосы для хранения и перегрузки сыпучих материалов; трубопроводы больших диаметров; дымовые и вентиляционные трубы, водонапорные башни, градирни; специальные конструкции металлургической, химической и других отраслей промышленности; различные баки и контейнеры для транспортировки жидких и газообразных веществ, в том числе и вагоны-цистерны. Также к таким сооружениям относятся и стальные вертикальные цилиндрические резервуары для хранения нефти и нефтепродуктов.

Имеющиеся случаи разрушения приведенных выше инженерных сооружений привели к необходимости периодического мониторинга их состояния в течение всего периода эксплуатации.

Основным конструктивным элементом вертикального цилиндрического резервуара для хранения нефти и нефтепродуктов является цилиндрическая стенка. Она представляет собой тонкостенную оболочку, на которую воздействуют объективные и субъективные факторы, изменяя её первоначальную геометрическую форму. К объективным факторам можно отнести целый комплекс нагрузок: собственный вес конструкций, гидростатическое давление жидкости в резервуаре, вакуум, ветровая и снеговая нагрузки. К субъективным факторам относятся погрешности связанные с изготовлением, транспортировкой и монтажом стенки резервуара. Также к субъективным факторам можно отнести нарушение условий эксплуатации резервуара.

Для учета несовершенств геометрической формы при расчетах на прочность и устойчивость стенки тонкостенных оболочек инженерных сооружений необхо-

димо аналитическое описание ее действительной поверхности. Но существующие методы определения действительной геометрической формы тонкостенной оболочки не рассматривают её в целом, как единую конструкцию, а учитывают лишь определенный класс несовершенств геометрической формы. Такой подход не даёт возможности оценить влияние того или иного несовершенства на всю конструкцию в целом, а следовательно и предложения по необходимости устранения таких несовершенств не всегда являются оптимальными и экономически обоснованными.

Исходя из вышесказанного, можно сделать вывод о необходимости разработки новых эффективных геометрических моделей на основе дуг кривых 2-го и 3-го порядков, представленных в БН-исчислении (точечное исчисление Балюбы-Найдыша), а также новых способов их формализации и создания программных продуктов, которые их реализуют, является актуальной научной задачей, которая открывает новые возможности для выполнения расчетов тонкостенных оболочек инженерных сооружений на прочность и устойчивость, а также для прогнозирования влияния развития несовершенств геометрической формы на прочность и устойчивость такой оболочки.

Степень разработанности темы исследования. Как показывает проведенный нами анализ литературных источников большинство научных исследований по данному вопросу можно классифицировать на два типа:

1. Исследования несовершенств геометрической формы тонкостенных оболочек, выполненные специалистами из областей науки смежных с прикладной геометрией, а иногда и вообще далеких от неё, таких как: строительная механика (Иванов В.Н. [1], Ризван Мухаммад [2], Бурлаков А.В. [3], Вольмир А.С. [4, 5], Пелех Б.Л. [6], Бен Хелал Монсеф Бен Мулди [7]); строительные конструкции, здания и сооружения (Лессиг Е.Н. [8], Писанко Н.М. [9], Егоров Е.А. [10-13], Перельмутер А.В. [14-20], Мущанов В.Ф. [21-25], Сливкер В.И. [14], Сафарян М.К. [26-28], Шимановский А.В. [29, 30], Ращепкина С.А. [31], Федоряка Ю.В. [12, 13, 32, 33], Феодосьев В.И. [34], Ежи Зюлко [35], Губанов В.В. [36], Кулик А.А. [23, 37], Роменский Д.И. [38], Еленицкий Э. Я. [39, 40]); железнодорожный транспорт

(Архипов А.В. [41-44]); динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры (Хастов В.М. [45]); механика деформируемого твердого тела (Фурсаев С.А. [46]); строительство и эксплуатация нефтегазопроводов, баз и хранилищ (Тюрин Д.В. [47]); динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры (Алифанов Л.А. [48-56]) и т.п.

2. Исследования ученых по прикладной геометрии в области оболочек конструкций не связанные с несовершенствами геометрической формы: Балюбы И.Г. [57-64], Верещаги В.М. [60, 61, 65, 66], Михайленко В.Е. [67], Найдыша А.В. [65, 68], Найдыша В.М. [60, 61, 65, 69], Обуховой В.С. [67], Павлова А.В. [70], Подгорного А.Л. [67], Скидана И.А. [71] и их учеников.

Теоретической базой для создания универсальной геометрической и компьютерной модели поверхности резервуара с учётом несовершенств геометрической формы стали работы ведущих ученых Мелитопольской школы прикладной геометрии и их учеников: Балюбы И.Г. [57-64], Верещаги В.М. [60, 61, 65, 66], Давыденко И.П. [72, 73], Конопацкого Е.В. [62, 74-83], Кучеренко В.В. [84], Найдыша А.В. [65, 68], Найдыша В.М. [60, 61, 65, 69], Полищука В.И. [63, 78] и др. [63-65, 85, 86].

Связь работы с научными программами, планами, темами. Исследования по теме диссертации выполнены в рамках научно-исследовательских работ Донбасской национальной академии строительства и архитектуры К-2-07-11 «Вдосконалення аналітичних і чисельних методів розрахунку будівельних конструкцій, їх елементів і з'єднань на дію статичних та динамічних навантажень з урахуванням впливу службового терміну і факторів експлуатаційного зносу» (номер государственной регистрации 0111U008169); Д-2-02-06 «Дослідження оптимальних конструктивних форм комбінованих великопрольотних покриттів будівель та споруд» (номер государственной регистрации 0106U002950); К-2-09-11 «Создание графического и вычислительного аппарата для моделирования топографических линий и поверхностей и их взаимного положения в рамках специализации «Землеустройство» (номер государственной регистрации 0111U0081760).

Целью исследования является разработка комплексного подхода к компьютерному моделированию и численному исследованию напряженно-деформированного состояния (НДС) стальных вертикальных цилиндрических резервуаров (ВЦР) для хранения нефтепродуктов с учётом несовершенств геометрической формы.

Задачи исследования:

- усовершенствовать существующие и разработать новые способы аналитического определения дуг обвода в БН-исчислении, а также способы моделирования выпуклых обводов первого порядка гладкости;
- разработать комплексный подход по обработке геометрической информации при обследовании и оценке технического состояния ВЦР, которая является исходной для универсального компьютерного алгоритма моделирования поверхности резервуара с учётом несовершенств геометрической формы;
- разработать универсальную геометрическую и компьютерную модель нелинейной поверхности стенки резервуара с учётом характерных несовершенств геометрической формы;
- исследовать раздельное и совместное влияние общих и местных несовершенств геометрической формы на НДС резервуара для хранения нефтепродуктов в линейной и нелинейной постановках;
- внедрить результаты исследований в практику геометрического и компьютерного моделирования нелинейных поверхностей для оценки технического состояния ВЦР для хранения нефтепродуктов с учётом несовершенств геометрической формы, а также в учебный процесс Донбасской национальной академии строительства и архитектуры.

Объект исследования – стальные вертикальные цилиндрические резервуары для хранения нефти и нефтепродуктов.

Предмет исследования – напряженно-деформированное состояние стальных вертикальных цилиндрических резервуаров для хранения нефти и нефтепродуктов с учётом несовершенств геометрической формы.

Научная новизна полученных результатов:

- усовершенствованы существующие и разработаны новые способы аналитического определения дуг обвода в БН-исчислении, а также способы моделирования выпуклых обводов первого порядка гладкости;
- разработан в БН-исчислении способ конструирования геометрических объектов незакономерной формы, в основу которого положен метод подвижного симплекса;
- впервые получен универсальный геометрический и компьютерный алгоритм моделирования действительной поверхности стенки резервуара с учётом как общих, так и местных несовершенств геометрической формы;
- впервые исследовано совместное влияние общих и местных несовершенств геометрической формы на НДС резервуара для хранения нефтепродуктов в линейной и нелинейной постановках;
- впервые предложен комплексный подход к численному моделированию и анализу влияния несовершенств геометрической формы на НДС стального ВЦР, начиная с момента сбора геометрической информации с помощью традиционных и инновационных измерительных приборов и адаптации исходных данных, необходимых для построения компьютерной модели ВЦР, и заканчивая, непосредственно, численным расчётом на прочность и устойчивость, а также анализом полученных результатов исследований, результатом реализации которого является инженерная методика численного исследования НДС стального ВЦР находящегося в эксплуатации.
- впервые разработана комплексная инженерная методика численного исследования НДС стального ВЦР находящегося в эксплуатации.

Практическая значимость полученных результатов заключается в разработке методики оценки технического состояния вертикального цилиндрического резервуара с геометрическими несовершенствами, которая позволяет на основании геометрических обмеров с помощью средств компьютерного моделирования оценить техническое состояние резервуара для хранения нефтепродуктов с учётом несовершенств геометрической формы, спрогнозировать поведение стенки резервуара при дальнейшем развитии несовершенств и обосновать необходи-

мость проведения работ по ликвидации влияния данных несовершенств геометрической формы. Также предложенный способ моделирования незакономерных поверхностей с последующим численным расчётом может быть успешно использован для исследования НДС любых тонкостенных оболочек инженерных сооружений, не зависимо от сложности их формы.

Результаты работы внедрены в учебном процессе Донбасской национальной академии строительства и архитектуры, а также в ПАО «АЗМК» и в Донецком экспертно-техническом центре Государственного Комитета Гортехнадзора ДНР (см. приложение А). На начальном этапе исследований автором получен патент Украины на полезную модель [21, 22].

Методы исследования. Поставленные в работе задачи геометрического моделирования незакономерных поверхностей решаются на основе математического аппарата моделирования геометрических объектов – БН-исчисления. Также используются методы начертательной, аналитической и аффинной геометрии; компьютерные методы расчета и изображения геометрических форм с помощью программного пакета *Maple* и системы автоматизированного проектирования *AutoCAD*.

Численные исследования НДС резервуара под действием статических нагрузок были проведены в вычислительном комплексе *SCAD Office*, в основу которого положен метод конечных элементов.

На защиту выносятся:

- способ геометрического и компьютерного моделирования незакономерных поверхностей оболочек технических форм на основе выпуклых обводов первого порядка гладкости;
- универсальный геометрический и компьютерный алгоритм моделирования действительной поверхности стенки резервуара с учётом всех несовершенств геометрической формы;
- результаты исследования совместного влияния общих и местных несовершенств геометрической формы на НДС резервуара для хранения нефтепродуктов в линейной и нелинейной постановках;

- комплексный подход к численному моделированию и анализу влияния несовершенств геометрической формы на НДС стального ВЦР;
- инженерная методика численного исследования НДС стального ВЦР, находящегося в эксплуатации.

Достоверность и обоснованность результатов подтверждается практическим внедрением, построенными с помощью программного пакета *Maple* (см. приложение Б) и системы автоматизированного проектирования *AutoCAD* (см. приложения В и Г) изображениями результатов исследований, а также использованием современных вычислительных комплексов численного анализа и сопоставления результатов численных исследований с экспериментальными и теоретическими данными, полученными другими исследователями.

Личный вклад соискателя заключается в реализации, поставленных руководителем, задач данного исследования; формулировке и разработке основных положений, определяющих научную новизну и практическую ценность работы; в создании расчетных моделей и анализе результатов, а также в сборе и обработке необходимой статистической информации.

В статьях, опубликованных в соавторстве, вклад соавторов ограничивался постановкой задач и контролем достоверности полученных результатов. Проведение исследований, получение аналитических и компьютерно-графических результатов осуществлено лично автором диссертации.

Апробация результатов диссертации. Основные положения диссертационной работы докладывались и обсуждались: на XXXVIII Всеукраинской студенческой научно-технической конференции «Научно-технические достижения – строительно-архитектурной отрасли Украины» Донбасской национальной академии строительства и архитектуры (г. Макеевка, 2012 г.); на XVI международной научно-практической конференции «Современные проблемы геометрического моделирования» (г. Мелитополь, 2014 гг.); на X Крымской международной научно-практической конференции «Геометрическое и компьютерное моделирование: энергоснабжение, экология, дизайн» (г. Симферополь, 2013 гг.); на I международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых

«Прикладная геометрия, дизайн и инновационная деятельность» (г. Киев, 2012 г.); на II международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Прикладная геометрия, дизайн и объекты интеллектуальной собственности» (г. Киев, 2013 г.); на XIII-XIV международной научно-практической конференции «Научная дискуссия: вопросы технических наук» (г. Москва, 2013 г.); на XIII Международной конференции молодых ученых, аспирантов, студентов «Здания и конструкции с применением новых материалов и технологий» (г. Макеевка, 2014 г.); на III Международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы механики в современном строительстве» (г. Пенза, 2014); на XV Международной конференции по математическому моделированию, посвящённая 160-летию со дня рождения Анри Пуанкаре (г. Херсон, 2014 г.), на Всеукраинской научно-методической конференции «Исследование возможностей использования инновационных технологий в научной работе по прикладной геометрии в учебном процессе кафедр вузов, которые занимаются графической подготовкой студентов» (г. Луцк, 2015 г.); на конференции молодых ученых, аспирантов, студентов «Научно-технические достижения студентов, аспирантов, молодых ученых строительно-архитектурной отрасли» (г. Макеевка, 2016 г.).

Публикации. По результатам исследований опубликовано 17 работ, в том числе 7 из них опубликованы в изданиях, входящих в перечень специализированных научных журналов, утвержденный МОН Украины; 2 – в журналах или сборниках, включенных в международные наукометрические базы; 5 – в изданиях, выходящих по материалам научных конференций. Общий объем публикаций 7,2 п.л., из которых 4,13 п.л. принадлежат лично автору.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти разделов, заключения и списка использованной литературы из 153 наименований. Работа содержит 191 страницу текста, в том числе 140 страниц основного текста, 36 рисунков и 28 таблиц.

РАЗДЕЛ 1

СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА И ВЫБОР МЕТОДА ИССЛЕДОВАНИЙ

1.1. Анализ несовершенств геометрической формы конструкций тонкостенных оболочек инженерных сооружений и причин их возникновения

Инженерные сооружения, основным конструктивом которых являются тонкостенные оболочки, в большинстве случаев представляют собой емкостные конструкции. К ним относятся: газгольдеры для хранения и распределения газов; бункеры и силосы для хранения и перегрузки сыпучих материалов; трубопроводы больших диаметров; дымовые и вентиляционные трубы, водонапорные башни, градирни; специальные конструкции металлургической, химической и других отраслей промышленности; различные баки и контейнеры для транспортировки жидких и газообразных веществ, в том числе и вагоны-цистерны. Также к таким сооружениям относятся и стальные вертикальные цилиндрические резервуары для хранения нефти и нефтепродуктов.

Имевшиеся случаи разрушения сварных вертикальных цилиндрических резервуаров привели к необходимости изучения действительных условий работы резервуаров и изучению влияния искажения геометрической формы резервуаров на их прочность и устойчивость [9, 10, 15, 22, 26, 34, 35, 37, 38, 48, 49, 74, 87, 88].

При проектировании стальной конструкции задаются ее формой и размерами. После изготовления и монтажа конструкция, вследствие несовершенства технологий указанных процессов, всегда будет отличаться от конструкции, заданной проектом. В процессе эксплуатации к начальным дефектам постепенно добавляются различного рода повреждения, вызванные воздействием эксплуатационных факторов. Стенка резервуара является основной и наиболее трудоемкой в изготовлении частью резервуара. Она также является местом наибольшего накопления погрешностей.

Для стенки резервуара основными эксплуатационными нагрузками являются

ся гидростатическое давление хранимой жидкости, а также, в меньшей степени (2-3% от величины гидростатического давления), избыточное давление паров в газовом пространстве резервуара. Эти нагрузки приводят к возникновению растягивающих напряжений в большей части стенки резервуара. Также благодаря им возникает напряжение изгиба в меридиональном направлении в местах соединения стенки с днищем и соединения разнотолщинных поясов. Прочность поясов стенки резервуара обеспечивает способность восприятия данных нагрузок.

При отсутствии гидростатического давления в резервуаре опасным для стенки являются нагрузки, вызывающие напряжения сжатия. В меридиональном направлении такими нагрузками являются: собственный вес конструкций и оборудования, установленного на крыше резервуара, снеговая нагрузка, а также вакуум, который может образовываться в газовом пространстве резервуара. В радиальном - это ветровая нагрузка и вакуум. Сопротивляемость данным нагрузкам обеспечивается устойчивостью стенки резервуара.

При всем многообразии форм геометрических несовершенств наиболее характерными геометрическими несовершенствами стенки стальных резервуаров являются:

- отклонения цилиндрической стенки резервуара от вертикальной прямой;
- локальные выпучины или вмятины различной формы и расположения;
- выпучивание поясов между сварными швами.

Отклонения цилиндрической стенки от образующей являются погрешностями монтажа и очень часто напрямую связаны с общим креном или неравномерными осадками резервуаров. Местные искажения геометрической формы (локальные выпучины и вмятины) являются результатом изготовления или монтажа, и тогда, в большинстве случаев, они располагаются на участках стенки, прилегающих к замыкающему монтажному шву, соединяющему рулоны стенки, а также в зонах других сварных соединений. Иногда такие дефекты являются результатом перегрузки резервуара вакуумом или избыточным давлением и тогда они располагаются, в большинстве случаев, на участках примыкания стенки к кровле. При-

меры геометрических несовершенств стенки стальных резервуаров показаны на рисунках 1.1-1.2.



Рисунок 1.1. Дефекты в зоне монтажного стыка.



Рисунок 1.2. Сосредоточенная вмятина на поверхности цилиндрической.

Эти же несовершенства геометрической формы характерны и для других тонкостенных оболочек инженерных конструкций.

1.2. Анализ допусков величин геометрических несовершенств эксплуатируемых тонкостенных оболочек на примере вертикальных цилиндрических резервуаров

Допуски величин геометрических несовершенств конструкций тонкостенных оболочек инженерных сооружений находящихся в эксплуатации нормируются документами соответствующими видам этих сооружений. Рассмотрим основные нормативные документы регламентирующие размеры геометрических несовершенств для стальных вертикальных цилиндрических резервуаров для хранения нефти и нефтепродуктов.

Согласно РД 08-95-95 [89] отклонения от вертикали образующих стенки резервуаров, сданных в эксплуатацию, а также находящихся в эксплуатации не более 5 лет, не должны превышать предельных значений, приведенных в таблице 1.1.

Таблица 1.1

Предельные отклонения от вертикали образующих стенок резервуаров

Объем резервуара, куб. м	Предельные отклонения от вертикали образующих стенки, мм												Контроль (метод, объем, вид регистрации)
	номера поясов												
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
100 - 700	10	20	30	40	45	50	-	-	-	-	-	-	Измерительный, каждый резервуар; геодезическая исполнительная схема
1000 - 5000	15	25	35	45	55	60	65	70	75	80	-	-	
10000 - 20000	20	30	40	50	60	70	75	80	85	90	90	90	
30000 - 50000	30	40	50	60	70	75	80	85	90	90	90	90	

Примечания к таблице 1.1 приведенные в [89] описывают порядок и усло-

вия проведения измерений.

При сроке эксплуатации более 5 лет предельные отклонения от вертикали образующих стенок резервуаров могут быть увеличены в 1,3 раза; при сроке эксплуатации более 20 лет - в 2 раза.

Допускаемые местные отклонения (выпучины и вмятины) стенки от прямой, соединяющей верхний и нижний края деформированного участка вдоль образующей для новых резервуаров, приведены в таблице 1.2.

Таблица 1.2

Допускаемые стрелы прогиба выпучин или вмятин на поверхности стенки вдоль образующей, +/- мм

Расстояние от нижнего до верхнего края выпучины или вмятины, мм	Допускаемая величина стрелы прогиба выпучины или вмятины
До 1500 включительно	15
Свыше 1500 до 3000 включительно	30
Свыше 3000 до 4500 включительно	45

Для резервуаров, находящихся в эксплуатации более 5 лет, допускаются увеличение стрелы прогиба на 30%.

Согласно [89], при наличии отклонений, величины которых превышают приведенные выше допустимые пределы, резервуар должен быть выведен из эксплуатации и дефектов формы резервуара должны быть исправлены. Также, допустима эксплуатация такого резервуара с ограничением, подтверждённым расчетом, эксплуатационных нагрузок (уровень залива, вакуум), до очередного капитального ремонта.

Следует отметить, что в существующих нормативных документах [89-95] допуски на дефекты геометрической формы определены в соответствии с возможностями технологии изготовления и монтажа конструкций резервуаров. Как показывает анализ научных работ посвященных данной тематике [9, 10, 36, 47-49,] эти допуски никак не связаны с условиями прочности или устойчивости. Это обстоятельство, зачастую, в значительной мере снижает их значимость, а соответственно, обязательность выполнения. Таким образом большое количество резер-

вуаров эксплуатируется со сверхнормативными дефектами геометрической формы.

Для учета несовершенств геометрической формы при расчете на прочность и устойчивость стенки резервуара необходимо аналитическое описание её действительной поверхности. Моделирование действительной поверхности конструкций тонкостенных оболочек инженерных сооружений может быть выполнено на основании результатов натурных обмеров геометрической формы обследуемых сооружений.

1.3. Существующие методы моделирования поверхностей тонкостенных оболочек инженерных сооружений с учетом несовершенств геометрической формы

Научные исследования по геометрическому моделированию оболочек инженерных сооружений можно классифицировать на два типа:

1. Исследования несовершенств геометрической формы тонкостенных оболочек, выполненные специалистами из областей науки смежных с прикладной геометрией, а иногда и вообще далеких от неё, таких как: строительная механика (Иванов В.Н. [1], Ризван Мухаммад [2], Бурлаков А.В. [3], Вольмир А.С. [4,5], Пелех Б.Л. [6], Бен Хелал Монсеф Бен Мулди [7]); строительные конструкции, здания и сооружения (Лессиг Е.Н. [8], Писанко Н.М. [9], Егоров Е.А. [10, 11, 12, 13, 96], Перельмутер А.В. [14-20], Мущанов В.Ф. [21, 22, 23, 24, 25], Сливкер В.И. [14], Сафарян М.К. [26-28], Шимановский А.В. [29, 30], Ращепкина С.А. [31], Федоряка Ю.В. [12, 13, 32, 33], Феодосьев В.И. [34], Ежи Зюлко [35], Губанов В.В. [36], Кулик А.А. [23, 37], Роменский Д.И. [38], Еленицкий Э. Я. [39, 40]); железнодорожный транспорт (Архипов А.В. [41-44]); динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры (Хаустов В.М. [45]); механика деформируемого твердого тела (Фурсаев С.А. [46]); строительство и эксплуатация нефтегазопроводов, баз и хранилищ (Тюрин Д.В. [47]); динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры (Алифанов Л.А. [48-56]) и т.п.

2. Исследования специалистов по прикладной геометрии в области оболочек конструкций не связанные с несовершенствами геометрической формы. Это работы в первую очередь Киевской школы прикладной геометрии: Михайленко В.Е., Обуховой В.С., Подгорного А.Л., результатом которой стал труд «Формообразование оболочек в архитектуре» [67]. Исследования в этой области были продолжены их учениками. Например, Холмурзаевым А.А. [97], научным руководителем которого были Михайленко В.Е. и Дехтярь А.С. [98, 99], занимался формообразованием и оптимальным проектированием оболочек на жесткопластическом основании. Абдуллаев А.А. [100], научным руководителем которого был Подгорный А.Л., моделированием поверхностей мембранных и мембранно-вантовых покрытий. Вопросы дискретного моделирования поверхностей оболочек с учетом совокупности геометрических и статических формообразующих факторов были исследованы Грищенко В.Г. [101], научным руководителем которого был Ковалев С.Н. [102]. Большой вклад в исследование вопросов моделирования оболочек внесла Мелитопольская школа прикладной геометрии: Найдыш В.М. [60,61,65,69], Балюба И.Г. [57-64], Верещага В.М. [60, 61, 65, 66], Найдыш А.В. [65, 68], Конопацкий Е.В. [62, 74-83], Давыденко И.П. [72, 73] и др. [63-65, 84-86]. Также данным научным вопросом занимались Скидан И.А. [71], Павлов А.В. [70], и др [3-65, 85, 86].

С другой стороны, большинство научных исследований по вопросу моделирования поверхностей вертикальных цилиндрических резервуаров с учетом несовершенств геометрической формы можно классифицировать в соответствии с видами учитываемых несовершенств.

1. описание геометрической формы цилиндрической стенки резервуара по кольцевому направлению;
2. описание геометрической формы цилиндрической стенки резервуара с учетом распределения отклонений образующей от вертикали.
3. описание геометрической формы цилиндрической стенки резервуара с учетом местных несовершенств геометрической формы.

Так в работе Егорова Е.А. [10], аналитическое описание геометрической

формы цилиндрической стенки резервуара основывалось на результатах натурных обмеров и осуществлялось по кольцевому направлению однопараметрическими тригонометрическими рядами Фурье, записываемыми для ряда горизонтальных сечений стенки.

Математическая модель геометрии стенки резервуара в данной работе представлена рядом зависимостей:

$$w_{li} = \sum_{N=2} (A_{Noi} \cos N\varphi + B_{Noi} \sin N\varphi)$$

В приведенной формуле функции w_{li} определяют величину радиальных отклонений поверхности цилиндрической стенки резервуара от правильной окружности в плоскости i -го горизонтального сечения, а коэффициенты ряда A_{Noi} и B_{Noi} определяются путем гармонического анализа обмеров отклонений от вертикали образующих стенки резервуара, при этом обработка данных проводится по кольцевым сечениям.

Как утверждает профессор Егоров Е.А. в работе [10], эта математическая модель описывает отклонения образующих и произвольно расположенные локальные вмятины которые имеют протяженность в кольцевом направлении до 1/4-1/8 части периметра стенки – длинноволновые отклонения [10].

Однако при таком подходе неизбежно возникают сложности стыковки таких дуг кривых, даже, по первому порядку гладкости. А, следовательно, и поверхности, построенные на их основе, будут иметь в местах стыковки дополнительные дефекты. Т.е. применение рядов Фурье может привести к появлению новых незапланированных несовершенств геометрической формы, что, в свою очередь, может привести к появлению всплесков напряжений не только в местах дефектов поверхности оболочки, но и в местах стыковки фрагментов поверхности.

Писанко Н.М. в своей работе [9] представил результаты обследования 89 вертикальных цилиндрических резервуаров емкостью 1000, 2000 и 5000 м³. Данное исследование геометрической формы резервуаров включало следующие операции: замеры отклонений образующей корпуса резервуара от вертикали; нивелировку по контуру уторного уголка и поверхности днища; повторные замеры от-

клонений образующих от вертикали при различных уровнях нефтепродукта или воды и в процессе сварки (с целью изучения изменения формы резервуара от указанных выше факторов); периодическую нивелировку по контуру уторного угла резервуара до и после заполнения продуктом (с целью изучения осадок основания).

На основании полученных данных, в результате статистической обработки были получены обобщенные кривые распределения погрешностей формы резервуаров, пригодные для оценки точности изготовления всех резервуаров (рисунок 1.3), а также произведен анализ производственных погрешностей процесса изготовления резервуаров.

Также в своей работе Писанко Н.М. [9] уделил большое внимание вопросу исследования и моделирования местных несовершенств геометрической формы цилиндрической стенки резервуара. Были рассмотрены основные виды местных несовершенств, которыми являются вмятины и хлопуны.

В данной работе автор классифицировал их геометрию следующим образом.

а) Сферические хлопуны и вмятины, круглые в плане. В данном случае автор применил методику расчета хлопающих мембран, разработанную В. И. Федосеевым.

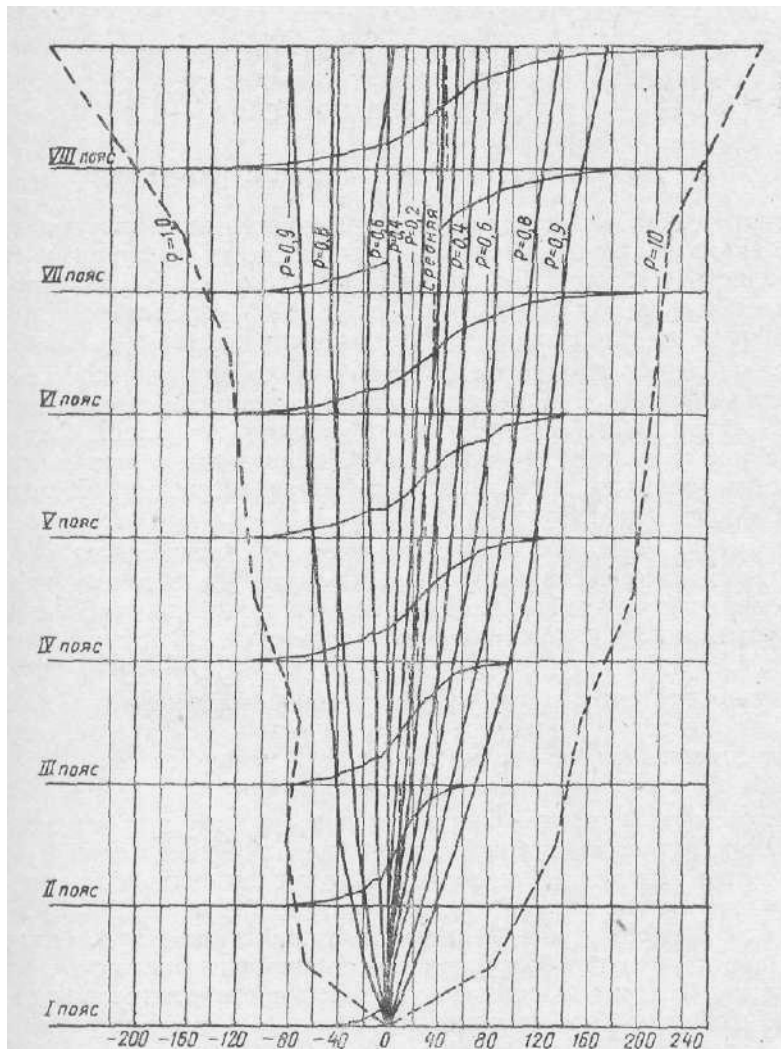


Рисунок 1.3. График кривых распределения отклонений образующей резервуара от вертикали для резервуаров объемом 5000 м^3 .

б) Хлопуны и вмятины любой гауссовой кривизны, прямоугольные в плане. Здесь автор применил уравнение полученное М.А.Колтуновым для плоских оболочек.

в) Сферические хлопуны и вмятины, прямоугольного очертания.

г) Цилиндрические хлопуны.

Следует отметить, что в данном случае имеет место накопление упрощений, использование которых не всегда можно считать обоснованным. Так сферические хлопуны и вмятины имеют в плане не круглую форму, которая больше похожа на эллиптическую, но, по сути, является проекцией замкнутой кривой 4-го порядка. Т.е. сначала была идеализирована сама форма вмятины, а после чего был идеализирован и план вмятины. Аналогичные упрощения свойственны для всех пунктов классификации Писанко Н.М. Хотелось бы остановиться подробнее на пунктах б) и в) предложенной Писанко Н.М. классификации. С геометрической точки зрения, сферическая или любая другая криволинейная поверхность (любой гауссовой кривизны) прямоугольная (или четырёхугольная) в плане, будет иметь четыре криволинейных ребра, сходящихся к центру вмятины. На этих ребрах имеет место концентрации напряжений, которых на самом деле может и не быть. Поэтому правомерность использования таких идеализированных схем нужно доказывать для каждой отдельно взятой задачи.

Местные несовершенства геометрии поверхностей тонкостенных оболочек инженерных сооружений также исследовались в работах многих зарубежных и отечественных ученых [26, 54, 55, 103, 104, 105, 106, 107-115].

В работе Егорова Е.А. [10] местные несовершенства геометрической формы цилиндрической стенки резервуара описаны как коротковолновые радиальные отклонения поверхности цилиндрической стенки резервуара от правильной окружности в плоскости i -го горизонтального сечения.

$$w_2 = a_0 \sin \frac{\pi r}{l_0} \varphi, \quad \text{где } a_0 \text{ и } l_0 - \text{усредненные значения амплитуды и длины}$$

полуволны коротковолновых отклонений в кольцевом направлении.

Также местные искажения геометрической формы резервуара были иссле-

дованы в работах Алифанова Л.А. [48,49, 50-56]. Для исследований автором была выбрана модель вмятины со сферической поверхностью, определяемая диаметром $D = 2R$ и толщиной t стенки сосуда, высотой $L = 2r$ и глубиной f дефекта. Кроме того автором исследована зависимость напряжений в зоне идеализированных вмятин от высоты налива нефтепродукта.

Анализируя исследования влияния местных несовершенств геометрической формы на напряженно-деформированное состояние конструкции можно сделать вывод об отсутствии на данном этапе универсального инструмента для их описания. Решение тех или иных задач по аналитическому описанию геометрических несовершенств напрямую зависит от данного конкретного условия задачи. Чаше всего используются идеализация несовершенств сферической формы, которую, тем не менее, нельзя считать универсальным подходом.

Для геометрического моделирования конструкций тонкостенных оболочек инженерных сооружений с учётом несовершенств геометрической формы в данной работе используется математический аппарат БН-исчисления [57-62, 72-76, 63, 64], который позволяет получить аналитические зависимости, описывающие действительную поверхность тонкостенных оболочек инженерных сооружений. Такой подход позволяет не только аналитически описать действительную поверхность оболочки на основе дискретного массива точек, полученного любым способом, в том числе и с помощью наземного лазерного сканера (НЛС), и исследовать её под действием различных нагрузок, но и моделировать с помощью ЭВМ изменение действительной поверхности оболочки при проведении предполагаемых мер по ликвидации несовершенств геометрической формы, что позволяет эффективно оценить и обосновать с помощью компьютерного моделирования необходимость проведения работ по ликвидации несовершенств геометрической формы.

Основным элементом БН-исчисления является точка, которая характеризуется рядом параметров. С другой стороны, любой геометрический объект можно представить множеством точек, упорядоченным с помощью метода подвижного симплекса [60, 61, 72, 74]. Другим преимуществом БН-исчисления является возможность создания и аналитического описания геометрических объектов с напе-

ред заданными характеристиками. Такой подход позволяет легко моделировать дуги обвода и формировать выпуклые обводы на их основе для аналитического описания сложных незакономерных отсеков поверхности с последующей программной реализацией.

1.4. Методы учета влияния геометрических несовершенств на напряженно-деформированное состояние конструкций тонкостенных оболочек инженерных сооружений

Моделирование, как местных, так и общих несовершенств геометрической формы оболочек вращения, необходимо для учета их влияния напряженно-деформированное состояние конструкций. Рассмотренные в предыдущем разделе мы различные способы моделирования несовершенств геометрии стенок резервуаров, использовались авторами для решения этой задачи.

Например, в работе Егорова Е.А. [10] исследовано влияние геометрических несовершенств на прочность и устойчивость резервуара. В соответствии с предложенной автором методикой расчет на прочность цилиндрической стенки резервуара с начальными несовершенствами геометрической формы производится в 3 этапа.

1) Обычный расчет цилиндрической стенки резервуара как правильной осесимметричной цилиндрической оболочки по моментной или безмоментной теории. В результате этого определяется функция радиальных перемещений w^0 и все соответствующие ей компоненты НДС.

2) Для каждого отдельного элементарного участка (разбиения) цилиндрической стенки резервуара проводится решение по определению дополнительного НДС от деформаций начальных несовершенств поверхности под воздействием внешних нагрузок. То есть, отдельно для каждого участка определяется функция w^* радиальных отклонений поверхности от круговой формы, которые будут иметь место после приложения нагрузки. При принятой геометрии элементарных колец-оболочек и внешней нагрузке (равномерное внутреннее давление) компо-

нентами напряженного состояния на этом этапе расчета будут являться только кольцевые усилия N_2^* и изгибающие моменты кольцевого направления M_2^* .

3) Определяются результирующие значения всех компонент, путем наложения решений по каждому отдельному участку.

В предлагаемом Егоровым Е.А. алгоритме расчета цилиндрической стенки с начальными несовершенствами геометрической формы могут быть учтены компоненты напряженного состояния меридионального направления N_l и M_l . Для этого производится стыковка элементарных участков в цельную оболочку на основе приведенных в работе зависимостей. Как уже было отмечено выше, такой подход имеет свои недостатки и ограничения.

Компоненты НДС, определенные данным методом, позволяют осуществлять проверку прочности по первой и по четвертой теории прочности, а устойчивости стенки резервуара с геометрическими несовершенствами проверяется согласно СНиП.

На основании приведенной выше классификации хлопунгов и вмятин Писанко Н.М. определил глубину выщелкивания и критические нагрузки.

Алифановым Л.А. была исследована зависимость напряжений в зоне идеализированных вмятин от высоты налива нефтепродукта.

На основании проведенных исследований многие из выше перечисленных авторов вносили свои предложения по изменению размеров допусков на параметры вмятин и хлопунгов.

Например, Писанко Н.М. разработал методику определения допусков на отклонение образующей от вертикали и определил такие допуски для резервуаров емкостью 5000м^3 [9], в зависимости от способа изготовления резервуаров (таблица 1.3, 1.4).

В работах Алифанова Л.А. [48, 49] исходя из разработанной методики представлено обоснование допусков на глубину вмятины для резервуара объемом 5000м^3 изготовленного из стали 09Г2С (таблица 1.5).

Как уже отмечалось, нормы [89, 90], в соответствии с которыми проводят техническую диагностику вертикальных цилиндрических резервуаров не требуют

детальных промеров геометрии локальных дефектов формы, поэтому в технических отчётах приводиться минимальная информация о параметрах вмятин (высота, глубина и примерное местоположение).

Таблица 1.3.

Предлагаемые допуски на отклонения образующей от вертикали для резервуаров емкостью 5000 м^3 , изготовленных полистовым способом

№ поясов	Отклонения внутрь резервуара, мм		Линия отсчета	Отклонения наружу резервуара, мм	
	по ГОСТ 2486-51	Предлагаемый допуск		по ГОСТ 2486-51	Предлагаемый допуск
I пояс	10	20	Вертикальная линия, проходящая через наружную поверхность нижнего пояса	8	15
II пояс	25	45		6	20
III пояс	40	65		7	30
IV пояс	52	80		8	40
V пояс	65	100		11	40
VI пояс	77	115		13	45
VII пояс	90	125		17	50
VIII пояс	100	130		20	50

Примечание: допуски составлены с учетом величины нахлестки.

Таблица 1.4.

Предлагаемые допуски на отклонения образующей от вертикали для резервуаров емкостью 5000 м^3 , изготовленных из рулонных заготовок

№ поясов	Отклонения внутрь резервуара, мм		Линия отсчета	Отклонения наружу резервуара, мм	
	по ГОСТ 2486-51	Предлагаемый допуск		по ГОСТ 2486-51	Предлагаемый допуск
I пояс	8	15	Вертикальная линия, проходящая через наружную поверхность нижнего пояса	8	15
II пояс	15	30		15	30
III пояс	23	45		23	40
IV пояс	30	60		30	50
V пояс	37	70		37	65
VI пояс	45	85		45	75
VII пояс	53	100		53	75
VIII пояс	60	110		60	80

Примечание: допуски составлены для резервуаров, в которых все листы соединяются в стык.

Таблица 1.5.

Допускаемая глубина вмятин на стенках резервуаров объемом 5000 м^3 при сроке эксплуатации $T = 20$ лет

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ						
Диаметр $D=23$ м; высота $H=1.5 \cdot 8=12$ м; толщина стенки $t=7$ мм, сталь 09Г2С						
№ пояса	Режим нагружения	Коэффициент концентрации		Длина вмятины, мм	Допуск на глубину, мм	
		$\alpha_{\sigma \min}^T$	$\alpha_{\sigma \max}^T$		f_{\min}	f_{\max}
I	Легкий (до 50 циклов в год)	7,18	17,4	До 1,5 м	>119	>119
				1,5...3 м	30	>119
				3...4,5 м	<38	>119
	Средний (до 300 циклов в год)	4,78	8,89	До 1,5 м	19	>119
				1,5...3 м	<22	60
				3...4,5 м	<38	<38
	Тяжелый (до 1000 циклов в год)	3,80	6,12	До 1,5 м	<14	51
				1,5...3 м	<22	<22
				3...4,5 м	<38	<38
III	Легкий (до 50 циклов в год)	10,0	23,2	До 1,5 м	>119	>119
				1,5...3 м	>119	>119
				3...4,5 м	45	>119
	Средний (до 300 циклов в год)	6,57	11,9	До 1,5 м	>119	>119
				1,5...3 м	24	>119
				3...4,5 м	<38	86
	Тяжелый (до 1000 циклов в год)	5,18	8,16	До 1,5 м	25	>119
				1,5...3 м	<22	42
				3...4,5 м	<38	<38
VI	Легкий (до 50 циклов в год)	21,7	46,4	До 1,5 м	>119	>119
				1,5...3 м	>119	>119
				3...4,5 м	>119	>119
	Средний (до 300 циклов в год)	13,8	23,7	До 1,5 м	>119	>119
				1,5...3 м	>119	>119
				3...4,5 м	>119	>119
	Тяжелый (до 1000 циклов в год)	10,7	16,3	До 1,5 м	>119	>119
				1,5...3 м	>119	>119
				3...4,5 м	55	>119

Как уже отмечалось, нормы [89, 90], в соответствии с которыми проводят техническую диагностику вертикальных цилиндрических резервуаров не требуют детальных промеров геометрии локальных дефектов формы, поэтому в техниче-

ских отчётах приводиться минимальная информация о параметрах вмятин (высота, глубина и примерное местоположение).

Учитывая всё выше сказанное, можно сделать вывод об отсутствии, как универсального алгоритма аналитического описания поверхностей тонкостенных оболочек инженерных сооружений с учётом несовершенств геометрической формы, так и комплексного подхода к анализу напряженно-деформированного состояния и учету влияния несовершенств геометрической на напряженно-деформированное состояние тонкостенных оболочек инженерных сооружений.

ВЫВОДЫ К ПЕРВОМУ РАЗДЕЛУ

1. Выполненный анализ литературных источников показал, что в настоящее время отсутствуют работы, посвященные полному численному исследованию НДС тонкостенных оболочек инженерных сооружений с учётом совместного влияния общих и местных несовершенств геометрической формы, что подтверждает актуальность выбранной темы и необходимость проведения исследований.

2. Проведен анализ допусков величин геометрических несовершенств эксплуатируемых резервуаров для хранения нефти и нефтепродуктов. Установлено, что в существующих нормативных документах, допуски на дефекты геометрической формы определены, исходя из возможностей технологии изготовления и монтажа резервуарных конструкций, и в недостаточной степени связаны с условиями прочности или устойчивости.

3. Выявлено, что существует достаточно большое количество стальных вертикальных цилиндрических резервуаров для хранения нефтепродуктов, которые эксплуатируются со сверхнормативными дефектами геометрической формы, для подтверждения возможности эксплуатации которых, необходим комплексный подход к оценке их напряженно-деформированного состояния.

4. Установлено, что для проведения численных исследований напряженно-деформированного состояния тонкостенных оболочек инженерных сооружений с учётом несовершенств геометрической формы, необходимо их аналитиче-

ское описание с последующей программной реализацией.

5. Как показывает проведенный нами анализ литературных источников, исследованием несовершенств геометрической формы действительных поверхностей тонкостенных оболочек занимались не профессиональные геометры, а специалисты из тех областей науки, в которых возникали проблемы исследования несовершенств геометрической формы и их влияния на те, или иные инженерные сооружения. В связи с этим, при математическом моделировании действительной поверхности оболочки использовались не специализированные инструменты прикладной геометрии, а общеизвестные методы, что не даёт возможности аналитически описать поверхность стенки оболочки с учётом общих и местных несовершенств геометрической формы.

6. Критический анализ подтвердил необходимость и целесообразность применения математического аппарата БН-исчисления, который позволяет решать задачи моделирования сложных незакономерных поверхностей технических форм, упрощает их программную реализацию и уменьшает затраты ресурсов.

РАЗДЕЛ 2.

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ ТОНКОСТЕННЫХ ОБОЛОЧЕК ИНЖЕНЕРНЫХ СООРУЖЕНИЙ С УЧЕТОМ НЕСОВЕРШЕНСТВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

При проектировании тонкостенных оболочек инженерных сооружений задаются их формой и размерами. При монтаже конструкций, вследствие производственных погрешностей, а также в процессе эксплуатации, геометрия тонкостенной оболочки претерпевает изменения, что может негативно повлиять на дальнейшую работу конструкции. В связи с этим возникает необходимость в изучении влияния искажений геометрической формы тонкостенных оболочек технических форм, на их прочность и устойчивость. Для прогнозирования влияния несовершенств геометрической формы на прочность и устойчивость такой оболочки возникла необходимость разработки аналитического описания её действительной поверхности, на основе которого возможно построение компьютерной модели действительной поверхности и её дальнейшее применение для расчётов на прочность и устойчивость с применением современных программных комплексов.

С точки зрения прикладной геометрии, эту задачу можно решить непрерывными методами или дискретными. Решением задачи аппроксимации гладкой поверхности методами дискретной геометрии посвящена работа [65]. Также эту задачу можно решить с помощью триангуляции, исследованиями которой занимались многие отечественные и зарубежные ученые [103, 116, 117] и которая также относится к дискретным методам моделирования поверхностей. Данные методы позволяют аппроксимировать поверхность, если известны координаты дискретного множества точек, принадлежащих этой поверхности. В результате получаем численный алгоритм решения задачи, реализация которого возможна с помощью современной вычислительной техники.

В работах автора [68, 118, 119] ставится и решается задача разработки ана-

литического описания действительной поверхности тонкостенной оболочки технической формы, для дальнейшего её изучения с возможностью трансформации, используя компьютерную модель, построенную на основе полученных аналитических зависимостей. Такой подход относится к методам непрерывной геометрии и является альтернативным по отношению к дискретным методам. Одним из преимуществ используемого метода, является то, что в результате получается непрерывная криволинейная поверхность, заданная с помощью параметрических уравнений, что позволяет легко управлять формой полученной поверхности.

С точки зрения непрерывной геометрии, модель поверхности тонкостенной оболочки с несовершенствами – это сложная составная поверхность, состоящая из множества отсеков поверхностей, которые образованы дугами выпуклых обводов первого порядка гладкости. Такой подход обусловлен незакономерностью действительной поверхности инженерных сооружений с учётом несовершенств геометрической формы, которые могут иметь самую разнообразную геометрическую форму. Конструирование и стыковка отсеков поверхностей по первому порядку гладкости возможна с помощью метода подвижного симплекса [72], который был разработан и реализован на основе математического аппарата БН-исчисления [57, 60, 61]. Однако для построения такой незакономерной поверхности необходимо сначала разработать теоретические основы конструирования выпуклых обводов, а также алгоритмы их формирования.

2.1. Теоретические основы геометрического моделирования незакономерных поверхностей методами БН-исчисления

В данном подразделе исследованы различные способы конструирования дуг обвода кривой 2-го и 3-го порядков и разработаны на их основе алгоритмы моделирования выпуклых обводов первого порядка гладкости через k наперед заданных точек.

2.1.1 Конструирование дуг обвода в БН-исчислении. Алгебраические кривые одного отношения

Кривые одного отношения были предложены и исследованы в работах [57, 59, 62, 72, 74-76], для которых общая параметризация плоскости с помощью функции, зависящей от одного и того же параметра (например, простое отношение трёх точек прямой) были получены в БН-исчислении уравнения плоских и пространственных кривых, которые могут быть эффективно использованы в качестве дуг обвода как первого, так и более высоких порядков гладкости. Благодаря использованию одного отношения, при конструировании кривых, точечные уравнения этих кривых являются легко управляемыми, что особенно важно для их практического использования при конструировании обводов, оболочек, моделировании процессов и т.п.

2.1.1.1 Дуга обвода кривой 2-го порядка

Кривые второго порядка являются наиболее исследованными и простыми в использовании. В БН-исчислении они используются не только для конструирования поверхностей оболочек и моделирования процессов, но и как основа для моделирования кривых более высокого порядка.

Из всех кривых второго порядка, парабола является наиболее простой кривой, которая нашла широчайшее применение с инженерной практике не только благодаря своим оптическим свойствам, но и благодаря легкости управления её формой.

Рассмотрим известный алгоритм построения параболы, как кривой одного отношения, по двухзвенной ломаной Бернштейна $A_1A_2A_3$ [58]. На звеньях A_1A_3 и A_2A_3 выберем

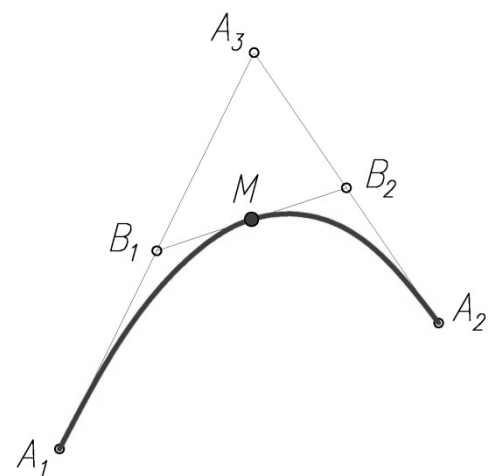


Рисунок 2.1. Геометрическая схема конструирования кривой 2-го порядка как кривой одного отношения.

точки B_1 и B_2 однозвенной ломаной, на которой фиксируем текущую точку кривой M (рис. 2.1).

Конструкции из прямых линий A_1A_3 и A_2A_3 , по которым скоординировано движутся точки B_1 и B_2 , задают совместное движение точки M по криволинейной траектории. Так как точки B_1 , B_2 и M делят звенья ломаной в одном и том же отношении t , то искомая дуга кривой – парабола, является кривой Безье. Система линейных точечных уравнений, определяющих точку M , имеет вид:

$$\begin{cases} B_1 = A_1\bar{t} + A_3t, \\ B_2 = A_3\bar{t} + A_2t, \\ M = B_1\bar{t} + B_2t. \end{cases} \quad (2.1)$$

Исключая промежуточные точки B_1 и B_2 , получим точечное уравнение параболы:

$$M = A_1\bar{t}^2 + 2A_3\bar{t}t + A_2t^2, \quad (2.2)$$

где $t \in [0; 1]$ – текущий параметр, определяющий текущую точку M кривой;

$\bar{t} = 1 - t$ – дополнение параметра до единицы.

Кривая, определенная точечным уравнением (2.2), является дугой обвода, проходящей через точки A_1 , A_2 , и имеющей касательные A_1A_3 и A_2A_3 в этих точках.

Дуга кривой второго порядка, определяемая отношением на медиане

Рассмотрим алгоритм построения дуги кривой 2-го порядка разработанный в работе [74] (рисунок 2.2). Как известно из [73, 120-122] кривая второго порядка однозначно определяется 5-ю точками, 5-ю касательными, или их комбинациями. В нашем случае рассматривается дуга кривой 2-го порядка, которая проходит через точку A и точку B , а также имеет две касательные в этих точках – AC и BC . Чтобы однозначно определить дугу кривой второго порядка зададим ещё одну точку K , через которую будет проходить дуга кривой.

В симплексе ABC построим медиану CT_1 . Определим точку K с помощью соотношения $K = (T_1 - C)f_c + C$. Это соотношение аналогично инженерному дис-

$$P = C\bar{u} + Tu = A\bar{t}u + Btu + C\bar{u}, \quad (2.3)$$

где $\bar{u} = 1 - u$.

Точки A , P и K принадлежат одной прямой AP , следовательно площадь треугольника APK должна быть равна нулю. Согласно S -теореме БН-исчисления [57], определитель Δ_{APK} также должен быть равен нулю:

$$\Delta_{APK} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \bar{t}u & tu & \bar{u} \\ \frac{f_c}{2} & \frac{f_c}{2} & \bar{f}_c \end{vmatrix} = 0. \quad (2.4)$$

После преобразований получаем значение параметра u . Подставив это выражение в уравнение (2.3) получим уравнение точки P :

$$P = A \frac{\bar{t}f_c}{2\bar{t}f_c + f_c} + B \frac{tf_c}{2\bar{t}f_c + f_c} + C \frac{2\bar{t}f_c}{2\bar{t}f_c + f_c}. \quad (2.5)$$

Аналогичным образом определим точку M , как точку пересечения прямых KN и BP .

$$M = K\bar{u} + Nu = A \frac{f_c\bar{u} - 2tf_c\bar{u} + 2\bar{t}u}{2 - 4t} + B \frac{f_c\bar{u} - 2tf_c\bar{u} - 2tu}{2 - 4t} + C\bar{f}_c\bar{u}. \quad (2.6)$$

Площадь треугольника BMP должна быть равна нулю, тогда согласно S -теоремы БН-исчисления [57], определитель $\Delta_{BMP} = 0$:

$$\Delta_{BMP} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{f_c\bar{u} - 2tf_c\bar{u} + 2\bar{t}u}{2 - 4t} & \frac{f_c\bar{u} - 2tf_c\bar{u} + 2tu}{2 - 4t} & \bar{f}_c\bar{u} \\ \frac{\bar{t}f_c}{2\bar{t}f_c + f_c} & \frac{tf_c}{2\bar{t}f_c + f_c} & \frac{2\bar{t}f_c}{2\bar{t}f_c + f_c} \end{vmatrix} = 0. \quad (2.7)$$

Окончательное уравнение дуги кривой второго порядка будет иметь следующий вид:

$$M = (A - C) \frac{f_c\bar{t}^2}{f_c(1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (B - C) \frac{f_ct^2}{f_c(1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + C, \quad (2.8)$$

где $\bar{t} = 1 - t$.

Полученная дуга кривой второго порядка будет проходить через точки A, B, K . Также она будет иметь касательные AC и BC соответственно в точках A и B , следовательно, её можно использовать в качестве дуги обвода. Изменяя соотношение на медиане f_c , можно получать различные дуги кривой второго порядка. Если $f_c = 0,5$, то уравнение (2.8) будет иметь следующий вид:

$$M = (A - C)\bar{t}^2 + (B - C)t^2 + C$$

или

$$(2.9)$$

$$M = A\bar{t}^2 + 2C\bar{t}t + Bt^2,$$

где $\bar{t} = 1 - t$.

Это же уравнение можно получить, если рассмотреть параболу второго порядка, как кривую одного отношения [58], что и было показано выше в уравнении 2.2.

Проанализировав уравнение (2.9) делаем вывод, что при $f_c = 0,5$ получаем дугу параболы (или кривую Безье второго порядка). Если $0 < f_c < 0,5$, то получаем дугу гиперболы, а при $0,5 < f_c < 1$ – дугу эллипса.

2.1.1.2 Дуга обвода кривой 3-го порядка

Инженерная практика показала, что применение кривых второго порядка не всегда достаточно для формирования поверхности оболочек необходимой формы. Например, при построении выпуклого обвода, а следовательно и отсека поверхности на его основе, в зависимости от расположения точек, могут возникать, так называемые, точки перегиба. Чтобы осуществить запланированный перегиб кривой можно воспользоваться или совместно двумя дугами обвода кривых 2-го порядка, или одной дугой обвода кривой 3-го порядка [85,86].

Дуги плоской кривой третьего порядка

В работах [62, 74, 75, 76] было рассмотрено конструирование дуг кривых 3-го порядка заданных системой линейных точечных уравнений. Рассмотрим эту конструкцию ниже.

Конструкции из прямых линий A_1A_2 , A_2A_3 и A_3A_4 , по которым согласовано движутся точки B_1 , B_2 и B_3 , задают совместное движение точек C_1 и C_2 по кривой линии (рисунок 2.3). А точки C_1 и C_2 , в свою очередь задают движение точки M по кривой 3-го порядка.

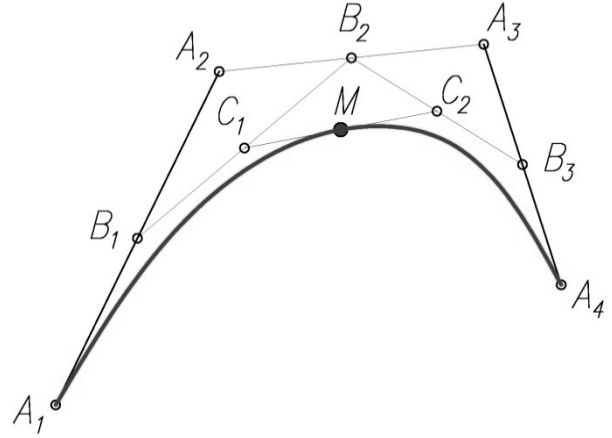


Рисунок 2.3. Геометрическая схема конструирования кривой 3-го порядка заданной системой линейных точечных уравнений.

Согласно геометрической схеме (рисунок 2.3) составим последовательность шести точечных линейных уравнений:

$$\begin{cases} B_1 = A_1\bar{t} + A_2t; \\ B_2 = A_2\bar{t} + A_3t; \\ B_3 = A_3\bar{t} + A_4t; \\ C_1 = B_1\bar{t} + B_2t; \\ C_2 = B_2\bar{t} + B_3t; \\ M = C_1\bar{t} + C_2t. \end{cases} \quad (2.10)$$

Эта последовательность определяет дугу обвода с концами A_1 и A_4 при $t \in [0,1]$. Решив подстановкой последовательность линейных точечных уравнений (2.10), получим точечное уравнение дуги кривой в следующем виде:

$$M = A_1\bar{t}^3 + 3A_2\bar{t}^2t + 3A_3t\bar{t}^2 + A_4t^3, \quad (2.11)$$

где $\bar{t} = 1 - t$.

Известно, что если касательные расположены в одной плоскости, т.е. пересекаются, то полученная кривая будет плоской и имеет название *кривая Безье* [58]. Если же ломаная линия $A_1A_2A_3A_4$ задана пространственной, т.е. отрезки A_1A_2 и A_4A_3 скрещиваются, то получим пространственную дугу кривой 3-го порядка, т.е. линию двоякой кривизны. Согласно [58] эта кривая также будет *кривой Безье*

только не плоской, а пространственной.

Во время исследований в работе [74], автором были также получены различные геометрические алгоритмы конструирования дуг плоских кривых 3-го порядка, как кривых одного отношения в зависимости от направления движения текущих точек исходных дуг кривых 2-го порядка.

Рассмотрим, в качестве примера, два таких геометрических алгоритма и их аналитическое описание.

1. Дуги плоской кривой третьего порядка, полученные по геометрической схеме 2.4.

В симплексе ABC (рисунок 2.4) задано две дуги кривых второго порядка. Они определяются одним текущим параметром t , который образует эти дуги кривых $P(t)$ и $Q(t)$, и двумя постоянными параметрами f_P и f_Q , которые определяют вид дуги кривой 2-го порядка, соответственно для $P(t)$ и $Q(t)$.

В соответствии с геометрической схемой (рисунок 2.4) получим четыре варианта конструирования дуги кривой 3-го порядка. Отличие этих четырех вариантов заключается в том, что при формообразовании дуги кривой 3-го порядка, как кривой одного отношения, можно выбрать разные направления образования исходных дуг кривых 2-го порядка, получая, таким образом, различные дуги кривых 3-го порядка. А именно: APB и CQB , BPA и BQC , BPA и CQB , APB и BQC .

1) Рассмотрим первый способ конструирования дуг кривых 3-го порядка как кривых одного отношения, используя для образования кривой 3-го порядка дуги APB и CQB . Это направление можно назвать прямым, поскольку текущие точки P и Q , которые образуют дуги кривых APB и CQB , имеют одинаковое направление движения (к точке B). Дуги кривых 2-го порядка APB и CQB имеют следую-

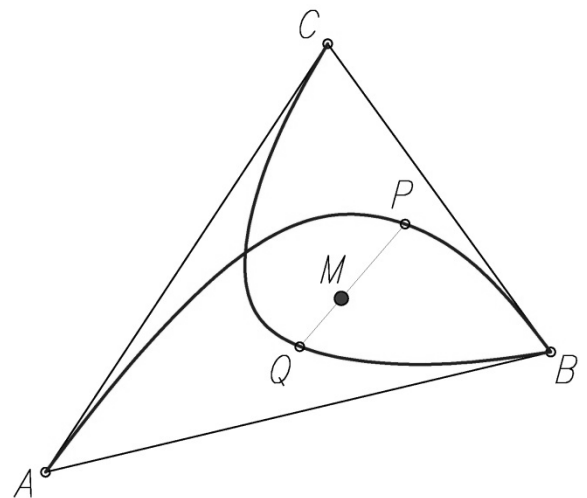


Рисунок 2.4. Геометрическая схема конструирования плоской кривой 3-го порядка.

щие точечные уравнения:

$$\begin{aligned} P &= (A - C) \frac{f_P \bar{t}^2}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (B - C) \frac{f_P t^2}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + C, \\ Q &= (C - A) \frac{f_Q \bar{t}^2}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (B - A) \frac{f_Q t^2}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + A. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Дуга кривой третьего порядка с текущей точкой M образуется как кривая одного отношения, то есть с таким же параметром t , что и дуги кривых APB и CQB .

$$M = P\bar{t} + Qt, \quad (2.13)$$

где $\bar{t} = 1 - t$.

После подстановки уравнений (2.12) в уравнение (2.13) и некоторых преобразований, получаем точечное уравнение дуги кривой 3-го порядка:

$$\begin{aligned} M &= (A - C) \left[t + \frac{f_P \bar{t}^3}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} - \frac{f_Q t (\bar{t}^2 + t^2)}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right] + \\ &+ (B - C) \left[\frac{f_P t^2 \bar{t}}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + \frac{f_Q t^3}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right] + C. \end{aligned} \quad (2.14)$$

2) Второй способ конструирования дуг кривых 3-го порядка используем дуги BPA и BQC . Это направление можно назвать обратным, поскольку текущие точки P и Q , которые образуют дуги кривых BPA и BQC , также имеют одинаковое направление движения, но от точки B . Дуги кривых 2-го порядка BPA и BQC имеют следующие точечные уравнения:

$$\begin{aligned} P &= (A - C) \frac{f_P t^2}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (B - C) \frac{f_P \bar{t}^2}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + C, \\ Q &= (C - A) \frac{f_Q \bar{t}^2}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (B - A) \frac{f_Q t^2}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + A. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Подставим уравнения (2.14) в уравнение (2.13) и, после некоторых преобразований, получаем точечное уравнение дуги кривой 3-го порядка:

$$\begin{aligned}
M = (A - C) & \left[t + \frac{f_P t^2 \bar{t}}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} - \frac{f_Q t (\bar{t}^2 + t^2)}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right] + \\
& + (B - C) \left[\frac{f_P \bar{t}^3}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + \frac{f_Q \bar{t}^2 t}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right] + C.
\end{aligned} \tag{2.16}$$

В работе [74] с помощью программного пакета *Maple* были построены и проанализированы разные дуги кривой 3-го порядка в симплексе ABC .

3) Для третьего и четвертого способа конструирования дуг кривых 3-го порядка направление движения текущих точек будет взаимно обратным. Дуги BPA и CQB образуются движением текущих точек P и Q навстречу одна другой. Уравнение дуг кривых 2-го порядка имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
P &= (A - C) \frac{f_P t^2}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (B - C) \frac{f_P \bar{t}^2}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + C, \\
Q &= (C - A) \frac{f_Q t^2}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (B - A) \frac{f_Q \bar{t}^2}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + A.
\end{aligned} \tag{2.17}$$

Подставив уравнения (2.17) в уравнение (2.13) получаем точечное уравнение дуги кривой 3-го порядка:

$$\begin{aligned}
M &= (A - C) \left[t + \frac{f_P t^2 \bar{t}}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} - \frac{f_Q t (\bar{t}^2 + t^2)}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right] + \\
&+ (B - C) \left[\frac{f_P \bar{t}^3}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + \frac{f_Q \bar{t}^2 t}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right] + C.
\end{aligned} \tag{2.18}$$

4) Дуги APB и BQC также образуются на встречных направлениях и имеют следующие точечные уравнения:

$$\begin{aligned}
P &= (A - C) \frac{f_P \bar{t}^2}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (B - C) \frac{f_P t^2}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + C, \\
Q &= (C - A) \frac{f_Q t^2}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (B - A) \frac{f_Q \bar{t}^2}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + A.
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Подставив уравнения (2.19) в уравнение (2.13) получаем точечное уравнение дуги кривой 3-го порядка:

$$\begin{aligned}
M = (A - C) & \left[t + \frac{f_P \bar{t}^3}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} - \frac{f_Q t (\bar{t}^2 + t^2)}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right] + \\
& + (B - C) \left[\frac{f_P t^2 \bar{t}}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + \frac{f_Q \bar{t}^2 t}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right] + C.
\end{aligned} \tag{2.20}$$

С помощью программного пакета *Maple*, в работе [74], были исследованы разные дуги кривой 3-го порядка в симплексе ABC .

2. Дуги плоской кривой третьего порядка, полученные по геометрической схеме 2.5.

Кривые второго порядка $P(t)$ и $Q(t)$ рассматриваются в одном и том же симплексе ABC , причём обе дуги кривых второго порядка начинаются и заканчиваются в точках A и B соответственно, а также имеют одинаковые касательные (соответственно AC и BC). Поэтому дуга кривой третьего порядка заимствует некоторые свойства исходных дуг, а именно: дуга кривой третьего порядка будет начинаться и заканчиваться в точках A и B , и иметь касательные AC и BC . Для этой геометрической схемы также, как и в предыдущем случае, характерны четыре варианта конструирования дуги кривой третьего порядка, в зависимости от направления движения текущих точек исходных дуг кривых второго порядка: APB и AQB , BPA и BQA , APB и BQA , BPA и AQB .

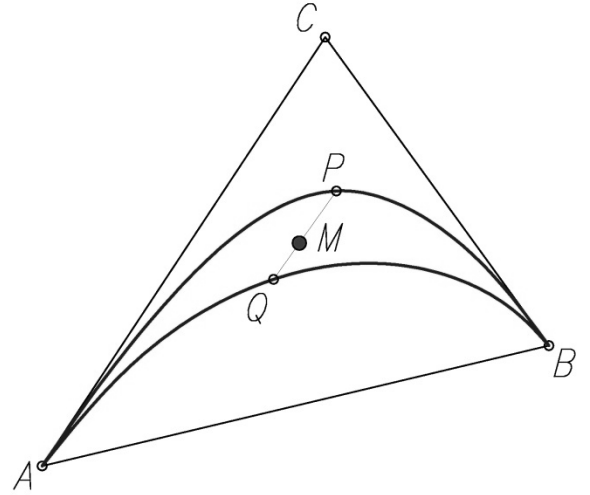


Рисунок 2.5. Геометрическая схема конструирования плоской кривой 3-го порядка.

1) Рассмотрим прямое направление APB и AQB . По этой схеме исходные дуги кривых второго порядка имеют следующие точечные уравнения:

$$\begin{aligned}
P &= (A - C) \frac{f_P \bar{t}^2}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (B - C) \frac{f_P t^2}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + C \\
Q &= (A - C) \frac{f_Q \bar{t}^2}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (B - C) \frac{f_Q t^2}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + C
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Дугу кривой третьего порядка с текущей точкой M получим как кривую одного отношения:

$$M = P\bar{t} + Qt, \text{ где } \bar{t} = 1 - t. \quad (2.22)$$

После подстановки уравнений (2.21) в уравнение (2.22) и некоторых преобразований, получаем точечное уравнение дуги кривой 3-го порядка:

$$\begin{aligned} M = (A - C) & \left[\frac{f_P \bar{t}^3}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + \frac{f_Q \bar{t}^2 t}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right] + \\ & + (B - C) \left[\frac{f_P t^2 \bar{t}}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + \frac{f_Q t^3}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right] + C \end{aligned} \quad (2.23)$$

В случае, когда параметры, определяющие дуги кривых второго порядка, совпадают, фактически совпадают дуги кривых второго порядка и длина отрезка $PQ = 0$. Тогда уравнение (2.23) преобразуются в уравнение (2.9), то есть становится уравнением дуги параболы второго порядка. Отсюда получается условие существования дуги кривой третьего порядка для данной геометрической схемы.

Утверждение. Для существования дуги кривой третьего порядка, исходные дуги кривых второго порядка должны отличаться значениями параметров f_P и f_Q , которые определяют вид исходных дуг кривых второго порядка.

2) Обратное направление BPA и BQA . По этой схеме исходные дуги кривых второго порядка имеют точечные уравнения:

$$\begin{aligned} P &= (A - C) \frac{f_P t^2}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (B - C) \frac{f_P \bar{t}^2}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + C \\ Q &= (A - C) \frac{f_Q t^2}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (B - C) \frac{f_Q \bar{t}^2}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + C \end{aligned} \quad (2.24)$$

Подставив уравнения (2.24) в уравнение (2.22) получаем точечное уравнение дуги кривой 3-го порядка:

$$\begin{aligned}
M = & (A - C) \left[\frac{f_P \bar{t}^3}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + \frac{f_Q \bar{t}^2 t}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right] + \\
& + (B - C) \left[\frac{f_P t^2 \bar{t}}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + \frac{f_Q t^3}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right] + C
\end{aligned} \tag{2.25}$$

С помощью программного пакета *Maple*, в работе [74], были построены и проанализированы разные дуги кривой 3-го порядка в симплексе ABC . В результате был сделан вывод, что дуги кривых 3-го порядка, полученные по геометрической схеме 2.5 по прямому и обратному направлению, подобны между собой и согласуются с помощью параметров f_P и f_Q , не смотря на то, что имеют разные уравнения (2.23) и (2.25).

3) Встречное направление APB и BQA . По этой схеме исходные дуги кривых второго порядка имеют точечные уравнения:

$$\begin{aligned}
P = & (A - C) \frac{f_P \bar{t}^2}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (B - C) \frac{f_P t^2}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + C; \\
Q = & (A - C) \frac{f_Q t^2}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (B - C) \frac{f_Q \bar{t}^2}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + C.
\end{aligned} \tag{2.26}$$

Подставив уравнения (2.26) в уравнение (2.22) получаем точечное уравнение дуги кривой 3-го порядка:

$$\begin{aligned}
M = & (A - C) \left[\frac{f_P \bar{t}^3}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + \frac{f_Q t^2 \bar{t}}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right] + \\
& + (B - C) \left[\frac{f_P t^3}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + \frac{f_Q \bar{t}^2 t}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right] + C
\end{aligned} \tag{2.27}$$

4) Встречное направление BPA и AQB . По этой схеме исходные дуги кривых второго порядка имеют точечные уравнения:

$$\begin{aligned}
P = & (A - C) \frac{f_P t^2}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (B - C) \frac{f_P \bar{t}^2}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + C \\
Q = & (A - C) \frac{f_Q \bar{t}^2}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (B - C) \frac{f_Q t^2}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + C
\end{aligned} \tag{2.28}$$

Подставив уравнения (2.28) в уравнение (2.22) получаем точечное уравнение дуги кривой 3-го порядка:

$$M = (A - C) \left[\frac{f_P t^2 \bar{t}}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + \frac{f_Q \bar{t}^2 t}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right] + \\ + (B - C) \left[\frac{f_P \bar{t}^3}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + \frac{f_Q t^3}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right] + C \quad (2.29)$$

Дуги кривой 3-го порядка, построенные по геометрической схеме 2.5, могут эффективно использоваться на практике как дуги обвода, поскольку имеют тройные касательные AC и BC соответственно в точках A и B . Т.е. одинаковые касательные имеют и исходные дуги кривых 2-го порядка, и полученная на их основе, дуга кривой 3-го порядка. Если представить кривую 3-го порядка, как производную кривой 2-го порядка, то можно сделать вывод, что первая и вторая производные кривой совпадают соответственно в точках A и B . Т.о. получаем дугу обвода 2-го порядка гладкости.

Полученные дуги кривых 3-го порядка имеют две касательные: в точках начала и конца дуги кривой, которые пересекаются в одной точке. Эти три точки образуют симплекс плоскости, в котором и были определены дуги кривых 3-го порядка. Поскольку полученные дуги кривых имеют две касательные, а также необходимую гибкость, свойственную кривым 3-го порядка, их можно эффективно использовать для конструирования выпуклых обводов, которые в свою очередь используются для геометрического моделирования форм пространственных конструкций.

Дуги пространственной кривой третьего порядка в 3-х мерном пространстве

Исследуем геометрические алгоритмы конструирования пространственных дуг кривых 3-го порядка в БН-исчислении [57-60]. То есть, рассмотрим случай, когда касательные к дугам кривой 3-го порядка в начальной и конечной точках не

пересекаются в одной точке, а являются скрещивающимися, определяя, таким образом, симплекс 3-х мерного пространства.

Рассмотрим алгоритм конструирования пространственной дуги кривой 3-го порядка, как кривой одного отношения [74].

Пусть заданный симплекс 3-х мерного пространства $ABCD$. В грани ACD зададим уравнение дуги кривой второго порядка вида (2.8) с параметром f_C . Аналогично в грани CDB зададим уравнение дуги кривой второго порядка вида (2.8), но с соотношением f_D . Сконструируем кривую третьего порядка M с помощью согласованного с этими кривыми второго порядка параметра t :

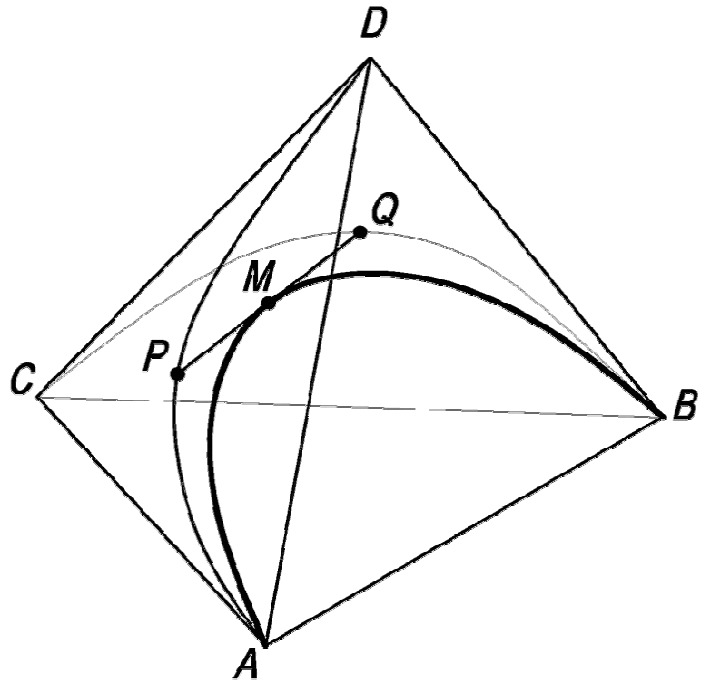


Рисунок 2.6. Геометрическая схема конструирования пространственной кривой 3-го порядка. Случай 1.

$$M = P\bar{t} + Qt, \text{ где } \bar{t} = 1 - t. \quad (2.30)$$

Пространственные дуги кривой 3-го порядка можно конструировать, как в зависимости от направления движения текущих точек P и Q исходных кривых 2-го порядка, так и от количества общих точек исходных кривых 2-го порядка, т.е. от того в каких гранях пирамиды $ABCD$ построены исходные прямые.

Так в работе [74] автор рассматривает случай конструирования пространственной дуги кривой 3-го порядка, когда исходные дуги кривых 2-го порядка являются скрещивающимися, то есть не имеют общих точек, а направление движения точек в грани ACD – от точки A до точки D , а в грани CDB – от точки C до точки B . В этом случае уравнение дуги кривой третьего порядка в 3-х мерном пространстве имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
M = & (A - D) \frac{f_P \bar{t}^3}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (B - D) \frac{f_Q t^3}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + \\
& + (C - D) \left[\bar{t} - \frac{f_P \bar{t} (\bar{t}^2 + t^2)}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + \frac{f_Q \bar{t}^2 t}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right] + D.
\end{aligned} \tag{2.31}$$

Дополнительно можно отметить, что уравнение (2.31) обозначает дугу кривой 3-го порядка с двумя касательными: AC и BD .

Рассмотрим некоторые свойства полученного уравнения:

1. При $t = 0 \rightarrow M \equiv A$ (кривая проходит через точку).
2. При $t = 1 \rightarrow M \equiv B$ (кривая проходит через точку).
3. Если исходные дуги кривых 2-го порядка, с помощью которых построено дугу кривой 3-го порядка, будут одинаковыми ($f_C = f_D = 0,5$), то уравнение (2.31) преобразуются в следующий вид:

$$M = A\bar{t}^3 + Bt^3 + 3C\bar{t}^2t + 3Dt^2\bar{t}. \tag{2.32}$$

То есть, уравнение (2.31) преобразуются в уравнение кривой Безье 3-го порядка [58].

Несмотря на достаточно громоздкий вид уравнения (2.31), положение текущей точки M определяется только одним параметром t , который изменяется от 0 до 1, и двумя постоянными параметрами f_C и f_D .

Рассмотрим другие случаи, которые возможны при конструировании дуги кривой 3-го порядка в 3-х мерном пространстве, как кривой одного отношения [123].

- 1) Используя геометрическую схему, приведенную в работе [74] (рисунок 2.6), изменим направление движения точки в грани ACD – от точки D к точке A , а в грани CDB оставим прежним – от точки C к точке B .

$$\begin{aligned}
P = & (A - C) \frac{f_P t^2}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (D - C) \frac{f_P \bar{t}^2}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + C, \\
Q = & (B - D) \frac{f_Q \bar{t}^2}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (C - D) \frac{f_Q t^2}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + D.
\end{aligned} \tag{2.33}$$

Подставим уравнение (2.33) в уравнение (2.30) и, после некоторых преобра-

зований, получим уравнение дуги кривой 3-го порядка в 3-х мерном пространстве:

$$M = (A - D) \frac{f_P t^2 \bar{t}}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (B - D) \frac{f_Q \bar{t}^2 t}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} +$$

$$+ (C - D) \left[\bar{t} + \frac{f_Q t^3}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} - \frac{f_P \bar{t} (\bar{t}^2 + t^2)}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right] + D. \quad (2.34)$$

В этом случае, уравнение (2.34) определяет дугу кривой 3-го порядка, которая имеет точку перегиба и две касательных: DC и BD .

2) Рассмотрим случай, когда исходные дуги кривых 2-го порядка имеют две общие точки (рисунок 2.7). В грани ACB зададим дугу APB , а в грани ADB – дугу AQB . Направление движения точек в грани ACB зададим от точки A к точке B и в грани ADB – от точки A к точке B .

$$P = (A - C) \frac{f_P \bar{t}^2}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (B - C) \frac{f_P t^2}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + C$$

$$Q = (A - D) \frac{f_Q \bar{t}^2}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (B - D) \frac{f_Q t^2}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + D \quad (2.35)$$

Подставим уравнение (2.35) в уравнение (2.30) и, после некоторых преобразований, получим уравнение дуги кривой 3-го порядка в 3-х мерном пространстве:

$$M = (A - D) \left(\frac{f_P \bar{t}^3}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + \frac{f_Q \bar{t}^2 t}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right) +$$

$$+ (B - D) \left(\frac{f_P t^2 \bar{t}}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + \frac{f_Q t^3}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right) +$$

$$+ (C - D) \left(\bar{t} - \frac{f_P \bar{t} (\bar{t}^2 + t^2)}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right) + D. \quad (2.36)$$

В этом случае, уравнение (2.36) определяет дугу кривой 3-го порядка с двумя касательными: AC и BD .

3) Используя ту же геометрическую схему (рисунок 2.7), изменим направ-

ление движения точки P в грани ACB – от точки B к точке A , а направление движения точки Q в грани ADB оставим неизменным – от точки A к точке B .

$$P = (A - C) \frac{f_P t^2}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (B - C) \frac{f_P \bar{t}^2}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + C$$

$$Q = (A - D) \frac{f_Q \bar{t}^2}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (B - D) \frac{f_Q t^2}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + D$$
(2.37)

Учитывая (2.37), уравнение кривой 3-го порядка в 3-х мерном пространстве будет иметь вид:

$$M = (A - D) \left(\frac{f_P t^2 \bar{t}}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + \frac{f_Q \bar{t}^2 t}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right) +$$

$$+ (B - D) \left(\frac{f_P \bar{t}^3}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + \frac{f_Q t^3}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right) +$$

$$+ (C - D) \left(\bar{t} - \frac{f_P \bar{t} (t^2 + \bar{t}^2)}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right) + D.$$
(2.38)

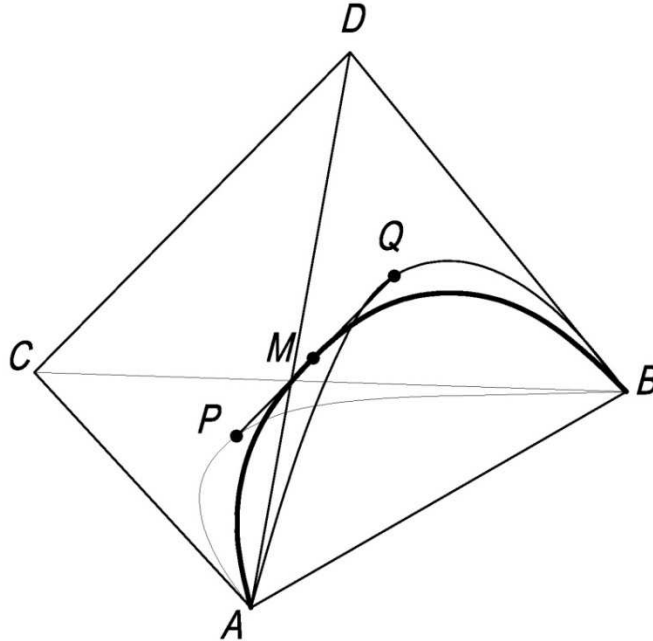


Рисунок 2.7. Геометрическая схема конструирования пространственной кривой 3-го порядка. Случай 2.

В этом случае, уравнение (2.38) определяет дугу кривой 3-го порядка, которая имеет форму петли и две касательных: BC и BD .

4) Рассмотрим случай, когда исходные дуги кривых 2-го порядка имеют од-

ну общую точку (рисунок 2.8). В грани ADC зададим дугу APC , а в грани ADB – дугу AQB . Направление движения точек в грани ADC зададим от точки A к точке C и в грани ADB – от точки A к точке B .

$$\begin{aligned} P &= (A - D) \frac{f_P \bar{t}^2}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (C - D) \frac{f_P t^2}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + D; \\ Q &= (A - D) \frac{f_Q \bar{t}^2}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (B - D) \frac{f_Q t^2}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + D. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Учитывая (2.39), уравнение кривой третьего порядка в 3-х мерном пространстве будет иметь вид:

$$\begin{aligned} M &= (A - D) \left(\frac{f_P \bar{t}^3}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + \frac{f_Q \bar{t}^2 t}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right) + \\ &+ (B - D) \left(\frac{f_Q t^3}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right) + (C - D) \left(\frac{f_P t^2 \bar{t}}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right) + D. \end{aligned} \quad (2.40)$$

В этом случае, уравнение (2.40) определяет дугу кривой 3-го порядка с двумя касательными: AD и BD .

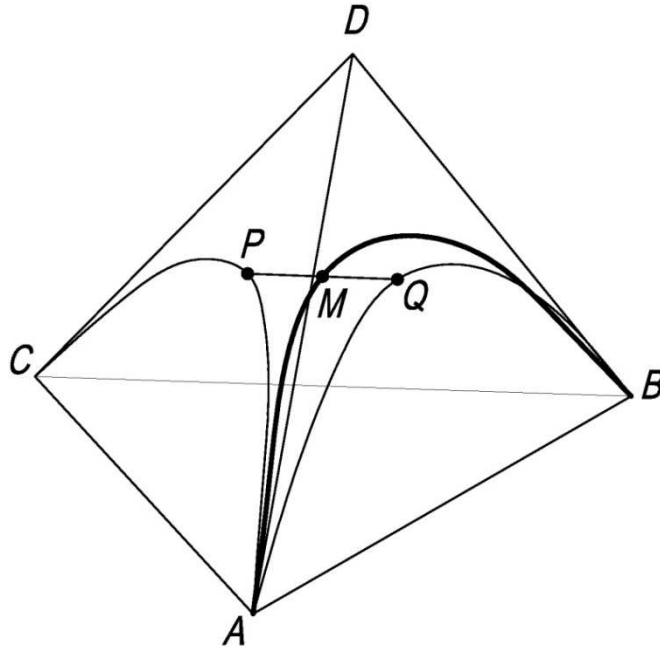


Рисунок 2.8. Геометрическая схема конструирования пространственной кривой 3-го порядка. Случай 3.

5) Используя ту же геометрическую схему (рисунок 2.8), изменим направление движения точки P в грани ADC – от точки C к точке A , а направление

движения точки Q в грани ADB оставим неизменным – от точки A к точке B .

$$P = (A - D) \frac{f_P t^2}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (C - D) \frac{f_P \bar{t}^2}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + D; \quad (2.41)$$

$$Q = (A - D) \frac{f_Q \bar{t}^2}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + (B - D) \frac{f_Q t^2}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + D.$$

Учитывая (2.41), уравнение кривой третьего порядка в 3-х мерном пространстве будет иметь вид:

$$M = (A - D) \left(\frac{f_P t^2 \bar{t}}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} + \frac{f_Q \bar{t}^2 t}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right) + \quad (2.42)$$

$$+ (B - D) \left(\frac{f_Q t^3}{f_Q (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right) + (C - D) \left(\frac{f_P \bar{t}^3}{f_P (1 - 2t)^2 + 2t\bar{t}} \right) + D.$$

В этом случае, уравнение (2.42) определяет дугу кривой 3-го порядка с двумя касательными: CD и BD .

Рассмотрены геометрические схемы, определяющие пространственную дугу обвода кривой 3-го порядка, как кривую одного отношения, в зависимости от направления движения и количества общих точек исходных дуг кривых 2-го порядка. Полученные дуги эффективно используются для геометрического моделирования пространственных обводов первого порядка гладкости.

2.1.2. Алгоритмы моделирования выпуклых обводов через k наперед заданных точек

2.1.2.1. Проведение одномерного обвода через k наперед заданных точек

Пусть задано k точек n -мерного пространства (рисунок 2.9): $A_1, A_2, A_3, \dots, A_i, \dots, A_k$. Требуется через эти точки провести кривую линию. Этой кривой линией в нашем случае будет одномерный выпуклый обвод первого порядка гладкости. Главное

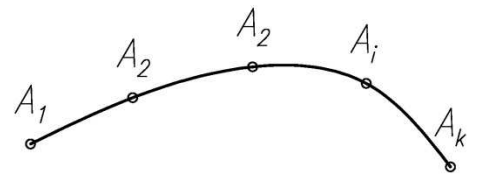


Рисунок. 2.9. Выпуклый обвод, построенный через k точек.

требование, которое предъявляется к обводу, состоит в том, чтобы он не допускал непредвиденных осцилляций.

Отметим, что конструируемый обвод, в общем случае, состоит из дуг двойной кривизны [124]. Выделим, какими свойствами должна обладать такая дуга:

1. Она не должна содержать изломов. Другими словами, дуга обвода должна на интервале $[0,1]$ иметь единственную касательную в каждой точке. Аналитически это достигается тем, что точечное уравнение дуги имеет определенные на отрезке функции, хотя бы один раз дифференцируемые.

2. Дуга не должна иметь точек самопересечения (узловых точек).

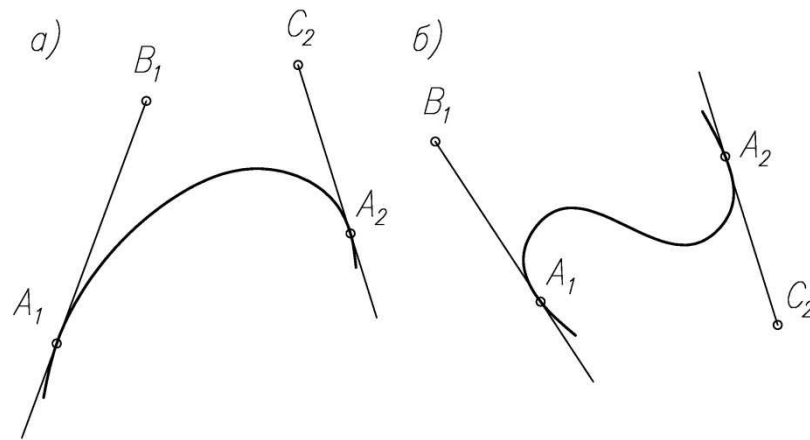


Рисунок 2.10. Дуги обвода при различных направлениях касательных.

3. Алгоритм обвода должен быть инвариантным относительно размерности пространства. Т.е. он должен сохранять все свои свойства, как для трёхмерного, так и для двумерного пространства. Это требование делает более жёсткими ограничения на дугу обвода двойкой кривизны. Дуга обвода должна быть такой, чтобы плоский ее вариант не имел точек перегиба (рисунок 2.10а) или в случае (рисунок 2.10б) когда направления касательных A_1B_1 и A_2C_2 не позволяет избежать точки перегиба, то такой точки не должно быть больше одной.

Профессором Балюбой И.Г. в [57] исследовано, что дуга обвода будет заведомо обладать свойствами 2 и 3, если на алгоритм налагается следующее условие:

$$|A_1A_2| = |A_1B_1| + |A_2C_2|. \quad (2.43)$$

Это же условие позволяет выполнить требование к дуге, которое не редко накладывают на обвод при конструировании поверхностей технических форм.

Встречающиеся на практике линии, довольно часто, включают в себя прямолинейные участки. Отсюда еще одно свойство, которому должна отвечать идеальная дуга обвода:

4. Обвод должен работать с теми же параметрами и в случае, когда дуга обвода вырождается в отрезок прямой.

Этими свойствами обладают дуги обвода, полученные на основе кривых одного отношения [57-59]. Например, дуга обвода двойкой кривизны третьего порядка определяется точечным уравнением (2.11), вывод которого рассмотрен в разделе 2.1.1.:

$$M_i = A_i \bar{t}^3 + 3B_i \bar{t}^2 t + 3C_{i+1} \bar{t} t^2 + A_{i+1} t^3, \quad (2.44)$$

где A_i, A_{i+1} – начало и конец дуги обвода;

$A_i B_i$ – касательная к дуге в точке A_i ;

$A_{i+1} C_{i+1}$ – касательная к дуге в точке A_{i+1} ;

$0 \leq t \leq 1$ – параметр точечного уравнения;

$\bar{t} = 1 - t$ – дополнение параметра до единицы.

Для формирования обвода через k точек A_i , с помощью дуги (2.44), требуется определить точки B_i и C_{i+1} так чтобы дуга (2.44) при изменении параметра на интервале $[0,1]$ не имела особых точек. Второе требование к выбору точек B_i и C_{i+1} , заключается в том, чтобы выбор касательных не создавал непредвиденных точек перегиба на дуге $A_i M_i A_{i+1}$. Иными словами, обвод из заданных точек должен быть выпуклым.

Для того, чтобы состыковать дуги обвода между собой по первому порядку гладкости, необходимо, чтобы первая производная в начальной точке каждой последующей дуги соответственно была равна первой производной в последней точки предыдущей дуги. Геометрически это достигается тем, что в точках стыковки дуг обвода строится общая касательная, которая и обеспечивает стыковку дуг обвода по первому порядку гладкости. Определение касательных в точках стыковки дуг обвода A_i разобьем на два этапа:

Этап 1. Подбор касательных во внутренних точках обвода.

Этап 2. Подбор касательных в начальной A_i и конечной A_k точках обвода.

Приступаем к первому этапу решения задачи.

Пусть заданы точки A_i, A_{i+1}, A_{i+2} , требуется определить точки B_{i+1}, C_{i+1} , фиксирующие касательные смежных дуг обвода (рисунок 2.11). В [57] было отмечено, что две смежные дуги обвода будут выпуклыми, если касательная

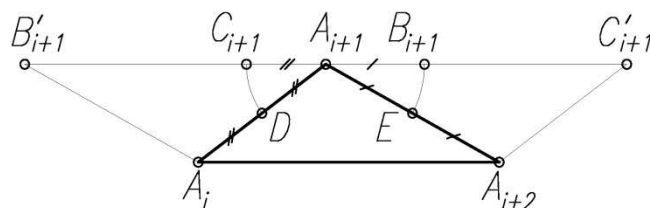


Рисунок. 2.11. Построение касательной в точке A_{i+1} .

в точке A_{i+1} будет параллельна A_iA_{i+2} . Такую прямую определим точками B'_{i+1} и C'_{i+1} . Естественно, что точки $B'_{i+1}, C'_{i+1}, A_{i+1}$ лежат на одной прямой, а для определения такой прямой достаточно двух точек: A_{i+1} и одной из точек B'_{i+1} или C'_{i+1} . Определим точки B'_{i+1} и C'_{i+1} так, чтобы создать симметрию точечных уравнений обвода. Точки B'_{i+1} и C'_{i+1} определим из двух параллелограммов $A_iA_{i+2}C'_{i+1}A_{i+1}$ и $A_{i+2}A_iB'_{i+1}A_{i+1}$. Используя точечное уравнение параллельного переноса, получим:

$$B'_{i+1} = A_i + A_{i+1} - A_{i+2}. \quad (2.45)$$

$$C'_{i+1} = A_{i+1} + A_{i+2} - A_i. \quad (2.46)$$

Точки B'_{i+1} и C'_{i+1} определяют касательную в точке A_{i+1} , но точечное уравнение дуги обвода (2.44) предполагает наличие на касательных точек B_i и C_{i+1} , формирующих вид дуги обвода (рисунок 2.12).

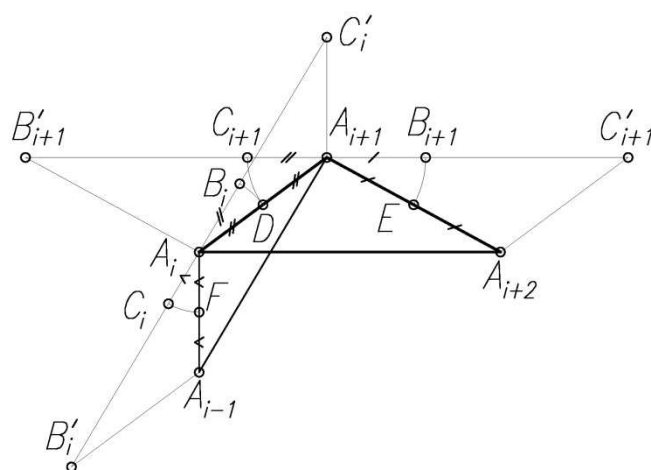


Рисунок 2.12. Подбор касательных во внутренних точках обвода.

Можно было бы взять в качестве формирующих точки B'_{i+1} и C'_{i+1} . Однако эти точки заведомо рожают на дуге нежелательную, особую точку первого рода, если касательные лежат в одной плоскости, и допустимую, но тоже не очень нужную, двоякую кривизну, когда касательные скрещиваются.

Также может оказаться, что оптимальный вариант дуги $A_i A_{i+1}$ – это хорда $A_i A_{i+1}$. Наша задача разработать такой алгоритм определения точек B_i и C_{i+1} , который обеспечивает требуемую дугу обвода при любых вариантах задания $A_i A_{i+1}$. Здесь возможны два варианта:

1. Если дуга $A_i A_{i+1}$ вырождается в отрезок $A_i A_{i+1}$, то точки B_i и C_{i+1} совпадают между собой и совпадают с серединой хорды $A_i A_{i+1}$ (рисунок 2.4).

2. Во всех остальных случаях отрезки касательных $A_i B_i$ и $A_{i+1} C_{i+1}$ не должны пересекаться, что не позволяет появиться особой точке на дуге обвода. Этого можно достичь, если на каждом участке обвода выполняются следующее условие:

$$|A_i B_i| + |A_{i+1} C_{i+1}| \leq |A_i A_{i+1}|. \quad (2.47)$$

Самым простым из вариантов, при которых выполняется условие (2.47), это когда точки B_{i+1} и C_{i+1} принадлежат прямой $B'_{i+1} C'_{i+1}$ и равны половине длин соответствующих отрезков $A_{i+1} A_{i+2}$ и $A_i A_{i+1}$ (рисунок 2.12):

$$|A_{i+1} B_{i+1}| = \frac{|A_{i+1} A_{i+2}|}{2}; \quad |A_{i+1} C_{i+1}| = \frac{|A_i A_{i+1}|}{2}. \quad (2.48)$$

Определим исходя из этого условия искомые точки B_{i+1} и C_{i+1} :

$$\begin{aligned} \frac{|A_{i+1} B_{i+1}|}{|A_{i+1} C'_{i+1}|} &= \frac{|A_{i+1} A_{i+2}|}{2|A_i A_{i+2}|} = \frac{A_{i+1} B_{i+1}}{A_{i+1} C'_{i+1}} \Rightarrow \frac{B_{i+1} - A_{i+1}}{C'_{i+1} - A_{i+1}} = \frac{|A_{i+1} A_{i+2}|}{2|A_i A_{i+2}|} \Rightarrow \\ &\Rightarrow B_{i+1} = (C'_{i+1} - A_{i+1}) \frac{|A_{i+1} A_{i+2}|}{2|A_i A_{i+2}|} + A_{i+1}. \end{aligned}$$

Далее, учитывая (2.45), находим:

$$B_{i+1} = (A_{i+2} - A_i) \frac{|A_{i+1} A_{i+2}|}{2|A_i A_{i+2}|} + A_{i+1}. \quad (2.49)$$

Аналогично определяем C_{i+1} :

$$\frac{|A_{i+1} C_{i+1}|}{|A_{i+1} B'_{i+1}|} = \frac{|A_{i+1} A_i|}{2|A_i A_{i+2}|} \Rightarrow \frac{C_{i+1} - A_{i+1}}{B'_{i+1} - A_{i+1}} = \frac{|A_{i+1} A_i|}{2|A_i A_{i+2}|}.$$

Откуда имеем:

$$C_{i+1} = (B'_{i+1} - A_{i+1}) \frac{|A_i A_{i+1}|}{2|A_i A_{i+2}|} + A_{i+1}.$$

Учитывая (2.46), находим:

$$C_{i+1} = (A_i - A_{i+2}) \frac{|A_i A_{i+1}|}{2|A_i A_{i+2}|} + A_{i+1}. \quad (2.50)$$

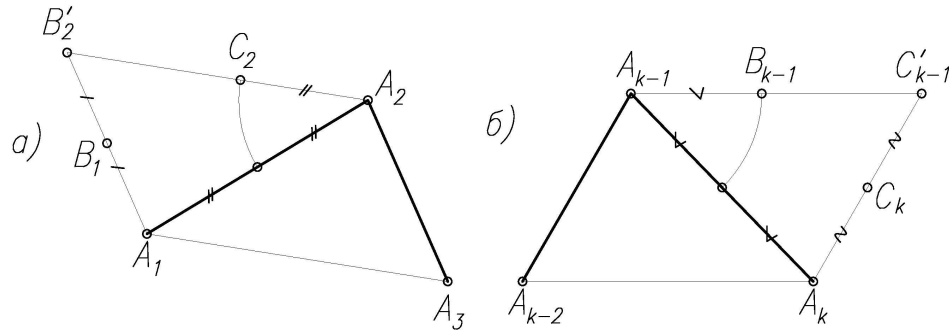


Рисунок 2.13. Геометрическая схема построения касательных в крайних точках обвода первым из предложенных способов.

На втором этапе необходимо определить касательные в крайних точках обвода. При этом возможны различные способы задания касательных.

1) В работе [57] автором предлагается следующий графический алгоритм определения касательных в крайних точках обвода.

В качестве касательных в начальной и в конечной точках обвода предлагается использовать соответственно отрезки $A_1B'_2$ (рисунок 2.13а) и $A_kC'_{k-1}$ (рисунок 2.13б). Определим касательную $A_1B'_2$ на первом участке обвода в соответствии с геометрической схемой её построения (рисунок 2.13а):

1. $A_1A_3A_2B'_2$ – параллелограмм.

Определим точку B_1 , используя точечное уравнение параллельного переноса, получим: $B'_2 = A_1 + A_2 - A_3$.

2. $|A_1B_1| = |B_1B'_2|$, следовательно:

$$B_1 = \frac{A_1 + B'_2}{2} = \frac{2A_1 + A_2 - A_3}{2}. \quad (2.51)$$

Аналогично определяем точку C_k (рисунок 2.13):

$$C_k = \frac{2A_k + A_{k-1} - A_{k-2}}{2}. \quad (2.52)$$

Точки B_1 и C_k , формируют вид дуги обвода. В этом случае для построения обвода используется дуга обвода 3-го порядка (2.44).

Однако при таком способе определения касательных в начальной и конечной точке обвода дуги обвода на участках A_1A_2 и $A_{k-1}A_k$ будут иметь достаточно большую выпуклость, что не противоречит условиям 1-4, рассмотренным выше, но и не соответствует характеру изменения кривизны дуги обвода при определённом задании точек, через которые нужно провести выпуклый обвод.

2) В данной работе предлагается использовать для построения обвода дугу обвода 2-го порядка (рисунок 2.14 а,б).

$$M_1 = A_1 \bar{t}^2 + 2C_2 t \bar{t} + A_2 t^2. \quad (2.53)$$

$$M_k = A_{k-1} \bar{t}^2 + 2B_{k-1} t \bar{t} + A_k t^2. \quad (2.54)$$

где $\bar{t} = 1 - t$ – дополнение параметра до единицы.

В этом случае касательная в точке A_1 задается точкой C_2 , а касательная в точке A_k задается точкой B_{k-1} . Эти же точки C_2 и A_k определяют вид дуги обвода.

Исходя из уравнений (2.49, 2.50) определим точки C_2 и B_{k-1} :

$$C_2 = (A_1 - A_3) \frac{|A_1 A_2|}{2|A_1 A_3|} + A_2. \quad (2.55)$$

$$B_{k-1} = (A_k - A_{k-2}) \frac{|A_{k-1} A_k|}{2|A_{k-2} A_k|} + A_{k-1}. \quad (2.56)$$

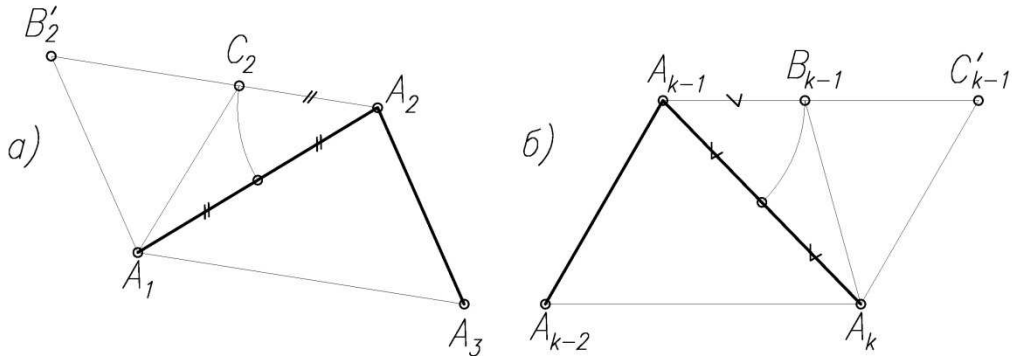


Рисунок 2.14. Геометрическая схема построения касательных в крайних точках обвода вторым из предложенных способов.

При программной реализации алгоритма конструирования обода следует учесть, что точки C_2 и B_{k-1} определяются с помощью уравнений (2.49, 2.50) при соответствующем значении i .

Недостатком предложенного алгоритма является некоторая потеря универсальности, что проявляется в использовании двух видов дуг обода, 2-го и 3-го порядков, вместо одного, однако даёт лучший результат по сравнению с первым способом определения касательных в крайних точках обода.

3) Предлагается способ определения касательных на крайних участках обода, который лишён недостатков первых двух способов определения касательных (рисунок 2.15а,б). В данном случае на первом и последнем участках обода используется дуга обода 3-го порядка, которая определяется по формуле (2.44).

В соответствии с геометрической схемой (рисунок 2.15а,б) касательная в точке A_1 задается точкой C_2 , а касательная в точке A_k задается точкой B_{k-1} . Но в качестве точек, формирующих вид дуги обода, принимаются точки B_1 и C_k находящиеся на этих касательных. Таким образом, в первой точке обода A_1 имеем касательную A_1B_1 , а в последней точке обода A_k – A_kC_k .

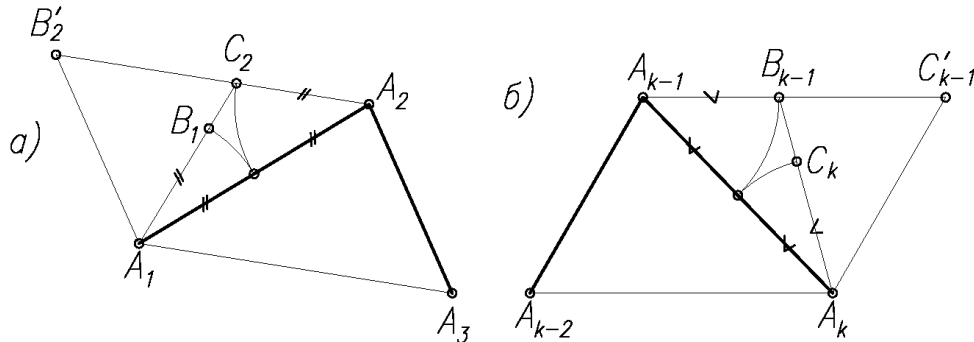


Рисунок 2.15. Геометрическая схема построения касательных в крайних точках обода третьим из предложенных способов.

Поскольку точка B_1 принадлежит прямой A_1C_2 , то действительно условие:

$$\frac{A_1B_1}{A_1C_2} = \frac{|A_1B_1|}{|A_1C_2|} = \frac{B_1 - A_1}{C_2 - A_1}.$$

Из геометрической схемы (рисунок 2.15а) следует, что $|A_1B_1| = \frac{|A_1A_2|}{2}$.

Длину отрезка $|A_1C_2|$ определим с помощью метрического оператора трёх точек прямой [72]:

$$|A_1C_2| = \sqrt{\sum_{C_2C_2}^{A_1}}.$$

Для трёхмерного пространства, получим:

$$\sqrt{\sum_{C_2C_2}^{A_1}} = \sqrt{\sum (A_1 - C_2)^2} = \sqrt{(x_{A_1} - x_{C_2})^2 + (y_{A_1} - y_{C_2})^2 + (z_{A_1} - z_{C_2})^2}.$$

Тогда, имеем:

$$\frac{B_1 - A_1}{C_2 - A_1} = \frac{|A_1A_2|}{2\sqrt{\sum_{C_2C_2}^{A_1}}} \Rightarrow B_1 = (C_2 - A_1) \frac{|A_1A_2|}{2\sqrt{\sum_{C_2C_2}^{A_1}}} + A_1.$$

Принимая во внимание уравнение (2.56) получим:

$$\begin{aligned} B_1 &= \left((A_1 - A_3) \frac{|A_1A_2|}{2|A_1A_3|} + A_2 - A_1 \right) \frac{|A_1A_2|}{2\sqrt{\sum_{C_2C_2}^{A_1}}} + A_1 = \\ &= A_1 \frac{|A_1A_2|(|A_1A_2| - 2|A_1A_3|) + 4|A_1A_3|\sqrt{\sum_{C_2C_2}^{A_1}}}{4|A_1A_3|\sqrt{\sum_{C_2C_2}^{A_1}}} + A_2 \frac{|A_1A_2|}{2\sqrt{\sum_{C_2C_2}^{A_1}}} + A_3 \frac{-|A_1A_2|^2}{4|A_1A_3|\sqrt{\sum_{C_2C_2}^{A_1}}}. \end{aligned}$$

Представим полученное уравнение в более компактном виде:

$$B_1 = (A_2 - A_1) \frac{|A_1A_2|}{2\sqrt{\sum_{C_2C_2}^{A_1}}} + (A_3 - A_1) \frac{-|A_1A_2|^2}{4|A_1A_3|\sqrt{\sum_{C_2C_2}^{A_1}}} + A_1. \quad (2.57)$$

Исходя из (рисунка 2.15б) определим C_k :

Поскольку точка C_k принадлежит прямой A_kB_{k-1} , то действительно условие:

$$\frac{A_kC_k}{A_kB_{k-1}} = \frac{|A_kC_k|}{|A_kB_{k-1}|} = \frac{C_k - A_k}{B_{k-1} - A_k}.$$

Из геометрической схемы (рисунок 2.15б) следует, что $|A_kC_k| = \frac{|A_{k-1}A_k|}{2}$.

Длину отрезка $|A_kB_{k-1}|$ определим с помощью метрического оператора трёх точек прямой [72]:

$$|A_kB_{k-1}| = \sqrt{\sum_{B_{k-1}B_{k-1}}^{A_k}}.$$

Для трёхмерного пространства, получим:

$$\sqrt{\sum_{B_{k-1}B_{k-1}}^{A_k}} = \sqrt{\sum (A_k - B_{k-1})^2} = \sqrt{(x_{A_k} - x_{B_{k-1}})^2 + (y_{A_k} - y_{B_{k-1}})^2 + (z_{A_k} - z_{B_{k-1}})^2}.$$

Тогда, имеем:

$$\frac{C_k - A_k}{B_{k-1} - A_k} = \frac{|A_{k-1}A_k|}{2\sqrt{\sum_{B_{k-1}B_{k-1}}^{A_k}}} \Rightarrow C_k = (B_{k-1} - A_k) \frac{|A_{k-1}A_k|}{2\sqrt{\sum_{B_{k-1}B_{k-1}}^{A_k}}} + A_k.$$

Принимая во внимание уравнение (2.55) получим:

$$\begin{aligned} C_k &= \left((A_k - A_{k-2}) \frac{|A_{k-1}A_k|}{2|A_{k-2}A_k|} + A_{k-1} - A_k \right) \frac{|A_{k-1}A_k|}{2\sqrt{\sum_{B_{k-1}B_{k-1}}^{A_k}}} + A_k = \\ &= A_k \frac{|A_{k-1}A_k|^2 - 2|A_{k-2}A_k||A_{k-1}A_k|}{4|A_{k-2}A_k|\sqrt{\sum_{B_{k-1}B_{k-1}}^{A_k}}} + A_{k-1} \frac{|A_{k-1}A_k|}{2\sqrt{\sum_{B_{k-1}B_{k-1}}^{A_k}}} + A_{k-2} \frac{-|A_{k-1}A_k|^2}{4|A_{k-2}A_k|\sqrt{\sum_{B_{k-1}B_{k-1}}^{A_k}}} + A_k. \end{aligned}$$

Представим полученное уравнение в более компактном виде:

$$C_k = (A_{k-1} - A_k) \frac{|A_{k-1}A_k|}{2\sqrt{\sum_{B_{k-1}B_{k-1}}^{A_k}}} + (A_{k-2} - A_k) \frac{-|A_{k-1}A_k|^2}{4|A_{k-2}A_k|\sqrt{\sum_{B_{k-1}B_{k-1}}^{A_k}}} + A_k \quad (2.58)$$

Последний из предложенных способов определения касательных в крайних точках обвода не содержит недостатков, присущих первым двум способам. Однако для его использования требуется выполнение дополнительных вычислений, что с учётом возможностей современной компьютерной техники, нельзя считать большим недостатком.

4) Рассмотрим важный для практики вариант, когда касательные заданы в начальной и конечной точке. В этом случае для построения обвода используется уравнение дуги кривой 3-го порядка (2.44).

Пусть точки K_1 и K_k определяют касательные в начальной и конечной точках. Определим для этого случая точки B_1 и C_k . Прежде всего, отметим:

$$\frac{|A_1B_1|}{|A_1K_1|} = \frac{B_1 - A_1}{K_1 - A_1}, \text{ где } |A_1B_1| = \frac{|A_1A_2|}{2}.$$

Откуда находим:

$$B_1 = \frac{A_1(2|A_1K_1| - |A_1A_2|) + K_1|A_1A_2|}{2|A_1K_1|}. \quad (2.59)$$

Аналогично определяем C_k :

$$\frac{|A_kC_k|}{|A_kK_k|} = \frac{C_k - A_k}{K_k - A_k}, \text{ где } |A_kC_k| = \frac{|A_{k-1}A_k|}{2}.$$

Откуда определяем:

$$C_k = \frac{A_k(2|A_kK_k| - |A_{k-1}A_k|) + K_k|A_{k-1}A_k|}{2|A_kK_k|}. \quad (2.60)$$

2.1.2.2. Алгоритмы конструирования обводов по заданным условиям

Далее рассмотрим вычислительные алгоритмы построения обводов по k заданным точкам, с заданными касательными на концах или без них. Предложенные в работе алгоритмы построения выпуклых обводов, проходящих через k точек и справедливы для пространства любой размерности n . При составлении программных алгоритмов следует учитывать:

1. Вычисления, как и для любых точечных уравнений, ведутся по координатно.
2. Точки задаются в прямоугольной декартовой системе координат.

АЛГОРИТМ I (AI). Заданы k точек A_1, A_2, \dots, A_k . Требуется через эти точки провести выпуклый обвод. В качестве касательных в начальной и конечной точках обвода предлагается использовать отрезки $A_1B'_2$ и $A_kC'_{k-1}$ (рисунок 2.13а,б).

1. Определяем длину отрезка A_iA_{i+1} :

$$|A_iA_{i+1}| = \sqrt{\sum (A_i - A_{i+1})^2}, i = 1, 2, \dots, k-1.$$

$|A_{i+1}A_{i+2}|$ определяем из этого же пункта сдвигом на единицу.

2. Определяем длину отрезка A_iA_{i+2} :

$$|A_iA_{i+2}| = \sqrt{\sum (A_i - A_{i+2})^2}, i = 1, 2, \dots, k-2.$$

3. Определяем точки B_{i+1} , C_{i+1} формирующие вид дуги обвода на промежуточных участках от A_{i+1} до A_{k-1} :

$$B_{i+1} = (A_{i+2} - A_i) \frac{|A_{i+1}A_{i+2}|}{2|A_iA_{i+2}|} + A_{i+1}, i = 1, 2, \dots, k-2.$$

$$C_{i+1} = (A_i - A_{i+2}) \frac{|A_iA_{i+1}|}{2|A_iA_{i+2}|} + A_{i+1}, i = 1, 2, \dots, k-2.$$

4. Определяем точки B_1 , C_k формирующие вид дуги обвода в начальной и конечной точках A_1 и A_k :

$$B_1 = \frac{2A_1 + A_2 - A_3}{2};$$

$$C_k = \frac{2A_k + A_{k-1} - A_{k-2}}{2}.$$

5. Формируем дугу обвода двоякой кривизны третьего порядка:

$$M_i = A_i \bar{t}^3 + 3B_i \bar{t}^2 t + 3C_{i+1} \bar{t} t^2 + A_{i+1} t^3,$$

где $i = 1, 2, \dots, k-1$.

Отметим, что i определяет номер дуги обвода. Параметр t определяет количество точек на каждой дуге. Символом M_i обозначено множество координат исковой точки выпуклого обвода.

В данной работе автор предлагает алгоритмы конструирования обводов по заданным условиям в виде последовательности точечных уравнений, которые представляют собой символьную запись, которую можно представить в виде го количества параметрических уравнений. В качестве примера, первый из предложенных алгоритмов преобразуем в вычислительный алгоритм, для дальнейшего использования при непосредственном создании программного кода.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ 1 (A1)

1. Определяем длину отрезка $A_i A_{i+1}$:

$$|A_i A_{i+1}| = \sqrt{(x_{A_i} - x_{A_{i+1}})^2 + (y_{A_i} - y_{A_{i+1}})^2 + (z_{A_i} - z_{A_{i+1}})^2}, i = 1, 2, \dots, k-1.$$

$|A_{i+1} A_{i+2}|$ определяем из этого же пункта сдвигом на единицу.

2. Определяем длину отрезка $A_i A_{i+2}$:

$$|A_i A_{i+2}| = \sqrt{(x_{A_i} - x_{A_{i+2}})^2 + (y_{A_i} - y_{A_{i+2}})^2 + (z_{A_i} - z_{A_{i+2}})^2}, i=1,2,\dots,k-2.$$

3. Определяем координаты точек B_{i+1} , C_{i+1} формирующих вид дуги обвода на промежуточных участках от A_{i+1} до A_{k-1} :

$$\begin{cases} x_{B_{i+1}} = (x_{A_{i+2}} - x_{A_i}) \frac{|A_{i+1} A_{i+2}|}{2|A_i A_{i+2}|} + x_{A_{i+1}}, i=1,2,\dots,k-2; \\ y_{B_{i+1}} = (y_{A_{i+2}} - y_{A_i}) \frac{|A_{i+1} A_{i+2}|}{2|A_i A_{i+2}|} + y_{A_{i+1}}, i=1,2,\dots,k-2; \\ z_{B_{i+1}} = (z_{A_{i+2}} - z_{A_i}) \frac{|A_{i+1} A_{i+2}|}{2|A_i A_{i+2}|} + z_{A_{i+1}}, i=1,2,\dots,k-2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{C_{i+1}} = (x_{A_i} - x_{A_{i+2}}) \frac{|A_i A_{i+1}|}{2|A_i A_{i+2}|} + x_{A_{i+1}}, i=1,2,\dots,k-2; \\ y_{C_{i+1}} = (y_{A_i} - y_{A_{i+2}}) \frac{|A_i A_{i+1}|}{2|A_i A_{i+2}|} + y_{A_{i+1}}, i=1,2,\dots,k-2; \\ z_{C_{i+1}} = (z_{A_i} - z_{A_{i+2}}) \frac{|A_i A_{i+1}|}{2|A_i A_{i+2}|} + z_{A_{i+1}}, i=1,2,\dots,k-2 \end{cases}$$

4. Определяем координаты точек B_1 , C_k формирующих вид дуги обвода в начальной и конечной точках A_1 и A_k :

$$\begin{cases} x_{B_1} = \frac{2 \cdot x_{A_1} + x_{A_2} - x_{A_3}}{2} \\ y_{B_1} = \frac{2 \cdot y_{A_1} + y_{A_2} - y_{A_3}}{2} \\ z_{B_1} = \frac{2 \cdot z_{A_1} + z_{A_2} - z_{A_3}}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x_{C_k} = \frac{2 \cdot x_{A_k} + x_{A_{k-1}} - x_{A_{k-2}}}{2} \\ y_{C_k} = \frac{2 \cdot y_{A_k} + y_{A_{k-1}} - y_{A_{k-2}}}{2} \\ z_{C_k} = \frac{2 \cdot z_{A_k} + z_{A_{k-1}} - z_{A_{k-2}}}{2} \end{cases}$$

5. Формируем дугу обвода двоякой кривизны третьего порядка:

$$\begin{cases} x_{M_i} = x_{A_i} \bar{t}^3 + 3x_{B_i} \bar{t}^2 t + 3x_{C_{i+1}} \bar{t} t^2 + x_{A_{i+1}} t^3, \\ y_{M_i} = y_{A_i} \bar{t}^3 + 3y_{B_i} \bar{t}^2 t + 3y_{C_{i+1}} \bar{t} t^2 + y_{A_{i+1}} t^3, \\ z_{M_i} = z_{A_i} \bar{t}^3 + 3z_{B_i} \bar{t}^2 t + 3z_{C_{i+1}} \bar{t} t^2 + z_{A_{i+1}} t^3, \end{cases}$$

где $i=1,2,\dots,k-1$.

На данном примере видно как осуществляется переход от точечных уравнений к вычислительному алгоритму. Все остальные точечные уравнения, используемые в исследованиях автора, можно преобразовать в систему параметрических уравнений аналогичным образом.

АЛГОРИТМ 2 (A2). Заданы k точек A_1, A_2, \dots, A_k . Требуется через эти точки провести выпуклый обвод. В этом случае касательная в точке A_1 задается точкой C_2 , а касательная в точке A_k задается точкой B_{k-1} . Эти же точки C_2 и A_k определяют вид дуги обвода (рисунок 2.14а,б).

В данном алгоритме пункты 1-2 совпадают с алгоритмом A1.

3. Определяем точки B_{i+1} , C_{i+1} формирующие вид дуги обвода:

$$B_{i+1} = (A_{i+2} - A_i) \frac{|A_{i+1}A_{i+2}|}{2|A_iA_{i+2}|} + A_{i+1}, i = 1, 2, \dots, k-2.$$

$$C_{i+1} = (A_i - A_{i+2}) \frac{|A_iA_{i+1}|}{2|A_iA_{i+2}|} + A_{i+1}, i = 1, 2, \dots, k-2.$$

4. Определяем дуги обвода для первого и последнего участков:

$$M_1 = A_1\bar{t}^2 + 2C_2t\bar{t} + A_2t^2.$$

$$M_k = A_{k-1}\bar{t}^2 + 2B_{k-1}t\bar{t} + A_kt^2.$$

5. Формируем дугу обвода для промежуточных участков:

$$M_i = A_i\bar{t}^3 + 3B_i\bar{t}^2t + 3C_{i+1}\bar{t}t^2 + A_{i+1}t^3,$$

где $i = 1, 2, \dots, k-1$.

АЛГОРИТМ 3 (A3). Заданы k точек A_1, A_2, \dots, A_k . Требуется через эти точки провести выпуклый обвод. В этом случае, касательная в точке A_1 задается точкой C_2 , а касательная в точке A_k задается точкой B_{k-1} . Но точками формирующими вид дуги обвода принимаются точки B_1 и C_k находящиеся на этих касательных (рисунок 2.15а,б).

В данном алгоритме пункты 1-3 и 5 совпадают с алгоритмом A1.

4. Определяем точки B_1 , C_k формирующие вид дуги обвода в начальной и

конечной точках A_1 и A_k :

$$B_1 = (A_2 - A_1) \frac{|A_1 A_2|}{2\sqrt{\sum_{C_2 C_2}^{A_1}}} + (A_3 - A_1) \frac{-|A_1 A_2|^2}{4|A_1 A_3|\sqrt{\sum_{C_2 C_2}^{A_1}}} + A_1.$$

$$C_k = (A_{k-1} - A_k) \frac{|A_{k-1} A_k|}{2\sqrt{\sum_{B_{k-1} B_{k-1}}^{A_k}}} + (A_{k-2} - A_k) \frac{-|A_{k-1} A_k|^2}{4|A_{k-2} A_k|\sqrt{\sum_{B_{k-1} B_{k-1}}^{A_k}}} + A_k$$

АЛГОРИТМ 4 (A4). Заданы k точек A_1, A_2, \dots, A_k и две точки K_1 и K_k , определяющие касательные $A_1 K_1$ и $A_k K_k$ в крайних точках A_1, A_k . Требуется провести выпуклый обвод по этим условиям.

В данном алгоритме пункты 1-3 и 5 совпадают с алгоритмом A1.

4. Определяем точки B_1, C_k формирующие вид дуги обвода в начальной и конечной точках A_1 и A_k :

$$B_1 = \frac{A_1 (2|A_1 K_1| - |A_1 A_2|) + K_1 |A_1 A_2|}{2|A_1 K_1|}.$$

$$C_k = \frac{A_k (2|A_k K_k| - |A_{k-1} A_k|) + K_k |A_{k-1} A_k|}{2|A_k K_k|},$$

$$\text{где } |A_1 K_1| = \sqrt{\sum (A_1 - K_1)^2}; \quad |A_k K_k| = \sqrt{\sum (A_k - K_k)^2}.$$

Отметим, что алгоритм A4 дает возможность стыковки кривых, заданных точно по первому порядку гладкости. Возможно, например, стыковать кривые, которые уже были сформированы ранее другими способами, а также выполнять выпуклые заплатки. Вычислительные формулы позволяют создавать программное обеспечение конструирования линий и поверхностей.

2.1.2.3. Алгоритмы конструирования замкнутых обводов по заданным условиям

Пусть задано k точек: A_1, A_2, \dots, A_k , через которые следует провести замкнутый обвод. Это значит, что последняя k -я дуга обвода будет определяться точка-

ми A_k и A_1 . Такое замыкание обвода необходимо организовать в соответствии с требованиями и на основе алгоритмов, которые были рассмотрены в предыдущем разделе. При построении замкнутого обвода следует учесть, что точка A_1 будет совпадать с точкой A_{k+1} и касательная, которая обеспечивает первый порядок гладкости замкнутого обвода, также будет общей. В соответствии с геометрической схемой построения обвода (рисунок 2.12) для определения касательных и построения дуги обвода на i -м участке необходимо участие ещё двух точек A_{i+1} и A_{i+2} . Учитывая это при построении замкнутого обвода следует принять, что $A_2 \equiv A_{k+2}$ и $A_3 \equiv A_{k+3}$. Это необходимо для определения касательных дуги обвода, для которых также выполняется условие: $B_1 \equiv B_{k+1}$ и $C_1 \equiv C_{k+1}$.

Учитывая всё выше сказанное, в работе [57] был предложен следующий алгоритм построения замкнутого обвода.

АЛГОРИТМ 5 (A5). Заданы k точек A_1, A_2, \dots, A_k . Требуется через эти точки провести выпуклый, замкнутый обвод.

1. Определяем длину отрезка $A_i A_{i+1}$:

$$|A_i A_{i+1}| = \sqrt{\sum (A_i - A_{i+1})^2}, i = 1, 2, \dots, k + 1.$$

$|A_{i+1} A_{i+2}|$ определяем из этого же пункта сдвигом на единицу.

Принимаем $A_1 \equiv A_{k+1}$ и $A_2 \equiv A_{k+2}$.

2. Определяем длину отрезка $A_i A_{i+2}$:

$$|A_i A_{i+2}| = \sqrt{\sum (A_i - A_{i+2})^2}, i = 1, 2, \dots, k + 1.$$

Принимаем $A_1 \equiv A_{k+1}$, $A_2 \equiv A_{k+2}$ и $A_3 \equiv A_{k+3}$.

3. Определяем точки B_{i+1} , C_{i+1} формирующие вид дуги обвода:

$$B_{i+1} = (A_{i+2} - A_i) \frac{|A_{i+1} A_{i+2}|}{2|A_i A_{i+2}|} + A_{i+1}, i = 1, 2, \dots, k + 1.$$

$$C_{i+1} = (A_i - A_{i+2}) \frac{|A_i A_{i+1}|}{2|A_i A_{i+2}|} + A_{i+1}, i = 1, 2, \dots, k + 1.$$

Принимаем $B_1 \equiv B_{k+1}$; $B_2 \equiv B_{k+2}$; $C_1 \equiv C_{k+1}$; $C_2 \equiv C_{k+2}$.

4. Формируем дугу обвода двоякой кривизны третьего порядка:

$$M_i = A_i \bar{t}^3 + 3B_i \bar{t}^2 t + 3C_{i+1} \bar{t} t^2 + A_{i+1} t^3,$$

где $i = 2, \dots, k+1$.

В алгоритме А5, по аналогии с алгоритмами А1-А4, предусмотрено определение точек B_{i+1} и C_{i+1} , которые, в свою очередь, определяют вид дуги обвода, принадлежат прямой $B'_{i+1}C'_{i+1}$ и делят соответствующие отрезки $A_{i+1}A_{i+2}$ и A_iA_{i+1} пополам. Однако, для решения практических задач нередко приходится использовать и другие способы определения касательных, для построения дуги обвода, которые не противоречат условию 2.47.

Например, чтобы получить обвод близкий, по своим характеристикам, к окружности, точки B_{i+1} и C_{i+1} , определяющие вид дуги обвода, должны принадлежать прямой $B'_{i+1}C'_{i+1}$, но сумма длин касательных для каждого участка обвода должны быть меньше длины хорды соответствующего участка. Нами экспериментальным путём установлено, что замкнутый обвод имеет наиболее близкую кривизну к окружности при условии:

$$|A_{i+1}B_{i+1}| = \frac{|A_{i+1}A_{i+2}|}{\pi}; \quad |A_{i+1}C_{i+1}| = \frac{|A_iA_{i+1}|}{\pi}, \quad (2.61)$$

что не противоречит условию 2.47.

Определим исходя из этого условия искомые точки B_{i+1} и C_{i+1} :

$$\begin{aligned} \frac{|A_{i+1}B_{i+1}|}{|A_{i+1}C'_{i+1}|} &= \frac{|A_{i+1}A_{i+2}|}{\pi|A_iA_{i+2}|} = \frac{A_{i+1}B_{i+1}}{A_{i+1}C'_{i+1}} \Rightarrow \frac{B_{i+1} - A_{i+1}}{C'_{i+1} - A_{i+1}} = \frac{|A_{i+1}A_{i+2}|}{\pi|A_iA_{i+2}|} \Rightarrow \\ &\Rightarrow B_{i+1} = (C'_{i+1} - A_{i+1}) \frac{|A_{i+1}A_{i+2}|}{\pi|A_iA_{i+2}|} + A_{i+1}. \end{aligned}$$

Далее, учитывая (2.45), получим:

$$B_{i+1} = (A_{i+2} - A_i) \frac{|A_{i+1}A_{i+2}|}{\pi|A_iA_{i+2}|} + A_{i+1}. \quad (2.62)$$

Аналогично определяем C_{i+1} :

$$\frac{|A_{i+1}C_{i+1}|}{|A_{i+1}B'_{i+1}|} = \frac{|A_{i+1}A_i|}{\pi|A_iA_{i+2}|} \Rightarrow \frac{C_{i+1} - A_{i+1}}{B'_{i+1} - A_{i+1}} = \frac{|A_{i+1}A_i|}{\pi|A_iA_{i+2}|}.$$

Откуда имеем:

$$C_{i+1} = (B'_{i+1} - A_{i+1}) \frac{|A_iA_{i+1}|}{\pi|A_iA_{i+2}|} + A_{i+1}.$$

Учитывая (2.46), находим:

$$C_{i+1} = (A_i - A_{i+2}) \frac{|A_iA_{i+1}|}{\pi|A_iA_{i+2}|} + A_{i+1}. \quad (2.63)$$

На основании всего вышесказанного, получим новый алгоритм построения замкнутого обвода.

АЛГОРИТМ 6 (А6). Заданы k точек A_1, A_2, \dots, A_k . Требуется через эти точки провести выпуклый, замкнутый обвод, который имеет форму близкую к окружности.

В данном алгоритме пункты 1,2 и 4 совпадают с аналогичными пунктами в алгоритме А5.

3. Определяем точки B_{i+1} и C_{i+1} , формирующие вид дуги обвода:

$$B_{i+1} = (A_{i+2} - A_i) \frac{|A_{i+1}A_{i+2}|}{\pi|A_iA_{i+2}|} + A_{i+1}, i = 1, 2, \dots, k + 1.$$

$$C_{i+1} = (A_i - A_{i+2}) \frac{|A_iA_{i+1}|}{\pi|A_iA_{i+2}|} + A_{i+1}, i = 1, 2, \dots, k + 1.$$

Принимаем $B_1 \equiv B_{k+1}$; $B_2 \equiv B_{k+2}$; $C_1 \equiv C_{k+1}$; $C_2 \equiv C_{k+2}$.

Следует отметить общность алгоритмов А5 и А6, которые отличаются только способом задания касательных, определяющих форму дуги обвода. В связи с этим можно обобщить формулы 2.62 и 2.63:

$$\begin{aligned} B_{i+1} &= (A_{i+2} - A_i) \frac{|A_{i+1}A_{i+2}|}{s|A_iA_{i+2}|} + A_{i+1}; \\ C_{i+1} &= (A_i - A_{i+2}) \frac{|A_iA_{i+1}|}{s|A_iA_{i+2}|} + A_{i+1}, \end{aligned} \quad (2.64)$$

где $s \geq 2$, в соответствии с условием 2.47.

Следует отметить, что в данной работе при моделировании обводов использовались в качестве дуг обвода кривые Безье, которые, по сути, являются дугами параболы. В итоге получается составная поверхность, полученная параболической интерполяцией. Используя исследования [74], изменяя лишь значение инженерного дискриминанта, можно построить аналогичные составные поверхности, полученные не только параболической, но и эллиптической или гиперболической интерполяцией, что позволяет наилучшим образом подобрать кривизну аппроксимируемой составной поверхности в каждом её отдельном отсеке.

АЛГОРИТМ 7 (A7). Заданы k точек A_1, A_2, \dots, A_k в симплексе $OE_1E_2E_3$. Требуется через эти точки провести выпуклый, замкнутый обвод.

1. Определяем массивы точек A_i , A_{i+1} , A_{i+2} и A_{i+3} в симплексе $OE_1E_2E_3$. Принимаем: $A_1 \equiv A_{k+1}$, $A_2 \equiv A_{k+2}$ и $A_3 \equiv A_{k+3}$.

$$\begin{aligned} A_i &= x_i + y_i; \\ A_{i+1} &= x_{i+1} + y_{i+1}; \\ A_{i+2} &= x_{i+2} + y_{i+2}; \\ A_{i+3} &= x_{i+3} + y_{i+3}. \end{aligned}$$

2. Определяем массив точек B_i как точку пересечения касательных A_iA_{i+2} и $A_{i+1}A_{i+3}$. Принимаем: $A_1 \equiv A_{k+1}$, $A_2 \equiv A_{k+2}$ и $A_3 \equiv A_{k+3}$. Для этого зададим текущую точку B_i на прямой A_i и A_{i+2} в симплексе $OE_1E_2E_3$.

$$\begin{aligned} B_i &= (A_i - A_{i+2})u + A_{i+2} = (x_i + y_i - x_{i+2} - y_{i+2})u + x_{i+2} + y_{i+2} = \\ &= [(x_i - x_{i+2})u + x_{i+2}] + [(y_i - y_{i+2})u + y_{i+2}]. \end{aligned}$$

В момент пересечения отрезков прямых A_iA_{i+2} и $A_{i+1}A_{i+3}$ площадь треугольника $B_iA_{i+1}A_{i+3}$ должна равняться нулю. В соответствии с S -теоремой БН-исчисления, получим:

$$\begin{vmatrix} x_{i+1} & y_{i+1} & 1 \\ x_{i+3} & y_{i+3} & 1 \\ (x_i - x_{i+2})u + x_{i+2} & (y_i - y_{i+2})u + y_{i+2} & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Далее определяем значение параметра u :

$$u = \frac{(x_{i+1} - x_{i+3})y_{i+2} - (y_{i+1} - y_{i+3})x_{i+2} + x_{i+3}y_{i+1} - x_{i+1}y_{i+3}}{(x_i - x_{i+2})(y_{i+1} - y_{i+3}) - (x_{i+1} - x_{i+3})(y_i - y_{i+2})}.$$

и уравнение точки B_i :

$$B_i = (x_i - x_{i+2} + y_i - y_{i+2}) \frac{(x_{i+1} - x_{i+3})y_{i+2} - (y_{i+1} - y_{i+3})x_{i+2} + x_{i+3}y_{i+1} - x_{i+1}y_{i+3}}{(x_i - x_{i+2})(y_{i+1} - y_{i+3}) - (x_{i+1} - x_{i+3})(y_i - y_{i+2})} + x_{i+2} + y_{i+2}.$$

Или в координатной форме для трехмерного пространства:

$$\begin{aligned} x_{B_i} &= (x_i - x_{i+2}) \frac{(x_{i+1} - x_{i+3})y_{i+2} - (y_{i+1} - y_{i+3})x_{i+2} + x_{i+3}y_{i+1} - x_{i+1}y_{i+3}}{(x_i - x_{i+2})(y_{i+1} - y_{i+3}) - (x_{i+1} - x_{i+3})(y_i - y_{i+2})} + x_{i+2}; \\ y_{B_i} &= (y_i - y_{i+2}) \frac{(x_{i+1} - x_{i+3})y_{i+2} - (y_{i+1} - y_{i+3})x_{i+2} + x_{i+3}y_{i+1} - x_{i+1}y_{i+3}}{(x_i - x_{i+2})(y_{i+1} - y_{i+3}) - (x_{i+1} - x_{i+3})(y_i - y_{i+2})} + y_{i+2}; \\ z_{B_i} &= (z_i - z_{i+2}) \frac{(x_{i+1} - x_{i+3})y_{i+2} - (y_{i+1} - y_{i+3})x_{i+2} + x_{i+3}y_{i+1} - x_{i+1}y_{i+3}}{(x_i - x_{i+2})(y_{i+1} - y_{i+3}) - (x_{i+1} - x_{i+3})(y_i - y_{i+2})} + z_{i+2}. \end{aligned}$$

3. По правилу параллелограмма определяем массив точек C_i :

$$C_i = A_{i+1} + A_{i+2} - B_i.$$

4. Формируем массив точечных уравнений дуг обвода:

$$M_i = A_{i+1}\bar{u}^2 + 2C_i\bar{u}u + A_{i+2}u^2,$$

где $\bar{u} = 1 - u$.

Или в координатной форме для трехмерного пространства:

$$\begin{aligned} x_{M_i} &= x_{A_{i+1}}\bar{u}^2 + 2x_{C_i}\bar{u}u + x_{A_{i+2}}u^2; \\ y_{M_i} &= y_{A_{i+1}}\bar{u}^2 + 2y_{C_i}\bar{u}u + y_{A_{i+2}}u^2; \\ z_{M_i} &= z_{A_{i+1}}\bar{u}^2 + 2z_{C_i}\bar{u}u + z_{A_{i+2}}u^2. \end{aligned}$$

2.1.2.4. Алгоритмы конструирования поверхности через множество дискретно заданных точек

Пусть задано m дискретно заданных кривых, каждая из которых состоит из n точек:

$$\begin{array}{cccccc}
A_{1,1} & A_{1,2} & \cdots & A_{1,j} & \cdots & A_{1,n} \\
A_{2,1} & A_{2,2} & \cdots & A_{2,j} & \cdots & A_{2,n} \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
A_{i,1} & A_{i,2} & \cdots & A_{i,j} & \cdots & A_{i,n} \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
A_{m,1} & A_{m,2} & \cdots & A_{m,j} & \cdots & A_{m,n}
\end{array} \tag{2.65}$$

Матрицу точек (2.65) можно записать символично:

$$A_{i,j}, \quad i=1,2,\dots,m; \quad j=1,2,\dots,n. \tag{2.66}$$

Через множество точек (2.66), организованных в m кривых линий, требуется провести поверхность. Причем эта поверхность не должна иметь незапланированных осцилляций. Эта задача носит фундаментальный характер, поскольку может иметь широкое практическое применение в различных отраслях науки. Покажем, как решается эта задача методами БН-исчисления.

Отметим, что для определения поверхности, заданной дискретным множеством точек, принимаем следующие обозначения точек: $A_{i,j}$, где i – порядковый номер точек заданных столбцами матрицы и изменяющийся от 1 до m ; j – порядковый номер точек заданных строками матрицы и изменяющийся от 1 до n . Требуется задать не только этот дискретный каркас непрерывными линиями, но и заполнить этот каркас до необходимой степени плотности, т.е. создать непрерывную поверхность.

В разделе 2.2.1.-2.2.3 были разработаны алгоритмы конструирования обводов через k наперед заданных точек. Используя данные алгоритмы, зададим незамкнутую, полузамкнутую и полностью замкнутую поверхность.

АЛГОРИТМ 8 (A8). Задано множество точек матрицей (2.65). Требуется провести незамкнутую поверхность, т.е. кривые по строкам и по столбцам матрицы незамкнуты.

Для проведения незамкнутого обвода, в зависимости от желаемого результата можно использовать любой из алгоритмов A1, A2, A3. Используя алгоритм A2, проводим m непрерывных кривых по строкам матрицы (2.65):

1. Определяем длину отрезка $A_{i,j}A_{i,j+1}$:

$$|A_{i,j}A_{i,j+1}| = \sqrt{\sum (A_{i,j} - A_{i,j+1})^2}, \quad j=1,2,\dots,n-1, \quad i=1,2,\dots,m.$$

$|A_{i,j+1}A_{i,j+2}|$ определяем из этого же пункта сдвигом на единицу.

2. Определяем длину отрезка $A_{i,j}A_{i,j+2}$:

$$|A_{i,j}A_{i,j+2}| = \sqrt{\sum (A_{i,j} - A_{i,j+2})^2}, \quad j=1,2,\dots,n-2, \quad i=1,2,\dots,m.$$

3. Определяем точки $B_{i,j+1}$, формирующие вид дуги обвода:

$$B_{i,j+1} = (A_{i,j+2} - A_{i,j}) \frac{|A_{i,j+1}A_{i,j+2}|}{2|A_{i,j}A_{i,j+2}|} + A_{i,j+1}, \quad j=1,2,\dots,n-2, \quad i=1,2,\dots,m.$$

4. Определяем точки $C_{i,j+1}$, формирующие вид дуги обвода:

$$C_{i,j+1} = (A_{i,j} - A_{i,j+2}) \frac{|A_{i,j}A_{i,j+1}|}{2|A_{i,j}A_{i,j+2}|} + A_{i,j+1}, \quad j=1,2,\dots,n-2, \quad i=1,2,\dots,m.$$

5. Определяем дуги обвода для первого и последнего участков вида 2.2 из раздела 2.1 с параметром u :

$$N_{i,1} = A_{i,1}\bar{u}^2 + 2C_{i,2}u\bar{u} + A_{i,2}u^2.$$

$$N_{i,n} = A_{i,n-1}\bar{u}^2 + 2B_{i,n-1}u\bar{u} + A_{i,n}u^2.$$

6. Используем дугу обвода вида 2.11 из раздела 2.1 с параметром u для промежуточных участков:

$$N_{i,j} = A_{i,j}\bar{u}^3 + 3B_{i,j}\bar{u}^2u + 3C_{i,j}\bar{u}u^2 + A_{i,j+1}u^3,$$

где $0 \leq u \leq 1$; $\bar{u} = 1 - u$; $j=1,2,\dots,n-1$; $i=1,2,\dots,m$.

Пункты 1-6 алгоритма А7 определили множество текущих точек $N_{i,j}$ кривых, заданных строками матрицы (2.65). Далее приступаем к формированию образующих поверхности заданных столбцами матрицы (2.65).

7. Определяем длину отрезка $N_{i,j}N_{i+1,j}$:

$$|N_{i,j}N_{i+1,j}| = \sqrt{\sum (N_{i,j} - N_{i+1,j})^2}, \quad i=1,2,\dots,m-1, \quad j=1,2,\dots,n.$$

$|N_{i+1,j}N_{i+2,j}|$ определяем из этого же пункта сдвигом на единицу.

8. Определяем длину отрезка $N_{i,j}N_{i+2,j}$:

$$|N_{i,j}N_{i+2,j}| = \sqrt{\sum (N_{i,j} - N_{i+2,j})^2}, \quad i=1,2,\dots,m-2, \quad j=1,2,\dots,n.$$

9. Определяем точки $P_{i+1,j}$, по аналогии с п.3 данного алгоритма, формирующие вид дуги обвода:

$$P_{i+1,j} = (N_{i+2,j} - N_{i,j}) \frac{|N_{i+1,j}N_{i+2,j}|}{2|N_{i,j}N_{i+2,j}|} + N_{i+1,j}, \quad i=1,2,\dots,m-2, \quad j=1,2,\dots,n.$$

10. Определяем точки $Q_{i+1,j}$, по аналогии с п.4 данного алгоритма, формирующие вид дуги обвода:

$$Q_{i+1,j} = (N_{i,j} - N_{i+2,j}) \frac{|N_{i,j}N_{i+1,j}|}{2|N_{i,j}N_{i+2,j}|} + N_{i+1,j}, \quad i=1,2,\dots,m-2, \quad j=1,2,\dots,n.$$

11. Определяем дуги обвода для первого и последнего участков, используя дугу обвода вида 2.2 из раздела 2.1 с параметром v :

$$M_{1,j} = N_{1,j}\bar{v}^2 + 2Q_{2,j}v\bar{v} + N_{2,j}v^2.$$

$$M_{m,j} = N_{m-1,j}\bar{v}^2 + 2P_{m-1,j}v\bar{v} + N_{m,j}v^2.$$

12. Формируем дугу обвода для промежуточных участков, используя дугу обвода вида 2.11 из раздела 2.1 с параметром v :

$$M_{i,j} = N_{i,j}\bar{v}^3 + 3P_{i,j}\bar{v}^2v + 3Q_{i,j}\bar{v}v^2 + N_{i+1,j}v^3,$$

$$\text{где } 0 \leq v \leq 1; \quad \bar{v} = 1 - v; \quad i=1,2,\dots,m-1; \quad j=1,2,\dots,n.$$

Множество точек $M_{i,j}$ задает искомую поверхность, которая определяется параметрами u и v . При $u = \text{const}$ получаем каркас линий, который определяет точки матрицы (2.65) по строкам. При $v = \text{const}$ получим второй каркас этой поверхности, который определяют точки матрицы по столбцам. Четыре линии при $u=0$; $v=0$; $u=1$; $v=1$ ограничивают отсек поверхности. Эти линии проходят через точки первого и n -того столбца, а также через точки первой и m -той строки матрицы (2.65).

Отметим, что A7 носит универсальный характер и позволяет аналитически описать любую незакономерную поверхность, которая проходит через любое чис-

ло точек. Если в какой-то строке или столбце матрицы (2.65) количество точек не равно n или m , то следует произвести выравнивание сети точек путем интерполяции соответствующих точек.

Предложенный алгоритм А8 позволяет используя алгоритмы А2 и А5, задать полузамкнутую или полностью замкнутую поверхность, заданную дискретным множеством точек.

АЛГОРИТМ 9 (А9). Задано множество точек матрицей (2.65). Требуется провести поверхность, если кривые по строкам матрицы замкнуты, а по столбцам нет.

Задачу по строкам решаем с помощью А5 с учетом (2.64), а по столбцам с помощью А2.

1. Определяем длину отрезка $A_{i,j}A_{i,j+1}$:

$$|A_{i,j}A_{i,j+1}| = \sqrt{\sum (A_{i,j} - A_{i,j+1})^2}, \quad j=1,2,\dots,n+1, \quad i=1,2,\dots,m.$$

$|A_{i,j+1}A_{i,j+2}|$ определяем из этого же пункта сдвигом на единицу.

Принимаем $A_{i,1} \equiv A_{i,j+1}$ и $A_{i,2} \equiv A_{i,j+2}$

2. Определяем длину отрезка $A_{i,j}A_{i,j+2}$:

$$|A_{i,j}A_{i,j+2}| = \sqrt{\sum (A_{i,j} - A_{i,j+2})^2}, \quad j=1,2,\dots,n+1, \quad i=1,2,\dots,m.$$

Принимаем $A_{i,1} \equiv A_{i,j+1}$, $A_{i,2} \equiv A_{i,j+2}$ и $A_{i,3} \equiv A_{i,j+3}$

3. Определяем точки $B_{i,j+1}$, формирующие вид дуги обвода:

$$B_{i,j+1} = (A_{i,j+2} - A_{i,j}) \frac{|A_{i,j+1}A_{i,j+2}|}{s|A_{i,j}A_{i,j+2}|} + A_{i,j+1}, \quad j=1,2,\dots,n+1, \quad i=1,2,\dots,m.$$

Принимаем $B_{i,1} \equiv B_{i,j+1}$ и $B_{i,2} \equiv B_{i,j+2}$

4. Определяем точки $C_{i,j+1}$, формирующие вид дуги обвода:

$$C_{i,j+1} = (A_{i,j} - A_{i,j+2}) \frac{|A_{i,j}A_{i,j+1}|}{s|A_{i,j}A_{i,j+2}|} + A_{i,j+1}, \quad j=1,2,\dots,n+1, \quad i=1,2,\dots,m.$$

Принимаем $C_{i,1} \equiv C_{i,j+1}$ и $C_{i,2} \equiv C_{i,j+2}$

5. Формируем дугу обвода двойкой кривизны третьего порядка вида 2.11 из раздела 2.1 с параметром u :

$$N_{i,j} = A_{i,j}\bar{u}^3 + 3B_{i,j}\bar{u}^2u + 3C_{i,j}\bar{u}u^2 + A_{i,j+1}u^3,$$

где $0 \leq u \leq 1$; $\bar{u} = 1 - u$; $j = 1, 2, \dots, n-1$; $i = 1, 2, \dots, m$.

Пункты 1-5 алгоритма А8 определили множество текущих точек $N_{i,j}$ кривых, заданных строками матрицы (2.65). Далее формируем образующие поверхности заданные столбцами матрицы (2.65).

6. Определяем длину отрезка $N_{i,j}N_{i+1,j}$:

$$|N_{i,j}N_{i+1,j}| = \sqrt{\sum (N_{i,j} - N_{i+1,j})^2}, \quad i = 1, 2, \dots, m-1, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

$|N_{i+1,j}N_{i+2,j}|$ определяем из этого же пункта сдвигом на единицу.

7. Определяем длину отрезка $N_{i,j}N_{i+2,j}$:

$$|N_{i,j}N_{i+2,j}| = \sqrt{\sum (N_{i,j} - N_{i+2,j})^2}, \quad i = 1, 2, \dots, m-2, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

8. Определяем точки $P_{i+1,j}$, по аналогии с п.3 данного алгоритма, формирующие вид дуги обвода:

$$P_{i+1,j} = (N_{i+2,j} - N_{i,j}) \frac{|N_{i+1,j}N_{i+2,j}|}{2|N_{i,j}N_{i+2,j}|} + N_{i+1,j}, \quad i = 1, 2, \dots, m-2, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

9. Определяем точки $Q_{i+1,j}$, по аналогии с п.4 данного алгоритма, формирующие вид дуги обвода:

$$Q_{i+1,j} = (N_{i,j} - N_{i+2,j}) \frac{|N_{i,j}N_{i+1,j}|}{2|N_{i,j}N_{i+2,j}|} + N_{i+1,j}, \quad i = 1, 2, \dots, m-2, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

10. Определяем дуги обвода для первого и последнего участков, используя дугу обвода вида 2.2 из раздела 2.1 с параметром v :

$$M_{1,j} = N_{1,j}\bar{v}^2 + 2Q_{2,j}v\bar{v} + N_{2,j}v^2.$$

$$M_{m,j} = N_{m-1,j}\bar{v}^2 + 2P_{m-1,j}v\bar{v} + N_{m,j}v^2.$$

11. Формируем дугу обвода для промежуточных участков, используя дугу

обвода вида 2.11 из раздела 2.1 с параметром v :

$$M_{i,j} = N_{i,j} \bar{v}^3 + 3P_{i,j} \bar{v}^2 v + 3Q_{i,j} \bar{v} v^2 + N_{i+1,j} v^3,$$

где $0 \leq v \leq 1$; $\bar{v} = 1 - v$; $i = 1, 2, \dots, m-1$; $j = 1, 2, \dots, n$.

Множество точек $M_{i,j}$ задает искомую поверхность, которая определяется параметрами u и v . При $v = \text{const}$ получаем каркас линий, который определяет точки матрицы (2.65) по строкам. При $u = \text{const}$ получим другой каркас этой же поверхности, который определяют точки матрицы (2.65) по столбцам.

АЛГОРИТМ 10 (A10). Задано множество точек матрицей (2.65). Требуется провести замкнутую поверхность.

Для решения поставленной задачи используем A5 по строкам и столбцам матрицы (2.65) с учетом (2.64).

1. Определяем длину отрезка $A_{i,j}A_{i,j+1}$:

$$|A_{i,j}A_{i,j+1}| = \sqrt{\sum (A_{i,j} - A_{i,j+1})^2}, \quad j = 1, 2, \dots, n+1, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

$|A_{i,j+1}A_{i,j+2}|$ определяем из этого же пункта сдвигом на единицу.

Принимаем $A_{i,1} \equiv A_{i,j+1}$ и $A_{i,2} \equiv A_{i,j+2}$.

2. Определяем длину отрезка $A_{i,j}A_{i,j+2}$:

$$|A_{i,j}A_{i,j+2}| = \sqrt{\sum (A_{i,j} - A_{i,j+2})^2}, \quad j = 1, 2, \dots, n+1, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

Принимаем $A_{i,1} \equiv A_{i,j+1}$, $A_{i,2} \equiv A_{i,j+2}$ и $A_{i,3} \equiv A_{i,j+3}$.

3. Определяем точки $B_{i,j+1}$, формирующие вид дуги обвода:

$$B_{i,j+1} = (A_{i,j+2} - A_{i,j}) \frac{|A_{i,j+1}A_{i,j+2}|}{s|A_{i,j}A_{i,j+2}|} + A_{i,j+1}, \quad j = 1, 2, \dots, n+1, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

Принимаем $B_{i,1} \equiv B_{i,j+1}$ и $B_{i,2} \equiv B_{i,j+2}$

4. Определяем точки $C_{i,j+1}$, формирующие вид дуги обвода:

$$C_{i,j+1} = (A_{i,j} - A_{i,j+2}) \frac{|A_{i,j}A_{i,j+1}|}{s|A_{i,j}A_{i,j+2}|} + A_{i,j+1}, \quad j = 1, 2, \dots, n+1, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

Принимаем $C_{i,1} \equiv C_{i,j+1}$ и $C_{i,2} \equiv C_{i,j+2}$

5. Формируем дугу обвода двойкой кривизны третьего порядка вида 2.11 из раздела 2.1 с параметром u :

$$N_{i,j} = A_{i,j}\bar{u}^3 + 3B_{i,j}\bar{u}^2u + 3C_{i,j}\bar{u}u^2 + A_{i,j+1}u^3,$$

где $0 \leq u \leq 1$; $\bar{u} = 1 - u$; $j = 1, 2, \dots, n+1$; $i = 1, 2, \dots, m$.

Пункты 1-5 алгоритма А9 определили множество текущих точек $N_{i,j}$ замкнутых опорных линий, заданных строками матрицы (2.65). Далее формируем образующие поверхности заданные столбцами матрицы (2.65).

6. Определяем длину отрезка $N_{i,j}N_{i+1,j}$:

$$|N_{i,j}N_{i+1,j}| = \sqrt{\sum (N_{i,j} - N_{i+1,j})^2}, \quad i = 1, 2, \dots, m+1, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

$|N_{i+1,j}N_{i+2,j}|$ определяем из этого же пункта сдвигом на единицу.

Принимаем $N_{1,j} \equiv N_{i+1,j}$ и $N_{2,j} \equiv N_{i+2,j}$.

7. Определяем длину отрезка $N_{i,j}N_{i+2,j}$:

$$|N_{i,j}N_{i+2,j}| = \sqrt{\sum (N_{i,j} - N_{i+2,j})^2}, \quad i = 1, 2, \dots, m+1, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Принимаем $N_{1,j} \equiv N_{i+1,j}$, $N_{2,j} \equiv N_{i+2,j}$ и $N_{3,j} \equiv N_{i+3,j}$.

8. Определяем точки $P_{i+1,j}$, по аналогии с п.3 данного алгоритма, формирующие вид дуги обвода:

$$P_{i+1,j} = (N_{i+2,j} - N_{i,j}) \frac{|N_{i+1,j}N_{i+2,j}|}{s|N_{i,j}N_{i+2,j}|} + N_{i+1,j}, \quad i = 1, 2, \dots, m+1, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Принимаем $P_{1,j} \equiv P_{i+1,j}$ и $P_{2,j} \equiv P_{i+2,j}$

9. Определяем точки $Q_{i+1,j}$, по аналогии с п.4 данного алгоритма, формирующие вид дуги обвода:

$$Q_{i+1,j} = (N_{i,j} - N_{i+2,j}) \frac{|N_{i,j}N_{i+1,j}|}{s|N_{i,j}N_{i+2,j}|} + N_{i+1,j}, \quad i = 1, 2, \dots, m+1, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Принимаем $Q_{1,j} \equiv Q_{i+1,j}$ и $Q_{2,j} \equiv Q_{i+2,j}$.

10. Формируем дугу обвода двойкой кривизны третьего порядка, используя дугу обвода вида 2.11 из раздела 2.1 с параметром v :

$$M_{i,j} = N_{i,j}\bar{v}^3 + 3P_{i,j}\bar{v}^2v + 3Q_{i,j}\bar{v}v^2 + N_{i+1,j}v^3,$$

где $0 \leq v \leq 1$; $\bar{v} = 1 - v$; $i = 1, 2, \dots, m + 1$; $j = 1, 2, \dots, n$.

Множество точек $M_{i,j}$ задает искомую поверхность, которая определяется параметрами u и v . При $v = \text{const}$ получаем каркас линий, который определяет точки матрицы (2.65) по строкам. При $u = \text{const}$ получим второй каркас этой поверхности, который определяют точки матрицы по столбцам.

Три алгоритма А8 – А10 дают возможность конструировать любую поверхность обводами первого порядка гладкости. На практике может возникнуть необходимость поставить "заплатку" на уже существующей поверхности. Другими словами, возникает необходимость конструирования незамкнутой поверхности с касательными линейчатыми поверхностями на концах. С помощью алгоритма А4 можно решить и эту задачу по предложенной выше методике.

2.2 Геометрические модели поверхностей тонкостенных оболочек инженерных сооружений с учетом несовершенств геометрической формы

При моделировании действительной поверхности тонкостенных оболочек с искаженной геометрической формой большое значение имеет анализ исходных данных для моделирования, от чего зависит выбор способа решения поставленной задачи. В данном случае изначально стояла задача построения компьютерной модели поверхности резервуара для хранения нефтепродуктов по четырём опорным контурам (направляющим дугам кривых), поскольку использовались исходные данные промеров отклонений реальной поверхности стенки от вертикальной образующей в четырёх точках по окружности резервуара. Эта задача была успешно решена и приводится ниже в подразделе 2.2.1. Впоследствии, на основе теории конструирования выпуклых обводов первого порядка гладкости, исследования по которой изложены в подразделе 2.1, был разработан универсальный алгоритм для

любого количества опорных контуров, который также приводится ниже в подразделе 2.2.2.

2.2.1 Геометрическая модель поверхности тонкостенной оболочки с четырьмя опорными контурами

Рассмотрим более подробно условие задачи и исходные данные. Геометрическая модель строится для резервуара объёмом 1000 м^3 . Основные геометрические размеры резервуара: радиус $R = 5215 \text{ мм}$ и высота $h = 11920 \text{ мм}$. Резервуар разбит осями на четыре равные части с опорными точками A, B, C, D (рисунок 2.16). По вертикали резервуар разбит на 6 поясов, значит, количество точек по вертикали, для которых промерены отклонения стенки от вертикали, равняется 7 ($k = 7$).

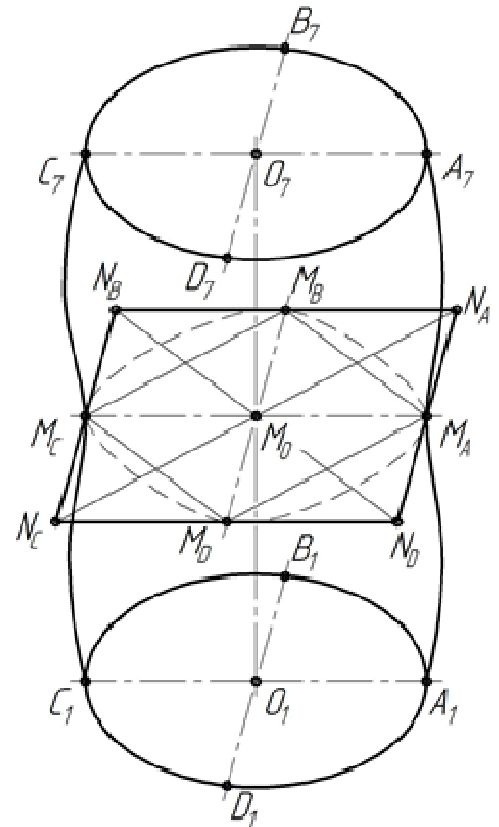


Рисунок 2.16. Геометрическая схема поверхности резервуара.

Геометрическая модель поверхности резервуара будет состоять из четырёх опорных линий: A_1A_k , B_1B_k , C_1C_k и D_1D_k , которые будут формироваться как непрерывные выпуклые обводы первого порядка гладкости [57] в зависимости от направления и величины, полученных в результате промера, отклонений от вертикальной оси. Образующая линия поверхности будет состоять из четырёх дуг: $M_A M_B$, $M_B M_C$, $M_C M_D$ и $M_D M_A$, которые, в свою очередь, образуют замкнутый обвод первого порядка гладкости [57] или комбинацию из четырёх симплексов: $M_A N_A M_B$, $M_B N_B M_C$, $M_C N_C M_D$ и $M_D N_D M_A$.

Для опорных линий в качестве дуги обвода будут использованы дуги кривой Безье 2-го (2.2) и 3-го (2.11) порядка [62]. Рассмотрим конструирование опор-

ных линий на примере линии A_1A_k . Точечное уравнение дуги обвода для первого и последнего поясов имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} M_{A_1} &= A_1\bar{u}^2 + 2N_2^-u\bar{u} + A_2u^2, \\ M_{A_k} &= A_{k-1}\bar{u}^2 + 2N_{k-1}^+u\bar{u} + A_ku^2, \end{aligned} \quad (2.67)$$

где $\bar{u} = 1 - u$.

В параметрическом виде:

$$\begin{cases} x_{M_{A_1}} = x_{A_1}\bar{u}^2 + 2x_{N_2^-}u\bar{u} + x_{A_2}u^2, \\ y_{M_{A_1}} = y_{A_1}\bar{u}^2 + 2y_{N_2^-}u\bar{u} + y_{A_2}u^2, \\ z_{M_{A_1}} = z_{A_1}\bar{u}^2 + 2z_{N_2^-}u\bar{u} + z_{A_2}u^2. \end{cases} \quad (2.68)$$

$$\begin{cases} x_{M_{A_k}} = x_{A_{k-1}}\bar{u}^2 + 2x_{N_{k-1}^+}u\bar{u} + x_{A_k}u^2, \\ y_{M_{A_k}} = y_{A_{k-1}}\bar{u}^2 + 2y_{N_{k-1}^+}u\bar{u} + y_{A_k}u^2, \\ z_{M_{A_k}} = z_{A_{k-1}}\bar{u}^2 + 2z_{N_{k-1}^+}u\bar{u} + z_{A_k}u^2. \end{cases}$$

Для промежуточных поясов (со 2 до $k-1$ пояса) точечное уравнение дуги обвода имеет следующий вид:

$$M_{A_i} = A_i\bar{u}^3 + 3N_{A_i}^+\bar{u}^2u + 3N_{A_{i+1}}^-u^2\bar{u} + A_{i+1}u^3, \quad i = 2, 3, \dots, k-2. \quad (2.69)$$

В параметрическом виде:

$$\begin{aligned} x_{M_{A_i}} &= x_{A_i}\bar{u}^3 + 3x_{N_{A_i}^+}\bar{u}^2u + 3x_{N_{A_{i+1}}^-}u^2\bar{u} + x_{A_{i+1}}u^3, \quad i = 2, 3, \dots, k-2, \\ y_{M_{A_i}} &= y_{A_i}\bar{u}^3 + 3y_{N_{A_i}^+}\bar{u}^2u + 3y_{N_{A_{i+1}}^-}u^2\bar{u} + y_{A_{i+1}}u^3, \quad i = 2, 3, \dots, k-2, \\ z_{M_{A_i}} &= z_{A_i}\bar{u}^3 + 3z_{N_{A_i}^+}\bar{u}^2u + 3z_{N_{A_{i+1}}^-}u^2\bar{u} + z_{A_{i+1}}u^3, \quad i = 2, 3, \dots, k-2. \end{aligned} \quad (2.70)$$

Опорные точки $N_{A_i}^+$ и $N_{A_i}^-$ определяются следующими точечными уравнениями:

$$\begin{aligned} N_{A_i}^+ &= (A_{i+1} - A_{i-1}) \frac{|A_i A_{i+1}|}{2|A_{i-1} A_{i+1}|} + A_i, \quad i = 2, 3, \dots, k-1, \\ N_{A_i}^- &= (A_{i-1} - A_{i+1}) \frac{|A_i A_{i-1}|}{2|A_{i-1} A_{i+1}|} + A_i, \quad i = 2, 3, \dots, k-1, \end{aligned} \quad (2.71)$$

где $|A_i A_{i+1}| = \sqrt{(x_{A_{i+1}} - x_{A_i})^2 + (y_{A_{i+1}} - y_{A_i})^2 + (z_{A_{i+1}} - z_{A_i})^2}$,

$$|A_{i-1}A_{i+1}| = \sqrt{(x_{A_{i+1}} - x_{A_{i-1}})^2 + (y_{A_{i+1}} - y_{A_{i-1}})^2 + (z_{A_{i+1}} - z_{A_{i-1}})^2},$$

$$|A_iA_{i-1}| = \sqrt{(x_{A_{i-1}} - x_{A_i})^2 + (y_{A_{i-1}} - y_{A_i})^2 + (z_{A_{i-1}} - z_{A_i})^2}.$$

Или в параметрическом виде:

$$\begin{cases} x_{N_{A_i}^+} = (x_{A_{i+1}} - x_{A_{i-1}}) \frac{|A_iA_{i+1}|}{2|A_{i-1}A_{i+1}|} + x_{A_i}, i = 2, 3, \dots, k-1, \\ y_{N_{A_i}^+} = (y_{A_{i+1}} - y_{A_{i-1}}) \frac{|A_iA_{i+1}|}{2|A_{i-1}A_{i+1}|} + y_{A_i}, i = 2, 3, \dots, k-1, \\ z_{N_{A_i}^+} = (z_{A_{i+1}} - z_{A_{i-1}}) \frac{|A_iA_{i+1}|}{2|A_{i-1}A_{i+1}|} + z_{A_i}, i = 2, 3, \dots, k-1. \end{cases} \quad (2.72)$$

$$\begin{cases} x_{N_{A_i}^-} = (x_{A_{i-1}} - x_{A_{i+1}}) \frac{|A_iA_{i-1}|}{2|A_{i-1}A_{i+1}|} + x_{A_i}, i = 2, 3, \dots, k-1, \\ y_{N_{A_i}^-} = (y_{A_{i-1}} - y_{A_{i+1}}) \frac{|A_iA_{i-1}|}{2|A_{i-1}A_{i+1}|} + y_{A_i}, i = 2, 3, \dots, k-1, \\ z_{N_{A_i}^-} = (z_{A_{i-1}} - z_{A_{i+1}}) \frac{|A_iA_{i-1}|}{2|A_{i-1}A_{i+1}|} + z_{A_i}, i = 2, 3, \dots, k-1. \end{cases}$$

Аналогичным образом получает все четыре опорных линии.

Переходим к образующим линиям. Учитывая, что идеальный резервуар (без деформаций), представляет собой прямой цилиндр, а основание резервуара не изменяет свою форму под воздействием нагрузки и представляет собой окружность $A_1B_1C_1D_1$, то в качестве образующей линии выберем дугу эллипса, частным случаем которого и является окружность. Точечное уравнение дуги кривой второго порядка [78] в симплексе $M_A N_A M_B$ имеет следующий вид:

$$M_{AB} = (M_A - N_A) \frac{f_C \bar{v}^2}{f_C (1 - 2v)^2 + 2v\bar{v}} + (M_B - N_A) \frac{f_C v^2}{f_C (1 - 2v)^2 + 2v\bar{v}} + N_A, \quad (2.73)$$

где $\bar{v} = 1 - v$.

В параметрическом виде:

$$\begin{aligned}
x_M &= (x_{M_A} - x_{N_A}) \frac{f_C \bar{v}^2}{f_C(1-2v)^2 + 2v\bar{v}} + (x_{M_B} - x_{N_A}) \frac{f_C v^2}{f_C(1-2v)^2 + 2v\bar{v}} + x_{N_A}, \\
y_M &= (y_{M_A} - y_{N_A}) \frac{f_C \bar{v}^2}{f_C(1-2v)^2 + 2v\bar{v}} + (y_{M_B} - y_{N_A}) \frac{f_C v^2}{f_C(1-2v)^2 + 2v\bar{v}} + y_{N_A}, \\
z_M &= (z_{M_A} - z_{N_A}) \frac{f_C \bar{v}^2}{f_C(1-2v)^2 + 2v\bar{v}} + (z_{M_B} - z_{N_A}) \frac{f_C v^2}{f_C(1-2v)^2 + 2v\bar{v}} + z_{N_A}.
\end{aligned} \tag{2.74}$$

Вершина симплекса N_A определяется следующим уравнением.

$$N_A = M_A + M_B - M_O. \tag{2.75}$$

Точку M_O определим как пересечение прямых $M_A M_C$ и $M_B M_D$ в локальном симплексе $M_A M_B M_C$. Для этого необходимо определить точку M_D в симплексе $M_A M_B M_C$.

$$M_D = M_A p_D + M_B q_D + M_C r_D, \tag{2.76}$$

где $p_D = \frac{S_{M_B M_C M_D}}{S_{M_A M_B M_C}}, q_D = -\frac{S_{M_A M_C M_D}}{S_{M_A M_B M_C}}, r_D = \frac{S_{M_A M_B M_D}}{S_{M_A M_B M_C}}$ - отношения ориентированных площадей в симплексе $M_A M_B M_C$.

Вычислим необходимые площади треугольников через проекции треугольника на координатные плоскости:

$$\begin{aligned}
S_x^{M_A M_B M_C} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} y_{M_B} - y_{M_A} & z_{M_B} - z_{M_A} \\ y_{M_C} - y_{M_A} & z_{M_C} - z_{M_A} \end{vmatrix}, \\
S_y^{M_A M_B M_C} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_{M_B} - x_{M_A} & z_{M_B} - z_{M_A} \\ x_{M_C} - x_{M_A} & z_{M_C} - z_{M_A} \end{vmatrix}, \\
S_z^{M_A M_B M_C} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_{M_B} - x_{M_A} & y_{M_B} - y_{M_A} \\ x_{M_C} - x_{M_A} & y_{M_C} - y_{M_A} \end{vmatrix}, \\
S_{M_A M_B M_C} &= \sqrt{(S_x^{M_A M_B M_C})^2 + (S_y^{M_A M_B M_C})^2 + (S_z^{M_A M_B M_C})^2}.
\end{aligned} \tag{2.77}$$

Для остальных ориентированных площадей уравнения будут аналогичными. Переходим к определению точки M_O . Уравнение точки M_O на прямой $M_A M_C$ имеет следующий вид:

$$M_O = M_A \bar{w} + M_C w, \tag{2.78}$$

где $\bar{w} = 1 - w$.

Тогда площадь треугольника $M_O M_B M_D$ должна быть равна нулю. В соответствии с S – теоремой точечного исчисления [57, 60, 63, 64], получим:

$$\begin{vmatrix} \bar{w} & 0 & w \\ 0 & 1 & 0 \\ p_D & q_D & r_D \end{vmatrix} = 0. \quad (2.79)$$

После преобразований получим:

$$w = \frac{r_D}{r_D + p_D}. \quad (2.80)$$

Тогда уравнение точки M_O имеет следующий вид:

$$M_O = M_A \frac{p_D}{r_D + p_D} + M_C \frac{r_D}{r_D + p_D}, \quad (2.81)$$

Как видно из выражения (2.80) для определения точки M_O нет необходимости вычислять все отношения ориентированных площадей, достаточно только определить p_D и r_D .

Подставим полученные зависимости в выражение (2.75) и после некоторых преобразований получим:

$$N_A = M_A \frac{r_D}{r_D + p_D} + M_B + M_C \frac{r_D}{r_D + p_D}. \quad (2.82)$$

В параметрическом виде:

$$\begin{aligned} x_{N_A} &= x_{M_A} \frac{r_D}{r_D + p_D} + x_{M_B} + x_{M_C} \frac{r_D}{r_D + p_D}, \\ y_{N_A} &= y_{M_A} \frac{r_D}{r_D + p_D} + y_{M_B} + y_{M_C} \frac{r_D}{r_D + p_D}, \\ z_{N_A} &= z_{M_A} \frac{r_D}{r_D + p_D} + z_{M_B} + z_{M_C} \frac{r_D}{r_D + p_D}. \end{aligned} \quad (2.83)$$

Для остальных дуг образующей линии уравнения будут аналогичными, изменятся только точки симплекса.

В соответствии с [78], чтобы дуга $M_A M_B$ была дугой эллипса, необходимо выполнить следующее условие $0,5 < f_C < 1$. Для основания резервуара, когда эл-

липс имеет одинаковые полуоси равные $2R$, получим окружность $A_1B_1C_1D_1$. Вычислим значение параметра f_C из условия, что $A_1B_1C_1D_1$ - окружность. Параметр f_C - это отношение на медиане $M_A M_B$ треугольника $M_A N_A M_B$. Учитывая это, имеем:

$$f_C = \frac{R\sqrt{2} - R}{\frac{R\sqrt{2}}{2}} = 2 - \sqrt{2} \approx 0.59 \quad (2.84)$$

Теоретические основы для геометрического моделирования поверхности резервуара получены. Переходим к написанию вычислительного алгоритма.

Как известно, оси окружности перпендикулярны по отношению друг к другу. Поэтому оптимальным будет принять для построения модели глобальную декартовую систему координат с началом в точке O_1 . Ось x будет совпадать с отрезком $O_1 A_1$, а ось y - с осью $O_1 B_1$. За ось z примем прямую $O_1 O_k$. Тогда в данной системе координат получим следующие исходные координаты точек:

$$\begin{aligned} &A_1(R; 0; 0), A_2\left(R + \delta_{A_2}; 0; \frac{h}{6}\right), A_3\left(R + \delta_{A_3}; 0; \frac{h}{3}\right), A_4\left(R + \delta_{A_4}; 0; \frac{h}{2}\right), \\ &A_5\left(R + \delta_{A_5}; 0; \frac{2h}{3}\right), A_6\left(R + \delta_{A_6}; 0; \frac{5h}{6}\right), A_7(R + \delta_{A_7}; 0; h). \\ &B_1(0; R; 0), B_2\left(0; R + \delta_{B_2}; \frac{h}{6}\right), B_3\left(0; R + \delta_{B_3}; \frac{h}{3}\right), B_4\left(0; R + \delta_{B_4}; \frac{h}{2}\right), \\ &B_5\left(0; R + \delta_{B_5}; \frac{2h}{3}\right), B_6\left(0; R + \delta_{B_6}; \frac{5h}{6}\right), B_7(0; R + \delta_{B_7}; h). \\ &C_1(-R; 0; 0), C_2\left(-R - \delta_{C_2}; 0; \frac{h}{6}\right), C_3\left(-R - \delta_{C_3}; 0; \frac{h}{3}\right), C_4\left(-R - \delta_{C_4}; 0; \frac{h}{2}\right), \\ &C_5\left(-R - \delta_{C_5}; 0; \frac{2h}{3}\right), C_6\left(-R - \delta_{C_6}; 0; \frac{5h}{6}\right), C_7(-R - \delta_{C_7}; 0; h). \\ &D_1(0; -R; 0), D_2\left(0; -R - \delta_{D_2}; \frac{h}{6}\right), D_3\left(0; -R - \delta_{D_3}; \frac{h}{3}\right), D_4\left(0; -R - \delta_{D_4}; \frac{h}{2}\right), \\ &D_5\left(0; -R - \delta_{D_5}; \frac{2h}{3}\right), D_6\left(0; -R - \delta_{D_6}; \frac{5h}{6}\right), D_7(0; -R - \delta_{D_7}; h). \end{aligned} \quad (2.85)$$

где δ_i - отклонения от вертикальной оси соответствующие определенной опорной точке и определенному поясу.

Как видно из (2.85) исходные данные необходимые для построения геометрической модели резервуара следующие: количество вертикальных замеров (количество поясов +1), радиус резервуара, высота резервуара и отклонения от вертикальной оси соответствующие определенной опорной точке и определенному поясу.

На основании вышеизложенного, разработан вычислительный алгоритм геометрической модели поверхности тонкостенной оболочки с четырьмя опорными контурами [79, 80, 125].

Вычислительный алгоритм для 4-х опорных контуров:

1. Вводим все необходимые исходные данные.
2. Присваиваем координатам точек соответствующие значения в соответствии с (2.83).
3. Определяем четыре опорных контура A, B, C, D . Для этого сначала составляем массивы длин соответствующих отрезков для определения опорных точек, уравнение (2.71).
4. Определяем опорные точки выпуклых обводов по уравнению (2.72).
5. Записываем точечные уравнения дуг обвода первого и последнего поясов для каждого из опорных контуров, уравнение (2.68).
6. Записываем точечные уравнения дуг обвода промежуточных поясов для каждого из опорных контуров, уравнение (2.70).
7. В соответствии с (2.77) определяем площади треугольников $M_A M_B M_C$, $M_B M_C M_D$ и $M_A M_B M_D$.
8. Определяем p_D и r_D из уравнения (2.76).
9. Определяем точку M_O из выражения (2.81).
10. Определяем точки N_A , N_B , N_C и N_D в соответствии с выражением (2.83).
11. В соответствии с (2.74) записываем уравнения четырех дуг эллипса и получаем геометрическую модель поверхности резервуара для хранения нефтепро-

дуктов.

12. Организовываем вывод данных в необходимой для инженера форме.

Вычислительный алгоритм для 8-ми опорных контуров:

Если опорных точек будет не 4, а 8, то весь алгоритм решения остается неизменным, только поменяется методика вычисления параметра f_c . Для сегмента поверхности M_{AB} , имеем:

$$f_c = \frac{EN_A}{D_A N_A}, \quad (2.86)$$

$$\text{где } EN_A = \sqrt{(x_E - x_{N_A})^2 + (y_E - y_{N_A})^2 + (z_E - z_{N_A})^2};$$

$$D_A N_A = \sqrt{(x_{D_A} - x_{N_A})^2 + (y_{D_A} - y_{N_A})^2 + (z_{D_A} - z_{N_A})^2};$$

Точка D_A определяется как середина отрезка AB следующим точечным уравнением:

$$D_A = \frac{A+B}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_{D_A} = \frac{x_A + x_B}{2}; \\ y_{D_A} = \frac{y_A + y_B}{2}; \\ z_{D_A} = \frac{z_A + z_B}{2}. \end{cases} \quad (2.87)$$

Также автором, на основании проведенных исследований (2.1-2.2.1), разработан универсальный вычислительный алгоритм геометрической модели поверхности тонкостенной с учетом несовершенств геометрической формы [126].

2.2.2 Универсальная геометрическая модель поверхности тонкостенной оболочки инженерного сооружения с учётом несовершенств геометрической формы

В разделе 2.1.2. подробно рассмотрены алгоритмы моделирования выпуклых обводов через k наперед заданных точек. На этой основе составим универ-

сальный алгоритм [68], позволяющий определить геометрическую модель тонкостенной оболочки инженерного сооружения с учётом несовершенств геометрической формы. Этот алгоритм изначально был разработан в виде последовательности точечных уравнений, которые представляют собой символьную запись. Однако для его программной реализации и создания компьютерных моделей таких поверхностей, он был преобразован в вычислительный алгоритм [118, 127], который и приводится в данной работе.

Для корректной работы алгоритма важно знать, в каком виде представлены исходные данные и, при необходимости, проводить дополнительную подготовку исходных данных. Всё это зависит от имеющихся в наличии инструментов измерения. Так наряду с традиционными инструментами (лазерная или обычная рулетка, отвес, измерительное колесо, тахеометр, нивелир и т.д.) для исследования технического состояния тонкостенных оболочек инженерных сооружений используются более современная технология наземного лазерного сканирования (НЛС).

При проведении измерений с помощью традиционных инструментов сооружение условно разделяется по вертикали на несколько поясов, на уровне которых измеряется отклонение конструкции от образующей. Таким образом, исходные данные для построения геометрической модели тонкостенной оболочки инженерного сооружения состоят из геометрических характеристик конструкции, количества поясов, количества точек в каждом поясе и значений отклонений в этих точках от образующей. Однако, для построения геометрической модели в БН-исчислении, необходимо получить массив точек, т.е. координаты точек вместо отклонений. Следует иметь ввиду, что переход от отклонений к координатам точек поверхности напрямую зависит от первоначальной геометрической формы сооружения. В данном разделе рассмотрим определение координат точек поверхности через отклонения на примере вертикального стального резервуара для хранения нефти и нефтепродуктов.

Для определения точек на поверхности резервуара (рисунок. 2.17) принимаем следующие обозначения точек: $A_{i,j}$, где i – порядковый номер опорного кон-

тура, изменяющийся от 1 до m ; j - порядковый номер точки на опорном контуре, изменяющийся от 1 до n . Для упрощения расчетов принимаем количество точек в каждом поясе одинаковым, причем точки располагаются равномерно.

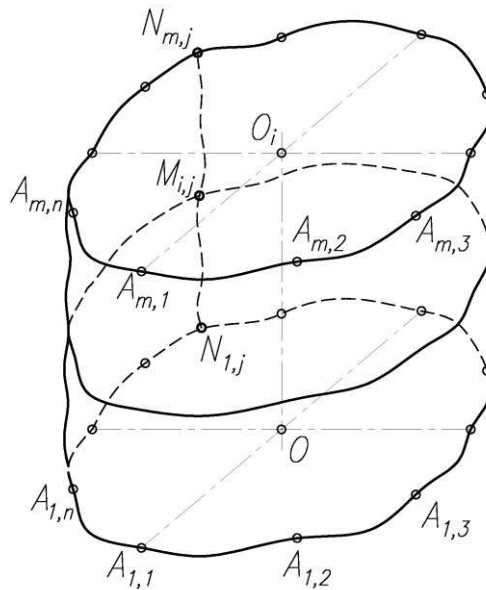


Рисунок 2.17. Геометрическая схема поверхности резервуара с несовершенствами.

Для координации точек на поверхности резервуара необходимо ввести систему координат. Идеальной поверхностью стенки резервуара является цилиндр с окружностью в основании. Как известно, оси окружности перпендикулярны по отношению одна к другой. Исходя из этого оптимальным для решения этой задачи будет принять прямоугольную систему координат с началом в точке O (рисунок 2.17). Тогда оси x и y будут совпадать с осями окружности (рисунок 2.18), а за ось z примем прямую OO_i (рисунок 2.17).

Сформируем вычислительный алгоритм формирования геометрической модели конструкции тонкостенной оболочек инженерного сооружения с учётом несовершенств геометрической формы методами БН-исчисления.

1. Для начала необходимо получить исходные данные для геометрического модели-

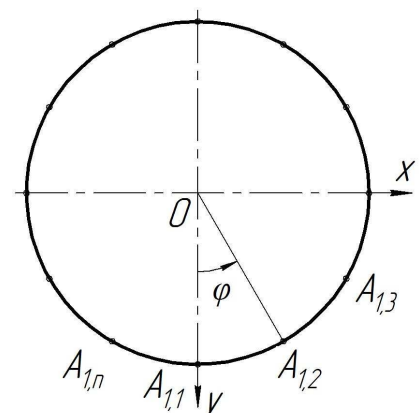


Рисунок. 2.18. Основание цилиндрической поверхности резервуара.

рования, которыми являются координаты точек на поверхности резервуара, с помощью данных, полученных в результате обследования резервуара (высота резервуара, его радиус и отклонения от вертикальной стенки).

1.1. Вводим: высоту резервуара h , радиус резервуара R , количество поясов k , количество точек в каждом поясе n и массив отклонений от вертикальной стенки $\delta_{i,j}$.

1.2. Определяем количество опорных контуров по формуле: $m = k + 1$, где k – количество поясов.

1.3. Координаты $x_{A_{i,j}}$ и $y_{A_{i,j}}$ определим с помощью радиуса резервуара и таблицы отклонений стенки резервуара от вертикали по формулам:

$$x_{A_{i,j}} = (R + \delta_{i,j}) \sin \frac{2(j-1)\pi}{n}; \quad y_{A_{i,j}} = (R + \delta_{i,j}) \cos \frac{2(j-1)\pi}{n}. \quad (2.88)$$

1.4. Определяем массив координат $z_{i,j}$ по формуле: $z_{i,j} = \frac{i-1}{k}h$, из расчёта, что в каждом i – м слое координата $z_{i,j}$ является одинаковой. Т.е.

$$z_{i,j} = z_{i,j+1} = \dots = z_{i,n}.$$

В результате получим три двумерных массива соответственно для координат точек $x_{A_{i,j}}$, $y_{A_{i,j}}$ и $z_{A_{i,j}}$.

При проведении измерений с помощью технологии наземного лазерного сканирования (НЛС) результатом является цифровая модель действительной поверхности тонкостенной оболочки технической формы [128]. Таким образом, в этом случае первая часть исключается из алгоритма за ненужностью.

2. Алгоритм формирования линий опорного контура следующий:

2.1. Формируем цикл для i от 1 до m .

2.2. Определяем длину отрезка $A_{i,j}A_{i,j+1}$:

$$|A_{i,j}A_{i,j+1}| = \sqrt{\left(x_{A_{i,j+1}} - x_{A_{i,j}}\right)^2 + \left(y_{A_{i,j+1}} - y_{A_{i,j}}\right)^2 + \left(z_{A_{i,j+1}} - z_{A_{i,j}}\right)^2}, \quad (2.89)$$

$$j = 1, 2, \dots, n+1.$$

2.3. Определяем длину отрезка $A_{i,j}A_{i,j+2}$:

$$|A_{i,j}A_{i,j+2}| = \sqrt{\left(x_{A_{i,j+2}} - x_{A_{i,j}}\right)^2 + \left(y_{A_{i,j+2}} - y_{A_{i,j}}\right)^2 + \left(z_{A_{i,j+2}} - z_{A_{i,j}}\right)^2}, \quad (2.90)$$

$$j = 1, 2, \dots, n+1.$$

2.4. Определяем массив точек $B_{i,j+1}$:

$$\begin{cases} x_{B_{i,j+1}} = \left(x_{A_{i,j+2}} - x_{A_{i,j}}\right) \frac{|A_{i,j+1}A_{i,j+2}|}{\pi |A_{i,j}A_{i,j+2}|} + x_{A_{i,j+1}}, & j = 1, 2, \dots, n+1; \\ y_{B_{i,j+1}} = \left(y_{A_{i,j+2}} - y_{A_{i,j}}\right) \frac{|A_{i,j+1}A_{i,j+2}|}{\pi |A_{i,j}A_{i,j+2}|} + y_{A_{i,j+1}}, & j = 1, 2, \dots, n+1; \\ z_{B_{i,j+1}} = \left(z_{A_{i,j+2}} - z_{A_{i,j}}\right) \frac{|A_{i,j+1}A_{i,j+2}|}{\pi |A_{i,j}A_{i,j+2}|} + z_{A_{i,j+1}}, & j = 1, 2, \dots, n+1. \end{cases} \quad (2.91)$$

2.5. Определяем массив точек $C_{i,j+1}$:

$$\begin{cases} x_{C_{i,j+1}} = \left(x_{A_{i,j}} - x_{A_{i,j+2}}\right) \frac{|A_{i,j}A_{i,j+1}|}{\pi |A_{i,j}A_{i,j+2}|} + x_{A_{i,j+1}}, & j = 1, 2, \dots, n+1; \\ y_{C_{i,j+1}} = \left(y_{A_{i,j}} - y_{A_{i,j+2}}\right) \frac{|A_{i,j}A_{i,j+1}|}{\pi |A_{i,j}A_{i,j+2}|} + y_{A_{i,j+1}}, & j = 1, 2, \dots, n+1; \\ z_{C_{i,j+1}} = \left(z_{A_{i,j}} - z_{A_{i,j+2}}\right) \frac{|A_{i,j}A_{i,j+1}|}{\pi |A_{i,j}A_{i,j+2}|} + z_{A_{i,j+1}}, & j = 1, 2, \dots, n+1. \end{cases} \quad (2.92)$$

2.6. Определяем дуги линий i – го опорного контура:

$$\begin{cases} x_{N_{i,j}} = x_{A_{i,j}} \bar{u}^3 + 3x_{B_{i,j}} \bar{u}^2 u + 3x_{C_{i,j}} u^2 \bar{u} + x_{A_{i,j+1}} u^3, & j = 2, \dots, n+1; \\ y_{N_{i,j}} = y_{A_{i,j}} \bar{u}^3 + 3y_{B_{i,j}} \bar{u}^2 u + 3y_{C_{i,j}} u^2 \bar{u} + y_{A_{i,j+1}} u^3, & j = 2, \dots, n+1; \\ z_{N_{i,j}} = z_{A_{i,j}} \bar{u}^3 + 3z_{B_{i,j}} \bar{u}^2 u + 3z_{C_{i,j}} u^2 \bar{u} + z_{A_{i,j+1}} u^3, & j = 2, \dots, n+1, \end{cases} \quad (2.93)$$

где $\bar{u} = 1 - u$; $0 \leq u \leq 1$.

2.7. Увеличиваем i на 1 и возвращаемся к пункту 2.1.

3. Алгоритм формирования образующих линий:

3.1. Формируем цикл для j от 2 до $n+1$.

3.2. Определяем длины отрезков:

$$\begin{aligned}
|N_{i,j}N_{i+1,j}| &= \sqrt{(x_{N_{i+1,j}} - x_{N_{i,j}})^2 + (y_{N_{i+1,j}} - y_{N_{i,j}})^2 + (z_{N_{i+1,j}} - z_{N_{i,j}})^2}, \quad i = 2, \dots, m-1 \\
|N_{i-1,j}N_{i+1,j}| &= \sqrt{(x_{N_{i+1,j}} - x_{N_{i-1,j}})^2 + (y_{N_{i+1,j}} - y_{N_{i-1,j}})^2 + (z_{N_{i+1,j}} - z_{N_{i-1,j}})^2}, \quad i = 2, \dots, m-1 \quad (2.94) \\
|N_{i,j}N_{i-1,j}| &= \sqrt{(x_{N_{i-1,j}} - x_{N_{i,j}})^2 + (y_{N_{i-1,j}} - y_{N_{i,j}})^2 + (z_{N_{i-1,j}} - z_{N_{i,j}})^2}, \quad i = 2, \dots, m-1
\end{aligned}$$

3.3. Определяем точки $P_{i,j}$ и $Q_{i,j}$:

$$\begin{cases}
x_{P_{i,j}} = (x_{N_{i+1,j}} - x_{N_{i-1,j}}) \frac{|N_{i,j}N_{i+1,j}|}{2|N_{i-1,j}N_{i+1,j}|} + x_{N_{i,j}}, \quad i = 2, 3, \dots, m-1. \\
y_{P_{i,j}} = (y_{N_{i+1,j}} - y_{N_{i-1,j}}) \frac{|N_{i,j}N_{i+1,j}|}{2|N_{i-1,j}N_{i+1,j}|} + y_{N_{i,j}}, \quad i = 2, 3, \dots, m-1. \\
z_{P_{i,j}} = (z_{N_{i+1,j}} - z_{N_{i-1,j}}) \frac{|N_{i,j}N_{i+1,j}|}{2|N_{i-1,j}N_{i+1,j}|} + z_{N_{i,j}}, \quad i = 2, 3, \dots, m-1.
\end{cases} \quad (2.95)$$

$$\begin{cases}
x_{Q_{i,j}} = (x_{N_{i-1,j}} - x_{N_{i+1,j}}) \frac{|N_{i,j}N_{i-1,j}|}{2|N_{i-1,j}N_{i+1,j}|} + x_{N_{i,j}}, \quad i = 2, 3, \dots, m-1. \\
y_{Q_{i,j}} = (y_{N_{i-1,j}} - y_{N_{i+1,j}}) \frac{|N_{i,j}N_{i-1,j}|}{2|N_{i-1,j}N_{i+1,j}|} + y_{N_{i,j}}, \quad i = 2, 3, \dots, m-1. \\
z_{Q_{i,j}} = (z_{N_{i-1,j}} - z_{N_{i+1,j}}) \frac{|N_{i,j}N_{i-1,j}|}{2|N_{i-1,j}N_{i+1,j}|} + z_{N_{i,j}}, \quad i = 2, 3, \dots, m-1.
\end{cases}$$

3.4. Определяем дуги обвода для первого и последнего поясов:

$$\begin{cases}
x_{M_{1,j}} = x_{N_{1,j}} \bar{v}^2 + 2x_{Q_{2,j}} v\bar{v} + x_{N_{2,j}} v^2, \\
y_{M_{1,j}} = y_{N_{1,j}} \bar{v}^2 + 2y_{Q_{2,j}} v\bar{v} + y_{N_{2,j}} v^2, \\
z_{M_{1,j}} = z_{N_{1,j}} \bar{v}^2 + 2z_{Q_{2,j}} v\bar{v} + z_{N_{2,j}} v^2.
\end{cases} \quad (2.96)$$

$$\begin{cases}
x_{M_{m,j}} = x_{N_{m-1,j}} \bar{v}^2 + 2x_{P_{m-1,j}} v\bar{v} + x_{N_{m,j}} v^2, \\
y_{M_{m,j}} = y_{N_{m-1,j}} \bar{v}^2 + 2y_{P_{m-1,j}} v\bar{v} + y_{N_{m,j}} v^2, \\
z_{M_{m,j}} = z_{N_{m-1,j}} \bar{v}^2 + 2z_{P_{m-1,j}} v\bar{v} + z_{N_{m,j}} v^2.
\end{cases}$$

3.5. Формируем дуги образующих линий для промежуточных поясов:

$$\begin{cases} x_{M_{i,j}} = x_{N_{i,j}} \bar{v}^3 + 3x_{P_{i,j}} \bar{v}^2 v + 3x_{Q_{i,j}} v^2 \bar{v} + x_{N_{i+1,j}} v^3, & i = 2, 3, \dots, m-2; \\ y_{M_{i,j}} = y_{N_{i,j}} \bar{v}^3 + 3y_{P_{i,j}} \bar{v}^2 v + 3y_{Q_{i,j}} v^2 \bar{v} + y_{N_{i+1,j}} v^3, & i = 2, 3, \dots, m-2; \\ z_{M_{i,j}} = z_{N_{i,j}} \bar{v}^3 + 3z_{P_{i,j}} \bar{v}^2 v + 3z_{Q_{i,j}} v^2 \bar{v} + z_{N_{i+1,j}} v^3, & i = 2, 3, \dots, m-2, \end{cases} \quad (2.97)$$

где $\bar{v} = 1 - v$; $0 \leq v \leq 1$.

3.6. Увеличиваем значение j на 1 и возвращаемся к пункту 3.1.

Предложенный вычислительный алгоритм формирования геометрической модели конструкции тонкостенной оболочки инженерного сооружения с учётом несовершенств геометрической формы, позволил создать программу (Приложение Б, В), на основе которой, нами получены компьютерные модели таких поверхностей. Что в свою очередь, позволяет использовать их в системах автоматизированного проектирования для прогнозирования влияния геометрических несовершенств на прочность и устойчивость такой оболочки, а также моделирования любых изменений геометрии тонкостенной оболочки инженерного сооружения. Этот алгоритм был опробован на нескольких поверхностях для определения технического состояния резервуара для хранения нефти и нефтепродуктов с учётом деформаций, возникающих в местах искажения геометрической формы, что является дальнейшими исследованиями, представленными в третьем и четвёртом разделах.

ВЫВОДЫ КО ВТОРОМУ РАЗДЕЛУ

1. Исследованы способы аналитического определения дуг обвода первого порядка гладкости, на основе геометрических схем их конструирования в БН-исчислении, которые является основой для моделирования выпуклых замкнутых и незамкнутых обводов. Установлено, что наиболее универсальными из них являются дуги кривой Безье второго и третьего порядков.

2. Усовершенствованы теоретические основы геометрического моделирования выпуклых обводов и способы стыковки дуг обвода по первому порядку гладкости на первом и последнем участках, что позволяет использовать дуги обвода

второго порядка для получения неосциллирующего выпуклого обвода первого порядка гладкости.

3. Разработаны или усовершенствованы 10 алгоритмов моделирования выпуклых обводов первого порядка гладкости, которые являются теоретической основой для конструирования сложных незакономерных поверхностей оболочек инженерных сооружений с учётом несовершенств геометрической формы методом подвижного симплекса.

4. Исследовано влияние длин касательных на форму и кривизну замкнутого обвода первого порядка гладкости, что позволяет смоделировать направляющие замкнутые выпуклые обводы, состоящие из дуг кривых, близкие по форме к идеализированной окружности, но учитывающие отклонения стенки от вертикальной образующей, характерной для каждого пояса.

5. Получена геометрическая и компьютерная модель поверхности стенки резервуара с несовершенствами на основе четырёх опорных контуров, что является основой для численного расчёта и анализа НДС резервуаров на основе промеров отклонений стенки от четырёх вертикальных образующих.

6. Получен универсальный геометрический и компьютерный алгоритм моделирования действительной поверхности стенки резервуара с учётом как общих, так и местных несовершенств геометрической формы, что позволяет использовать вычислительные возможности современной компьютерной техники, для численного исследования и анализа НДС стальных ВЦР с учётом несовершенств геометрической формы при совместном действии нагрузок на весь резервуар в целом.

РАЗДЕЛ 3

СПОСОБЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ЧИСЛЕННОГО РАСЧЁТА НДС СТАЛЬНЫХ ВЦР С УЧЁТОМ ОБЩИХ НЕСОВЕРШЕНСТВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

3.1 Методы измерения и обработки статистического материала

3.1.1. Традиционные методы определения геометрической формы стенки резервуара, находящегося в эксплуатации

Стальные вертикальные цилиндрические резервуары, находящиеся в эксплуатации, подвергаются мониторингу с периодичностью, установленной государственными стандартами [89- 94, 129-132]. Натурное обследование резервуара включает следующие этапы [89]:

- визуальный осмотр всех конструкций с внутренней и наружной сторон, в том числе визуальный осмотр понтона (плавающей крыши);
- измерение толщины поясов стенки, кровли, днища, понтона (плавающей крыши);
- измерение геометрической формы стенки и нивелирование днища;
- измерение расстояний между понтоном (плавающей крышей) и стенкой резервуара;
- проверка состояния понтона (плавающей крыши);
- проверка состояния основания и отмостки.

Для выявления действительной геометрической формы резервуара измеряется величина отклонений образующих стенки на уровне верха каждого пояса от вертикали, проведенной из нижней точки первого пояса.

Измерения отклонений от вертикали образующих стенки рекомендуется проводить либо с помощью отвеса путем прямых измерений, либо с помощью теодолита или другими методами. Традиционно используются лазерная или

обычная рулетка, шаблон, отвес, измерительное колесо, тахеометр, нивелир и т.д. [130].

Измерения целесообразно проводить дважды: на заполненном и пустом резервуаре в целях определения мест наибольших деформаций и выявления напряженно-деформированного состояния стенки под нагрузкой. При этом необходимо обращать особое внимание на местные выпучины и вмятины и проводить в этих местах дополнительные измерения.

Измерения проводятся не менее чем для 25% образующих с наибольшими отклонениями по результатам замера геометрической формы при сдаче резервуаров в эксплуатацию в соответствии с табл. П.4.1 (Приложение 4) [89]. Если такие данные в эксплуатационно-технической документации отсутствуют, то измерения проводятся в наиболее деформированных местах стенок по результатам визуального осмотра.

При измерении традиционным способом, исходные данные для построения геометрической модели тонкостенной оболочки инженерного сооружения будут состоять из геометрических характеристик конструкции, количества поясов, количества точек в каждом поясе и значений отклонений в этих точках от образующей. Однако, для построения геометрической модели в БН-исчислении, необходимо получить массив точек, т.е. координаты точек вместо отклонений. Следует иметь ввиду, что переход от отклонений к координатам точек поверхности напрямую зависит от первоначальной геометрической формы сооружения. Подробно алгоритм определения координат точек поверхности через отклонения рассмотрен в разделе 2.2.2.

3.1.2. Определения геометрической формы стенки резервуара, находящегося в эксплуатации методом наземного лазерного сканирования

Как известно из [84], наземный лазерный сканер (НЛС) – это съёмочная система (рисунок. 3.1), измеряющая с высокой скоростью (от нескольких тысяч до миллиона точек за секунду) расстояние от сканера до точек объекта. Система ре-

гистрирует соответствующие направления (вертикальные и горизонтальные углы) с дальнейшим формированием трехмерного изображения (скана) в виде облака точек – гиперколичественного дискретного конечного множества точек (рисунок 3.2).

Результатом сканирования является облако точек, в котором каждая точка определяется пространственными координатами (x, y, z) с точностью до 0,25мм в глобальной геодезической системе координат и информацией о интенсивности отражения лазерного сигнала.

Наземный лазерный сканер выполняет съемку с высокой точностью, скоростью проведения работ и детальностью полученных данных. Для НЛС существенным являются три основных этапа выполнения работ: 1) сбор данных; 2) предварительная обработка результатов съёмки; 3) выбор данных для построения геометрической модели.

Наиболее сложной задачей в обработке результатов НЛС является уменьшение количества точек облака, за счет тех, которые относятся к шумовой или избыточной составляющей [66, 69, 84, 130]. Методы и алгоритмы вариативного дискретного геометрического моделирования (ВДГМ), предложенные Найдышем В.М. [69], позволяют использовать сложные геометрические конструкции, которые были положены в основу решения задачи сформулированной в работах [66, 84].

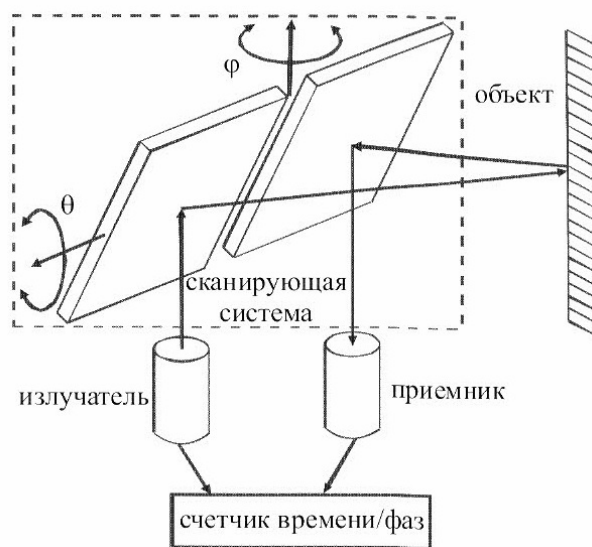


Рисунок 3.1. Принципиальная схема работы наземного лазерного сканера.

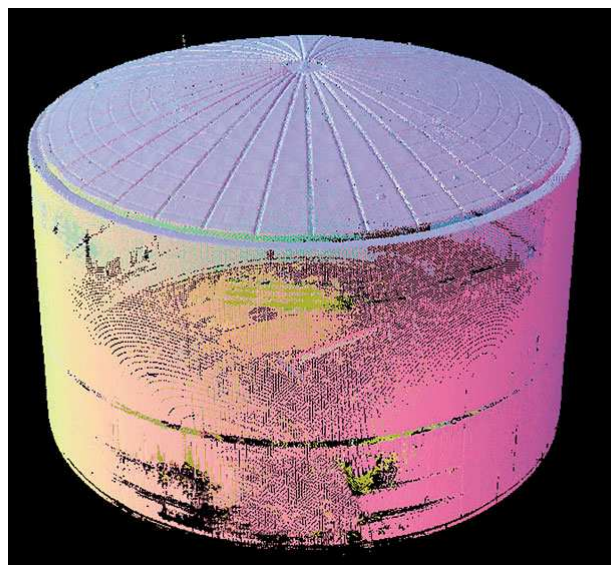


Рисунок 3.2. Точечное представление резервуара 5000 м³, 800 тыс. точек.

Однако все эти исследования касаются математического описания характеристик земельного участка, которые позволяют определять геодезические характеристики поверхности. Поэтому для создания геометрической модели действительной поверхности тонкостенных оболочек технических форм необходимо разработать иные способы обработки результатов НЛС.

Наиболее сложным и трудоемким этапом является обработка данных съёмки т.к. полученные после НЛС выходные данные содержат избыточную информацию, которую необходимо прореживать с целью практической реализации в процессе построения геометрической модели. Построение геометрической модели объекта на непрореженной («сырой») цифровой модели (облако точек) этого объекта является достаточно ресурсоемким процессом. Например, измерение одного резервуара небольшого объема нефтеналивного судна занимает около 20 минут, а полученные данные представляют собой цифровую модель стенок резервуара, которая состоит из 800000 точек.

Рассмотрим суть предложенного алгоритма на примере разряжения облака точек полученного с помощью НЛС, после измерения стенки резервуара, который определенный период находится в эксплуатации и имеет отклонения от первоначальной идеальной формы цилиндра (рисунок 3.3).

1. Первый этап упрощения (рисунок 3.4). Разбиваем облако точек по вертикали на слои, количество которых зависит от объема резервуара и заданной точности расчета.

2. В границах слоев высота точек принимается одинаковой (x , y - разные, z - одинаковые):

$$\Delta z = H / m, \quad (3.1)$$

где H – высота резервуара, m – количество слоёв.

3. Второй этап упрощения. Выявим дублирующие точки, полученные во время предыдущей операции. Поскольку нами была принята одинаковая высота точек в границах слоя, для выявления и устранения двойной информации необходимо сравнить координаты x и y для каждой точки слоя. Если координаты точек совпадают, оставляем только одну точку, а другие удаляем.

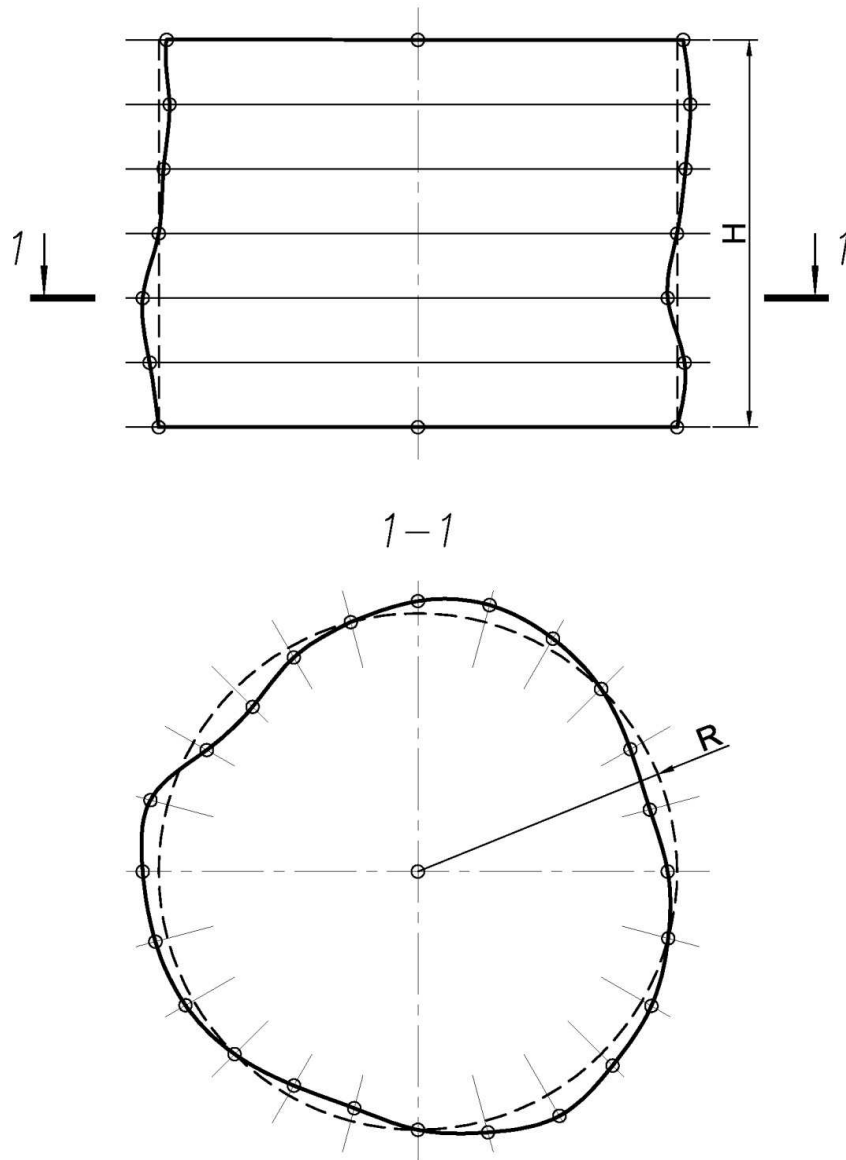


Рисунок 3.3. Общая схема стенки резервуара с несовершенствами геометрической формы.

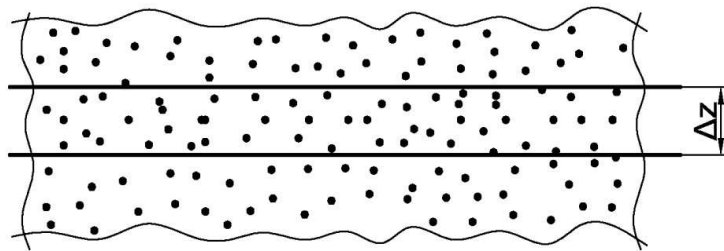


Рисунок 3.4. Первый этап упрощения – расслоение облака точек.

4. Таким образом, получаем m – количество множеств точек, каждая из которых имеет свою высоту Δz_i (рисунок 3.5).

$$\Delta z_i = \Delta z(m-1) + \Delta z / 2, \quad (3.2)$$

где i изменяется от 1 до m .

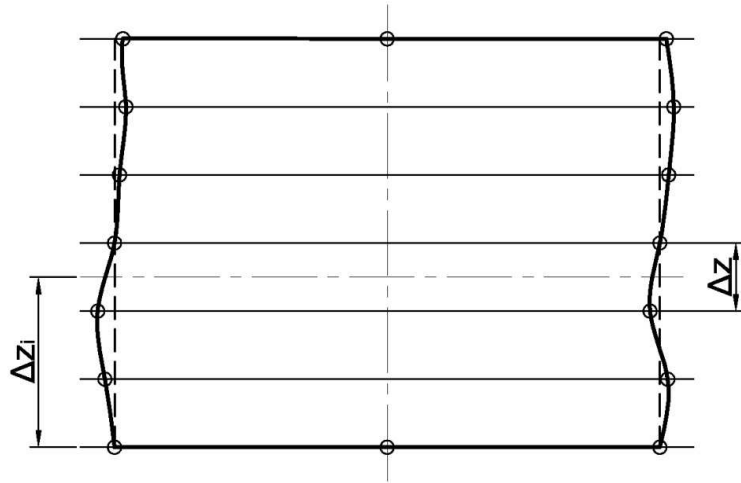


Рисунок 3.5. Определение высот каждого слоя облака точек.

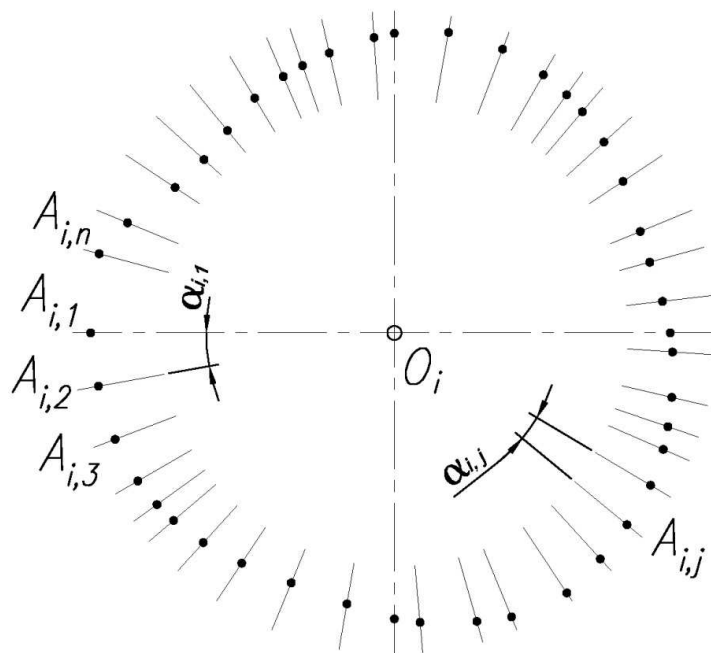


Рисунок 3.6. Выявления лишних точек в каждом слое облака точек.

5. За точку отсчета для каждого слоя принимаем точку O_i , которая принадлежит проектной оси и имеет высоту Δz_i (рисунок 3.6).
6. Центральный угол между соседними точками – $\alpha_{i,j}$, где j изменяется от 1 до n . Например, угол $\angle A_{i,1} O_i A_{i,2} = \alpha_{i,1}$. В зависимости от объёма резервуара и заданной точности расчета принимаем максимальный центральный угол между точками φ , который будет в дальнейшем включен в расчет.
7. Для точки $A_{i,1}$ определяем расстояние $A_{i,1} O_i$.
8. Далее для точки $A_{i,2}$ определяем расстояние $A_{i,2} O_i$ и угол $\alpha_{i,1}$.

9. Формируем массивы, которые состоят из точек, имеющих максимальные или минимальные отклонения. Для выявления таких точек сравниваем $A_{i,1}O_i$ и $A_{i,2}O_i$. Если $A_{i,1}O_i \leq A_{i,2}O_i$, то считаем $A_{i,2}$ максимальной ($A_{i,2} = \max$), а если $A_{i,1}O_i \geq A_{i,2}O_i$ – минимальной ($A_{i,2} = \min$). Если угол $\alpha_{i,1} \leq \varphi$ – точка $A_{i,2}$ остается в расчете.

10. Далее для точки $A_{i,3}$ определяем расстояние $A_{i,3}O_i$ и угол $\alpha_{i,2}$.

11. Сравниваем $A_{i,2}O_i$ и $A_{i,3}O_i$. Если $A_{i,2}O_i \leq A_{i,3}O_i$, то $A_{i,3} = \max$, а если $A_{i,2}O_i \geq A_{i,3}O_i$, то $A_{i,3} = \min$. Если угол $\alpha_{i,2} \leq \varphi$ – точка $A_{i,3}$ остается в расчете.

12. Далее сравнение разбивается на четыре варианта:

а) $A_{i,2} = \max$ и $A_{i,3} = \max$. Принимаем $A_{i,3} = \max$.

Если угол $(\alpha_{i,1} + \alpha_{i,2}) \leq \varphi$ – точка $A_{i,2}$ из расчета выпадает, а $A_{i,3}$ остаются.

Точке $A_{i,3}$ присваивается номер $A_{i,2} = \max$.

Если угол $(\alpha_{i,1} + \alpha_{i,2}) > \varphi$ – точки $A_{i,2}$ и $A_{i,3}$ остаются в расчете.

б) $A_{i,2} = \max$ и $A_{i,3} = \min$. Принимаем $A_{i,3} = \min$. Точка $A_{i,3}$ остается в расчете.

в) $A_{i,2} = \min$ та $A_{i,3} = \max$. Принимаем $A_{i,3} = \max$.

г) $A_{i,2} = \min$ та $A_{i,3} = \min$. Принимаем $A_{i,3} = \min$.

Если угол $(\alpha_{i,1} + \alpha_{i,2}) \leq \varphi$ – точка $A_{i,2}$ из расчета выпадает, а $A_{i,3}$ остаются.

Точке $A_{i,3}$ присваивается номер $A_{i,2} = \min$.

Если угол $(\alpha_{i,1} + \alpha_{i,2}) > \varphi$ – точки $A_{i,2}$ та $A_{i,3}$ остаются в расчете.

13. Далее последовательно сравниваем все точки и центральные углы между ними. В случае когда максимум или минимум возрастает в случае сравнения двух или более точек, сравнение углов продолжается до исключения всех точек, которые находятся в середине центрального угла $\sum_{j=1}^n \alpha_{i,j} \leq \varphi$.

14. Повторяем выявление лишних точек для каждого слоя.

Таким образом, отличительными особенностями разработанного алгоритма

по сравнению с традиционными методами, является:

- удаление избыточной информации, т.е. уменьшение количества точек согласно заданной точности расчета;
- организация облака точек, т.е. формирование сети на его основе;
- выявление пиков на неравномерной поверхности оболочки.

Разработанный расчетный алгоритм обработки данных позволяет удалить избыточную информацию из гиперколичественного множества точек, полученного НЛС. Полученную цифровую модель используется для последующего создания геометрической модели тонкостенной оболочки инженерного сооружения с учетом несовершенств геометрической формы с помощью БН-исчисления, с учётом алгоритма разработанного в разделе 2.2.2.

Нужно обратить внимание, что определение геометрической формы стенки резервуара, находящегося в эксплуатации методом наземного лазерного сканирования позволяет учесть топографию местных дефектов геометрической формы (выпучины, вмятины и т.п.) достаточно малой величины. А разработанный алгоритм позволяет создавать сетку необходимой плотности. Достаточно при визуальном осмотре резервуара зафиксировать размеры местных дефектов и на их основании задать плотность сетки. Таким образом, при использовании технологии НЛС необходимость в моделировании и расчете местных дефектов стенки резервуара отдельно от общих геометрических несовершенств (отклонение стенки от вертикали, крен и т.п.) отпадает.

3.2 Обоснование расчетной схемы для резервуара объемом 1000 м^3 для проведения конечно-элементных исследований

3.2.1. Исходные данные для проведения исследований

Для оценки влияния несовершенств геометрической формы на напряженно-деформированное состояние используется резервуар №1 для хранения бензина объемом 1000 м^3 КСП «Бешевский», который был построен на основе типового

проекта ТП 704-1-54 «Стальной вертикальный цилиндрический резервуар для нефти и нефтепродуктов емкостью 1000 м³» [133] (рисунок 3.7).

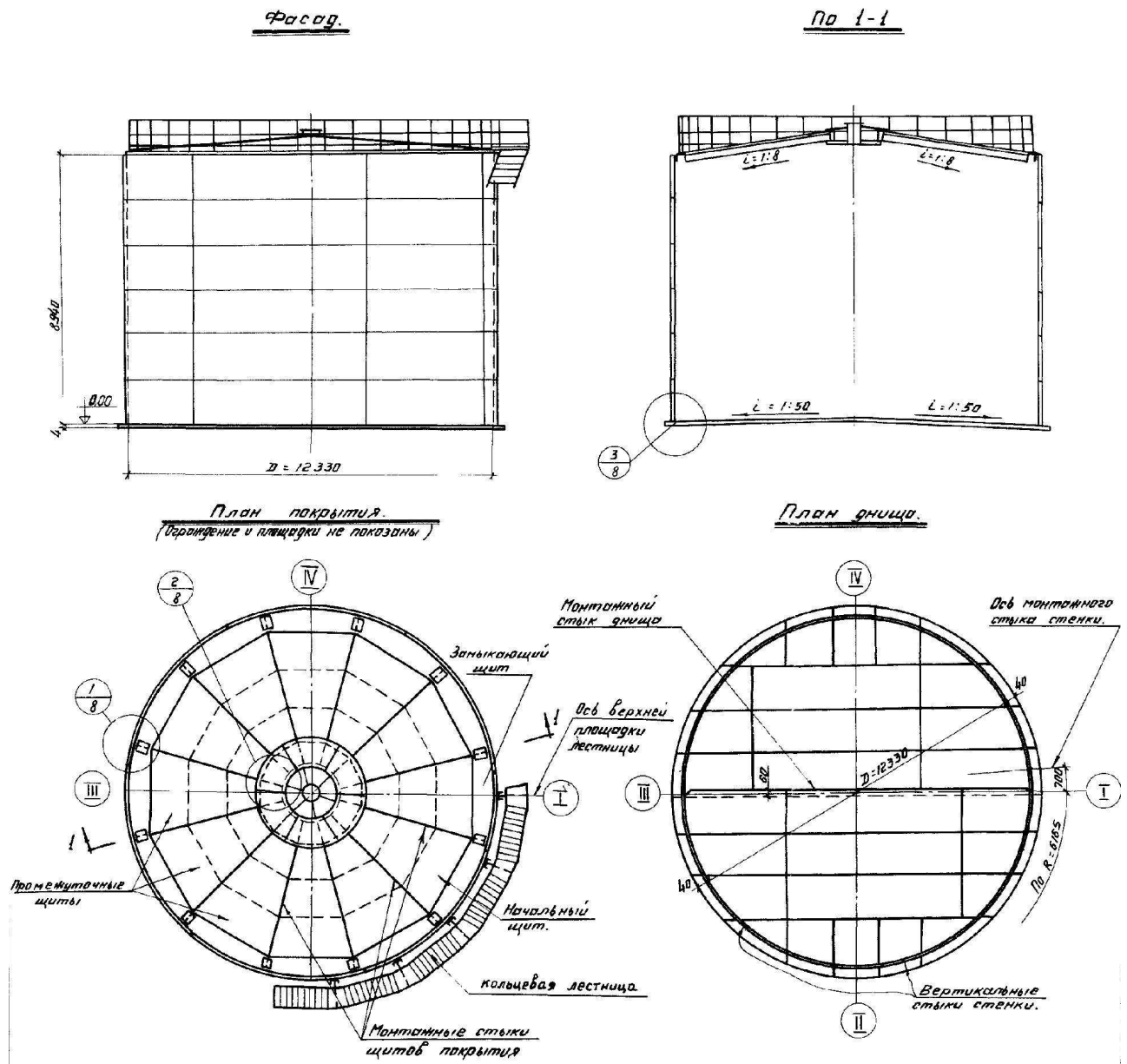


Рисунок 3.7. Общий вид резервуара объемом 1000м³ по ТП 704-1-54.

Все конструктивные данные, необходимые для компьютерного моделирования и численного исследования резервуара, принимаем в соответствии с типовым проектом ТП 704-1-54. Что касается исходной геометрической информации, то типового проекта не достаточно, поскольку вследствие объективных и субъективных причин, которые были описаны в первом разделе, действительная поверхность резервуара всегда отличается от проектной.

Для восполнения недостающей информации воспользуемся обследованием и оценкой технического состояния резервуара №1 для хранения бензина объемом

1000 м³ КСП «Бешевский», которое было проведено «Донбасским диагностическим центром строительных конструкций, зданий и сооружений» Донбасской национальной академии строительства и архитектуры [134].

Здесь следует отметить, что нормы [89, 130], в соответствии с которыми проводят техническую диагностику вертикальных цилиндрических резервуаров, не требуют детальных промеров дефектов геометрической формы, поэтому в технических отчётах приводиться минимальная информация о параметрах вмятин (высота, глубина и примерное местоположение).

Так в соответствии с программой работ по обследованию технического состояния резервуара проводились:

- измерения толщин стенки, окрайки днища, кровли резервуара;
- визуальный и дефектоскопический контроль заводских и монтажных сварных соединений стенки резервуара;
- оценка степени коррозионного повреждения резервуара, его нивелировка;
- измерение напряжений в стенке резервуара от гидростатической нагрузки и без неё.
- расчет стенки на прочность, устойчивость и краевой эффект;
- экспериментальные исследования материала стенки.

В результате были получены следующие отклонения стенки резервуара от вертикали.

Таблица 3.1

Отклонения стенки от вертикали

№ пояса	Отклонения стенки от вертикали в опорных точках, мм											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	5	0,00	-5,00	-10,00	23,33	56,67	90,00	66,67	43,33	20,00	15,00	10,00
2	7	-1,00	-9,00	-17,00	10,33	37,67	65,00	50,00	35,00	20,00	15,67	11,33
3	-10	-13,33	-16,67	-20,00	10,67	41,33	72,00	61,33	50,67	40,00	23,33	6,67
4	-20	-20,00	-20,00	-20,00	7,67	35,33	63,00	62,00	61,00	60,00	33,33	6,67
5	-30	-23,33	-16,67	-10,00	18,67	47,33	76,00	80,67	85,33	90,00	50,00	10,00
6	-45	-34,67	-24,33	-14,00	9,00	32,00	55,00	66,67	78,33	90,00	45,00	0,00

Воспользуемся вычислительным алгоритмом формирования геометрической модели конструкции тонкостенной оболочки инженерного сооружения с учётом несовершенств геометрической формы, разработанного в разделе 2.2.2,

для построения модели резервуара №1 с учётом отклонений от вертикальной стенки (таблица 3.1). Результаты моделирования поверхности, реализованной в программном комплексе *Maple* приведена на рисунке 3.8 (см. Приложение Б).

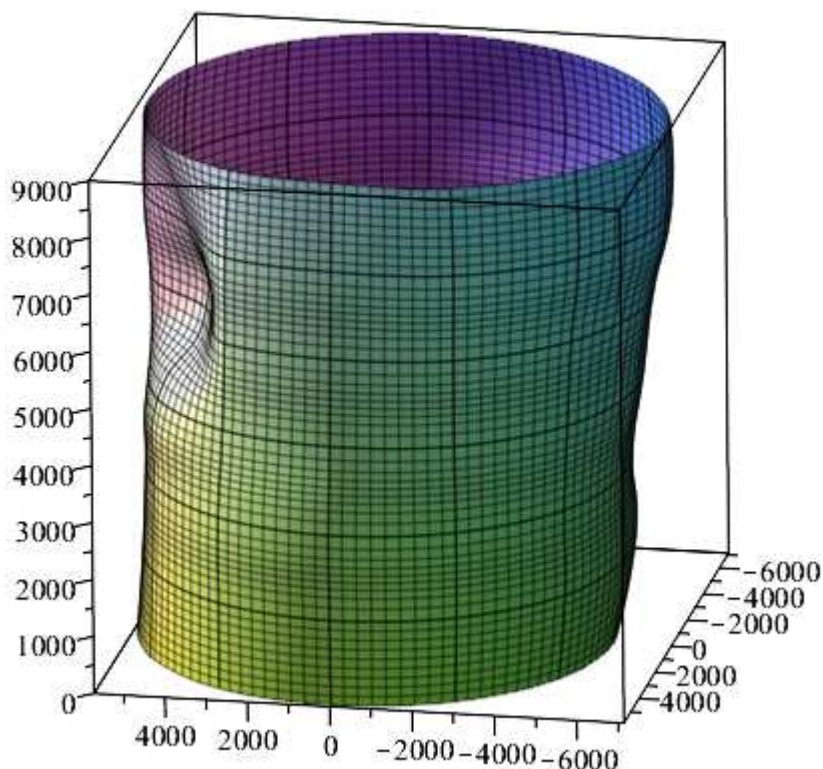


Рисунок 3.8. Модель стенки резервуара объемом 1000м^3 .

На приведенном выше рисунке для большей наглядности все величины отклонений были увеличены в 10 раз, поскольку реальные отклонения несоизмеримо малы по отношению к размеру резервуара. Также на рисунке 3.2 показана дополнительно смоделированная вмятина, что подтверждает универсальности предложенного способа и возможность его применения для описания общих несовершенств геометрической формы, местных несовершенств геометрической формы и их комбинаций. Листинг программы приведен в приложении Б.

3.2.2. Определение размера конечного элемента стенки резервуара

Несмотря на большое количество методик численного эксперимента тонкостенных оболочек инженерных сооружений с учётом несовершенств геометрической формы, единой методики по выбору геометрического размера элемента стенки резервуара для последующего использования в расчётных комплексах

САПР, автору найти не удалось. Поэтому предлагается для определения размера конечного элемента воспользоваться методикой, использованной Роменским Д.И. [38] для резервуаров без учёта несовершенств геометрической формы. Т.е. необходимо идеализировать стенку резервуара, выполнить необходимые расчёты и выбрать размер элемента, удовлетворяющий необходимым критериям точности численного расчёта.

Для определения размера конечного элемента стенки резервуара при составлении расчетной схемы для пространственного расчета принимается нижний пояс резервуара, как самый нагруженный, и рассчитывается по плоской схеме и пространственной.

Аналитический расчет по плоской схеме

Растягивающее усилие определяем в кольце высотой 1,5 м, толщиной 0,004 м, радиусом 6,165 м [135-138]:

$$p = y_{ж} \times (h - x) \times n_1 = 9,81 \times (8,44 - 0) \times 1 = 82,8 \text{ кН} / \text{м}^2.$$

Равномерно распределенная нагрузка, действующая на кольцо:

$$p = 82,8 \times 1,5 = 124,2 \text{ кН} / \text{м}.$$

Растягивающее усилие в кольце составляет:

$$N = p \times r = 124,2 \times 6,167 = 765,9 \text{ кН}.$$

Напряжение, возникающее в кольце от растягивающего усилия N , равно:

$$\sigma_n = \frac{N}{h \times t} = \frac{765,9}{1,5 \times 0,004} = 127656,9 \text{ кН} / \text{м}^2 = 127,7 \text{ МПа} = 13017,38 \text{ Т} / \text{м}^2.$$

$$\sigma_n = 127,7 \text{ МПа} < R_y \gamma_c = 245 \text{ МПа}.$$

Численный расчёт по пространственной схеме

Для выполнения численного расчёта и анализа напряженно-деформированного состояния резервуара для хранения нефти и нефтепродуктов воспользуемся вычислительным комплексом SCAD Office.

Сначала определим длину срединной окружности:

$$P = 2\pi r = 2 \times 3,14 \times 6,167 = 38,7484 \text{ м}.$$

Далее в таблицах 3.2-3.6 приведено сравнение результатов аналитического и

численных расчетов при различных размерах конечного элемента (рисунок 3.5-3.9) для выбора необходимого размера конечного элемента.

Размер конечного элемента 0,5х0,5м.

Принимаем количество элементов по высоте равно 3, по окружности 78.

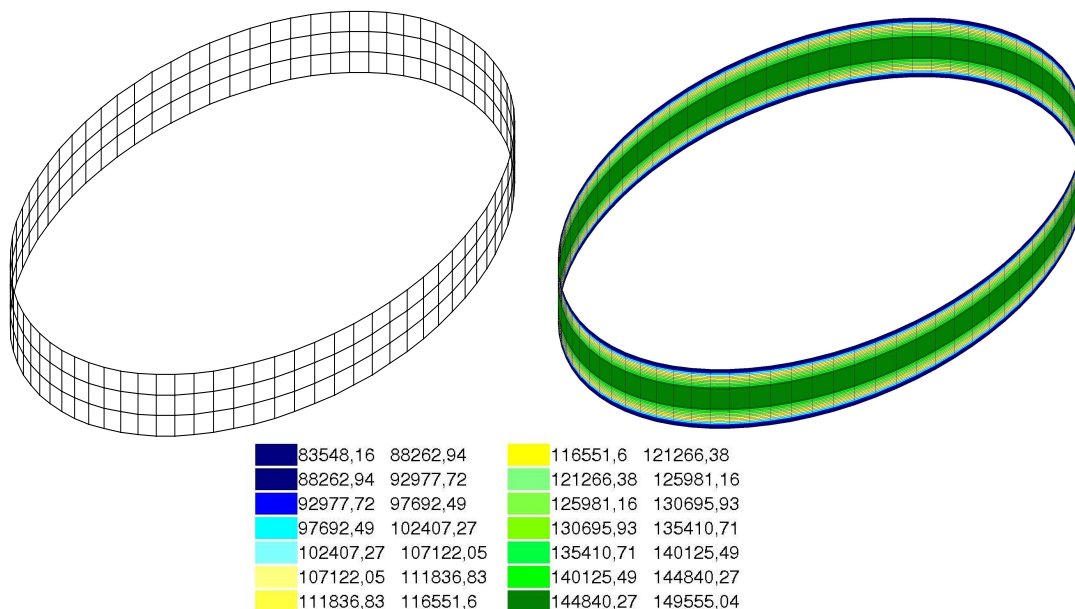


Рисунок 3.9. Модель кольца $r = 6,167$ м, высотой 1,5м, с ячейкой 0,5х0,5м.

Таблица 3.2.

Результаты сопоставления аналитического и численного расчета при размера конечного элемента 0,5х0,5м

	Значение(МПа)	Погрешность(%)
Max	147,985	15,9
Min	117,271	8,1

Размер конечного элемента 0,25х0,25м.

Количество элементов по высоте равно 6, по окружности 156.

Таблица 3.3

Результаты сопоставления аналитического и численного расчета при размера конечного элемента 0,25х0,25м

	Значение(МПа)	Погрешность(%)
Max	137,38	7,6
Min	119,8	6,2

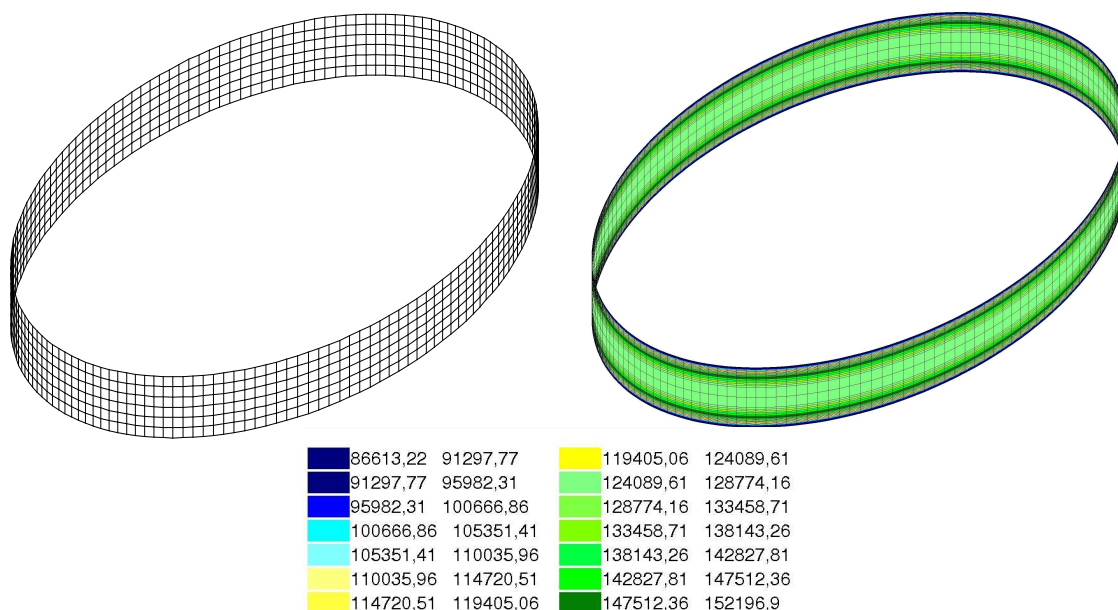


Рисунок 3.10. Модель кольца $r = 6,167$ м, высотой 1,5м, с ячейкой $0,25 \times 0,25$ м.

Размер конечного элемента $0,125 \times 0,125$ м.

Количество элементов по высоте равно 12, по окружности 312

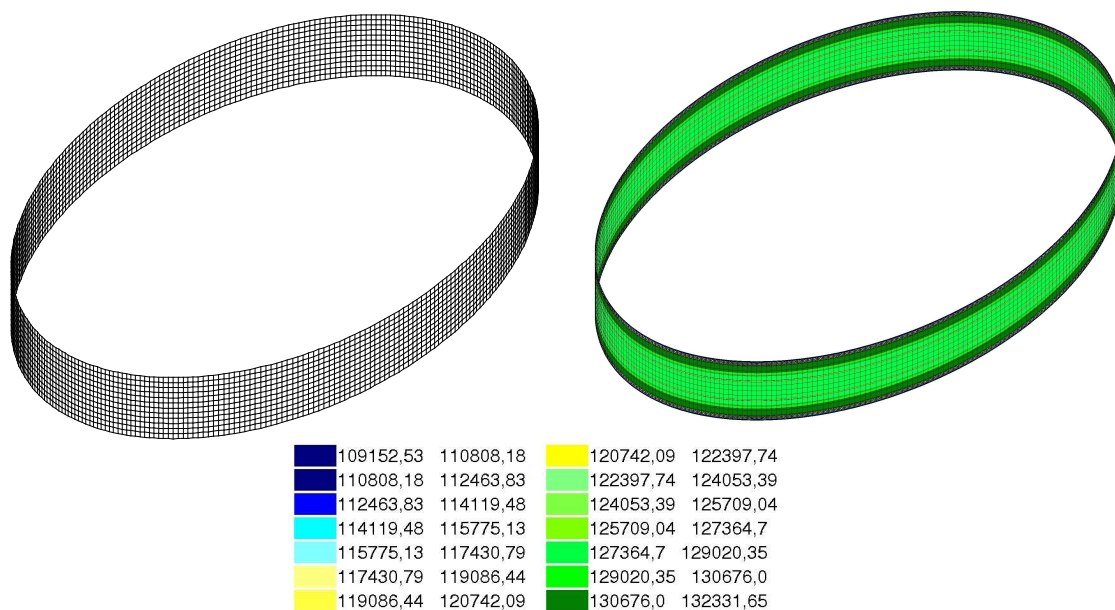


Рисунок 3.11. Модель кольца $r = 6,167$ м, высотой 1,5м, с ячейкой $0,125 \times 0,125$ м.

Таблица 3.4.

Результаты сопоставления аналитического и численного расчета при размера конечного элемента $0,125 \times 0,125$ м

	Значение (МПа)	Погрешность (%)
Max	131,77	3,22
Min	120,97	5,24

Размер конечного элемента 0,1х0,1м.

Количество элементов по высоте равно 15, по окружности 388

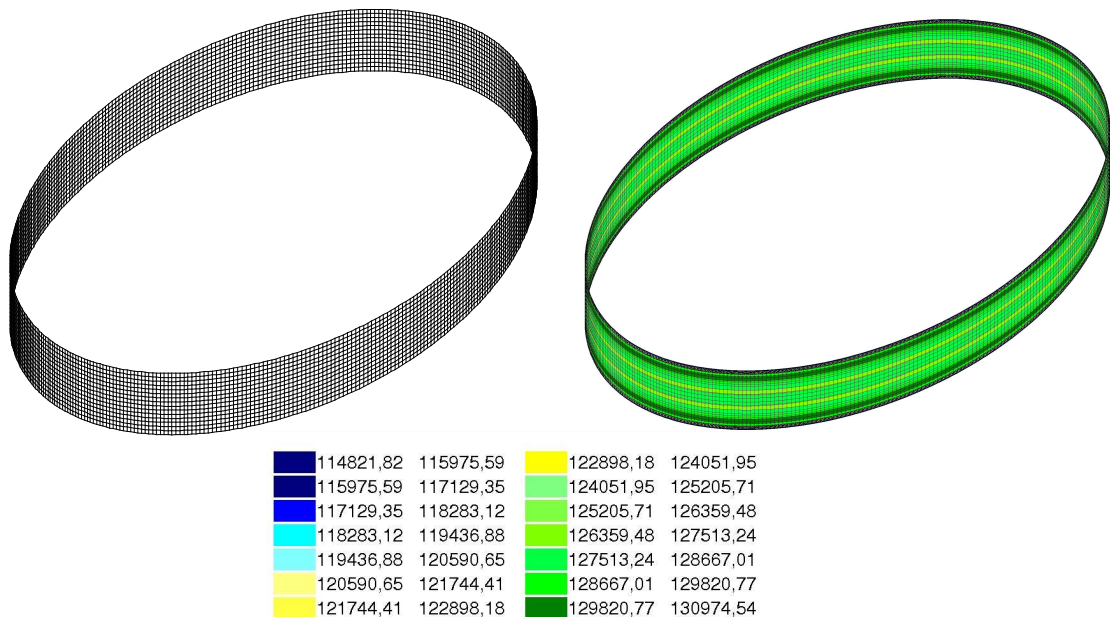


Рисунок 3.12. Модель кольца $r = 6,167$ м, высотой 1,5м, с ячейкой 0,1х0,1м.

Таблица 3.5.

Результаты сопоставления аналитического и численного расчета при размера конечного элемента 0,1х0,1м

	Значение(МПа)	Погрешность(%)
Max	130,09	1,9
Min	122,08	4,37

В результате расчета по пространственной схеме напряжение N_x в кольце с аналогичными параметрами резервуара составляют в среднем 126,085 МПа. В результате аналитического расчета кольцевые напряжение в нижнем поясе резервуара составляют 127,7 МПа.

Напряжения отличаются на 1,2%, из чего можно сделать вывод, что размер конечного элемента удовлетворяет критериям точности расчёта.

Для удобства работы с компьютерной моделью стенки резервуара с несовершенствами, принято решение разбить стенку по окружности на 360 элементов. Тогда размер элемента по окружности будет равен 0,1076 м.

Размер конечного элемента составит 0,1076х0,1м.

Количество элементов по высоте равно 15, по окружности 360.

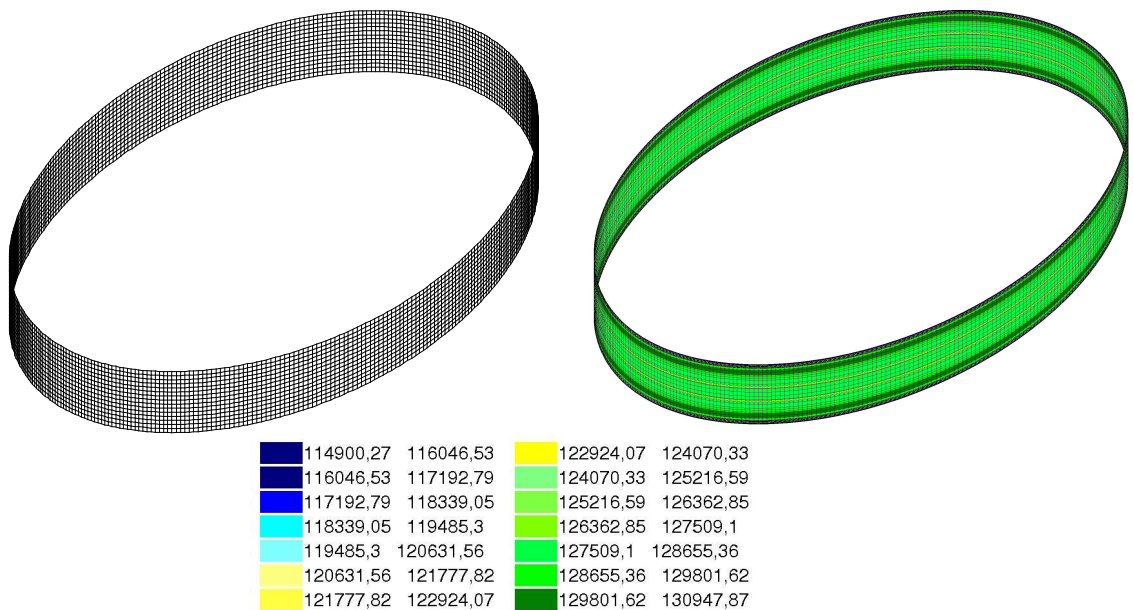


Рисунок 3.13. Модель кольца $r = 6,167$ м, высотой 1,5м, с ячейкой $0,1076 \times 0,1$ м.

Таблица 3.6.

Результаты сопоставления аналитического и численного расчета при размера конечного элемента $0,1076 \times 0,1$ м

	Значение (МПа)	Погрешность (%)
Max	130,07	1,89
Min	122,11	4,34

В результате расчета по пространственной схеме напряжение N_x в кольце с аналогичными параметрами резервуара составляют в среднем 126,09 МПа.

Напряжения отличаются также на 1,2%, из чего можно сделать вывод, что пространственная схема составлена верно и разбиение схемы резервуара на конечные элементы такого размера позволит выполнить правильный пространственный расчет конструкций резервуара в пространственной постановке.

Окончательно принимаем разбиение стенки резервуара с размерами конечного элемента $0,1076 \times 0,1$ м.

3.2.3 Расчетная схема ВЦР объемом 1000 м^3 с учётом общих несовершенств геометрической формы

Полученная в программном комплексе *Maple* модель является основой для создания расчетной схемы в вычислительном комплексе *SCAD Office*, но для её использования необходимо аппроксимировать полученную поверхность плоскими конечными элементами заданного размера. Эта задача была реализована с помощью *VBA* с последующим выводом информации в *AutoCAD* (см. Приложение В). В результате получим следующую расчётную схему (рисунок 3.14).

Определение размера конечного элемента резервуара было выполнено на основании сопоставления результатов аналитического и численного расчёта нижнего пояса идеализированного резервуара без учёта несовершенств геометрической формы. Окончательно было принято разбиение стенки резервуара с размерами конечного элемента $0,1076 \times 0,1\text{ м}$ при этом погрешность вычисленных напряжений составляет всего 1,2%. Такой же размер конечного элемента был принят и для численного исследования НДС резервуара с учётом несовершенств геометрической формы.

Основные геометрические размеры резервуара, принятые для проведения численных исследований:

- высота стенки резервуара – 8,940 м;
- диаметр стенки – 12,330 м;
- толщина нижнего пояса – 5 мм,
- толщина остальных поясов – 4 мм;
- высота налива нефтепродукта – 8,44 м.

Принятые для проведения численных исследований расчетные схемы конструкции идентичны, за исключением стенки резервуара, и характеризуются

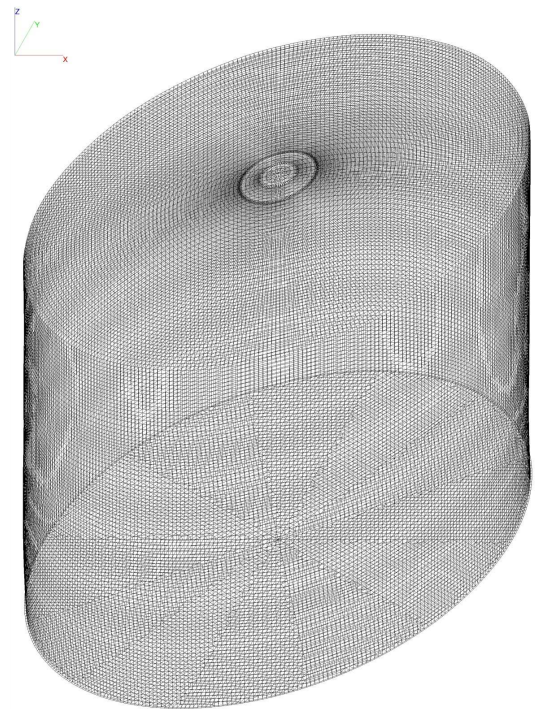


Рисунок 3.14. Расчетная схема резервуара объемом 1000 м^3 с геометрическими несовершенствами.

следующими параметрами:

- число узлов – 62558;
- число элементов – 65854;

Для проведения численных исследований использован универсальный расчетный комплекс SCAD версия 11.5 [14-20, 36, 139]. Для моделирования стенки в линейной постановке использованы конечные элементы пластинчатого типа: треугольный элемент типа 42, четырехугольный элемент типа 44. При расчете в нелинейной постановке: треугольный элемент типа 342, четырехугольный элемент типа 344.

Для вертикальных цилиндрических резервуаров основной нагрузкой является внутреннее давление жидкости на стенки резервуара (т.н. гидро-статическое давление), которое вызывает нормальные кольцевые напряжения. Для определения НДС стенки резервуара выполнен расчет по следующим схемам загрузок:

- схема загрузки 1 – собственный вес;
- схема загрузки 2 – гидростатическое давление;
- схема загрузки 3 – собственный вес + гидростатическое давление.

Использованные теории прочности

Прочность листовых конструкций (оболочек вращения), в нашем случае – резервуара, находящихся в безмоментном напряженном состоянии рассчитывают по формуле [135]:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2} \leq R_y \gamma_c \quad (3.1)$$

где σ_x и σ_y — нормальные напряжения по двум взаимно перпендикулярным направлениям;

τ_{xy} — касательные напряжения;

γ_c — коэффициент условий работы конструкций, назначаемый в соответствии со СНиП [135];

Программный комплекс SCAD позволяет выполнять прочностные расчеты в соответствии с четырьмя теориями прочности. Основные сведения о них приведены в табл. 3.7. [15].

Теории прочности используемые в программном комплексе SCAD

№ п/п	Теории прочности	Выражение для вычисления эквивалентного напряжения растяжения σ_e и сжатия σ_s	Сфера применения
1	Теория максимальных нормальных напряжений	$\sigma_e = \sigma_1$ $\sigma_s = \sigma_3 $	Для хрупких однородных материалов (керамика, стекло)
2	Теория наибольших линейных деформаций	$\sigma_e = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)$ $\sigma_s = \sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2) $	
3	Теория наибольших касательных напряжений	$\sigma_e = \sigma_1 - \sigma_3$ $\sigma_s = \sigma_e$	Для пластических материалов с малым упрочнением, для которых характерно появление локальных пластических деформаций в виде линий скольжения (отпущенная сталь)
4	Теория октаэдрических касательных напряжений или удельной энергии формоизменения (энергетическая теория Губера-Хенки-Мизера)	$\sigma_e = \sigma_i = \left\{ \frac{1}{2} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \right\}^{1/2}$ $\sigma_s = \sigma_e$	Для большинства пластических материалов (сталь, медь, никель)

Данные теории прочности относятся к изотропным материалам и условиям статического нагружения, в случае, когда история поведения конструкции не сказывается на формулировке условий разрушения.

При выводе информации в программном комплексе SCAD приняты следующие условные обозначения [15]:

S1, S2, S3 – главные напряжения;

NE1 – эквивалентное напряжение (приведенное к эквивалентному растяжению) по первой теории прочности;

NS1 – эквивалентное напряжение (приведенное к эквивалентному сжатию) по первой теории прочности;

NE2, NE3, NE4 – эквивалентное напряжение (приведенное к эквивалентному растяжению) по 2 – 4 теориям прочности;

NS2, NS3, NS4 – эквивалентное напряжение (приведенное к эквивалентному сжатию) по 2 – 4 теориям прочности.

В случае деформаций простого вида, в частности, при одноосном напряженном состоянии об опасности действующих напряжений можно судить, сопоставляя их с экспериментально устанавливаемой величиной (с пределом текуче-

сти для пластических материалов или с временным сопротивлением для хрупких тел).

Для сложного напряженного состояния, которое характеризуется главными напряжениями σ_1 , σ_2 и σ_3 , обычно используется некоторая гипотеза (теория прочности) о преимущественном влиянии на прочность материала того или иного фактора. В этом случае у нас есть возможность сопоставления некоторого эквивалентного напряжения с пределом, который соответствует простому одноосному растяжению.

В нашем случае показательными будут эквивалентные напряжения согласно 4-ой теории прочности (NE4) во внешнем слое стенки резервуара.

3.3. Результаты численных исследований напряженно-деформированного состояния стенки резервуара объемом 1000 м^3

Для анализа влияния несовершенств геометрической формы на напряженно-деформированное состояние стенки резервуара необходимо исследовать напряженно-деформированное состояние резервуара без дефектов, т.е. на идеализированной модели без учёта несовершенств геометрической формы, и резервуара с несовершенствами.

3.3.1. Расчет напряженно-деформированного состояния стенки резервуара в линейной постановке

На первом этапе проведем численное исследование НДС стенки резервуара учетом несовершенства геометрической формы и без них в линейной постановке. Полученные значения кольцевых, меридиональных, касательных и соответствующих приведенных напряжений от действия гидростатической нагрузки и совместного действия собственного веса и гидростатической нагрузки позволят оценить влияние геометрических несовершенств на НДС конструкции в целом.

Таблица 3.8.

Значение кольцевых напряжений σ_x от действия гидростатической нагрузки
в линейной постановке, кН/м^2

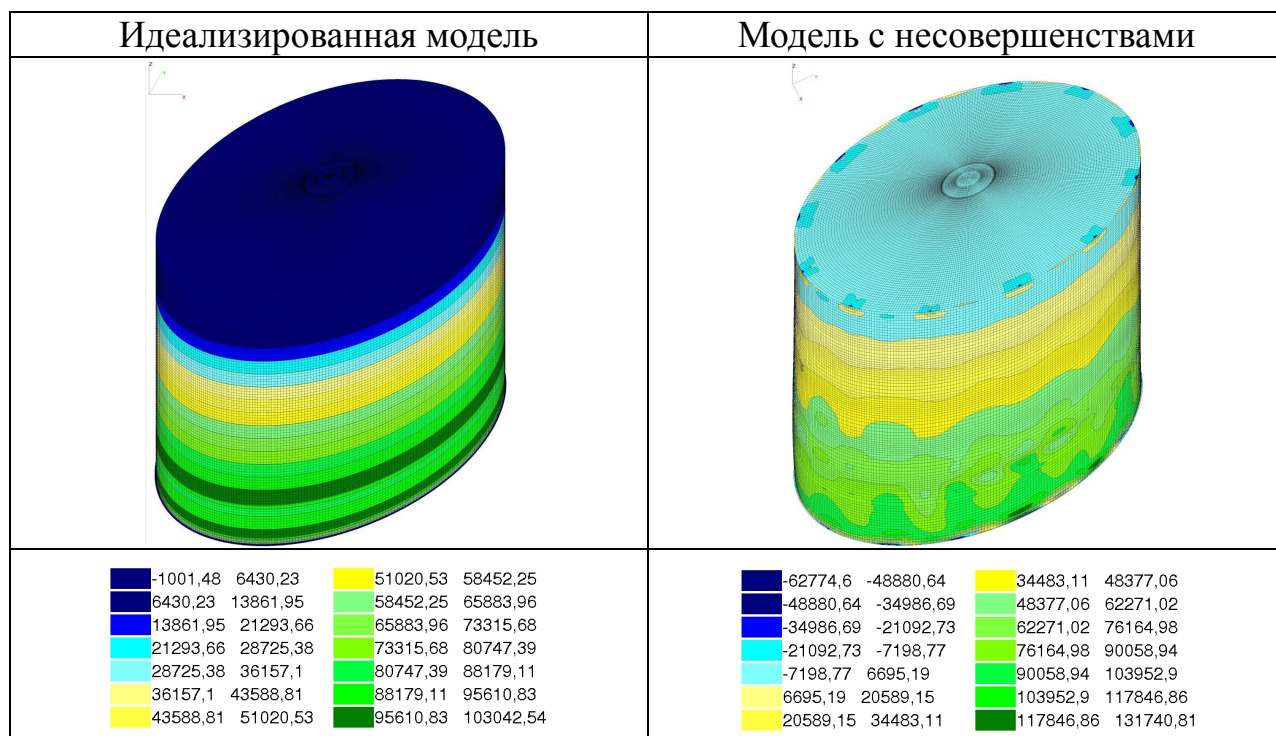


Таблица 3.9.

Значение меридиональных напряжений σ_y от действия гидростатической
нагрузки в линейной постановке, кН/м^2

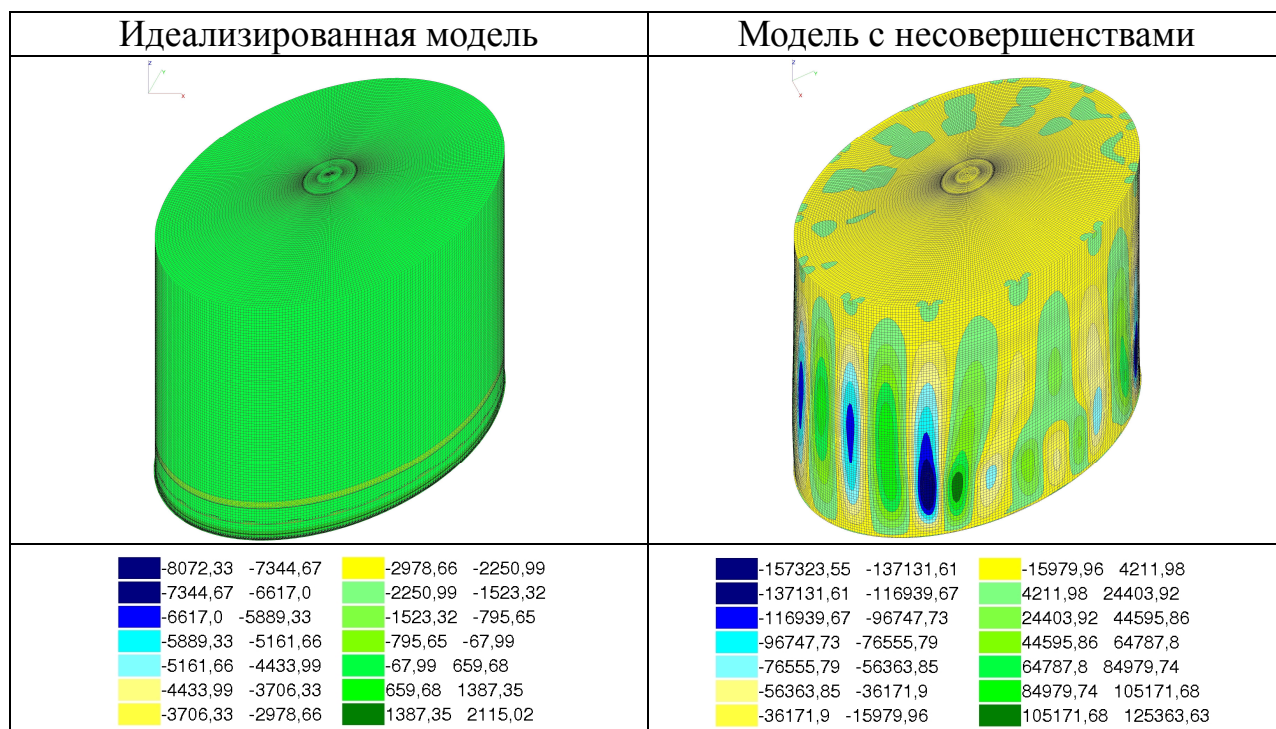


Таблица 3.10.

Значение касательных напряжений τ_{xy} от действия гидростатической нагрузки в линейной постановке, кН/м²

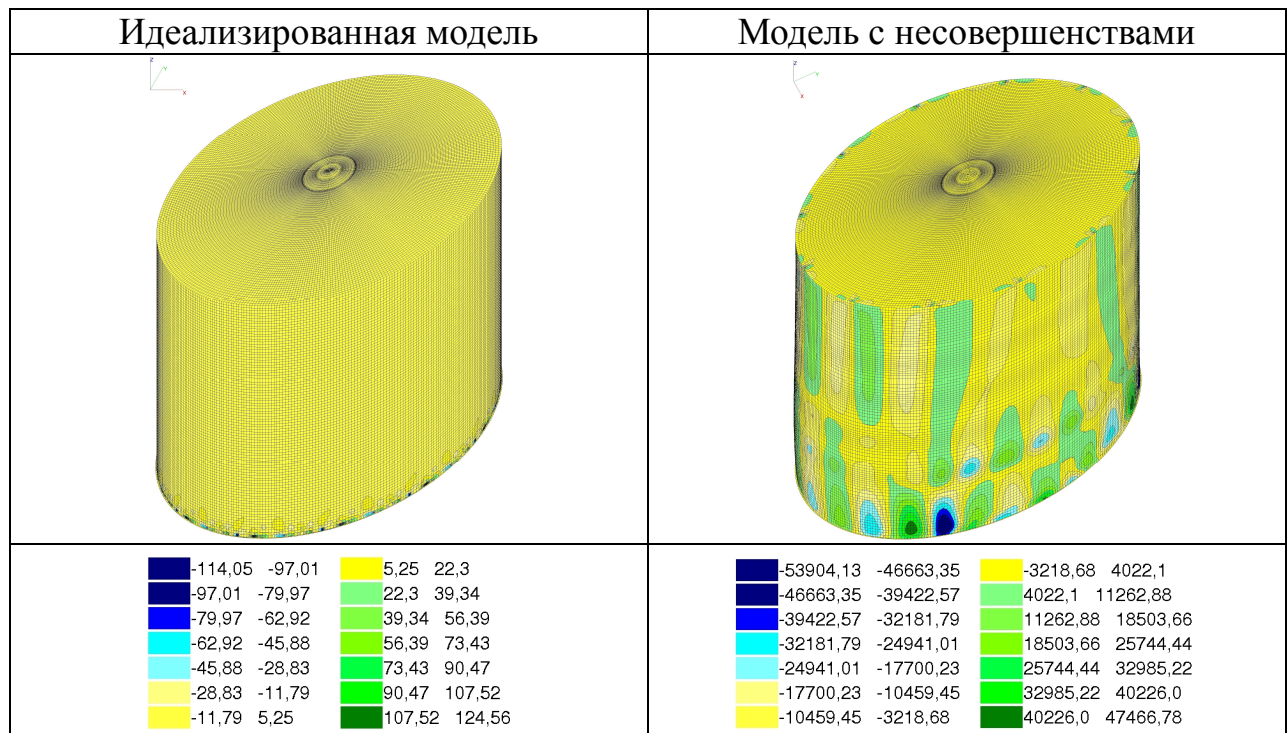
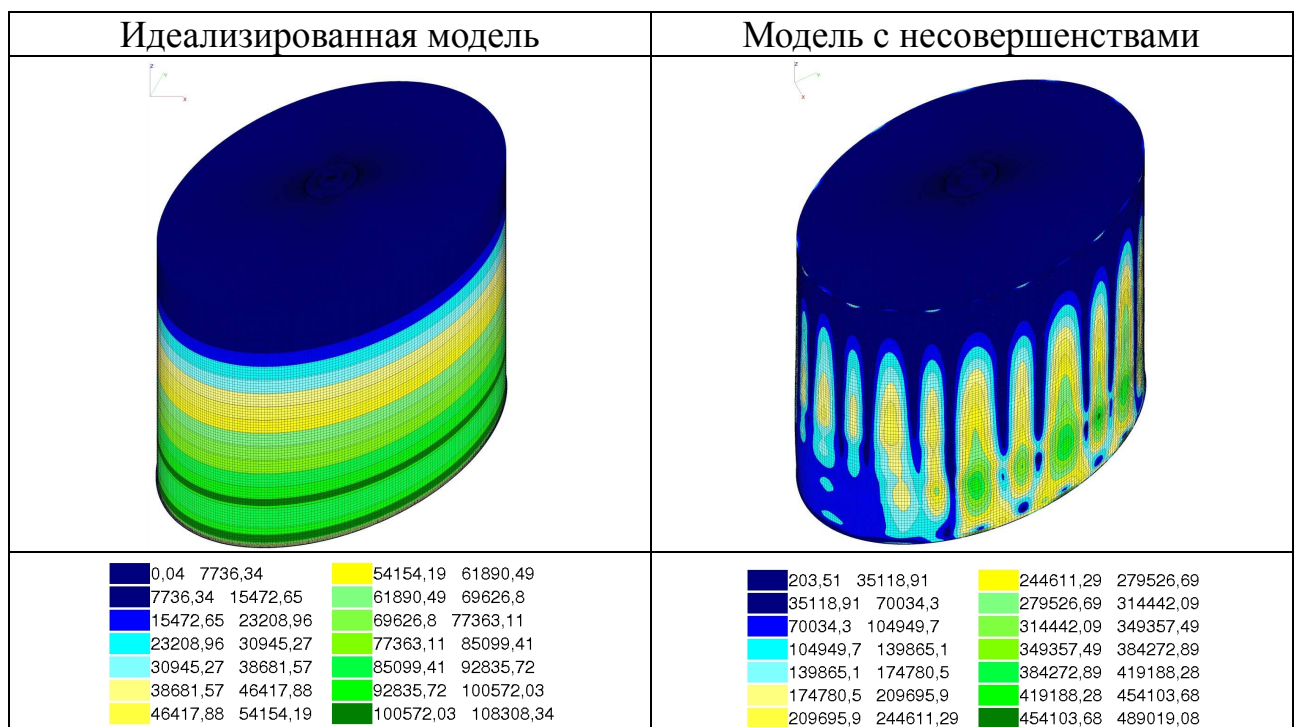


Таблица 3.11.

Значения приведенных напряжений $\sigma_{пр}$ от действия гидростатической нагрузки в линейной постановке, кН/м²



Как видно из табл. 3.9, 3.10, при расчете идеализированной модели стенки резервуара значения меридиональных и касательных напряжений от действия гидростатической нагрузки незначительны, однако при расчете модели с несовершенствами σ_y и τ_{xy} оказывают значительное влияние на напряженно-деформированное состояние стенки резервуара.

Таблица 3.12.

Результаты расчета НДС резервуара от действия гидростатической нагрузки
в линейной постановке

№ пояса	Напряжения в идеальной стенке, МПа				Напряжения в стенке с несовершенствами, МПа				Δ , %
	σ_x	σ_y	τ_{xy}	$\sigma_{пр}$	σ_x	σ_y	τ_{xy}	$\sigma_{пр}$	
I	102,4	0,0470	0,1245	106,3	127,1	118,5	47,5	533,0	401,5
II	101,7	0,0024	0,0009	102,3	106,6	123,5	25,2	585,8	472,5
III	81,8	0,0017	0,0003	81,8	71,0	105,9	13,9	450,7	450,9
IV	59,3	0,0004	0,0001	59,3	62,0	104,1	20,8	385,5	550,1
V	36,8	0,0001	0,0000	36,8	33,4	70,4	17,3	273,1	642,4
VI	14,3	0,0006	0,0003	14,3	33,6	41,3	17,7	214,3	1402,4

Таблица 3.13.

Значение кольцевых напряжений σ_x от совместного действия собственного веса и гидростатической нагрузки в линейной постановке, кН/м²

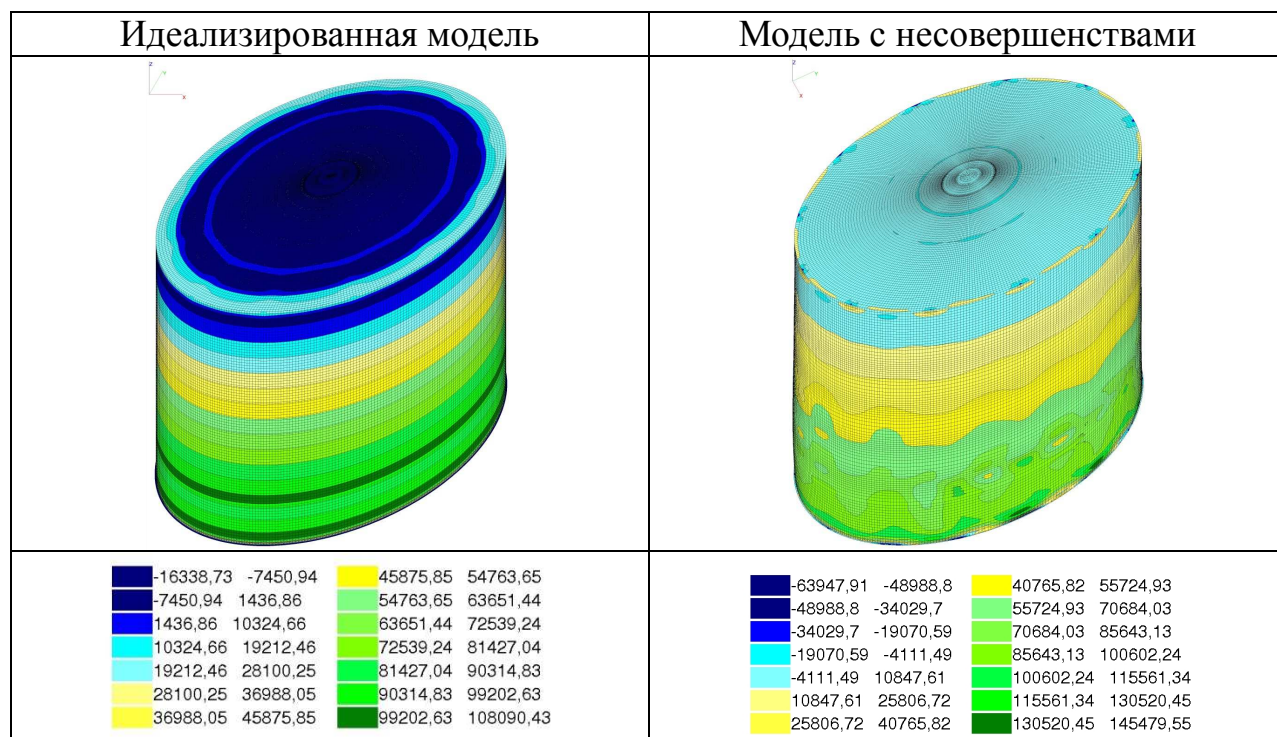


Таблица 3.14.

Значение меридиональных напряжений σ_y от совместного действия собственного веса и гидростатической нагрузки в линейной постановке, кН/м^2

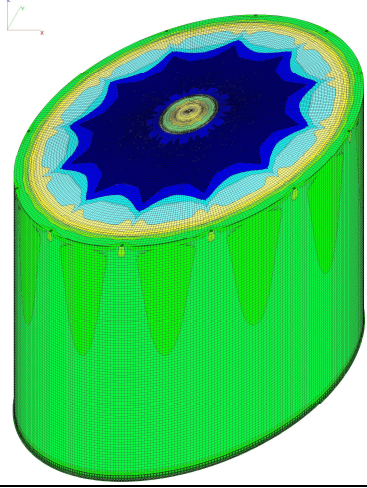
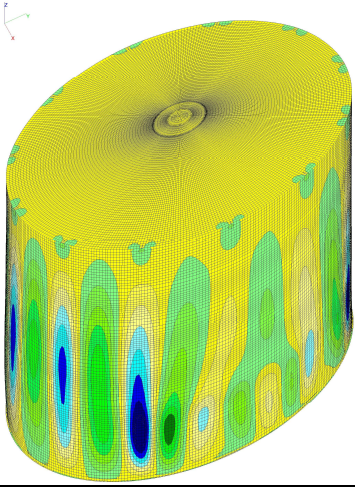
Идеализированная модель	Модель с несовершенствами
	
<div> <div>-18662,21 -17206,04</div> <div>-17206,04 -15749,86</div> <div>-15749,86 -14293,68</div> <div>-14293,68 -12837,5</div> <div>-12837,5 -11381,33</div> <div>-11381,33 -9925,15</div> <div>-9925,15 -8468,97</div> </div> <div> <div>-8468,97 -7012,79</div> <div>-7012,79 -5556,62</div> <div>-5556,62 -4100,44</div> <div>-4100,44 -2644,26</div> <div>-2644,26 -1188,08</div> <div>-1188,08 268,1</div> <div>268,1 1724,27</div> </div>	<div> <div>-158216,5 -138053,02</div> <div>-138053,02 -117889,55</div> <div>-117889,55 -97726,07</div> <div>-97726,07 -77562,59</div> <div>-77562,59 -57399,11</div> <div>-57399,11 -37235,63</div> <div>-37235,63 -17072,15</div> </div> <div> <div>-17072,15 3091,32</div> <div>3091,32 23254,8</div> <div>23254,8 43418,28</div> <div>43418,28 63581,76</div> <div>63581,76 83745,24</div> <div>83745,24 103908,71</div> <div>103908,71 124072,19</div> </div>

Таблица 3.15.

Значение касательных напряжений τ_{xy} от совместного действия собственного веса и гидростатической нагрузки в линейной постановке, кН/м^2

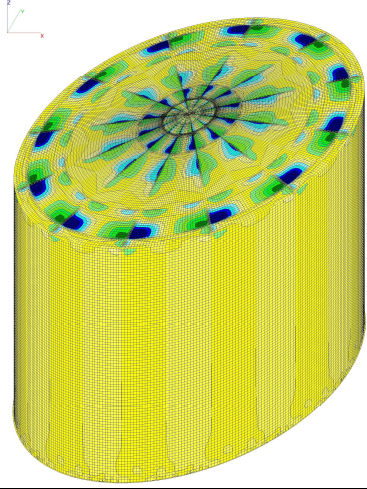
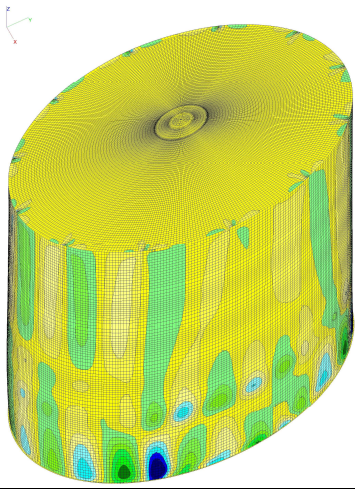
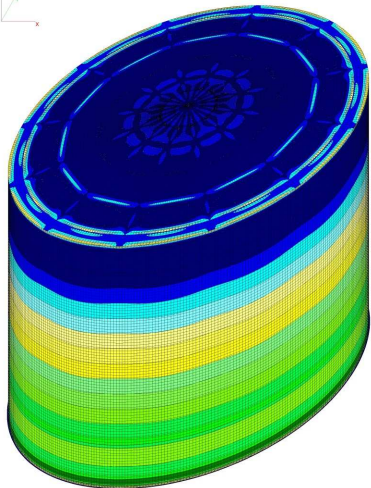
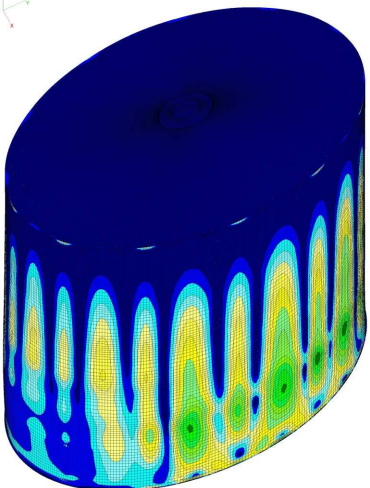
Идеализированная модель	Модель с несовершенствами
	
<div> <div>-4206,8 -3605,83</div> <div>-3605,83 -3004,86</div> <div>-3004,86 -2403,89</div> <div>-2403,89 -1802,92</div> <div>-1802,92 -1201,94</div> <div>-1201,94 -600,97</div> <div>-600,97 0</div> </div> <div> <div>0 600,97</div> <div>600,97 1201,94</div> <div>1201,94 1802,92</div> <div>1802,92 2403,89</div> <div>2403,89 3004,86</div> <div>3004,86 3605,83</div> <div>3605,83 4206,81</div> </div>	<div> <div>-53778,09 -46553,81</div> <div>-46553,81 -39329,54</div> <div>-39329,54 -32105,26</div> <div>-32105,26 -24880,98</div> <div>-24880,98 -17656,7</div> <div>-17656,7 -10432,43</div> <div>-10432,43 -3208,15</div> </div> <div> <div>-3208,15 4016,13</div> <div>4016,13 11240,41</div> <div>11240,41 18464,69</div> <div>18464,69 25688,96</div> <div>25688,96 32913,24</div> <div>32913,24 40137,52</div> <div>40137,52 47361,8</div> </div>

Таблица 3.16.

Значения приведенных напряжений $\sigma_{пр}$ от совместного действия собственного веса и гидростатической нагрузки в линейной постановке, кН/м^2

Идеализированная модель	Модель с несовершенствами
	
<div> <div>287,18 8708,18</div> <div>8708,18 17129,18</div> <div>17129,18 25550,19</div> <div>25550,19 33971,19</div> <div>33971,19 42392,19</div> <div>42392,19 50813,2</div> <div>50813,2 59234,2</div> </div> <div> <div>59234,2 67655,2</div> <div>67655,2 76076,21</div> <div>76076,21 84497,21</div> <div>84497,21 92918,21</div> <div>92918,21 101339,22</div> <div>101339,22 109760,22</div> <div>109760,22 118181,22</div> </div>	<div> <div>75,63 33378,61</div> <div>33378,61 66681,6</div> <div>66681,6 99984,58</div> <div>99984,58 133287,57</div> <div>133287,57 166590,55</div> <div>166590,55 199893,53</div> <div>199893,53 233196,52</div> </div> <div> <div>233196,52 266499,5</div> <div>266499,5 299802,49</div> <div>299802,49 333105,47</div> <div>333105,47 366408,46</div> <div>366408,46 399711,44</div> <div>399711,44 433014,43</div> <div>433014,43 466317,41</div> </div>

Результаты анализа влияния несовершенств геометрической формы на НДС резервуара от совместного действия собственного веса и гидростатической нагрузки в линейной постановке приведены в таблице 3.17.

Таблица 3.17

Анализ результатов расчета НДС резервуара от совместного действия собственного веса и гидростатической нагрузки в линейной постановке

№ пояса	Напряжения в идеальной стенке, МПа				Напряжения в стенке с несовершенствами, МПа				Δ^* , %
	σ_x	σ_y	τ_{xy}	$\sigma_{пр}$	σ_x	σ_y	τ_{xy}	$\sigma_{пр}$	
I	105,7	-1,310	0,102	115,1	138,9	117,2	47,3	532,3	363
II	101,7	-1,454	0,029	103,4	106,1	122,2	25,1	584,9	466
III	81,8	-1,231	0,045	82,9	71,0	105,1	13,9	450,6	444
IV	59,3	-0,962	0,064	60,5	62,0	103,2	20,8	385,5	537
V	36,8	-0,720	0,099	38,0	33,4	69,5	17,3	273,0	618
VI	21,7	-0,531	1,053	41,6	38,0	41,8	17,7	225,4	442

Анализируя результаты, приведенные в табл. 3.14, 3.15, можно сделать вывод, что при расчете идеализированной модели стенки резервуара значения мери-

диональных и касательных напряжений от совместного действия собственного веса и гидростатической нагрузки также, как и в случае приложения только гидростатической нагрузки, являются незначительными. Но при расчете модели с несовершенствами σ_y и τ_{xy} оказывают значительное влияние на напряженно-деформированное состояние стенки резервуара.

Как видно из анализа (табл. 3.17), приведенные напряжения в стенке резервуара с несовершенствами в среднем в 5 раз превышает аналогичные напряжения в резервуаре с идеализированной стенкой, что говорит о значительном влиянии искажений геометрической формы на НДС стальных ВЦР и подтверждает актуальность выбранной темы и необходимость проведенных научных исследований. Однако абсолютные значения напряжений в стенке резервуара с несовершенствами нереальны и требуют уточнения в нелинейной постановке, что согласуется с результатами научных исследований других авторов [12, 13, 14, 15].

3.3.2. Расчет напряженно-деформированного состояния стенки резервуара в нелинейной постановке

Гидростатическая нагрузка на деформированную стенку резервуара представляет собой неравномерно-распределенное внутреннее давление. В работах [12, 13] отмечено, что при воздействии неравномерных нагрузок, применение линейного расчета дает существенные погрешности, так как при этом не учитываются большие докритические прогибы, а также исключаются из рассмотрения нелинейные эффекты качественного характера, такие как перестройка докритической формы по мере увеличения нагрузки. В таких случаях необходимо применение геометриче-

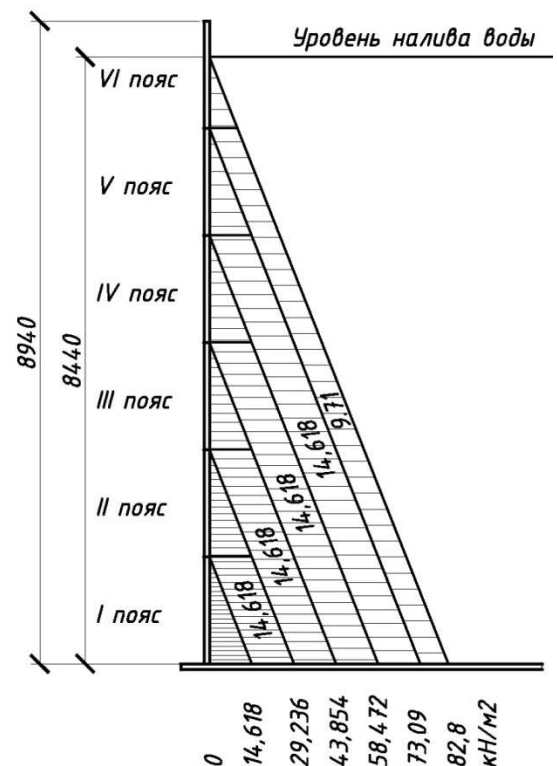


Рисунок 3.15. Схема поэтапного нагружения резервуара гидростатической нагрузкой в нелинейной постановке.

ски нелинейного расчета для определения напряженно-деформированного состояния оболочки.

Наличие геометрических несовершенств в тонкостенной оболочке вызывает необходимость не только проведения расчетов НДС в геометрически нелинейной постановке, как принято рядом исследователей [12,13], но, в сочетании с действием специфической гидростатической нагрузки, требует и учета конструктивной нелинейности, связанной с изменением заданной расчетной схемы под действием нагрузки [14, 15] .

При расчете с учетом геометрической нелинейности нагрузка, обычно, разбивается на доли простым введением коэффициента загрузки и количества шагов загрузки. Однако при нелинейном расчете стенки резервуара на действие гидростатической нагрузки необходимо учитывать то, что гидростатическое давление увеличивается не частями на всю стенку по высоте, а снизу вверх, по мере наполнения резервуара жидкостью. Т.е. по мере наполнения резервуара геометрия стенки изменяется, несовершенства деформируются, и следующая часть нагрузки прикладывается к уже измененной расчетной схеме. Поэтому для исследования НДС стенки резервуара под действием гидростатической нагрузки в нелинейной постановке была реализована поэтапная схема загрузки резервуара, как показано на рисунке 3.15. Таким образом, при конструктивно нелинейном моделировании нагружения гидростатическим давлением, имеем 6 шагов нагружения с коэффициентом загрузки равным 1, в соответствии с количеством поясов стенки резервуара. На первом этапе нагружается первый пояс стенки резервуара, на втором – первый и второй, на третьем – первый, второй и третий и т.д. до выхода на уровень налива жидкости в резервуар.

Для обоснования необходимости учета специфики гидростатической нагрузки был выполнен расчет НДС стенки резервуара в нелинейной постановке с учетом геометрической (нагрузка задается частями на всю стенку по высоте) нелинейности и с учетом геометрической и конструктивной (поэтапное нагружение) нелинейности. Результаты расчетов, в виде горизонтальных перемещений по характерному сечению, представлены в таблице 3.18 и на рисунке 3.16.

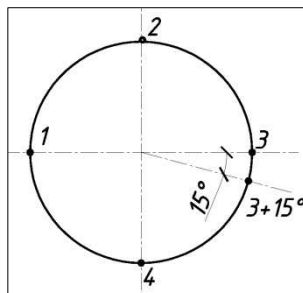
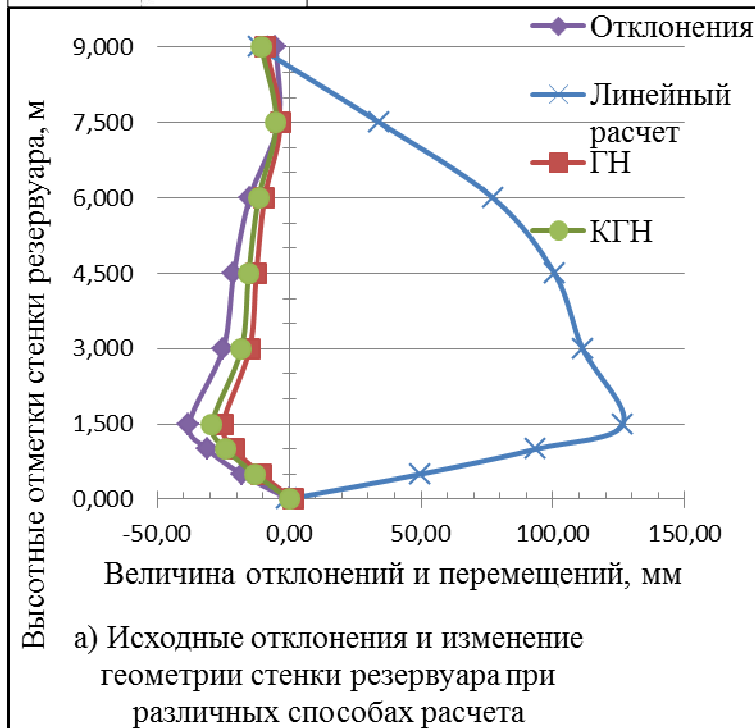


Рисунок 3.16. Геометрия стенки резервуара (а), значения горизонтальных перемещений в заданном сечении (б) и резервуаре в целом (в, г) от действия гидростатической нагрузки в линейной постановке, при расчете с учетом геометрической нелинейности (ГН), при расчете с учетом геометрической и конструктивной нелинейности (ГКН).



в) Горизонтальные перемещения при расчете с учетом геометрической нелинейности (ГН)

г) Горизонтальные перемещения при расчете с учетом геометрической и конструктивной нелинейности (ГКН)

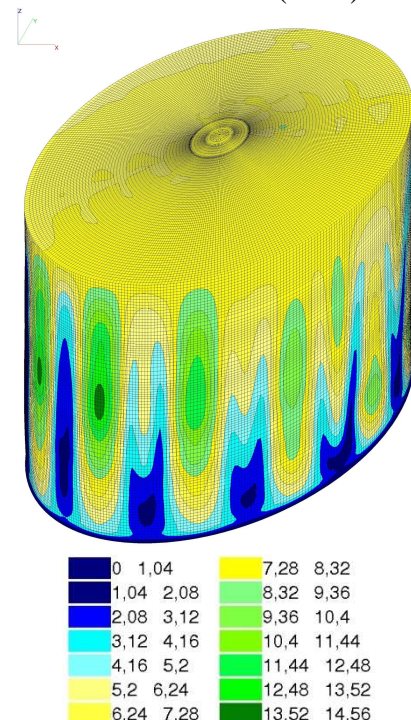
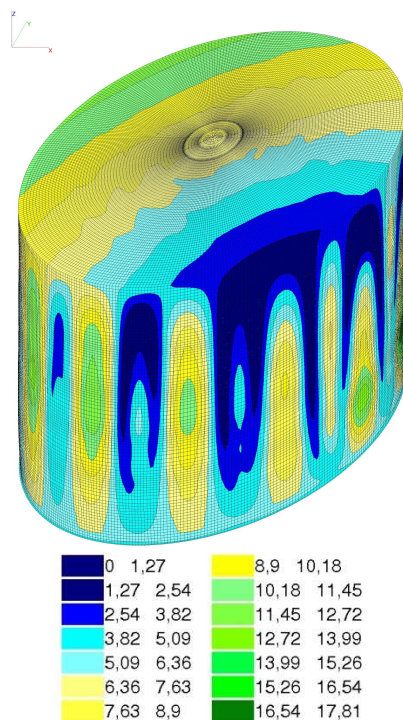


Таблица 3.18.

Анализ горизонтальных перемещения в стенке резервуара от действия гидростатической нагрузки в зависимости от вида расчёта

Высота точек в сечении стенки резервуара, м	Первоначальные отклонения, мм	Перемещения в стенке резервуара, мм			Сравнение перемещений		
		Линейный расчет	Геометрически-нелинейный расчет	Геометрически и конструктивно нелинейный расчет	$\frac{(\delta_L - \delta_{ГН})}{\delta_{ГН}}$, %	$\frac{(\delta_L - \delta_{ГКН})}{\delta_{ГКН}}$, %	$\frac{(\delta_{ГН} - \delta_{ГКН})}{\delta_{ГКН}}$, %
		δ_L	$\delta_{ГН}$	$\delta_{ГКН}$			
8,000	-5	-6,7	-3,92	-5,56	70,92	20,50	-29,50
7,500	-4	38,34	0,64	-0,94	5890,63	-4178,72	-168,09
6,000	-15	92,36	5,63	3,39	1540,50	2624,48	66,08
4,500	-21	121,61	8,54	5,63	1324,00	2060,04	51,69
3,000	-25	136,27	10,04	6,93	1257,27	1866,38	44,88
1,500	-38	164,62	12,86	8,69	1180,09	1794,36	47,99
1,000	-31	124,63	10,22	7,04	1119,47	1670,31	45,17
0,500	-18	67,77	7,29	5,07	829,63	1236,69	43,79
0	0	-0,6	1,48	0,1	-140,54	-700,00	1380,00

Значения, приведенные в таблице 3.18 указывают, прежде всего, на несовершенство линейного расчета при наличии несовершенств геометрической схемы и неравномерности прикладываемой нагрузки. Также при сравнение геометрически нелинейного (ГН) и геометрически и конструктивно нелинейного (ГКН) расчета видно, что последний дает корректировку результатов, в среднем, на 40-50% в данном сечении.

Анализ перемещений в стенке резервуара, полученных в результате ГН и ГКН расчетов указывает на необходимость учета конструктивной нелинейности при расчете стенки резервуара с наличием несовершенств геометрической формы на действие гидростатической нагрузки.

Дальнейший анализ НДС резервуара с учетом несовершенств геометрической формы выполнен с учетом геометрической и конструктивной нелинейности.

Таблица 3.19.

Значение кольцевых напряжений σ_x от действия гидростатической нагрузки в нелинейной постановке, кН/м^2

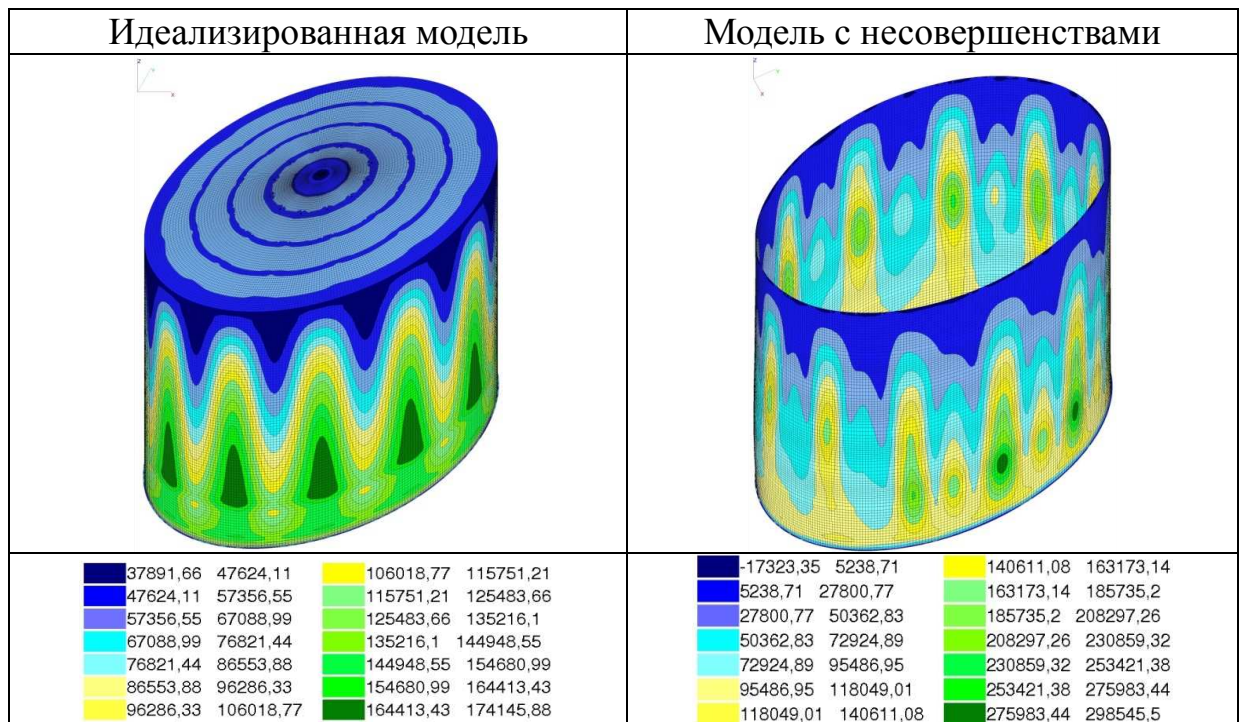


Таблица 3.20.

Значение меридиональных напряжений σ_y от действия гидростатической нагрузки в нелинейной постановке, кН/м^2

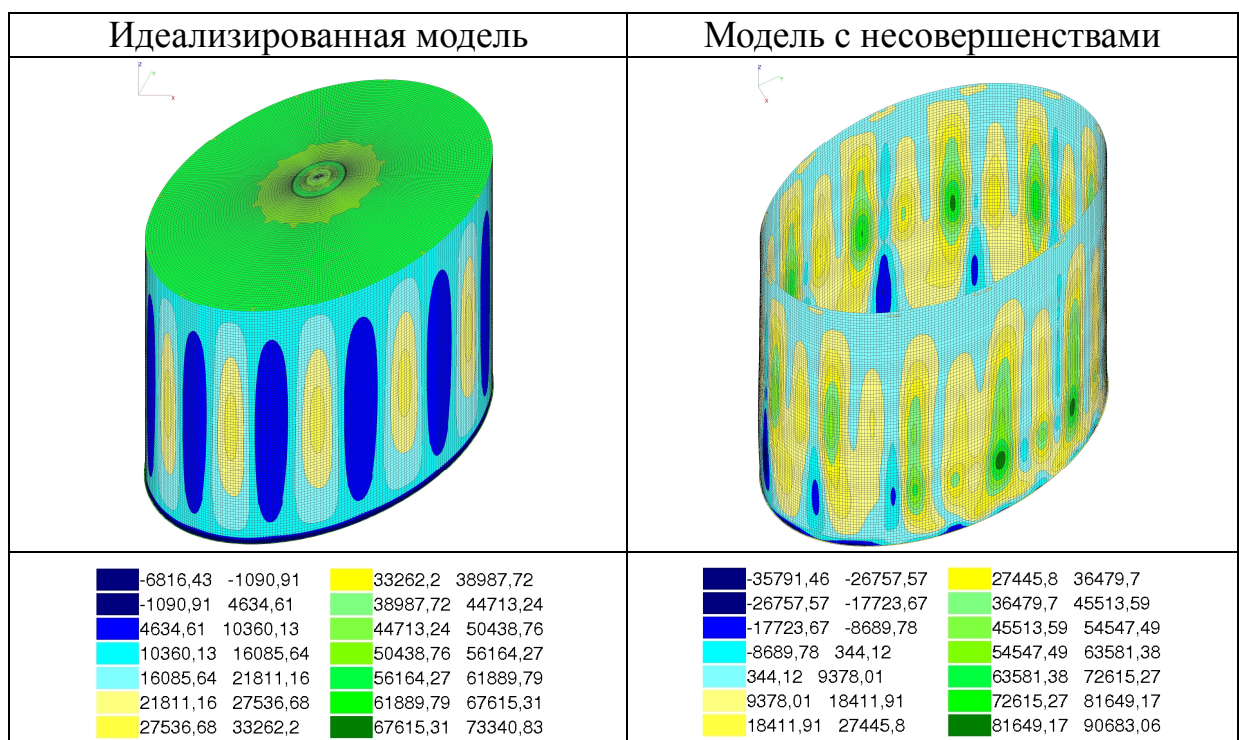


Таблица 3.21.

Значение касательных напряжений τ_{xy} от действия гидростатической нагрузки в нелинейной постановке, кН/м^2

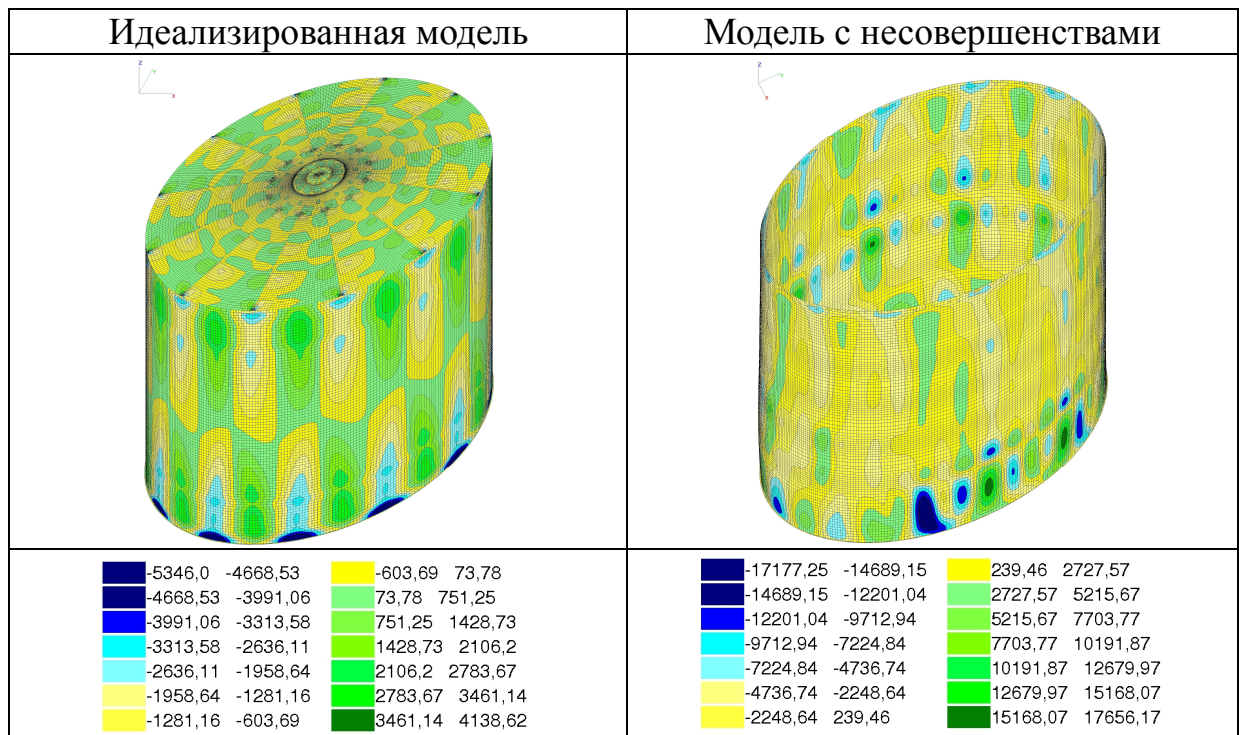
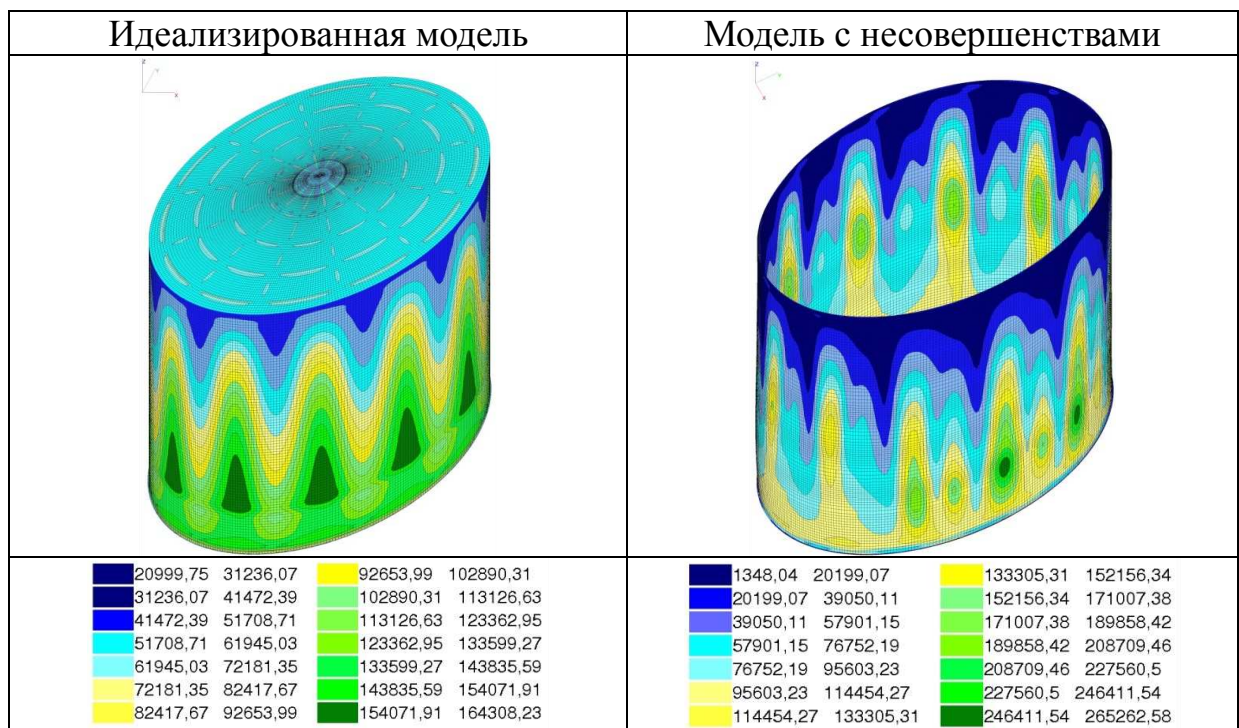


Таблица 3.22

Значение приведенных напряжений от действия гидростатической нагрузки в нелинейной постановке, кН/м^2



Результаты анализа влияния несовершенств геометрической формы на НДС резервуара под действием гидростатической нагрузки в нелинейной постановке приведены в таблице 3.23.

Таблица 3.23.

Анализ результатов расчета НДС резервуара действия гидростатической нагрузки в нелинейной постановке

№ по- яса	Напряжения в идеальной стенке, МПа				Напряжения стенке с несовер- шенствами, Мпа				Δ , %
	σ_x	σ_y	t_{xy}	$\sigma_{пр}$	σ_x	σ_y	t_{xy}	$\sigma_{пр}$	
I	159,2	20,2	3,2	150,8	266,7	76,6	17,5	240,2	59
II	173,9	26,7	2,5	164,3	298,4	90,7	12,7	266,1	62
III	170,5	29,9	1,4	158,9	237,7	84,5	16,0	209,4	32
IV	156,1	29,9	1,6	143,6	236,1	84,4	6,8	207,7	45
V	124,1	26,8	2,5	113,2	138,3	46,9	5,9	125,0	10
VI	81,8	20,4	3,1	73,7	77,6	28,2	7,5	69,8	-5

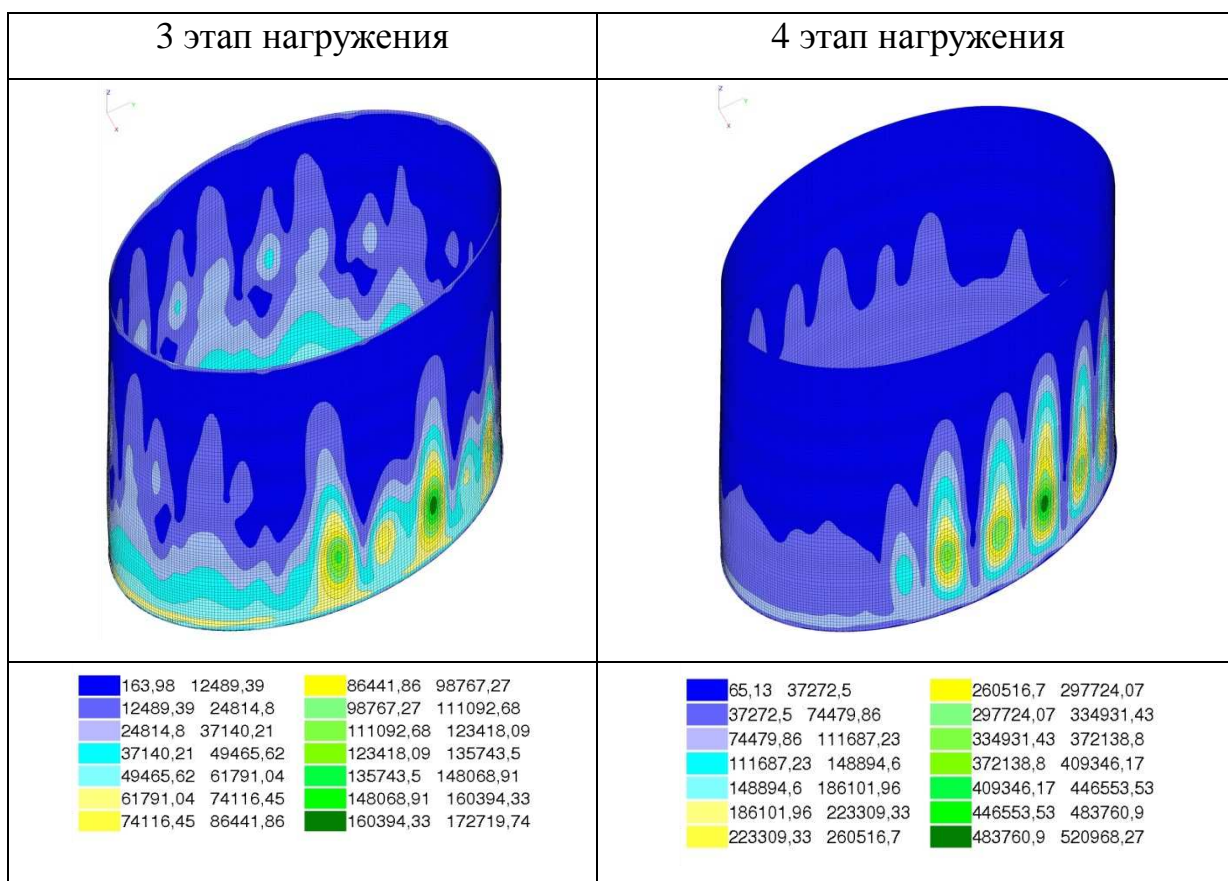
Результаты, приведенные в табл. 3.20, 3.21, показывают, что при расчете идеализированной модели стенки резервуара значения меридиональных и касательных напряжений от совместного действия собственного веса и гидростатической нагрузки незначительны, однако при расчете модели с несовершенствами σ_y и t_{xy} оказывают значительное влияние на напряженно-деформированное состояние стенки резервуара.

Как видно из анализа (табл. 3.23), расчет кольцевых напряжений в нелинейной постановке дает корректировку результатов аналогичных линейных исследований, однако влияние искажений геометрической формы на НДС стенки резервуара остается значительным. Значение приведенных напряжений в стенке резервуара с несовершенствами в среднем в 1,5 раза превышают аналогичные напряжения в резервуаре с идеализированной стенкой, за исключением верхних поясов резервуара, что говорит о значительном влиянии искажений геометрической фор-

мы на НДС стальных ВЦР и подтверждает актуальность выбранной темы и необходимость проведенных научных исследований.

Таблица 3.24.

Значение приведенных напряжений в стенке резервуара с несовершенствами от совместного действия собственного веса и гидростатической нагрузки в нелинейной постановке на третьем и четвертом этапах нагружения, кН/м^2



Кроме этого поэтапная схема нагружения позволяет отслеживать тенденцию изменения напряжений под действием гидростатической нагрузки. Следует отметить, что принятые для анализа параметры геометрических несовершенств в среднем на 20-40% превышают предельные величины заданные в нормативных документах [89, 130]. Так на приведенных рисунках (табл. 3.24) видно, что при третьем этапе нагружения значения приведенных напряжений, не превышают значения предела текучести стали, а уже четвёртый этап даёт значительное увеличение приведенных напряжений, которые превышают предел текучести почти в два раза. Таким образом, при реализации поэтапной схемы нагружения появляет-

ся возможность определения максимальной высоты налива жидкости в резервуар с учётом несовершенств геометрической формы для его дальнейшей безопасной эксплуатации, которая, однако, должна быть подтверждена расчётом на устойчивость.

ВЫВОДЫ К ТРЕТЬЕМУ РАЗДЕЛУ

1. Исследованы методы измерения и обработки статистического материала, что позволяет реализовать концепцию комплексного подхода к вопросу обследования и технической диагностики резервуаров с помощью современной вычислительной техники. Установлено, что наряду с традиционными методами определения геометрической формы стенки резервуара, находящегося в эксплуатации, возможно использование инновационных технологий, к которым относится наземный лазерный сканер. Предложен расчетный алгоритм, который позволяет удалить избыточную информацию из гиперколичественного множества точек, полученного в результате действия НЛС.

2. Разработан комплекс программ, реализованных в программном комплексе *Maple* (см. Приложение Б) и в среде *VBA* (см. Приложение В), на основе универсального алгоритма, предложенного во втором разделе, для компьютерного моделирования поверхности стенки резервуара с несовершенствами, и с учётом конкретного размера конечного элемента для дальнейшего численного расчёта и анализа НДС.

3. Проведенный анализ результатов расчета НДС резервуара от совместного действия собственного веса и гидростатической нагрузки в линейной постановке для идеализированного резервуара и для резервуара с несовершенствами показал, что приведенные напряжения в стенке резервуара с несовершенствами почти в 4 раза превышает аналогичные напряжения в резервуаре с идеализированной стенкой, что говорит о значительном влиянии искажений геометрической формы на НДС стальных ВЦР и подтверждает актуальность выбранной темы и необходимость проведенных научных исследований.

4. Исследование совместного влияния общих и местных несовершенств геометрической формы на НДС резервуара для хранения нефтепродуктов в линейной и нелинейной постановках, позволяет более полно оценить техническое состояние стального ВЦР и обосновать с помощью предложенного алгоритма необходимость проведения работ по ликвидации несовершенств геометрической формы.

5. Обоснована необходимость использования поэтапной схемы нагружения резервуара гидростатической нагрузкой для учета как геометрической, так и конструктивной нелинейности, при реализации которой появляется возможность определения максимальной высоты налива жидкости в резервуар с учётом несовершенств геометрической формы для его дальнейшей безопасной эксплуатации, которая, однако, должна быть подтверждена расчётом на устойчивость.

6. Разработан и реализован комплексный подход по обработке геометрической информации при обследовании и оценке технического состояния ВЦР, численному моделированию и анализу влияния несовершенств геометрической формы на НДС стального ВЦР. Такой подход позволяет не только аналитически описать действительную поверхность оболочки на основе дискретного массива точек, полученного любым способом, в том числе и НЛС, и исследовать её под действием различных нагрузок, но и моделировать с помощью ЭВМ изменение действительной поверхности оболочки при проведении предполагаемых мер по ликвидации несовершенств геометрической формы.

РАЗДЕЛ 4

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ НДС СТАЛЬНЫХ ВЦР С УЧЁТОМ МЕСТНЫХ НЕСОВЕРШЕНСТВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

4.1. Расчетные параметры резервуаров с вмятинами сферической формы

Численное исследование НДС требует замены реального объекта её математической моделью, которая должна полностью или частично обладать свойствами своего прототипа, и желательно быть достаточно простой для практического осуществления расчетов. Если общепринятой проверенной модели (расчетной схемы) для данного случая не существует, её создают по аналогии, на основе опыта моделирования похожих конструкций, за счет принятия ряда упрощающих предположений (допущений). Поэтому математическая модель никогда не будет исчерпывающе полной и всегда будет отличаться от оригинальной строительной конструкции. Лучшим способом проверки расчетной схемы является сопоставление полученных с её использованием результатов с экспериментальными данными. В отсутствии экспериментальных данных верификацию такой модели можно проводить на основании данных, полученных другими исследователями и, соответственно, проверенных ими на существующих экспериментальных данных.

Для сравнения наших результатов численных исследований НДС стального ВЦР, полученных на основе, предложенного в работе, универсального алгоритма моделирования действительной поверхности резервуара, с экспериментальными и теоретическими данными, полученными другими исследователями, было проанализировано НДС девяти резервуаров различного объема от 1000 до 10000 м³ для хранения нефтепродуктов различного объема с учётом местных несовершенств геометрической формы.

Как уже отмечалось, нормы [89, 90, 92], в соответствии с которыми проводить техническую диагностику вертикальных цилиндрических резервуаров не

требуют детальных промеров геометрии локальных дефектов формы, поэтому в технических отчетах приводится минимальная информация о параметрах вмятин (высота, глубина и примерное расположение). Это обстоятельство было учтено Алифановым Л.А. [48] при схематизации (идеализации) формы вмятины. В качестве геометрических параметров, однозначно определяющим НДС в зоне дефекта, были выбраны диаметр, толщина и высота стенки резервуара, и глубина вмятины. Алифановым Л.А. в работе [48] был выбран следующий способ идеализации – считать поверхность дефекта сферической. Поэтому для верификации результатов моделирования и численного расчёта необходимо адаптировать универсальный алгоритм, предложенный во втором разделе, под исходные данные, которые использовал в своей работе Алифанов Л.А.

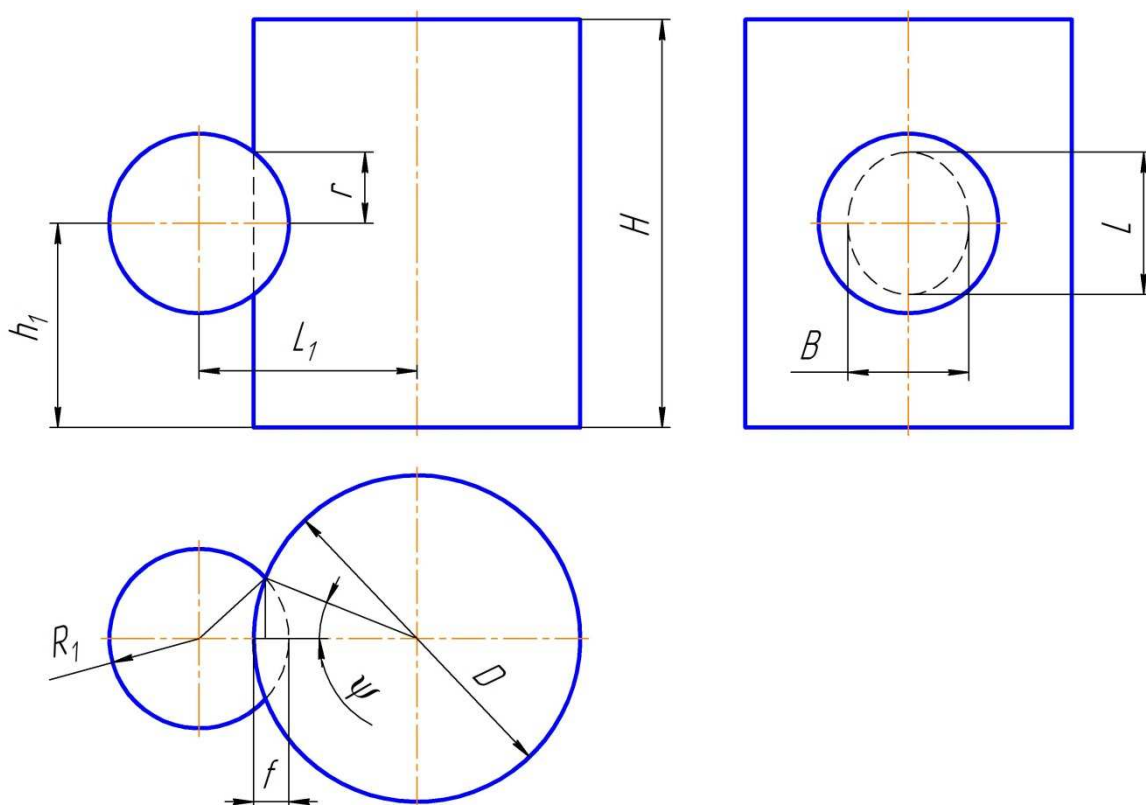


Рисунок 4.1. Геометрические размеры резервуара и сферической вмятины.

Для описания вмятины сферической формы определенного размера и расположения на поверхности резервуара (рис. 4.1) в универсальный алгоритм кроме отклонения от вертикали были дополнительно введены высота вмятины и коэффициент, определяющий положение центра вмятины относительно высоты резер-

вуара (табл. 4.1), что позволило смоделировать вмятину нужного размера и сопоставить его НДС под действием гидростатической нагрузки, с результатами, полученными в работе Алифанова Л.А. [48].

Координаты горизонтальной проекции центра сферической вмятины определялся в соответствии с формулами (3.1) – (3.3), приведенными в [48]. Высота центра вмятины была определена с помощью коэффициента h_0 (табл. 4.1). Далее, для автоматизации процесса был разработан и использован алгоритм, позволяющий реструктурировать исходные данные с последующей реконструкцией поверхности с вмятиной на основе универсального алгоритма, основанного на аппроксимации отсека поверхности выпуклыми обводами первого порядка гладкости.

Таблица 4.1

Основные геометрические размеры резервуаров и сферических вмятин

V рез- ра	№ вм.	D, м	H, м	t, мм	h_0	h_l	f, м	L, м	R_l , м	L_l , м	B, м
1000м ³	94	12,34	8,94	4	0,17	1,52	0,038	1,2	4,76	10,89	0,90
	95	12,34	8,94	4	0,08	0,72	0,041	1,12	3,84	9,97	0,88
	97	12,34	8,94	4	0,67	5,99	0,076	1,6	4,25	10,34	1,23
5000м ³	133	22,79	11,92	7	0,88	10,49	0,05	1,5	5,65	17,00	1,23
	135	22,79	11,92	7	0,56	6,68	0,06	2,5	13,05	24,39	1,71
	145	22,79	11,92	7	0,06	0,72	0,02	0,7	3,07	14,45	0,62
10000м ³	244	39,9	17,88	8	0,83	14,84	0,04	3	28,15	48,06	1,93
	249	39,9	17,88	8	0,62	11,09	0,02	1	6,26	26,19	0,87
	251	39,9	17,88	8	0,71	12,69	0,02	1,5	14,07	34,00	1,15

где D – диаметр нефтехранилища;

H – высота резервуара;

t – толщина стенки резервуара;

L – высота вмятины;

f – глубина вмятины;

h_0 – относительная высота расположения вмятины.

Универсальный алгоритм формирования незакономерной поверхности оболочки инженерных сооружений, предложенный во втором разделе и эффективно использованный в третьем разделе для моделирования общих несовершенств геометрической формы, был разработан таким образом, что поверхность оболочки строится по точкам, принадлежащим этой оболочке, с помощью выпуклых обводов первого порядка гладкости. Т.о. на поверхности оболочки получаем некоторую сеть, состоящую из ячеек определенного размера. Этот размер определяется положением исходных точек поверхности. Эта сеть может иметь достаточно большой размер, по сравнению с необходимым размером конечного элемента. Поэтому каждую ячейку сети на поверхности оболочки нужно дополнительно разбить на конечные элементы нужного размера. Легче всего это сделать, разделив на нужное количество два параметра, образующих ячейку сети поверхности оболочки. Для моделирования местных несовершенств геометрической формы стальных ВЦР, имеющих свою специфику, возникает отдельная задача определения исходных точек на поверхности оболочки, для которых, впоследствии, можно применить универсальный алгоритм построения незакономерной поверхности.

Итак, количество ячеек поверхности оболочки, которые составляют целостную поверхность стального ВЦР, определяется четырьмя параметрами. Первые два из них определяют количество ячеек, на которые делится поверхность резервуара. Эти параметры напрямую зависят от геометрических размеров вмятины L и B , представленных в таблице 4.1. Далее каждая из ячеек поверхности резервуара с помощью других двух параметров аппроксимируется конечными элементами – плоскостями с помощью параметров StU и StV (см. Приложение Г). Следует отметить, что если количество ячеек зафиксировано для каждой конкретной задачи, то параметрами StU и StV можно варьировать для получения требуемой плотности конечных элементов по всей поверхности резервуара. При таком алгоритме сетка конечных элементов на поверхности резервуара получается не равномерной. Причём эта неравномерность представлена кольцами по высоте резервуара. Преимуществом такого подхода является универсальность, а также полная автоматизация процесса вычисления. Недостатком является то, что нет возможности, а

случае необходимости, загустить сетку именно в зоне локального дефекта. Поэтому для увеличения точности расчётов приходилось «загущать» сетку по всей поверхности резервуара, что, конечно же, значительно влияло на быстродействие. Однако данный недостаток следует отнести именно к недостаткам программной реализации. Поскольку автор не является профессиональным программистом, нами была выбрана более упрощённая схема программной реализации универсального алгоритма, которая, однако, показала результат, с достаточной для инженера точностью, позволила сопоставить результаты исследований автора и подтвердить возможность использования предложенных алгоритмов формирования незакономерной поверхности по заданным характеристикам, а также использование их для моделирования и численного исследования поверхностей тонкостенных оболочек инженерных сооружений с учётом несовершенств геометрической формы.

4.2 Результаты численных исследований местных несовершенств геометрической формы

Для сравнения результатов исследований с результатами, полученными в [48] под действием гидростатической нагрузки в линейной постановке. Как отмечалось в [48], моделирование НДС несовершенств формы на стенках тонкостенных сосудов давления в общем случае представляет собой геометрически и физически нелинейную задачу. Однако на практике перед проведением подобных исследований выполняют расчеты конструкций в линейной постановке. Это объясняется следующими причинами:

1. В начальной стадии нагружения, когда действующие нагрузки не достигли определенного порога, нелинейные свойства обычно не проявляются;
2. Существует большое количество приближенных (инженерных) методик учета физической нелинейности [13, 32, 33], отталкивающихся от условных результатов «упругих» расчетов.

Для нас важен тот факт, что в работе [48] автором проводились численные

исследования НДС в линейной постановке, поэтому для полного сопоставления и верификации результатов исследований нами принято решение, также выполнять исследования НДС резервуаров в линейной постановке.

Поскольку универсальный алгоритм позволяет моделировать стенку резервуара полностью, а введение в расчетную схему кровли и днища требует дополнительных временных затрат, было решено проводить расчеты на модели стенки резервуара, заменив кровлю и днище дополнительными закреплениями. Т.к. в [69] автор для проведения исследований использовал только гидростатическую нагрузку, без учета собственного веса конструкций, то замену считаем правомерной. Чтобы минимизировать воздействие краевого эффекта в зоне закрепления стенки были выбраны вмятины достаточно удаленные от других зон концентрации напряжений.

Сравнение результатов численного расчёта НДС резервуаров с учётом вмятины сферической формы, полученных на основе универсального алгоритма, предложенного во втором разделе, с аналогичными исследованиями, приведенными в работе Алифанова Л.А. приведены в таблице 4.2.

Таблица 4.2

Сравнение результатов численных исследований НДС резервуаров

V рез- ра	№ вм.	D, м	H, м	h_0	f, мм	L, м	t, мм	σ_{\max}	$\sigma_{\max}(R)$	Δ^* , %
1000м ³	94	12,34	8,94	0,17	38	1,2	4	993	906,73	8,69
	95	12,34	8,94	0,08	41	1,12	4	1280	1165,3	8,96
	97	12,34	8,94	0,67	76	1,6	4	525	491,64	6,35
5000м ³	133	22,79	11,92	0,88	50	1,5	7	196	184,12	6,06
	135	22,79	11,92	0,56	60	2,5	7	807	747,84	7,33
	145	22,79	11,92	0,06	20	0,7	7	862	788,32	8,55
10000м ³	244	39,9	17,88	0,83	40	3	8	650	607,57	6,53
	249	39,9	17,88	0,62	20	1	8	723	679,31	6,04
	251	39,9	17,88	0,71	20	1,5	8	636	594,65	6,50

σ_{\max} – максимальные напряжения при полной высоте налива полученные Алифановым Л.А. [48];

$\sigma_{\max}(R)$ – максимальные напряжения при полной высоте налива полученные в данной работе;

Графическая визуализация полей эквивалентных напряжений в зоне сферической вмятины на примере резервуара №94 при воздействии гидростатической нагрузки приведена на рисунке 4.2.

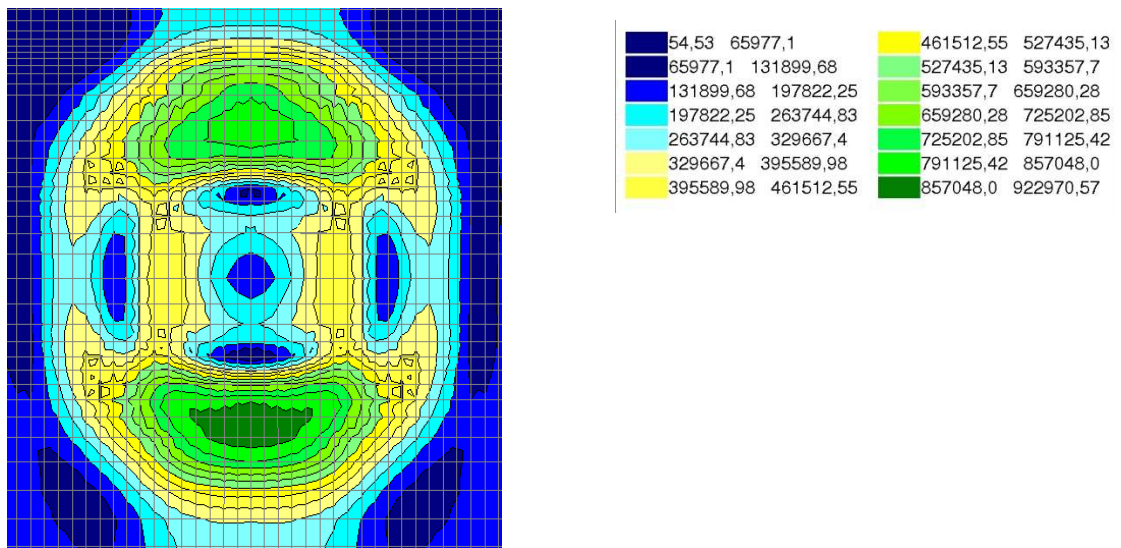


Рисунок 4.2. Эквивалентные напряжения в зоне сферической вмятины при действии гидростатической нагрузки, кН/м^2 .

На основании анализа значений погрешности при численном расчёте (табл. 4.2), которая не превышает 10 % можно сделать вывод о достоверности полученных результатов и подтверждении полной работоспособности универсального алгоритма моделирования поверхности резервуара с учётом местных несовершенств геометрической формы. При этом большая сходимость результатов наблюдается для резервуаров большего объема. В данном случае, погрешность в расчётах может быть вызвана не только использованием разных вычислительных комплексов (доц. Алифанов Л.А. использовал вычислительный комплекс ANSYS и программный пакет NASTRAN), но и тем фактом, что Алифанов Л.А. в местах концентрации напряжений использовал более плотную сетку, в то время как в нашем случае

сетка была более равномерной, чтобы не отходить от концепции универсальности предложенного алгоритма.

ВЫВОДЫ К ЧЕТВЁРТОМУ РАЗДЕЛУ

1. Модифицирован универсальный алгоритм моделирования стенки резервуара с помощью дополнительного введения высоты вмятины и коэффициента, определяющего положение центра вмятины по отношению к высоте резервуара для описания сферической формы вмятины определенного размера и расположения, что позволило смоделировать вмятину нужного размера проанализировать НДС резервуаров с локальными несовершенствами под действием гидростатической нагрузки без сгущения сетки с сохранением удовлетворительной точности расчета.

2. Исследовано НДС ряда стальных резервуаров объемом от 1000 м^3 до 10000 м^3 для хранения нефтепродуктов с учётом местных несовершенств сферической формы под действием гидростатической нагрузки в линейной постановке, что позволило сопоставить результаты численных исследований с экспериментальными и теоретическими данными, полученными другими исследователями и подтвердило достоверность полученных результатов исследований и работоспособность универсального алгоритма.

3. Анализ значений погрешности при численном расчёте, которая не превышает 10 %, подтвердил достоверность полученных результатов и полную работоспособность универсального алгоритма моделирования поверхности резервуара с учётом, как общих, так и местных несовершенств геометрической формы.

РАЗДЕЛ 5

ИНЖЕНЕРНАЯ МЕТОДИКА ЧИСЛЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ НДС СТАЛЬНОГО ВЦР, НАХОДЯЩЕГОСЯ В ЭКСПЛУАТАЦИИ

Инженерная методика численного исследования НДС стального ВЦР находящегося в эксплуатации позволяет на основании геометрических обмеров с помощью компьютерного моделирования оценить техническое состояние резервуара для хранения нефтепродуктов с учётом несовершенств геометрической формы, а также моделировать изменения, связанные с изменением параметров несовершенств с течением времени и под воздействием различных факторов. Принципиальная блок-схема методики проведения исследований представлена на рисунке 5.1.

Этап 1. Техническое задание на обследование ВЦР

Работы по проведению технического диагностирования резервуаров проводятся согласно ряда нормативов на эксплуатацию и ремонт резервуаров, основными из которых являются:

- РД 08-95-95 «Положение о системе технического диагностирования сварных вертикальных цилиндрических резервуаров для нефти и нефтепродуктов» [89];
- «Правила технической эксплуатации резервуаров и инструкции по их ремонту» [90];
- РД 39-0147103-385-87 «Правила технической эксплуатации резервуаров магистральных нефтепроводов» [140];
- СП 70.13330.2012 «Несущие и ограждающие конструкции» (СНиП 3.03.01-87. Актуализированная редакция - регламентирует требования к новым резервуарам) [141];
- СП 16.13330.2011 «Стальные конструкции» (СНиП II-23-81. Актуализированная редакция - регламентирует требования к проектированию резервуаров) [135].

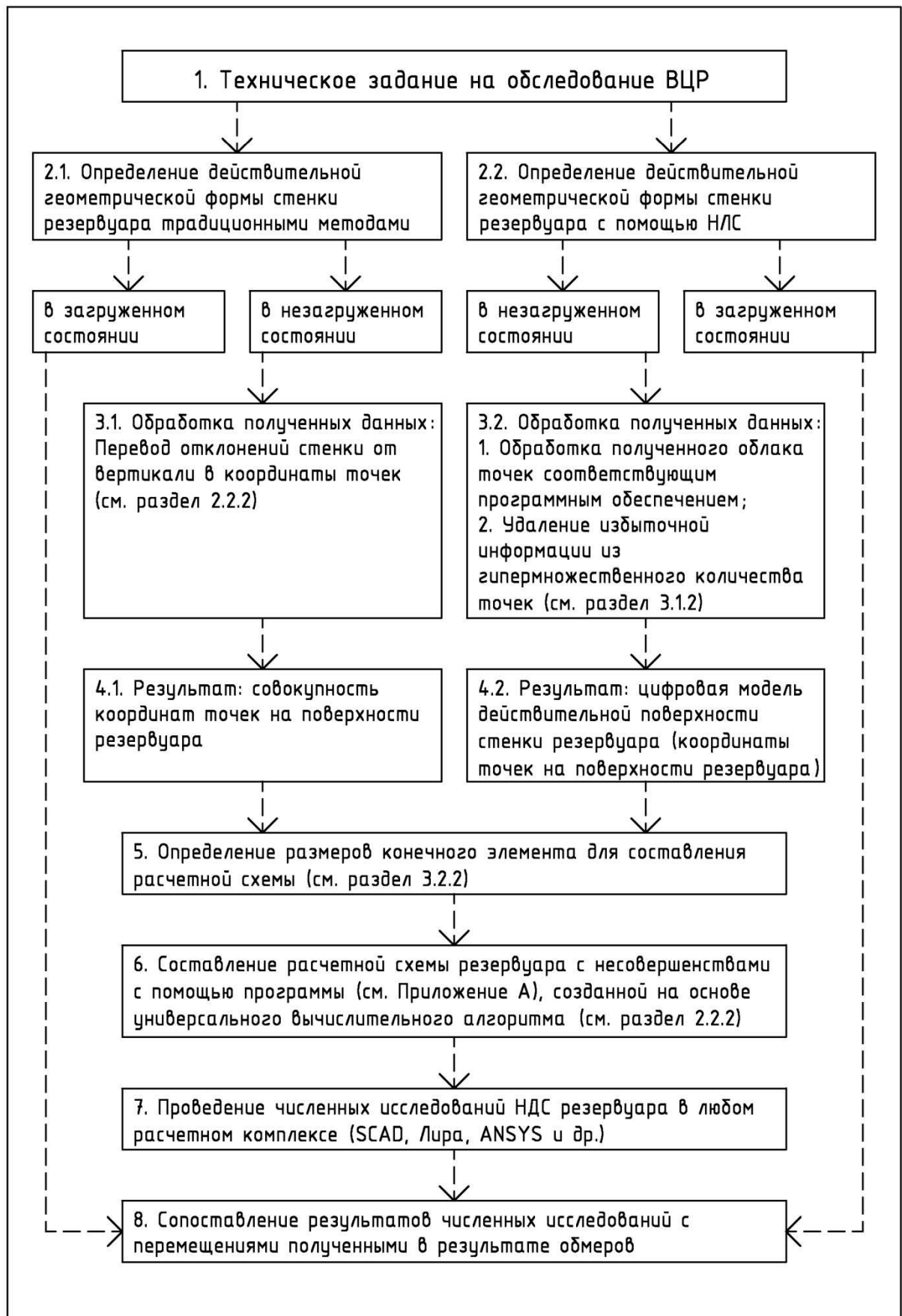


Рисунок 5.1. Принципиальная блок-схема инженерной методики численного исследования НДС стального ВЦР, находящегося в эксплуатации.

А также целого ряда государственных нормативных документов [40,43-45,52,54,55,130-135,139,140 / 93-95, 130, 132, 136, 137, 142- 149] и стандартов предприятий и организаций, например [131, 150-153].

Согласно [89] для резервуаров находящихся в эксплуатации в пределах расчетного срока службы проводится:

- частичное наружное техническое диагностирование не реже 1 раза в 5 лет;
- полное техническое диагностирование не реже 1 раза в 10 лет.

Для резервуара отработавшего расчетный срок службы проводится:

- частичное наружное техническое диагностирование не реже 1 раза в 4 года;
- полное техническое диагностирование не реже 1 раза в 8 лет.

Частичное техническое диагностирование проводится с наружной стороны без выведения его из эксплуатации. Полное – проводится с обеих сторон и требует выведения резервуара из эксплуатации, опорожнения, зачистки и дегазации. В [89] разработана структура алгоритма оценки технического состояния резервуаров в различных случаях.

Организация проведения работ по техническому диагностированию возлагается на владельца резервуаров. Он обязан предоставить организации, выполняющей обследование, всю необходимую техническую и технологическую документацию, а также обеспечить свободный доступ ко всем конструктивным элементам резервуара.

Диагностирование и заключение о техническом состоянии и о возможности дальнейшей эксплуатации резервуаров производятся специализированной организацией, имеющей разрешение (лицензию) на проведение таких работ, получаемое в органах Госгортехнадзора России в установленном порядке. Специалисты по техническому диагностированию резервуаров должны быть аттестованы по этому виду работ организацией, имеющей лицензию Госгортехнадзора России. Организация должна располагать необходимыми аппаратурой и средствами, применяемые при техническом диагностировании резервуаров, и не допускается применение аппаратуры, подлежащей госповерке и не прошедшей ее.

При измерении геометрических параметров конструкций и определении толщин листовых конструкций и глубины коррозионных язв должны использоваться стандартные или специальные методы и средства измерения, позволяющие получить точность не менее ± 1 мм.

Организация, выполняющая техническое диагностирование, должна фиксировать результаты работы в соответствующей документации (акты, протоколы, журналы, заключения и т.п.).

Для проведения обследования наружные и внутренние поверхности элементов резервуара, подлежащие техническому диагностированию, должны быть очищены от загрязнений. Качество подготовки поверхностей определяется требованиями применяемого метода контроля. При проведении полного технического диагностирования теплоизоляция, препятствующая контролю технического состояния, должна быть частично или полностью (в случае необходимости удалена).

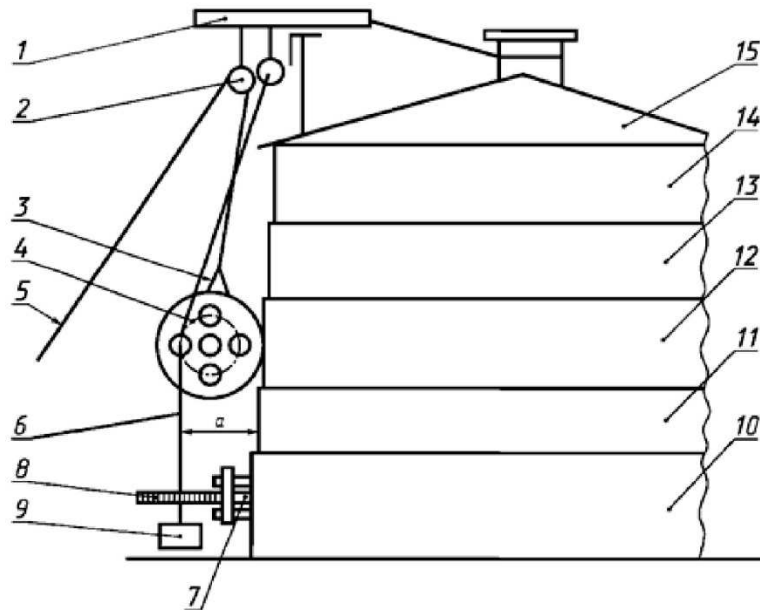
Этап 2. Определение действительной поверхности стенки резервуара с учётом несовершенств геометрической формы

2.1 Определение действительной геометрической формы стенки резервуара традиционными методами в загруженном и незагруженном состоянии.

В ГОСТ 8.570-2000 «Резервуары стальные вертикальные цилиндрические. Методика поверки.» [130] детально описан рекомендуемый процесс поверки резервуара, в том числе и измерения геометрии стенки.

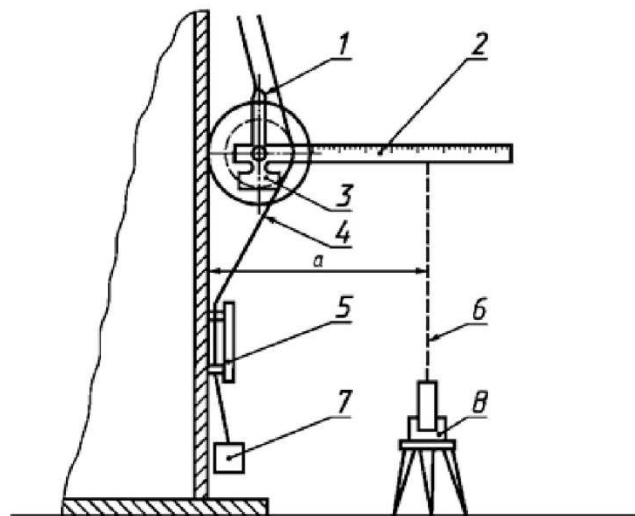
Отклонения образующих резервуара от вертикали измеряют с применением измерительной каретки с отвесом (рисунок 5.2) или измерительной каретки с теодолитом (рисунок 5.3). Причем при скорости ветра более 5 м/с для выполнения измерений радиальных отклонений применяют измерительную каретку с теодолитом.

При определении отклонений образующих резервуара от вертикали резервуара с применением измерительной каретки с отвесом измеряют расстояние a от стенки резервуара до нити отвеса b , проходящей через отметки разбивки (рисунок 5.2).



1 - штанга; 2 - блок; 3 - каретка измерительная; 4 - колеса каретки; 5 - тяговый канат; 6 - нить отвеса;
7 - магнитный держатель; 8 - линейка; 9 - отвес; 10, 11, 12, 13, 14 - пояса резервуара;
15 - кровля резервуара; a - расстояние от стенки резервуара до нити отвеса;
штанга 1 и блок 2 - образуют приспособление для подвески каретки

Рисунок 5.2. Схема измерения радиальных отклонений с применением измерительной каретки с отвесом.



1 - каретка; 2 - линейка; 3 - противовес; 4 - струна; 5 - магнитный держатель; 6 - визирная линия;
7 - груз; 8 - теодолит; a - расстояние от стенки резервуара до нити отвеса

Рисунок 5.3. Схема измерения радиальных отклонений с применением измерительной каретки с теодолитом.

При определении отклонений образующих резервуара от вертикали с применением каретки с теодолитом (рисунок 5.3) измеряют расстояние a от стенки резервуара до визирной линии 6 теодолита 8, направленной перпендикулярно к линейке 2, укрепленной на оси каретки 1.

Более детально процесс проведения измерений, приборы и приспособления

описаны в п 9.1 ГОСТ 8.570-2000 [130].

Как было сказано выше измерения целесообразно проводить дважды: на заполненном и пустом резервуаре в целях определения мест наибольших деформаций и выявления напряженно-деформированного состояния стенки под нагрузкой. При этом необходимо обращать особое внимание на местные выпучины и вмятины и проводить в этих местах дополнительные измерения. При проведении измерений в заполненном резервуаре для дальнейшей верификации модели действительной поверхности резервуара необходимо зафиксировать разницу отклонений стенки резервуара от образующих при пустом и заполненном резервуарах.

2.2. Определение действительной геометрической формы стенки резервуара с помощью НЛС в загруженном и незагруженном состоянии.

Проведения измерений с помощью наземного лазерного сканера позволяет:

- свести к минимуму нахождение исполнителя внутри резервуара, а иногда и исключить вовсе, опустив сканер с помощью специальных приспособлений в резервуар через верхнюю смотровую горловину;
- обеспечить несопоставимо с традиционными методами высокую скорость и точность измерений, а также детализацию конечного результата;
- учитывать точное расположение и геометрические параметры внутренних элементов резервуара (ребер жесткости, лестниц, переборок, труб и паропроводов);
- исключить человеческий фактор и субъективный подход к выбору точки замеров.

Технология проведения съёмки действительной поверхности стенки стального резервуара с помощью НЛС детально описана в разделе 3.1.2 данной работы.

Этап 3. Обработка полученных данных

3.1. Обработка данных полученных традиционными методами: Перевод отклонений стенки от вертикали в координаты точек.

В результате измерения действительной геометрической формы стенки резервуара традиционными методами исходные данные для построения геометриче-

ской модели тонкостенной оболочки инженерного сооружения состоят из геометрических характеристик конструкции, количества поясов, количества точек в каждом поясе и значений отклонений в этих точках от образующей.

Для построения геометрической модели в БН-исчислении, необходимо получить массив точек, т.е. координаты точек вместо отклонений. Подробно алгоритм определения координат точек поверхности через отклонения рассмотрен в разделе 2.2.2.

3.2 Обработка данных полученных с помощью НЛС делится на два этапа:

1. Обработка полученного облака точек соответствующим программным обеспечением;
2. Удаление избыточной информации из гиперколичественного множества точек.

В результате проведения измерений с помощью НЛС получаем облако точек, в которое входит резервуар и окружающая его территория. На первом этапе обработки информации объединяются результаты съемки (сканы) в единую модель (сшивка сканов). Затем из облака удаляются точки, не принадлежащие резервуару. Эти этапы выполняются с помощью специализированного программного обеспечения.

На следующем этапе необходимо удалить избыточную информацию из гиперколичественного множества точек, т.е. проредить облако для создания геометрической модели. Этот этап подробно разработан в разделе 3.1.2. данной работы.

Этап 4. Результат: цифровая модель действительной поверхности стенки резервуара (координаты точек на поверхности резервуара)

Результатом измерения отклонений образующих стенки резервуара от вертикали любым способом, и исходными донными для создания геометрической модели действительной поверхности резервуара является цифровая модель действительной поверхности стенки резервуара, т.е. массив координат точек на поверхности резервуара (см. пример табл. 3.1).

Этап 5. Определение размеров конечного элемента для составления расчетной схемы (см. раздел 3.2.2)

Для создания расчетной схемы резервуара с несовершенствами и дальнейшего использования этой схемы для проведения численных исследований необходимо выбрать размер конечного элемента, удовлетворяющий критериям точности численного расчёта. Пример определения размера конечного элемента стенки резервуара приведен в разделе 3.2.2.

Этап 6. Составление расчетной схемы резервуара с несовершенствами с помощью программы (см. Приложение А), созданной на основе универсального вычислительного алгоритма

На основе универсального вычислительного алгоритма разработанного автором (см. раздел 2.2.2) моделируется поверхность резервуара с отклонениями. Модель можно реализовать в различных программных комплексах. Примеры реализации приведены на рисунках 3.8 и 3.14. Для дальнейших исследований в работе использована модель, представленная в разделе 3, п.3.2.3, реализованная с помощью *VBA* с последующим выводом графической информации в *AutoCAD* (приложение А).

Этап 7. Проведение численных исследований НДС резервуара с помощью специализированных расчетных комплексов (SCAD, Лира, ANSYS и др.)

Модель стенки резервуара с несовершенствами, после реализации вычислительного алгоритма, представляет собой близкую к цилиндрической (с учетом отклонений) пространственную модель стенки резервуара с заданным размером конечного элемента в *AutoCAD*. Поверхность описана командой *3DFACE*. Далее модель стенки из *AutoCAD*, используя формат **.dxf*, можно импортировать непосредственно расчетный комплекс (SCAD, Лира, ANSYS и др.) и затем к стенке добавляется (моделируется) крыша, днище, ребра жесткости и другие элементы,

необходимые для расчета НДС резервуара. Можно так же модель стенки резервуара дополнить непосредственно в *AutoCAD* и импортировать в расчетный комплекс готовый резервуар.

Внешний вид полученной в работе расчетной модели резервуара, собранной в SCAD, приведен на рисунке 3.14. Для дальнейшей работы с моделью необходимо: задать жесткостные характеристики всех элементов, осадку, создать загрузки. Подробное описание полученной в работе модели приведено в разделе 3 п. 3.2.3.

Полученная схема позволяет определить напряженно-деформированное состояние конструкций резервуара от действия различных нагрузок и их комбинаций. Поскольку в схеме учтены как общие, так и местные несовершенства геометрической формы, то, соответственно, НДС отражает воздействие этих несовершенств на всю конструкцию в целом. В данной работе исследовано напряженно-деформированное состояние резервуара с идеализированной стенкой и стенкой с несовершенствами от действия собственного веса и гидростатической нагрузки (см. п. 3.3).

Для исследования НДС стенки резервуара под действием гидростатической нагрузки в нелинейной постановке была реализована поэтапная схема загрузки резервуара (т.е. проведение расчета с учетом геометрической и конструктивной нелинейности) представленная в разделе 3 п. 3.3.2. При реализации поэтапной схемы нагружения гидростатической нагрузкой появляется возможность определения максимальной высоты налива жидкости в резервуар с учётом несовершенств геометрической формы для его дальнейшей безопасной эксплуатации, которая, однако, должна быть подтверждена расчётом на устойчивость.

Т.к. расчетная схема резервуара создана на основе универсального алгоритма учитывающего все несовершенства геометрической формы поверхности стенки резервуара, то изменяя координаты точек – исходных данных (см.п. 4 Методики) получаем модель с другими геометрическими несовершенствами, или с несовершенствами большими или меньшими по площади и глубине относительно исходных размеров. Это дает возможность прогнозировать поведение конструкций

при дальнейшей эксплуатации резервуара, т.е. при возможном увеличении искажений геометрической формы стенки резервуара или при проведении предполагаемых мер по ликвидации несовершенств геометрической формы.

Этап 8. Сопоставление результатов численных исследований с перемещениями, полученными в результате обмеров

Как было сказано выше, действительная геометрическая форма стенки резервуара проводится в загруженном и незагруженном состоянии. Обмеры в незагруженном состоянии необходимы для создания модели резервуара с несовершенствами. А проведение измерений в заполненном резервуаре необходимо для верификации полученной модели.

Модель резервуара проверяется на совместное действие собственного веса и гидростатической нагрузки. Полученные в результате расчета перемещения сравниваются с перемещениями полученными при проведении измерений резервуара в заполненном состоянии. Если результаты в обоих случаях сопоставимы между собой, то можно сделать вывод об адекватной реализации расчетной схемы резервуара и возможности её использования для выполнения прогнозных расчетов. Также, если есть возможность фиксировать напряжения в стенке резервуара в заполненном состоянии на площадке, можно сравнить не только перемещения, но и напряжения.

Этот этап выполняется после создания расчетной схемы, но перед тем как полноценно исследуется НДС резервуара.

ВЫВОДЫ К ПЯТОМУ РАЗДЕЛУ

1. Разработан и реализован комплексный подход по обработке геометрической информации при обследовании и оценке технического состояния ВЦР, численному моделированию и анализу влияния несовершенств геометрической формы на НДС стального ВЦР. Такой подход позволяет не только аналитически описать действительную поверхность оболочки на основе дискретного массива точек,

полученного любым способом, в том числе и НЛС, и исследовать её под действием различных нагрузок, но и моделировать с помощью ЭВМ изменение действительной поверхности оболочки при проведении предполагаемых мер по усилению стенки резервуара.

2. Предложена и внедрена в Донецком экспертно-техническом центре Государственного Комитета Гортехнадзора ДНР инженерная методика численного исследования НДС стального ВЦР находящегося в эксплуатации (см. приложение А), в которой реализована концепция комплексного подхода при обследовании и оценке технического состояния стальных ВЦР для хранения нефти и нефтепродуктов с учётом несовершенств геометрической формы.

3. Внедрены результаты работы в практику мониторинга и обследования технического состояния стальных ВЦР, а также в учебный процесс Донбасской национальной академии строительства и архитектуры (см. приложение А), что подтверждает практическую ценность и завершенность проведенных исследований.

ВЫВОДЫ

Диссертация посвящена исследованию напряженно-деформированного состояния стальных вертикальных цилиндрических резервуаров с учётом несовершенств геометрической формы. Все полученные в работе геометрические и компьютерные модели тонкостенных оболочек инженерных сооружений получены в БН-исчислении методом подвижного симплекса.

При этом получены результаты, имеющие научную и практическую ценность:

1. Выполненный анализ литературных источников показал, что в настоящее время отсутствуют работы, посвященные численному исследованию НДС тонкостенных оболочек инженерных сооружений с учётом совместных (общих и местных) несовершенств геометрической формы. Критический анализ подтвердил необходимость и целесообразность применения математического аппарата БН-исчисления, который позволяет решать задачи моделирования сложных незакономерных поверхностей технических форм, упрощает их программную реализацию и уменьшает затраты ресурсов.

2. Исследованы в БН-исчислении способы аналитического определения дуг обвода на основе геометрических схем их конструирования, а также разработаны или усовершенствованы 10 алгоритмов моделирования выпуклых обводов первого порядка гладкости, которые являются теоретической основой для конструирования сложных незакономерных поверхностей оболочек инженерных сооружений с учётом несовершенств геометрической формы методом подвижного симплекса.

3. Получен универсальный геометрический и компьютерный алгоритм моделирования действительной поверхности стенки резервуара с учётом как общих, так и местных несовершенств геометрической формы, что позволяет использовать вычислительные возможности современной компьютерной техники для численного исследования и анализа НДС стальных ВЦР с учётом несовершенств геометрической формы при совместном действии нагрузок на весь резервуар в целом.

4. Исследовано совместное влияние общих и местных несовершенств гео-

метрической формы на НДС резервуара для хранения нефтепродуктов в линейной и нелинейной постановках с учетом конструктивной нелинейности, что позволяет объективно оценить техническое состояние стального ВЦР и обосновать с помощью компьютерного моделирования необходимость проведения работ по ликвидации несовершенств геометрической формы.

5. Исследовано НДС ряда стальных резервуаров объемом от 1000 м³ до 10000 м³ для хранения нефтепродуктов с учётом местных несовершенств сферической формы под действием гидростатической нагрузки в линейной постановке, что позволило сопоставить результаты численных исследований с экспериментальными и теоретическими данными, полученными другими исследователями, и подтвердило достоверность полученных результатов исследований и универсальность предложенного алгоритма.

6. Предложен и реализован комплексный подход по обработке геометрической информации при обследовании и оценке технического состояния ВЦР, численному моделированию и анализу влияния несовершенств геометрической формы на НДС эксплуатируемого стального ВЦР. Такой подход позволяет не только аналитически описать действительную поверхность оболочки на основе дискретного массива точек, полученного любым способом, в том числе и НЛС, и исследовать её под действием различных нагрузок, но и моделировать с помощью ЭВМ изменение действительной поверхности оболочки для оценки необходимости реализации мер по усилению стенки резервуара.

7. Разработана инженерная методика численно-экспериментального исследования НДС стального ВЦР находящегося в эксплуатации, которая позволяет оценить техническое состояние резервуара для хранения нефтепродуктов с учётом несовершенств геометрической формы, а также спрогнозировать поведение конструкции при дальнейшей эксплуатации под воздействием различных факторов.

8. Внедрены результаты работы в практику мониторинга и обследования технического состояния стальных ВЦР, а также в учебный процесс Донбасской национальной академии строительства и архитектуры, что подтверждает актуальность выбранной темы и завершенность проведенных исследований.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Иванов, В. Н. Геометрические исследования, формообразование, разработка методов расчета и численный анализ напряженно-деформированного состояния тонкостенных оболочек сложной формы с системой плоских координатных линий [Текст] : дис. ... д-ра техн. наук : 05.23.17 / Иванов В. Н. – Москва, 2006. – 394 с.
2. Ризван, Мухаммад. Геометрия, конструирование и исследование напряженно-деформированного состояния оболочек в форме резных поверхностей Монжа общего вида [Текст] : дис. ... канд. техн. наук : 05.23.17 / Ризван Мухаммад. – Москва, 2004. – 218 с.
3. Бурлаков, А. В. Ползучесть тонких оболочек [Текст] / А. В. Бурлаков, Г. И. Львов, О. К. Морачковский. – Харьков : Вища школа, 1977. – 330 с.
4. Вольмир, А. С. Гибкие пластинки и оболочки [Текст] / А. С. Вольмир. – М. : Гостехиздат, 1956. – 419 с.
5. Вольмир, А. С. Обзор исследований по теории гибких пластинок и оболочек за период с 1941 по 1957 г. [Текст] / А. С. Вольмир // Расчеты пространственных конструкций. – М. : Госстройиздат, 1958. – Вып. 4. – С. 451–475.
6. Пелех, Б. Л. Теория оболочек с конечной сдвиговой жесткостью [Текст] / Б. Л. Пелех. – Киев : Наук. думка, 1973. – 248 с.
7. Бен Хелал Монсеф Бен Мулди. Расчет тонкостенных пространственных систем, контактирующих с упругой средой [Текст] : дис. ... канд. техн. наук : 05.23.17 / Бен Хелал Монсеф Бен Мулди. – Москва, 2000. – 110 с.
8. Листовые металлические конструкции [Текст] / [авт. кол.: Е. Н. Лессиг, А. Ф. Лилеев, А. Г. Соколов и др.]. – М. : Стройиздат, 1970. – 488 с.
9. Писанко, Н. М. Комплексное решение вопроса о допусках при изготовлении сварных вертикальных цилиндрических резервуаров [Текст] / Н. М. Писанко // Стальные конструкции. – 1962. – № 18. – С. 57–82.
10. Егоров, Е. А. Комплексный анализ, оценка и управление надежностью стальных резервуаров для хранения нефтепродуктов [Текст] : дис. ... д-ра техн.

наук : 05.23.01 / Егоров Евгений Аркадьевич ; Приднепровская гос. академия строительства и архитектуры. – Д., 2004. – 337 с.

11. Егоров, Е. А. Некоторые проблемы и перспективы украинского резервуаростроения [Текст] / Е. А. Егоров // Металлические конструкции. – 2006. – Т. 9, № 1. – С. 59–68.

12. Егоров, Е. А. Проблемы устойчивости стальных вертикальных цилиндрических резервуаров в задачах технической диагностики [Текст] / Е. А. Егоров, Б. Г. Исмагулов, Ю. В. Федоряка // Вестник ПДАБА. – Днепропетровск, 2010. – Выпуск № 11 (152). – С. 9–18.

13. Егоров, Е. А. Исследование вопросов устойчивости стальных вертикальных цилиндрических резервуаров [Текст] / Е. А. Егоров, Ю. В. Федоряка // Металлические конструкции. – 2006. – Том 9, № 1. – С. 89–97.

14. Перельмутер, А. В. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа [Текст] / А. В. Перельмутер, В. И. Сливкер. – 4-е изд., перераб. – М. : СКАД СОФТ, 2011. – 736 с.

15. Вычислительный комплекс SCAD [Текст] / В. С. Карпиловский, Э. З. Криксунов, А. А. Маляренко, М. А. Микитавренко, А. В. Перельмутер, М. А. Перельмутер. – М. : СКАД СОФТ, 2011. – 656 с.

16. Формирование сечений и расчет их геометрических характеристик [Текст] / В. С. Карпиловский, Э. З. Криксунов, А. В. Перельмутер, М. А. Перельмутер. – К. : ВВП «Компас», 2000. – 80 с.

17. SCAD Office. Реализация СНиП в проектирующих программах [Текст] / В. С. Карпиловский, Э. З. Криксунов, А. А. Маляренко [и др.]. – М. : СКАД СОФТ, 2014. – 480 с.

18. SCAD Office. Формирование сечений и расчет их геометрических характеристик [Текст] / В. С. Карпиловский, Э. З. Криксунов, А. А. Маляренко, А. В. Перельмутер, М. А. Перельмутер. – М. : АСВ, 2013. – 128 с.

19. SCAD Office. Электронные справочники [Текст] / С. В. Гиренко, Э. З. Криксунов, А. В. Перельмутер, М. А. Перельмутер, С. Ю. Фиалко. – М. : СКАД СОФТ, 2011. – 112 с.

20. Очерки по истории металлических конструкций [Текст] / А. В. Перельмутер. – М. : СКАД СОФТ, АСВ, 2015. – 256 с.
21. Пат. 27947 Україна МПК В65D 90/22, Резервуар [Текст] / Мущанов В. П., Бачурін О. М., Крисько О. А. ; власник Донбаська національна академія будівництва і архітектури. – № u200705463 ; заявл. 18.05.2007 ; опубл. 26.11.2007, Бюл. № 19. – 4 с.
22. Мущанов, В. Ф. Новое конструктивное решение усиления резервуара [Текст] / В. Ф. Мущанов, А. Н. Бачурин, А. А. Крысько // Вісник Донбаської національної академії будівництва і архітектури. – 2010. – Випуск 2010-6(86) : Інженерні системи та техногенна безпека. – С. 145–151.
23. Мущанов, В. П. Дослідження напружено-деформованого стану стиків вертикальних циліндричних резервуарів з кутовими геометричними недосконало-стями [Текст] / В. П. Мущанов, О. О. Кулик // Вісник Донбаської державної ака-демії будівництва і архітектури. – 2003. – Вип. 2003-2(39) : Будівельні кон-струкції, будівлі та споруди. Т. 1. – С. 10–15.
24. Мущанов, В.Ф. Учет дефектов и несовершенств ВЦР на стадиях расчета и проектирования. Новые решения конструкций, технологии сооружения, диагно-стики и ремонта стальных резервуаров [Текст] / В.Ф. Мущанов, А.А. Кулик, В.И. Москаленко // Международная ассоциация по оболочкам пространственным конструкциям (IASS). – К.: Сталь, 2006. – С. 42-43.
25. Мущанов, В.Ф. Действительная работа и надежность мембранных кон-струкций [Текст]: дис. ... д-ра техн. наук : 05.23.01 / Мущанов Владимир Филли-пович. – Макеевка, 1996. - 390с. - (Донбас. гос. акад. стр. и арх.).
26. Design and Construction of Silos and Bunkers [Текст] / [ed. by.: S. S. Safarian, E. C. Harris and others]. – New York : McGraw-Hill, 2000. – 212 p.
27. Металлические резервуары и газгольдеры [Текст] / [авт. кол.: М. К. Сафарян и др.]. – М. : Недра, 1987. – 200 с.
28. Сафарян, М. К. Исследование геометрической формы стальных верти-кальных цилиндрических резервуаров [Текст] / М. К. Сафарян, Н. М. Писанко // Сб. науч. трудов / ВНИИСтройнефть. – 1957. – Вып. IX. – С. 14–23.

29. Шимановский А.В. Техническое состояние строительных металлических конструкций в Украине [Текст] / А.В. Шимановский, В.М. Гордеев, А.И. Оглобля и др. // Автоматическая сварка. 2001. - № 9. - С. 33-39.

30. Шимановский А.В. Стальные резервуары: конструкция, сварка, диагностика, ремонт, ресурс [Текст] / А.В. Шимановский, Б.В. Поповский // Монтажные и специальные работы в строительстве. – 2004. - № 11. – С. 8-12.

31. Ращепкина, С. А. Принципы формообразования и конструирования стальных малогабаритных элеваторов повышенной транспортабельности [Текст] : дис. ... канд. техн. наук : 05.23.01 / Ращепкина С. А. – Балаково, 2000. – 246 с.

32. Федоряка, Ю. В. Особливості урахування вітрового навантаження в оцінках стійкості сталевих вертикальних циліндричних резервуарів [Текст] : дис. ... канд. техн. наук : 05.23.01 / Федоряка Ю. В. – Дніпропетровськ, 2007. – 171 с.

33. Федоряка, Ю. В. Линейный и нелинейный анализ устойчивости стальных вертикальных цилиндрических резервуаров при ветровой нагрузке [Текст] / Ю. В. Федоряка // Теоретические основы строительства: Сборник научных трудов Приднепровской ГАСА и Варшавского технического университета. – Варшава-Вильнюс, 2006. – Вып. 14. – С. 557–562.

34. Феодосьев, В. И. К расчету хлопающей мембраны [Текст] / В. И. Феодосьев // Прикладная математика и механика. – 1946. – Т. 10, № 2. – С. 295–300.

35. Зюлко, Єжи. Дефекти сталевих циліндричних резервуарів, причини їх виникнення, методи обмеження [Текст] / Єжи Зюлко // Металеві Конструкції. – 2000. – Том 3, № 1. – С. 55–60.

36. Губанов, В. В. Экспериментальное исследование местных напряжений в цилиндрических оболочках [Текст] / В. В. Губанов, В. Н. Васылев, А. В. Голиков // Вісник Донбаської національної академії будівництва і архітектури. – 2011. – Вип. 2011-4(90). – С. 172–179.

37. Кулик, Александр Александрович. Действительная работа монтажных стыков вертикальных цилиндрических резервуаров [Текст] : дис. ... канд. техн. наук : 05.23.01 / Кулик Александр Александрович ; Донбасская гос. академия

строительства и архитектуры. – Макеевка, 2003. – 171 с.

38. Роменский, Д. И. Краевые эффекты в безмоментных оболочках емкостных сооружений для хранения жидких и сыпучих материалов [Текст] : дис. ... канд. техн. наук : 05.23.01 / Роменский Денис Игоревич. – Макеевка, 2012. – 168 с.

39. Совершенствование нормативной базы для нефтяных стальных резервуаров – важная составляющая в развитии топливно-энергетического комплекса [Текст] / О. В. Дидковский, Э. Я. Еленицкий, Х. М. Ханухов [и др.] // Монтажные и специальные работы в строительстве. – 2009. – № 11. – С. 4–10.

40. Еленицкий, Э. Я. Методические основы новой нормативной базы проектирования вертикальных стальных резервуаров [Текст] / Э. Я. Еленицкий // Нефть, газ и бизнес. – 2007. – № 3. – С. 66–71.

41. Архипов, А. В. Анализ напряженно-деформированного состояния котла цистерны, имеющего геометрические несовершенства [Текст] : дис. ... канд. техн. наук : 05.22.07 / Архипов А. В. – Екатеринбург, 2007. – 146 с.

42. Архипов, А. В. Математические модели геометрических характеристик тонких цилиндрических оболочек [Текст] / А. В. Архипов, А. В. Смольянинов // Молодые ученые – транспорту 2001 : Тр. науч.-техн. конф. Т. 1 / МПС. УрГУПС. – Екатеринбург, 2001. – С. 232–240.

43. Архипов, А. В. К вопросу об отклонениях формы цилиндрической части котла вагона-цистерны [Текст] / А. В. Архипов, А. В. Смольянинов // Молодые ученые – транспорту 2001 : Тр. науч.-техн. конф. Т. 1 / МПС. УрГУПС. – Екатеринбург, 2001. – С. 241–247.

44. Архипов, А. В. Напряженно-деформированное состояние котла цистерны с учетом его геометрических несовершенств: вагоны и вагонное хозяйство [Текст] / А. В. Архипов, А. В. Смольянинов // Транспорт Урала : Научно-технический журнал. – 2006. – № 3. – С. 41–47.

45. Хаустов, В. М. Динамическое формоизменение тонкостенной оболочки импульсами магнитного поля [Текст] : дис. ... канд. техн. наук : 01.02.06 / Хаустов В. М. – Омск, 2000. – 123 с.

46. Фурсаев, С. А. Конечное пластическое и сверхпластическое деформиро-

вание тонкостенных оболочек [Текст] : дис. ... канд. физ.-мат. наук : 01.02.04 / Фурсаев С. А. – Тула, 2011. – 105 с.

47. Тюрин, Д. В. Моделирование вертикальных стальных резервуаров с несовершенствами геометрической формы [Текст]: дис. ... канд. техн. наук : 25.00.19 / Тюрин Д. В.; ТГНУ. – Тюмень, 2003. – 230 с.

48. Алифанов, Л. А. Нормирование дефектов формы и ресурса вертикальных цилиндрических резервуаров [Текст] : дис. ... канд. техн. наук : 01.02.06 / Алифанов Л. А. ; Институт вычислительного моделирования СО РАН. – Красноярск, 2003. – 224 с.

49. Алифанов, Л. А. Обоснование допусков на глубину вмятин на стенках вертикальных стальных резервуаров [Текст] / Л. А. Алифанов, А. М. Лепихин, К. Романенко // Современные методы математического моделирования природных и антропогенных катастроф. Проблемы защиты населения и территорий от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера : в 3-х т. Т. 2 : Труды науч. конф. – Красноярск : ИВМ СО РАН, 2003. – С. 11–19.

50. Алифанов, Л.А. Ресурс вертикальных цилиндрических резервуаров с локальными дефектами формы [Текст] / Л.А. Алифанов //Достижения науки и техники – развитию сибирских регионов: Материалы Всероссийской научно-практической конференции. – Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2003. – ч. 1. - С. 145-146.

51. Нормирование дефектов формы вертикальных цилиндрических резервуаров [Текст] / Л. А. Алифанов, Е. В. Анискович, А. М. Лепихин, А. В. Тридворнов // Вычислительные технологии. – 2003. – Т. 8, Ч. 1. ; Региональный вестник Востока № 3. (Совместный выпуск). – С. 9–15.

52. Алифанов, Л. А. Моделирование напряженно-деформированного состояния и определение остаточного ресурса резервуара РВС-20000 с деформированной стенкой [Текст] / Л. А. Алифанов, А. Я. Вельп, В. В. Москвичев // Транспортные средства Сибири : Межвуз. сб. науч. тр. с междунар. участием. – Красноярск, 2002. – Вып. 8. – С. 205–209.

53. Analysis of Geometrical Shape Defects of a Steel Cylindrical Tank Wall by Numerical and Analytical Methods [Текст] / L. A. Aliphanov, K. Romanenko,

A. M. Lepikhin, V. V. Moskvichev, M. Samofalov // Abstracts of the 8th International Conference “Advanced Materials, Structures and Techniques in Civil Engineering”. – Vilnius : Technika, 2004. – P. 247–248.

54. Plieninių ritinio pavidalo talpyklų sienutės vietinių defektų mechaninio būvio tiesinė ir fiziškai netiesinė analizė baigtinių elementų metodų [Текст] / K. Romanenko, M. Samofalov, Š. Antanas, L. Aliphanov // Tarptautinės konferencijos “Mechanika-2004” medžiaga. – Kaunas : Technologija, 2004. – P. 56–61. (на литовском языке)

55. Linear and physically non-linear stress state analysis of local shape defects on steel cylindrical tank walls by the finite element method [Текст] / K. Romanenko, M. Samofalov, A. Šapalas, L. A. Aliphanov // Mechanika. – Kaunas : Technologija, 2004. – Vol. 2(46). – P. 5–13.

56. Aliphanov, L. A. FEM application in geometrically non-linear analysis of local shape defects on steel cylindrical tank walls [Текст] / L. A. Aliphanov, K. Romanenko, M. Samofalov // Tarptautinės konferencijos “NSCM-17” medžiaga. – Stockholm, 2004. – P. 90–182.

57. Балюба, И. Г. Конструктивная геометрия многообразий в точечном исчислении [Текст] : дис. ... доктора техн. наук : 05.01.01 / И. Г. Балюба. – Макеевка, 1995. – 227 с.

58. Балюба, И. Г. Геометрическая сущность кривых Безье и их аналитическое представление [Текст] / И. Г. Балюба // Сучасні проблеми геометричного моделювання : Зб. праць Міжнародної науково-практичної конференції. Ч. 1. – Харків : ХІПБ МВС України, 1998. – С. 178–182.

59. Балюба, И. Г. Моделирование плоских и пространственных кривых [Текст] / И. Г. Балюба ; Донбасская гос. акад. стр-ва и арх. – Макеевка, 1994. – 28 с. – Деп. в ГНТБ Украины, № 2368-Ук 94.

60. Балюба, И. Г. Точечное исчисление [Текст] : [учебное пособие] / И. Г. Балюба, В. М. Найдыш ; под ред. В. М. Верещаги. – Мелитополь : МГПУ им. Б. Хмельницкого, 2015. – 236 с.

61. Найдыш, В. М. Алгебра БН-исчисления [Текст] / В. М. Найдыш, И. Г. Балюба, В. М. Верещага // Прикладна геометрія та інженерна графіка : Міжвід-

мчий науково-технічний збірник. – К. : КНУБА, 2012. – Вип. 90. – С. 210–215.

62. Конопацький, Є. В. Конструювання плоских і просторових алгебраїчних кривих системою лінійних точкових рівнянь [Текст] / Є. В. Конопацький, І. Г. Балюба, Ж. В. Старченко // Праці / Таврійська державна агротехнічна академія. – Мелітополь : ТДАТА, 2002. – Вип. 4. Прикладна геометрія та інженерна графіка. Т. 17. – С. 66–67.

63. Точечное исчисление – математический аппарат параллельных вычислений для решения задач математического и компьютерного моделирования геометрических форм [Текст] / И. Г. Балюба, В. И. Полищук, Б. Ф. Горягин, Т. П. Малютин // Материалы Международной научной конференции «Моделирование – 2008», 14-16 мая 2008 р., г. Киев, Том 2 / Институт проблем моделирования в энергетике им. Г. Е. Пухова НАН Украины. – К. : Ин-т проблем моделирования в энергетике им. Г. Е. Пухова НАН Украины, 2008. – С. 286–290.

64. Балюба, І. Г. Основи математичного апарату точкового числення [Текст] / І. Г. Балюба, В. І. Поліщук, Т. П. Малютіна // Праці / Таврійська державна агротехнічна академія. – Мелітополь : ТДАТА, 2005. – Вип. 4. Прикладна геометрія та інженерна графіка. Т. 29. – С. 22–30.

65. Основи прикладної дискретної геометрії [Текст] : Навчальний посібник / В. М. Найдиш, В. М. Верещага, А. В. Найдиш, В. М. Малкіна. – Мелітополь : Люкс, 2007. – 193 с.

66. Верещага, В. М. Визначення поняття дискретного геометричного образу у варіаційному дискретному геометричному моделюванні [Текст] / В. М. Верещага // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Праці / Таврійський державний агротехнологічний університет. – Мелітополь : ТДАТУ, 2011. – Вип. 4, т. 51. – С. 3–8.

67. Михайленко, В. Е. Формообразование оболочек в архитектуре [Текст] / В. Е. Михайленко, В. С. Обухова, А. Л. Подгорный. – К. : Будівельник, 1982. – 205 с.

68. Крисько, О. А. Геометричне моделювання дійсної поверхні тонкостінних оболонок технічних форм [Текст] / О. А. Крисько, А. В. Найдиш, Д. В.

Спірінцев // Вісник Херсонського національного технічного університету / гол. ред. кол. Ю. М. Бардачов. – Херсон, 2014. – № 3(50). – С. 594–597.

69. Найдиш, В. М. Дискретна інтерполяція [Текст] : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. III–IV рівнів акредитації / В. М. Найдиш. – Мелітополь (Запорізь. обл.) : Люкс, 2008. – 249 с. – ISBN 978-966-8428-28-9.

70. Павлов, А. В. Графоаналитические способы конструирования поверхностей сложной формы [Текст] : автореферат дис. на соискание ученой степени доктора технических наук / Павлов А. В. ; Объедин. учен. совет по прикладной геометрии и инж. графике при Моск. технолог. ин-те пищевой пром-сти. – Москва : [б. и.], 1967. – 26 с.

71. Скидан И.А. Геометрическое моделирование кинематических поверхностей в специальных координатах [Текст]: дис. ... д-ра техн. наук : 05.01.01. – Донецк, 1989. – 340 с.

72. Давыденко, И. П. Конструирование поверхностей пространственных форм методом подвижного симплекса [Текст] : дис. ... канд. техн. наук : 05.01.01 / И. П. Давыденко. – Макеевка, 2012. – 186 с.

73. Давиденко, І. П. Точкове задання кривих другого порядку у різноманітній параметризації [Текст] / І. П. Давиденко // Праці / Таврійської державної агротехнічної академії. – Мелітополь : ТДАТА, 2006. – Вип. 4 : Прикладна геометрія та інженерна графіка. Т. 31. – С. 128–132.

74. Конопацький, Є. В. Геометричне моделювання алгебраїчних кривих та їх використання при конструюванні поверхонь у точковому численні Балюби-Найдиша [Текст] : дис. ... канд. техн. наук : 05.01.01 / Конопацький Євген Вікторович. – Мелітополь, 2012. – 164 с.

75. Конопацький, Є. В. Один із способів підвищення порядку алгебраїчних кривих [Текст] / Є. В. Конопацький, В. І. Поліщук // Вісник Донбаської національної академії будівництва і архітектури. – 2006. – Вип. 2006-4(60). – С. 59–62.

76. Конопацький, Є. В. Криві третього порядку, як криві одного відношення [Текст] / Є. В. Конопацький, Ж. В. Старченко // Праці / Таврійський державний агротехнологічний університет. – Мелітополь : ТДАТУ, 2011. – Вип. 4. Прикладна

геометрія та інженерна графіка. Т. 51. – С. 111–115.

77. Конопацький, Є. В. Геометричні передумови моделювання дійсної поверхні тонкостінних оболонок технічних форм методами БН-числення [Текст] / Є. В. Конопацький, О. А. Крисько // Науковий вісник Мелітопольського державного педагогічного університету імені Богдана Хмельницького. Серія : Математика. Геометрія. Інформатика. Т. 1 / гол. ред. кол. А. В. Найдиш. – Мелітополь : МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2014. – С. 118–125.

78. Поліщук, В. І. Побудова просторової дуги кривої третього порядку [Текст] / Є. В. Конопацький, В. І. Поліщук // Вісник Донбаської національної академії будівництва і архітектури. – Макіївка : ДонНАБА, 2009. – Вип. 2009-5(79) : Матеріали VIII Міжнародної наукової конференції молодих вчених, аспірантів і студентів. Т. 2. – С. 169–172.

79. Конопацький, Є. В. Геометрическое моделирование стенки стального вертикального цилиндрического резервуара с несовершенствами [Текст] / О. А. Крисько, Є. В. Конопацький // Вісник Донбаської національної академії будівництва і архітектури. – 2013. – Випуск 2013-3(101) : Будівлі та конструкції із застосуванням нових матеріалів та технологій. – С. 126–129.

80. Конопацький, Є. В. Геометричне моделювання поверхні резервуару для зберігання нафтопродуктів з урахуванням недосконалостей методами БН-числення [Текст] / А. І. Бумага, Є. В. Конопацький, О. А. Крисько // Матеріали II-ї Міжнародної науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Прикладна геометрія, дизайн та об'єкти інтелектуальної власності». – К. : ДІА, 2013. – Вип. 2. – С. 118–122.

81. Конопацький, Є. В. Особенности конструирования замкнутого обвода первого порядка гладкости в БН-исчислении [Текст] / Є. В. Конопацький, А. А. Крисько, Н. А. Рубцов // Сучасні проблеми моделювання : зб. наук. праць / МДПУ ім. Б. Хмельницького ; гол. ред. кол. А. В. Найдиш. – Мелітополь : Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2016. – Вип. 6. – С. 65–70.

82. Конопацький, Є. В. Проективне визначення просторової кривої третього порядку [Текст] / Є. В. Конопацький, О. А. Крисько, В. Є. Налбат // Збірник

тез доповідей за матеріалами XXXVIII Всеукраїнської студентської науково-технічної конференції «Науково-технічні досягнення – будівельно-архітектурній галузі України». 20 квітня 2012 року, Макіївка / Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України, Донбаська національна академія будівництва і архітектури. – Макіївка : ДонНАБА, 2012. – С. 35.

83. Конопацький, Є. В. Геометричне моделювання купольної поверхні на заданих опорних контурах методом рухомого симплексу [Текст] / Є. В. Конопацький, О. А. Крисько, О. Ю. Розанова // Збірник тез доповідей I-ї конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Прикладна геометрія, дизайн та інноваційна діяльність. Вип. 1 / Редкол. В. В. Ванін (відпов. ред.) [та ін.]. – К. : НТУУ «КПІ», 2012. – С. 116–118.

84. Кучеренко, В. В. Формалізовані геометричні моделі нерегулярної поверхні для гіперкількісної дискретної скінченної множини точок [Текст] : дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук : 05.01.01 / Кучеренко Вадим Володимирович. – Мелітополь, 2013. – 234 с.

85. Горягин, Б. Ф. Построение кривых 2-го и 3-го порядка на ПЭВМ [Текст] / Б. Ф. Горягин, А. Н. Клен, А. В. Муратова // Вестник Донбасской государственной академии строительства и архитектуры. – Макеевка : ДГАСА, 1998. – Вып. 98-3(11) : Строительные конструкции. Здания и сооружения. – С. 91.

86. Смогоржевский, А. С. Справочник по теории плоских кривых третьего порядка [Текст] / А. С. Смогоржевский, Е. С. Столова. – М. : ФМГ, 1961. – 409 с.

87. Бельский, М. Р. Усиление стальных конструкций [Текст] : научное издание / М. Р. Бельский, А. Н. Лебедев. – Киев : Будівельник, 1981. – 120 с.

88. Голобля, О. І. Відновлення несучої здатності сталевих вертикальних резервуарів, що містять дефекти та пошкодження [Текст] / О. І. Голобля, О. Б. Пластовець, З. А. Юрас // Металеві Конструкції. – 2003. – Том 6, № 1. – С. 49–54.

89. РД 05-95-95. Положение о системе технического диагностирования сварных вертикальных цилиндрических резервуаров для нефти и нефтепродуктов [Текст]. – М. : ВНИИмонтажспецстрой, 1995. – 17 с.

90. Правила технической эксплуатации резервуаров и инструкции по их ре-

монта [Текст] : утверждены Госкомнефтепродуктом СССР 26 декабря 1986 г. / Государственный комитет СССР по обеспечению нефтепродуктами. – М. : Недра, 1988. – 182 с.

91. СА 03-008-08. Резервуары вертикальные стальные сварные для нефти и нефтепродуктов. Техническое диагностирование и анализ безопасности [Текст]. (Методические указания) / Российская ассоциация экспертных организаций техногенных объектов повышенной безопасности «Ростехэкспертиза», «Научно-промышленный союз «РИСКОМ», НПК «Изотермик». – М. : [б. и.], 2009. – 288 с.

92. РД 153-39.4-078-01. Правила технической эксплуатации резервуаров, магистральных нефтепроводов и нефтебаз [Текст]. – Взамен РД 39-0147103-385-87 ; введ. 2001-04-10. – Уфа : [б. и.], 2001. – 47 с.

93. ДСТУ-Н Б А.3.1-10:2008. Настанова з проведення технічного діагностування вертикальних сталевих резервуарів [Текст]. – Уведено вперше ; чинний з 2009-07-01. – К. : Мінрегіонбуд України, 2008. – 13 с.

94. ДБН В.1.2-14-2009. Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель, споруд, будівельних конструкцій та основ [Текст]. – Уведено вперше зі скасуванням в Україні ГОСТ 27751, СТ СЭВ 3972-83, СТ СЭВ 3973-83, СТ СЭВ 4417-83, СТ СЭВ 4868-84 ; чинні з 2009-12-01 – К. : Мінрегіонбуд України, 2009. – 37 с.

95. ВБН В.2.2-58.2-94. Резервуари вертикальні сталеві для зберігання нафти і нафтопродуктів з тиском насичених парів не вище 93,3 кПа [Текст]. – Вводяться вперше ; введ. 1994-10-01. – К. : Держкомнафтогаз, 1994. – 98 с.

96. Yegorov, Y. A. Stability estimate of vertical cylinder-shaped tanks in service [Текст] / Y. A. Yegorov, B. G. Ismagulov, Y. V. Fedoryaka // Design, inspection, maintenance and operation of cylindrical steel tanks and pipelines : Proceedings of the International Conference / Edited by V. Krupka. – Prague : [s. n.], 2003. – P. 336–341.

97. Холмурзаев, А. А. Формообразование и оптимальное проектирование оболочек на жесткопластическом основании [Текст] : дис. ... канд. техн. наук : 05.01.01, 05.17.23 / Холмурзаев А. А. – Киев, 1992. – 132 с.

98. Дехтярь, А. С. Несущая способность тонкостенных конструкций [Текст]

/ Дехтярь А. С., Рассказов А. О. – К.: Будівельник, 1990. – 287 с.

99. Дехтярь А.С. Несущая способность цилиндрической оболочки / А.С. Дехтярь // Прикл. механика. – 1983, т.ХІХ, № 5. – С.42-48.

100. Абдуллаев, А. А. Моделирование поверхностей мембранных и мембранно-вантовых покрытий [Текст] : дис. ... канд. техн. наук : 05.01.01 / Абдуллаев А. А. – Киев, 1984. – 188 с.

101. Грищенко, В. Г. Дискретное моделирование поверхностей оболочек с учетом совокупности геометрических и статических формообразующих факторов [Текст] : дис. ... канд. техн. наук : 05.01.01 / Грищенко В. Г. – Киев, 1984. – 197 с.

102. Ковалев, С. Н. Формирование дискретных моделей поверхностей пространственных архитектурных конструкций [Текст] : дис. ... д-ра техн. наук : 05.01.01 / С. Н. Ковалев. – М., 1986. – 348 с.

103. Dey, Tamal K. Curve and Surface Reconstruction: Algorithms with Mathematical Analysis (Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics) [Текст] / Tamal K. Dey. – NY : Cambridge University Press New York, 2006. – 230 p.

104. Hornung, Uwe. Buckling loads of tank shells with imperfections [Текст] / Uwe Hornung, Helmut Saal // International Journal of Non-Linear Mechanics. University of Karlsruhe, Karlsruhe, Germany. – 2002. – 37. – P. 605–621.

105. Prabu, B. Parametric study on buckling behaviour of dented short carbon steel cylindrical shell subjected to uniform axial compression [Текст] / B. Prabu, A. V. Raviprakash, A. Venkatraman // Thin-Walled Structures. – 2010. – 48. – P. 639–649.

106. Stress/strain state investigations for extreme points of thin wall cylindrical tanks [Текст] / Konstantin Rasiulis, Antanas Šapalas, Romualdas Vadlūga, Michail Samofalov // Journal of Constructional Steel Research. – 2006. – 62. – P. 1232–1237.

107. Guggenberger, W. Buckling and Postbuckling of Imperfect Cylindrical Shells Under External Pressure / W. Guggenberger // Thin-Walled Structures. – 1995. – 23. – pp. 351-366.

108. Guggenberger, W. Collapse Design of Large Steel Digester Tanks / W. Guggenberger // Thin-Walled Structures. – 1994. – 20. – pp. 109-128.

109. Hamdan, F.H. Seismic behaviour of cylindrical steel liquid storage tanks /

F.H. Hamdan // Journal of Constructional Steel Research. – 2000. – 53. – pp. 307-333.

110. Daniël Vandepitte. Confrontation of shell buckling research results with the collapse of a steel water tower / Daniël Vandepitte // Journal of Constructional Steel Research. – 1999. – 49. – pp. 303–314.

111. Uwe Hornung. Bucklingloads of tank shells with imperfections / Uwe Hornung, Helmut Saal // International Journal of Non-Linear Mechanics. – 2002. – 37. – pp. 605–621.

112. Prabu, B. Parametric study on buckling behaviour of dented short carbon steel cylindrical shell subjected to uniform axial compression / B. Prabu, A.V.Raviprakash, A.Venkatraman // Thin-Walled Structures. – 2010. – 48. – pp. 639-649.

113. Rasiulis, K. Stress/strain state investigations for extreme points of thin wall cylindrical tanks / K. Rasiulis, A. Šapalas, R. Vadluga, M. Samofalov // Journal of Constructional Steel Research. – 2006. – 62. – pp. 1232–1237.

114. Portela, G. Wind pressures and buckling of cylindrical steel tanks with a conical roof / G. Portela, L.A.Godoy // Journal of Constructional Steel Research. – 2005. – 61. – pp. 786–807.

115. Portela, G. Wind pressures and buckling of cylindrical steel tanks with a dome roof / G. Portela, L.A.Godoy // Journal of Constructional Steel Research. – 2005. – 61. – pp. 808–824.

116. Скворцов, А. В. Триангуляция Делоне и ее применения [Текст] / А. В. Скворцов. – Томск : Изд-во Томского Унив., 2002. – 128 с.

117. Галанин, М. П. Разработка и реализация алгоритмов трехмерной триангуляции сложных пространственных областей: итерационные методы [Текст] / М. П. Галанин, И. А. Щеглов ; Российская Академия Наук, Ордена Ленина Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша. – Москва, 2006. – 32 с.

118. Крисько, О. А. Вычислительный алгоритм формирования геометрических моделей действительной поверхности тонкостенных оболочек технических форм методами БН-исчисления [Текст] / О. А. Крисько // Наукові нотатки : Міжвузівський збірник (за галузями знань «Машинобудування та металооброб-

ка», «Інженерна механіка», «Металургія та матеріалознавство»). – Луцьк, 2015. – Випуск 48. – С. 125–129.

119. Крисько, О. А. Геометрическое моделирование действительной поверхности тонкостенных оболочек технических форм методами БН-исчисления [Текст] / О. А. Крисько // Актуальные проблемы механики в современном строительстве : Материалы III Международной научно-технической конференции / под редакцией А. И. Шеина. – Пенза : [б. и.], 2014. – С. 40–47.

120. Кованцов, М. І. Проективна геометрія [Текст] / М. І. Кованцов. – Київ : Вища школа, 1969. – 410 с.

121. Глаголев, Н. А. Проективная геометрия [Текст] : [учебное пособие для университетов] / Н. А. Глаголев ; под ред. Глаголева А. А. – Изд. 2-е, испр. и доп. – Москва : Высшая школа, 1963. – 344 с.

122. Бадаев, Ю. И. Определения классификации и расчет кривых третьего порядка на основе трехтканевых преобразований [Текст] / Ю. И. Бадаев ; КПИ. – К., 1988. – 61 с. – Деп. в УКРНИИНТИ, № 983–Ук 88

123. Крисько, О. А. Конструювання просторових дуг обводу у БН-численні [Текст] / О. А. Крисько // Сборник научных трудов SWorld. — Иваново : Маркова АД, 2013. – Выпуск 3, Том 12. – С. 86–92.

124. Крисько, О. А. Геометрические основы конструирования одномерного обвода через k наперед заданных точек в БН-исчислении [Текст] / Сучасні проблеми моделювання : зб. наук. праць / МДПУ ім. Б. Хмельницького ; гол. ред. кол. А. В. Найдіш. – Мелітополь : Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2015. – Вип. 4. – С. 76-81.

125. Крисько, О. А. Теоретические основы геометрического моделирования поверхности резервуара для хранения нефтепродуктов с несовершенствами [Текст] / О. А. Крисько // Научная дискуссия: вопросы технических наук : сборник статей по материалам XIII-XIV международной заочной научно-практической конференции. – М. : Международный центр образования и науки, 2013. – № 8-9(11). – С. 17–25.

126. Крисько, О. А. Спосіб геометричного моделювання поверхні резервуа-

ру будь-якого об'єму для зберігання нафтопродуктів з урахуванням недосконалостей [Текст] / О. А. Крисько // Будівництво та техногенна безпека : Збірник наукових праць : Доповіді десятої міжнародної кримської науково-практичної конференції «Геометричне та комп'ютерне моделювання: енергозбереження, екологія, дизайн». – Сімферополь : НАПКС, 2013. – Вип. 48. – С. 98–102.

127. Методика численного исследования напряжённо-деформированного состояния стальных вертикальных цилиндрических резервуаров с учётом несовершенств геометрической формы [Текст] / А. А. Крысько, Е. В. Конопацкий, А. Н. Миронов и др. // Металлические конструкции. – 2016. – Т. 22, №1 – С. 45-57.

128. Крисько, О. А. Обробка даних отриманих НЛС для створення геометричної моделі дійсної поверхні тонкостінних оболонок технічних форм [Текст] / О. А. Крисько // Сучасні проблеми моделювання : зб. наук. праць / МДПУ ім. Б. Хмельницького ; гол. ред. кол. А. В. Найдиш. – Мелітополь : Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2014. – Вип. 2. – С. 51–56.

129. ГОСТ 26877-2008.Metalloпродукция. Методы измерения отклонений формы [Текст]. – Взамен ГОСТ 26877-91 ; введ. 2013-01-01. – М. : Стандартинформ, 2013. – 27 с.

130. ГОСТ 8.570-2000. Государственная система обеспечения единства измерений. Резервуары стальные вертикальные цилиндрические. Методика поверки [Текст]. – Взамен МИ 1823-87 ; введ. 2002-01-01. – Минск : Межгосударственный совет по стандартизации, метрологии и сертификации, 2002. – 65 с.

131. Правила технической эксплуатации резервуаров [Текст] : Утверждено ОАО «НК «Роснефть» от 28.01.2004 г. / Разработаны ОАО СКБ «Транснефтеавтоматика». – Ведено приказом № 9 от 28.01.2004 г. – [Б. м. : б. и.], 2004. – 114 с.

132. ДБН В.1.2-5:2007. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Науково-технічний супровід будівельних об'єктів [Текст]. – Уведено вперше ; чинний від 2008-01-01. – К. : Мінрегіонбуд України, 2007. – 16 с.

133. Типовой проект ТП 704-1-54. Стальной вертикальный цилиндрический резервуар для нефти и нефтепродуктов ёмкостью 1000 м³ [Текст]. Альбом I. Рабо-

чие чертежи КМ резервуара / ЦНИИпроектстальконструкция. – Алма-Ата : Казахский филиал ЦИТП, 1963. – 23 с.

134. Техническое заключение по теме № 96-2 ДЦ. Обследование и оценка технического состояния металлоконструкций резервуара № 1 для хранения бензина объемом $V=1000 \text{ м}^3$ КСП «Бешевский» [Текст] / Донбасский диагностический центр строительных конструкций зданий и сооружений ДонГАСА. – Макеевка : ДонГАСА, 1996. – 16 с.

135. СП 16.13330.2011. Свод правил. Стальные конструкции [Текст]. Актуализированная редакция СНиП II-23-81*. – Введ. 2011-05-20. – М. : Минрегион России, 2011. – 173 с.

136. ДБН В.2.6-198:2014. Сталеві конструкції. Норми проектування [Текст]. – На заміну ДБН В.2.6-163:2010 у частині розділу 1 та ДСТУ Б В.2.6-194:2013 ; чинні з 2015-01-01. – К. : Мінрегіон України, 2014. – 199 с.

137. BS EN 1993-4-2:2007. Eurocode 3 – Design of steel structures [Текст] – Part 4-2: Tanks. – Published: 05/31/2007. – Brussels : BSI, 2007. – 56 p.

138. Лихтарников, Я. М. Расчет стальных конструкций [Текст] : Справ. пособие / Я. М. Лихтарников, Д. В. Ладыжевский, В. М. Клыков. – 2-е изд., испр. и доп. – К. : Будівельник, 1984. – 368 с.

139. Компьютерные модели конструкций [Текст] / [авт. кол.: А. С. Городецкий, И. Д. Евзеров и др.]. – К. : Факт, 2005. – 344 с.

140. РД 39-0147103-385-87. Правила технической эксплуатации резервуаров магистральных нефтепроводов [Текст] / ВНИИСПТнефть. – Чинний на підприємствах та організаціях нафтогазового комплексу у частині, що не суперечить чинному законодавству України : наказ Міністерства енергетики від 12.02.2013 р. № 56.1. – Уфа : ВНИИСПТнефть, 1988. – 282 с.

141. СП 70.13330.2012. Несущие и ограждающие конструкции [Текст]. Актуализированная редакция СНиП 3.03.01-87. – Введ. 2013-01-01. – М. : Минрегион России, 2012. – 205 с.

142. СП 43.13330.2012. Свод правил. Сооружения промышленных предприятий [Текст]. Актуализированная редакция СНиП 2.09.03-85. – Введ. 01.01.2013. –

М. : Минрегион России, 2012. – 102 с.

143. РД 153-112-017-97. Инструкция по диагностике и оценке остаточного ресурса вертикальных стальных резервуаров [Текст]. – Вводится взамен РД 112 РСФСР-029-90 «Инструкция по диагностике и оценке остаточного ресурса сварных вертикальных резервуаров» ; срок введения установлен с 1 июля 1997 г. приказом Минтопэнерго № 153 от 28.05.97. – Уфа : [б. и.], 1997. – 74 с.

144. ГОСТ 31385-2008. Резервуары вертикальные цилиндрические стальные для нефти и нефтепродуктов. Общие технические условия [Текст]. – Введен впервые ; введ. 2010-07-01. – М. : Стандартиформ, 2010. – 52 с.

145. ИТН-93. Инструкция по техническому надзору, методам ревизии и отбраковке трубчатых печей, резервуаров, сосудов и аппаратов нефтеперерабатывающих и нефтехимических производств [Текст] / Министерство топлива и энергетики Российской Федерации, Всероссийский научно-исследовательский и конструкторско-технологический институт оборудования нефтеперерабатывающей и нефтехимической промышленности. – Волгоград : [б. и.], 1995. – 95 с.

146. РД 153-112-017-97. Инструкция по диагностике и оценке остаточного ресурса вертикальных сварных резервуаров [Текст] / Министерство топлива и энергетики Российской Федерации, ЗАО "Нефтемонтаждиagnostика". – Взамен РД 112 РСФСР-029-90 "Инструкция по диагностике и оценке остаточного ресурса сварных вертикальных резервуаров" ; введения 1997-07-01. – Уфа : Издательство УГНТУ, 1997. – 74 с. – ISBN 5-7831-0017-X.

147. Руководство по безопасности вертикальных цилиндрических стальных резервуаров для нефти и нефтепродуктов [Текст]. Серия 03. Выпуск 69. – М. : Закрытое акционерное общество «Научно-технический центр исследований проблем промышленной безопасности», 2013. – 240 с. – ISBN 978-5-9687-0531-0.

148. ДСТУ Б В.2.6-183:2011. Резервуари вертикальні циліндричні сталеві для нафти та нафтопродуктів. Загальні технічні умови [Текст]. – На заміну ВБН В.2.2-58.2-94, розділи 1, 2, 3 (п.п.3.1-3.11), 4, 11 і додатки 1-3, 10, 11.1, 12 ; введ. 01.10.2012. – К. : Мінрегіон України, 2012. – 77 с.

149. СТО-СА-03-002-2009. Правила проектирования, изготовления и мон-

тажа вертикальных цилиндрических стальных резервуаров для нефти и нефтепродуктов [Текст] / Российская ассоциация экспертных организаций техногенных объектов повышенной опасности. – Введен впервые ; введ. 01.07.2009. – М. : Ассоциация Ростехэкспертиза, 2009. – 216 с.

150. РД 16.01-60.30.00-КТН-026-1-04. Нормы проектирования стальных вертикальных резервуаров для хранения нефти объемом 1000-50000 м³ [Текст] : Утверждено ОАО «АК «Транснефть» / ОАО «АК «Транснефть», ОАО «Гипротрубопровод». – М., 2004. – 71 с.

151. Методика проведения операций по консервации и ликвидации объектов (резервуарного парка) нефтебазового хозяйства [Текст] / ОАО СКБ «Транснефтеавтоматика». – Утв. ОАО «НК «Роснефть» 28.01.2004 г. ; введено приказом № 9 от 28.01.2004 г. – М., 2004. – 19 с.

152. СТО 0030-2004. Стандарт организации. Резервуары вертикальные цилиндрические стальные для нефти и нефтепродуктов. Правила технического диагностирования, ремонта и реконструкции [Текст] / ЗАО ЦНИИПСК им. Мельникова. – Введен впервые. – Москва : [б. и.], 2004. – 31 с.

153. СТО 0048-2005. Стандарт организации. Резервуары вертикальные цилиндрические стальные для хранения жидких продуктов. Правила проектирования [Текст] / ЗАО ЦНИИПСК им. Мельникова. – Введен впервые. – Москва : [б. и.], 2005. – 31 с.

Приложение А

Копии документов о внедрении результатов исследований

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по научной работе

ДонНАСА



В.Ф. Мушанов

2013 г.

«УТВЕРЖДАЮ»

Генеральный директор

ОАО «АДМК»



А.В. Левшин

2013 г.

СПРАВКА

**выдана ассистенту кафедры «Градостроительство и инженерная графика»
Донбасской национальной академии строительства и архитектуры
Крысько Александре Анатольевне
о внедрении результатов её диссертационных исследований**

Представленные Крысько А.А. материалы по теоретическому исследованию действительных поверхностей технических форм, с учётом искажений их геометрической формы, приняты к внедрению для диагностики действительного напряженного состояния конструкций тонкостенных оболочек и построения адекватных компьютерных моделей таких конструкций.

Предложенный автором способ геометрического моделирования действительных поверхностей технических форм методами БН-исчисления позволяет рассматривать не только локальные искажения геометрической формы, но и всю поверхность конструкции в целом, что позволяет более точно оценить влияние отдельных искажений геометрической формы на работу всей конструкции, что, в свою очередь, позволяет провести более точную диагностику и удешевить затраты на реконструкцию исследуемых технических форм.

Также снижению затрат на исследование и диагностику технических форм способствуют, полученные в работе, аналитические и компьютерные модели таких форм, при использовании которых появляется возможность компьютерного моделирования поверхностей технических форм как с учетом влияния искажений геометрической формы на работу всей конструкции, так и без учета такого влияния. Выше сказанное позволяет перед применением любых мер по устранению искажений геометрической формы, проверить их эффективность на компьютерной модели и в случае получения неудовлетворительных результатов, использовать другие, более эффективные методы реконструкции поверхностей технических форм.

Аналитические и компьютерные модели поверхностей технических форм, представленные в работе, легко интегрируются в любой программный комплекс, предназначенный для силового расчёта и анализа исследуемых конструкций, например в *Scad Office*.

Технический директор



В.В. Падалка

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ПРЕДПРИЯТИЕ
ДОНЕЦКИЙ ЭКСПЕРТНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЦЕНТР
ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА
ГОРТЕХНАДЗОРА ДНР

идентификационный код 51001908
83023, г. Донецк, проспект Павших Коммунаров, 1026
тел. +38 (066) 56-538-56
+38 (062) 300-20-89, +38 (062) 300-20-69
office@don-etc.ru dogovor@don-etc.ru



АКТ

внедрения результатов научно-исследовательской
диссертационной работы ассистента кафедры «Специализированные
информационные технологии и системы»
Донбасской национальной академии строительства и архитектуры
Крысько Александры Анатольевны

Настоящий акт выдан Крысько А.А. в том, что разработанный в ее работе способ численного моделирования и расчета тонкостенных оболочек инженерных сооружений с учетом несовершенств геометрической формы принят для внедрения в ГП «Донецкий ЭТЦ» Гортехнадзора ДНР для диагностики и обследования технического состояния стальных вертикальных цилиндрических резервуаров с дефектами геометрической формы, находящихся в эксплуатации.

Предложенный в диссертационной работе Крысько А.А., комплексный подход позволяет оперативно обрабатывать и критично оценивать, с помощью современной вычислительной техники, информацию о техническом состоянии тонкостенных оболочек инженерных сооружений на каждом этапе их мониторинга и обследования, с последующим расчетом напряженно-деформированного состояния конструкции, что является аналитическим подтверждением возможности дальнейшей эксплуатации исследуемых инженерных сооружений или обоснованием необходимости и экономической целесообразности их ремонта и реконструкции.

Кроме того, автором предложен и реализован эксклюзивный способ поэтапного нагружения резервуара гидростатической нагрузкой для исследования напряженно-деформированного состояния резервуара с учетом несовершенств геометрической формы в нелинейной постановке, который дополнительно позволяет отслеживать тенденцию изменения напряжений под действием гидростатической нагрузки, в результате чего появляется возможность определения максимальной высоты налива жидкости в резервуар с учетом несовершенств геометрической формы для его дальнейшей безопасной эксплуатации без необходимости проведения ремонта и реконструкции.

Начальник МКО
ГП «ДЭТЦ»



С.В.Чирва



**Министерство образования и науки
Донецкой Народной Республики**

**Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Донбасская национальная академия
строительства и архитектуры»**

86123, г. Макеевка, ул. Державина, 2, тел.: (062) 340-15-80,
(0623) 22-24-67, факс (0623) 22-77-19, email: mailbox@donnasa.ru, идент. код 02070795

от 07.06.16 № 4-04-58
на № _____ от _____

Диссертационный совет Д01.006.02
при ГОУ ВПО «Донбасская национальная
академия строительства и архитектуры»

СПРАВКА

о внедрении результатов исследований диссертационной работы в учебный процесс Крысько А.А. на тему «Геометрическое и компьютерное моделирование эксплуатируемых конструкций тонкостенных оболочек инженерных сооружений с учётом несовершенств геометрической формы» на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.23.01 – Строительные конструкции, здания и сооружения и 05.01.01 – Инженерная геометрия и компьютерная графика

Алгоритмы геометрического моделирования дуг обвода и неосциллирующих выпуклых обводов первого порядка гладкости, усовершенствованные и полученные в кандидатской диссертационной работе ассистента кафедры «Специализированные информационные технологии и системы» Крысько А.А., позволили создавать геометрические и компьютерные модели действительных незакономерных поверхностей оболочек инженерных сооружений с учётом искажений их геометрической формы. На этой основе получен универсальный геометрический и компьютерный алгоритм моделирования действительной поверхности стенки резервуара с учётом как общих, так и местных несовершенств геометрической формы. Это дало возможность использовать вычислительные возможности современной компьютерной техники для численного исследования и анализа напряженно-деформированного состояния стальных вертикальных цилиндрических резервуаров с учётом несовершенств геометрической формы при совместном действии нагрузок на весь резервуар в целом.

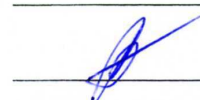
Результаты исследований внедрены в учебный процесс при подготовке бакалавров по направлению подготовки 07.03.01 «Архитектура» в дисциплине «Начертательная геометрия», по направлению подготовки 08.03.01 «Строительство» в дисциплине «Инженерная графика», магистров по направлению подготовки 08.04.01 «Строительство» (программа «Техническая эксплуатация и реконструкция зданий и сооружений») в дисциплине «Численное моделирование пространственных конструкций и сооружений с применением методов теории упругости и пластичности».

Проректор по учебной работе
ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»
д.т.н., профессор
Директор строительного института
д.э.н., доцент
Заведующий кафедрой
«Специализированные информационные технологии и системы», к.т.н., доцент





Н.М. Зайченко



В.Г. Севка



Я.В. Назим

Приложение Б

Листинг программы по компьютерному моделированию поверхности резервуара для хранения нефтепродуктов с учётом несовершенств геометрической формы в программном пакете *Maple*

restart :

$h := 8940; R := 6167; k := 6; n := 12; m := k + 1;$

$\Delta := \text{array}(1..7, 1..15, [[-45, -34.67, -24.33, -14,$
 $9, 32, 55, 66.67, 78.33, 90, 45, 0, -45, -34.67, -24.33]$
 $, [-30, -23.33, -16.67, -10, 18.67, 47.33, 76, 80.67,$
 $85.33, 90, 50, 10, -30, -23.33, -16.67], [-20, -20,$
 $-20, -20, 7.67, 35.33, 63, 62, 61, 60, 33.33, 6.67, -20,$
 $-20, -20], [-10, -13.33, -16.67, -20, 10.67, 41.33,$
 $72, 61.33, 50.67, 40, 23.33, 6.67, -10, -13.33, -16.67]$
 $, [7, -1, -9, -17, 10.33, 37.67, 65, 50, 35, 20, 15.67,$
 $11.33, 7, -1, -9], [5, 0, -5, -10, 23.33, 56.67, 90,$
 $66.67, 43.33, 20, 15, 10, 5, 0, -5], [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,$
 $0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]]);$

$xa := \text{array}(1..m, 1..n + 3);$

$ya := \text{array}(1..m, 1..n + 3);$

$za := \text{array}(1..m, 1..n + 3);$

for i **to** m **do**

for j **to** $n + 3$ **do**

$xa[i, j] := (R + \Delta[i, j]) \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot (j-1) \cdot \text{Pi}}{n}\right);$

$ya[i, j] := (R + \Delta[i, j]) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot (j-1) \cdot \text{Pi}}{n}\right);$

$za[i, j] := \frac{(i-1) \cdot h}{k};$

od od;

$\text{evalm}(xa); \text{evalm}(ya); \text{evalm}(za);$

$a1a2 := \text{array}(1..m, 1..n + 1);$

$a1a3 := \text{array}(1..m, 1..n + 1);$

$a2a3 := \text{array}(1..m, 1..n + 1);$

for i **to** m **do**

for j **to** $n + 1$ **do**

$a1a2[i, j] := ((xa[i, j] - xa[i, j + 1])^2 + (ya[i, j] - ya[i, j + 1])^2 + (za[i, j] - za[i, j + 1])^2)^{0.5};$

$a1a3[i, j] := ((xa[i, j] - xa[i, j + 2])^2 + (ya[i, j] - ya[i, j + 2])^2 + (za[i, j] - za[i, j + 2])^2)^{0.5};$

$a2a3[i, j] := ((xa[i, j + 1] - xa[i, j + 2])^2 + (ya[i, j + 1] - ya[i, j + 2])^2 + (za[i, j + 1] - za[i, j + 2])^2)^{0.5};$

od od;

$xb := \text{array}(1..m, 1..n + 1);$

$yb := \text{array}(1..m, 1..n + 1);$

$zb := \text{array}(1..m, 1..n + 1);$

for i **to** m **do**

for j **to** $n + 1$ **do**

$xb[i, j] := (xa[i, j + 2] - xa[i, j]) \cdot \frac{a2a3[i, j]}{\text{Pi} \cdot a1a3[i, j]} + xa[i, j + 1];$

$yb[i, j] := (ya[i, j + 2] - ya[i, j]) \cdot \frac{a2a3[i, j]}{\text{Pi} \cdot a1a3[i, j]} + ya[i, j + 1];$

$zb[i, j] := (za[i, j + 2] - za[i, j]) \cdot \frac{a2a3[i, j]}{\text{Pi} \cdot a1a3[i, j]} + za[i, j + 1];$

od od;

$xc := \text{array}(1..m, 1..n + 1);$

$yc := \text{array}(1..m, 1..n + 1);$

$zc := \text{array}(1..m, 1..n + 1);$

for i **to** m **do**

for j **to** $n + 1$ **do**

$$xc[i, j] := (xa[i, j] - xa[i, j + 2]) \cdot \frac{a1a2[i, j]}{Pi \cdot a1a3[i, j]} + xa[i, j + 1];$$

$$yc[i, j] := (ya[i, j] - ya[i, j + 2]) \cdot \frac{a1a2[i, j]}{Pi \cdot a1a3[i, j]} + ya[i, j + 1];$$

$$zc[i, j] := (za[i, j] - za[i, j + 2]) \cdot \frac{a1a2[i, j]}{Pi \cdot a1a3[i, j]} + za[i, j + 1];$$

od od;

$$xn := \text{array}(1 \dots m, 2 \dots n + 1);$$

$$yn := \text{array}(1 \dots m, 2 \dots n + 1);$$

$$zn := \text{array}(1 \dots m, 2 \dots n + 1);$$

for i **to** m **do**

for j **from** 2 **to** $n + 1$ **do**

$$xn[i, j] := xa[i, j] \cdot (1 - u)^3 + 3 \cdot xb[i, j - 1] \cdot (1 - u)^2 \cdot u + 3 \cdot xc[i, j] \cdot (1 - u) \cdot u^2 + xa[i, j + 1] \cdot u^3;$$

$$yn[i, j] := ya[i, j] \cdot (1 - u)^3 + 3 \cdot yb[i, j - 1] \cdot (1 - u)^2 \cdot u + 3 \cdot yc[i, j] \cdot (1 - u) \cdot u^2 + ya[i, j + 1] \cdot u^3;$$

$$zn[i, j] := za[i, j] \cdot (1 - u)^3 + 3 \cdot zb[i, j - 1] \cdot (1 - u)^2 \cdot u + 3 \cdot zc[i, j] \cdot (1 - u) \cdot u^2 + za[i, j + 1] \cdot u^3;$$

od od;

$$n1n2 := \text{array}(2 \dots m - 1, 2 \dots n + 1);$$

$$n1n3 := \text{array}(2 \dots m - 1, 2 \dots n + 1);$$

$$n2n3 := \text{array}(2 \dots m - 1, 2 \dots n + 1);$$

for i **from** 2 **to** $m - 1$ **do**

for j **from** 2 **to** $n + 1$ **do**

$$n1n2[i, j] := \left((xn[i-1, j] - xn[i, j])^2 + (yn[i-1, j] - yn[i, j])^2 + (zn[i-1, j] - zn[i, j])^2 \right)^{0.5};$$

$$n2n3[i, j] := \left((xn[i+1, j] - xn[i, j])^2 + (yn[i+1, j] - yn[i, j])^2 + (zn[i+1, j] - zn[i, j])^2 \right)^{0.5};$$

$$n1n3[i, j] := \left((xn[i+1, j] - xn[i-1, j])^2 + (yn[i+1, j] - yn[i-1, j])^2 + (zn[i+1, j] - zn[i-1, j])^2 \right)^{0.5};$$

od od;

$$xp := \text{array}(2 \dots m-1, 2 \dots n+1);$$

$$yp := \text{array}(2 \dots m-1, 2 \dots n+1);$$

$$zp := \text{array}(2 \dots m-1, 2 \dots n+1);$$

for i **from** 2 **to** $m - 1$ **do**

for j **from** 2 **to** $n + 1$ **do**

$$xp[i, j] := (xn[i+1, j] - xn[i-1, j]) \cdot \frac{n2n3[i, j]}{2 \cdot n1n3[i, j]} + xn[i, j];$$

$$yp[i, j] := (yn[i+1, j] - yn[i-1, j]) \cdot \frac{n2n3[i, j]}{2 \cdot n1n3[i, j]} + yn[i, j];$$

$$zp[i, j] := (zn[i+1, j] - zn[i-1, j]) \cdot \frac{n2n3[i, j]}{2 \cdot n1n3[i, j]} + zn[i, j];$$

od od;

$$xq := \text{array}(2 \dots m-1, 2 \dots n+1);$$

$$yq := \text{array}(2 \dots m-1, 2 \dots n+1);$$

$$zq := \text{array}(2 \dots m-1, 2 \dots n+1);$$

for i **from** 2 **to** $m - 1$ **do**

for j **from** 2 **to** $n + 1$ **do**

$$xq[i, j] := (xn[i-1, j] - xn[i+1, j]) \cdot \frac{n1n2[i, j]}{2 \cdot n1n3[i, j]} + xn[i, j];$$

$$yq[i, j] := (yn[i-1, j] - yn[i+1, j]) \cdot \frac{n1n2[i, j]}{2 \cdot n1n3[i, j]} + yn[i, j];$$

$$zq[i, j] := (zn[i-1, j] - zn[i+1, j]) \cdot \frac{n1n2[i, j]}{2 \cdot n1n3[i, j]} + zn[i, j];$$

od od;

$$xm := \text{array}(1..m, 2..n+1);$$

$$ym := \text{array}(1..m, 2..n+1);$$

$$zm := \text{array}(1..m, 2..n+1);$$

for j **from** 2 **to** $n + 1$ **do**

$$xm[1, j] := xn[1, j] \cdot (1-v)^2 + 2 \cdot xq[2, j] \cdot v \cdot (1-v) + xn[2, j] \cdot v^2;$$

$$ym[1, j] := yn[1, j] \cdot (1-v)^2 + 2 \cdot yq[2, j] \cdot v \cdot (1-v) + yn[2, j] \cdot v^2;$$

$$zm[1, j] := zn[1, j] \cdot (1-v)^2 + 2 \cdot zq[2, j] \cdot v \cdot (1-v) + zn[2, j] \cdot v^2;$$

$$xm[m, j] := xn[m-1, j] \cdot (1-v)^2 + 2 \cdot xp[m-1, j] \cdot v \cdot (1-v) + xn[m, j] \cdot v^2;$$

$$ym[m, j] := yn[m-1, j] \cdot (1-v)^2 + 2 \cdot yp[m-1, j] \cdot v \cdot (1-v) + yn[m, j] \cdot v^2;$$

$$zm[m, j] := zn[m-1, j] \cdot (1-v)^2 + 2 \cdot zp[m-1, j] \cdot v \cdot (1-v) + zn[m, j] \cdot v^2;$$

od;

for i **from** 2 **to** $m - 2$ **do**

for j **from** 2 **to** $n + 1$ **do**

$xm[i, j] := xn[i, j] \cdot (1 - v)^3 + 3 \cdot xp[i, j] \cdot (1 - v)^2 \cdot v + 3$

$\cdot xq[i + 1, j] \cdot (1 - v) \cdot v^2 + xn[i + 1, j] \cdot v^3;$

$ym[i, j] := yn[i, j] \cdot (1 - v)^3 + 3 \cdot yp[i, j] \cdot (1 - v)^2 \cdot v + 3$

$\cdot yq[i + 1, j] \cdot (1 - v) \cdot v^2 + yn[i + 1, j] \cdot v^3;$

$zm[i, j] := zn[i, j] \cdot (1 - v)^3 + 3 \cdot zp[i, j] \cdot (1 - v)^2 \cdot v + 3$

$\cdot zq[i + 1, j] \cdot (1 - v) \cdot v^2 + zn[i + 1, j] \cdot v^3;$

od od;

for i **to** m **do**

for j **from** 2 **to** $n + 1$ **do**

$s[i, j] := plot3d([xm[i, j], ym[i, j], zm[i, j]], u = 0 .. 1,$

$v = 0 .. 1, grid = [10, 10]);$

od: od:

$plots[display](seq(seq(s[i, j], i = 1 .. m), j = 2 .. n + 1));$

Приложение В

Листинг программы для компьютерного моделирования поверхности стального ВЦР с учётом общих несовершенств геометрической формы

Sub PlotCyl()

```
r = 6167 ' радиус резервуара
h = 8940 ' высота резервуара
k = 6    ' количество поясов
n = 12   ' количество точек в каждом поясе
```

Const PI = 4 * Math.Atn(1)

m = k + 1

StU = 1 / 30 'количество элементов, на которые делится ячейка кольца
StV = 1 / 15 'количество элементов, на которые делится ячейка пояса

VstU = Round(1 / StU) + 1

VstV = Round(1 / StV) + 1

Dim Point1(0 To 2) As Double

Dim Point2(0 To 2) As Double

Dim Point3(0 To 2) As Double

Dim Point4(0 To 2) As Double

Dim SchetchikSHAGA As Integer

Dim zz As Integer

Dim Delta() As Variant

Dim xA() As Variant

Dim yA() As Variant

Dim zA() As Variant

Dim xB() As Variant

Dim yB() As Variant

Dim zB() As Variant

Dim xC() As Variant

Dim yC() As Variant

Dim zC() As Variant

Dim xN() As Variant

Dim yN() As Variant

Dim zN() As Variant

Dim xP() As Variant

Dim yP() As Variant

Dim zP() As Variant

Dim xQ() As Variant

Dim yQ() As Variant

Dim zQ() As Variant

```
Dim xM() As Variant
Dim yM() As Variant
Dim zM() As Variant
```

```
Dim A1A2() As Variant
Dim A1A3() As Variant
Dim A2A3() As Variant
Dim N1N2() As Variant
Dim N1N3() As Variant
Dim N2N3() As Variant
Dim location(0 To 2) As Double
```

```
ReDim Delta(1 To m, 1 To n + 3)
ReDim xA(1 To m, 1 To n + 3)
ReDim yA(1 To m, 1 To n + 3)
ReDim zA(1 To m, 1 To n + 3)
ReDim xB(1 To m, 1 To n + 1)
ReDim yB(1 To m, 1 To n + 1)
ReDim zB(1 To m, 1 To n + 1)
ReDim xC(1 To m, 1 To n + 1)
ReDim yC(1 To m, 1 To n + 1)
ReDim zC(1 To m, 1 To n + 1)
ReDim xN(1 To m, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
ReDim yN(1 To m, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
ReDim zN(1 To m, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
ReDim xP(2 To m - 1, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
ReDim yP(2 To m - 1, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
ReDim zP(2 To m - 1, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
ReDim xQ(2 To m - 1, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
ReDim yQ(2 To m - 1, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
ReDim zQ(2 To m - 1, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
ReDim xM(1 To m, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
ReDim yM(1 To m, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
ReDim zM(1 To m, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
```

```
ReDim A1A2(1 To m, 1 To n + 1)
ReDim A1A3(1 To m, 1 To n + 1)
ReDim A2A3(1 To m, 1 To n + 1)
ReDim N1N2(2 To m - 1, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
ReDim N1N3(2 To m - 1, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
ReDim N2N3(2 To m - 1, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
```

' Массив отклонений стенки от вертикали

```
Sigma = Array(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -45, -34.67, -24.33, -14, 9, 32, 55,
66.67, 78.33, 90, 45, 0, -45, -34.67, -24.33, -30, -23.33, -16.67, -10, 18.67, 47.33, 76,
```

80.67, 85.33, 90, 50, 10, -30, -23.33, -16.67, -20, -20, -20, -20, 7.67, 35.33, 63, 62, 61, 60, 33.33, 6.67, -20, -20, -20, -10, -13.33, -16.67, -20, 10.67, 41.33, 72, 61.33, 50.67, 40, 23.33, 6.67, -10, -13.33, -16.67, 7, -1, -9, -17, 10.33, 37.67, 65, 50, 35, 20, 15.67, 11.33, 7, -1, -9, 5, 0, -5, -10, 23.33, 56.67, 90, 66.67, 43.33, 20, 15, 10, 5, 0, -5)

zz = 0

For i = 1 To m

For j = 1 To n + 3

Delta(i, j) = Sigma(zz)

zz = zz + 1

Next j

Next i

For i = 1 To m

For j = 1 To n + 3

xA(i, j) = (r + Delta(i, j)) * Sin((2 * (j - 1) * PI) / n)

yA(i, j) = (r + Delta(i, j)) * Cos((2 * (j - 1) * PI) / n)

zA(i, j) = ((i - 1) * h) / k

Next j

Next i

For i = 1 To m

For j = 1 To n + 1

A1A2(i, j) = Sqr((xA(i, j) - xA(i, j + 1)) ^ 2 + (yA(i, j) - yA(i, j + 1)) ^ 2 + (zA(i, j) - zA(i, j + 1)) ^ 2)

A1A3(i, j) = Sqr((xA(i, j) - xA(i, j + 2)) ^ 2 + (yA(i, j) - yA(i, j + 2)) ^ 2 + (zA(i, j) - zA(i, j + 2)) ^ 2)

A2A3(i, j) = Sqr((xA(i, j + 1) - xA(i, j + 2)) ^ 2 + (yA(i, j + 1) - yA(i, j + 2)) ^ 2 + (zA(i, j + 1) - zA(i, j + 2)) ^ 2)

Next j

Next i

For i = 1 To m

For j = 1 To n + 1

xB(i, j) = (xA(i, j + 2) - xA(i, j)) * A2A3(i, j) / (PI * A1A3(i, j)) + xA(i, j + 1)

yB(i, j) = (yA(i, j + 2) - yA(i, j)) * A2A3(i, j) / (PI * A1A3(i, j)) + yA(i, j + 1)

zB(i, j) = (zA(i, j + 2) - zA(i, j)) * A2A3(i, j) / (PI * A1A3(i, j)) + zA(i, j + 1)

xC(i, j) = (xA(i, j) - xA(i, j + 2)) * A1A2(i, j) / (PI * A1A3(i, j)) + xA(i, j + 1)

yC(i, j) = (yA(i, j) - yA(i, j + 2)) * A1A2(i, j) / (PI * A1A3(i, j)) + yA(i, j + 1)

zC(i, j) = (zA(i, j) - zA(i, j + 2)) * A1A2(i, j) / (PI * A1A3(i, j)) + zA(i, j + 1)

Next j

Next i

Dim NumMasU, NumMasV

NumMasU = 1

For u = 0 To 1 Step StU

NumMasV = 1

For v = 0 To 1 Step StV

For i = 1 To m

For j = 2 To n + 1

$xN(i, j, NumMasU, NumMasV) = xA(i, j) * (1 - u)^3 + 3 * xB(i, j - 1) * (1 - u)^2 * u + 3 * xC(i, j) * u^2 * (1 - u) + xA(i, j + 1) * u^3$

$yN(i, j, NumMasU, NumMasV) = yA(i, j) * (1 - u)^3 + 3 * yB(i, j - 1) * (1 - u)^2 * u + 3 * yC(i, j) * u^2 * (1 - u) + yA(i, j + 1) * u^3$

$zN(i, j, NumMasU, NumMasV) = zA(i, j) * (1 - u)^3 + 3 * zB(i, j - 1) * (1 - u)^2 * u + 3 * zC(i, j) * u^2 * (1 - u) + zA(i, j + 1) * u^3$

Next j

Next i

For i = 2 To m - 1

For j = 2 To n + 1

$N1N2(i, j, NumMasU, NumMasV) = Sqr((xN(i - 1, j, NumMasU, NumMasV) - xN(i, j, NumMasU, NumMasV))^2 + (yN(i - 1, j, NumMasU, NumMasV) - yN(i, j, NumMasU, NumMasV))^2 + (zN(i - 1, j, NumMasU, NumMasV) - zN(i, j, NumMasU, NumMasV))^2)$

$N2N3(i, j, NumMasU, NumMasV) = Sqr((xN(i + 1, j, NumMasU, NumMasV) - xN(i, j, NumMasU, NumMasV))^2 + (yN(i + 1, j, NumMasU, NumMasV) - yN(i, j, NumMasU, NumMasV))^2 + (zN(i + 1, j, NumMasU, NumMasV) - zN(i, j, NumMasU, NumMasV))^2)$

$N1N3(i, j, NumMasU, NumMasV) = Sqr((xN(i + 1, j, NumMasU, NumMasV) - xN(i - 1, j, NumMasU, NumMasV))^2 + (yN(i + 1, j, NumMasU, NumMasV) - yN(i - 1, j, NumMasU, NumMasV))^2 + (zN(i + 1, j, NumMasU, NumMasV) - zN(i - 1, j, NumMasU, NumMasV))^2)$

Next j

Next i

For i = 2 To m - 1

For j = 2 To n + 1

$xP(i, j, NumMasU, NumMasV) = (xN(i + 1, j, NumMasU, NumMasV) - xN(i - 1, j, NumMasU, NumMasV)) * N2N3(i, j, NumMasU, NumMasV) / (2 * N1N3(i, j, NumMasU, NumMasV)) + xN(i, j, NumMasU, NumMasV)$

$yP(i, j, NumMasU, NumMasV) = (yN(i + 1, j, NumMasU, NumMasV) - yN(i - 1, j, NumMasU, NumMasV)) * N2N3(i, j, NumMasU, NumMasV) / (2 * N1N3(i, j, NumMasU, NumMasV)) + yN(i, j, NumMasU, NumMasV)$

$zP(i, j, NumMasU, NumMasV) = (zN(i + 1, j, NumMasU, NumMasV) - zN(i - 1, j, NumMasU, NumMasV)) * N2N3(i, j, NumMasU, NumMasV) / (2 * N1N3(i, j, NumMasU, NumMasV)) + zN(i, j, NumMasU, NumMasV)$

$xQ(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) = (xN(i - 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) - xN(i + 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV})) * N1N2(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) / (2 * N1N3(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV})) + xN(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV})$

$yQ(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) = (yN(i - 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) - yN(i + 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV})) * N1N2(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) / (2 * N1N3(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV})) + yN(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV})$

$zQ(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) = (zN(i - 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) - zN(i + 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV})) * N1N2(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) / (2 * N1N3(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV})) + zN(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV})$

Next j
Next i

For j = 2 To n + 1

$xM(1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) = xN(1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * (1 - v)^2 + 2 * xQ(2, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * v * (1 - v) + xN(2, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * v^2$

$yM(1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) = yN(1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * (1 - v)^2 + 2 * yQ(2, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * v * (1 - v) + yN(2, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * v^2$

$zM(1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) = zN(1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * (1 - v)^2 + 2 * zQ(2, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * v * (1 - v) + zN(2, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * v^2$

$xM(m - 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) = xN(m - 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * (1 - v)^2 + 2 * xP(m - 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * v * (1 - v) + xN(m, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * v^2$

$yM(m - 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) = yN(m - 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * (1 - v)^2 + 2 * yP(m - 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * v * (1 - v) + yN(m, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * v^2$

$zM(m - 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) = zN(m - 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * (1 - v)^2 + 2 * zP(m - 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * v * (1 - v) + zN(m, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * v^2$

Next j

For i = 2 To m - 2

For j = 2 To n + 1

$xM(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) = xN(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * (1 - v)^3 + 3 * xP(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * v * (1 - v)^2 + 3 * xQ(i + 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * v^2 * (1 - v) + xN(i + 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * v^3$

$yM(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) = yN(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * (1 - v)^3 + 3 * yP(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * v * (1 - v)^2 + 3 * yQ(i + 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * v^2 * (1 - v) + yN(i + 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * v^3$

$zM(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) = zN(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * (1 - v)^3 + 3 * zP(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * v * (1 - v)^2 + 3 * zQ(i + 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * v^2 * (1 - v) + zN(i + 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) * v^3$

Next j
Next i

NumMasV = NumMasV + 1

```

Next v
NumMasU = NumMasU + 1
Next u

For i = 1 To m - 1
  For j = 2 To n + 1
    For NumMasU = 1 To VstU - 1
      For NumMasV = 1 To VstV - 1

        Point1(0) = xM(i, j, NumMasU, NumMasV)
        Point1(1) = yM(i, j, NumMasU, NumMasV)
        Point1(2) = zM(i, j, NumMasU, NumMasV)

        Point2(0) = xM(i, j, NumMasU + 1, NumMasV)
        Point2(1) = yM(i, j, NumMasU + 1, NumMasV)
        Point2(2) = zM(i, j, NumMasU + 1, NumMasV)

        Point3(0) = xM(i, j, NumMasU + 1, NumMasV + 1)
        Point3(1) = yM(i, j, NumMasU + 1, NumMasV + 1)
        Point3(2) = zM(i, j, NumMasU + 1, NumMasV + 1)

        Point4(0) = xM(i, j, NumMasU, NumMasV + 1)
        Point4(1) = yM(i, j, NumMasU, NumMasV + 1)
        Point4(2) = zM(i, j, NumMasU, NumMasV + 1)

        Set faceObj = ThisDrawing.ModelSpace.Add3DFace(Point1, Point2, Point3,
Point4)
        ZoomAll
      Next NumMasV
    Next NumMasU
  Next j

  Set faceObj = ThisDrawing.ModelSpace.Add3DFace(Point1, Point2, Point3,
Point4)

Next i
ZoomAll
End Sub

```


Приложение Г

Листинг программы для компьютерного моделирования поверхности стального ВЦР № 94 с учётом местных несовершенств сферической формы

Sub PlotCyl()

$r = 12340 / 2$

$h = 8940$

$h0 = 0.17$

$f = 38$

$l = 1200$

$PI = 4 * \text{Math.Atn}(1)$

$r1 = (f^2 + (l/2)^2) / (2 * f)$

$l1 = r + (r1^2 - (l/2)^2)^{0.5}$

$b = (4 * r^2 - ((r^2 + l1^2 - r1^2)^2) / (l1^2))^{0.5}$

$mm = \text{Round}(2 * h0 * h / l)$

$k = \text{Round}(2 * h / l)$

$h1 = k * l / 2$

$Fi = \text{Atn}((b / (2 * r)) / \text{Sqr}(1 - (b / (2 * r))^2))$

$n = \text{Round}(2 * PI / Fi)$

$m = k + 1$

MsgBox n

$StU = 1 / 30$

$StV = 1 / 30$

$VstU = \text{Round}(1 / StU) + 1$

$VstV = \text{Round}(1 / StV) + 1$

Dim Point1(0 To 2) As Double

Dim Point2(0 To 2) As Double

Dim Point3(0 To 2) As Double

Dim Point4(0 To 2) As Double

Dim ent As AcadEntity

Dim NumMasU, NumMasV

Dim Delta() As Variant

Dim xA() As Variant

Dim yA() As Variant

Dim zA() As Variant

Dim xB() As Variant

Dim yB() As Variant

Dim zB() As Variant

Dim xC() As Variant

Dim yC() As Variant

Dim zC() As Variant

Dim xN() As Variant

Dim yN() As Variant

Dim zN() As Variant

Dim xP() As Variant

Dim yP() As Variant

```

Dim zP() As Variant
Dim xQ() As Variant
Dim yQ() As Variant
Dim zQ() As Variant
Dim xM() As Variant
Dim yM() As Variant
Dim zM() As Variant

Dim A1A2() As Variant

Dim A1A3() As Variant
Dim A2A3() As Variant
Dim N1N2() As Variant
Dim N1N3() As Variant
Dim N2N3() As Variant
Dim location(0 To 2) As Double

ReDim Delta(1 To m, 1 To n + 3)
ReDim xA(1 To m, 1 To n + 3)
ReDim yA(1 To m, 1 To n + 3)
ReDim zA(1 To m, 1 To n + 3)
ReDim xB(1 To m, 1 To n + 1)
ReDim yB(1 To m, 1 To n + 1)
ReDim zB(1 To m, 1 To n + 1)
ReDim xC(1 To m, 1 To n + 1)
ReDim yC(1 To m, 1 To n + 1)
ReDim zC(1 To m, 1 To n + 1)
ReDim xN(1 To m, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
ReDim yN(1 To m, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
ReDim zN(1 To m, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
ReDim xP(2 To m - 1, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
ReDim yP(2 To m - 1, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
ReDim zP(2 To m - 1, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
ReDim xQ(2 To m - 1, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
ReDim yQ(2 To m - 1, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
ReDim zQ(2 To m - 1, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
ReDim xM(1 To m, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
ReDim yM(1 To m, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
ReDim zM(1 To m, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)

ReDim A1A2(1 To m, 1 To n + 1)
ReDim A1A3(1 To m, 1 To n + 1)
ReDim A2A3(1 To m, 1 To n + 1)
ReDim N1N2(2 To m - 1, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
ReDim N1N3(2 To m - 1, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)
ReDim N2N3(2 To m - 1, 2 To n + 1, 1 To VstU, 1 To VstV)

For Each ent In ThisDrawing.ModelSpace

```

ent.Delete

Next

For j = 1 To n + 3

$xA(mm - 1, j) = (r) * \cos((2 * (j - 1) * \pi) / n)$

$yA(mm - 1, j) = (r) * \sin((2 * (j - 1) * \pi) / n)$

$zA(mm - 1, j) = h * h0 - 1 / 2$

Next j

For j = 1 To 5

$xA(mm, j) = (r) * \cos((2 * (j - 1) * \pi) / n)$

$yA(mm, j) = (r) * \sin((2 * (j - 1) * \pi) / n)$

$zA(mm, j) = h * h0$

Next j

$xA(mm, 6) = (r - f) * \cos((10 * \pi) / n)$

$yA(mm, 6) = (r - f) * \sin((10 * \pi) / n)$

$zA(mm, 6) = h * h0$

For j = 7 To n + 3

$xA(mm, j) = (r) * \cos((2 * (j - 1) * \pi) / n)$

$yA(mm, j) = (r) * \sin((2 * (j - 1) * \pi) / n)$

$zA(mm, j) = h * h0$

Next j

For j = 1 To n + 3

$xA(mm + 1, j) = (r) * \cos((2 * (j - 1) * \pi) / n)$

$yA(mm + 1, j) = (r) * \sin((2 * (j - 1) * \pi) / n)$

$zA(mm + 1, j) = h * h0 + 1 / 2$

Next j

For i = mm + 2 To m

For j = 1 To n + 3

$xA(i, j) = (r) * \cos((2 * (j - 1) * \pi) / n)$

$yA(i, j) = (r) * \sin((2 * (j - 1) * \pi) / n)$

$zA(i, j) = ((i - 1) * h1) / k$

Next j

Next i

For i = 2 To m

For j = 1 To n + 1

$A1A2(i, j) = \sqrt{(xA(i, j) - xA(i, j + 1))^2 + (yA(i, j) - yA(i, j + 1))^2 + (zA(i, j) - zA(i, j + 1))^2}$

$A1A3(i, j) = \sqrt{(xA(i, j) - xA(i, j + 2))^2 + (yA(i, j) - yA(i, j + 2))^2 + (zA(i, j) - zA(i, j + 2))^2}$

$A2A3(i, j) = \sqrt{(xA(i, j + 1) - xA(i, j + 2))^2 + (yA(i, j + 1) - yA(i, j + 2))^2 + (zA(i, j + 1) - zA(i, j + 2))^2}$

Next j

Next i

For i = 2 To m

For j = 1 To n + 1

$$xB(i, j) = (xA(i, j + 2) - xA(i, j)) * A2A3(i, j) / (PI * A1A3(i, j)) + xA(i, j + 1)$$

$$yB(i, j) = (yA(i, j + 2) - yA(i, j)) * A2A3(i, j) / (PI * A1A3(i, j)) + yA(i, j + 1)$$

$$zB(i, j) = (zA(i, j + 2) - zA(i, j)) * A2A3(i, j) / (PI * A1A3(i, j)) + zA(i, j + 1)$$

$$xC(i, j) = (xA(i, j) - xA(i, j + 2)) * A1A2(i, j) / (PI * A1A3(i, j)) + xA(i, j + 1)$$

$$yC(i, j) = (yA(i, j) - yA(i, j + 2)) * A1A2(i, j) / (PI * A1A3(i, j)) + yA(i, j + 1)$$

$$zC(i, j) = (zA(i, j) - zA(i, j + 2)) * A1A2(i, j) / (PI * A1A3(i, j)) + zA(i, j + 1)$$

Next j

Next i

NumMasU = 1

For u = 0 To 1 Step StU

NumMasV = 1

For v = 0 To 1 Step StV

For j = 2 To n + 1

$$xN(1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) = r * \cos(2 * (u + j - 1) * PI / n)$$

$$yN(1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) = r * \sin(2 * (u + j - 1) * PI / n)$$

$$zN(1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) = 0$$

Next j

For i = 2 To m

For j = 2 To n + 1

$$xN(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) = xA(i, j) * (1 - u) ^ 3 + 3 * xB(i, j - 1) * (1 - u) ^ 2 * u + 3 * xC(i, j) * u ^ 2 * (1 - u) + xA(i, j + 1) * u ^ 3$$

$$yN(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) = yA(i, j) * (1 - u) ^ 3 + 3 * yB(i, j - 1) * (1 - u) ^ 2 * u + 3 * yC(i, j) * u ^ 2 * (1 - u) + yA(i, j + 1) * u ^ 3$$

$$zN(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) = zA(i, j) * (1 - u) ^ 3 + 3 * zB(i, j - 1) * (1 - u) ^ 2 * u + 3 * zC(i, j) * u ^ 2 * (1 - u) + zA(i, j + 1) * u ^ 3$$

Next j

Next i

For i = 2 To m - 1

For j = 2 To n + 1

$$N1N2(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) = \text{Sqr}((xN(i - 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) - xN(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV})) ^ 2 + (yN(i - 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) - yN(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV})) ^ 2 + (zN(i - 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) - zN(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV})) ^ 2)$$

$$N2N3(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) = \text{Sqr}((xN(i + 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) - xN(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV})) ^ 2 + (yN(i + 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) - yN(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV})) ^ 2 + (zN(i + 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) - zN(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV})) ^ 2)$$

$$N1N3(i, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) = \text{Sqr}((xN(i + 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) - xN(i - 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV})) ^ 2 + (yN(i + 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) - yN(i - 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV})) ^ 2 + (zN(i + 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV}) - zN(i - 1, j, \text{NumMasU}, \text{NumMasV})) ^ 2)$$

```

Next j
Next i
For i = 2 To m - 1
  For j = 2 To n + 1
    xP(i, j, NumMasU, NumMasV) = (xN(i + 1, j, NumMasU, NumMasV) - xN(i - 1, j,
    NumMasU, NumMasV)) * N2N3(i, j, NumMasU, NumMasV) / (2 * N1N3(i, j, Num-
    MasU, NumMasV)) + xN(i, j, NumMasU, NumMasV)
    yP(i, j, NumMasU, NumMasV) = (yN(i + 1, j, NumMasU, NumMasV) - yN(i - 1, j,
    NumMasU, NumMasV)) * N2N3(i, j, NumMasU, NumMasV) / (2 * N1N3(i, j, Num-
    MasU, NumMasV)) + yN(i, j, NumMasU, NumMasV)
    zP(i, j, NumMasU, NumMasV) = (zN(i + 1, j, NumMasU, NumMasV) - zN(i - 1, j,
    NumMasU, NumMasV)) * N2N3(i, j, NumMasU, NumMasV) / (2 * N1N3(i, j, Num-
    MasU, NumMasV)) + zN(i, j, NumMasU, NumMasV)
    xQ(i, j, NumMasU, NumMasV) = (xN(i - 1, j, NumMasU, NumMasV) - xN(i + 1, j,
    NumMasU, NumMasV)) * N1N2(i, j, NumMasU, NumMasV) / (2 * N1N3(i, j, Num-
    MasU, NumMasV)) + xN(i, j, NumMasU, NumMasV)
    yQ(i, j, NumMasU, NumMasV) = (yN(i - 1, j, NumMasU, NumMasV) - yN(i + 1, j,
    NumMasU, NumMasV)) * N1N2(i, j, NumMasU, NumMasV) / (2 * N1N3(i, j, Num-
    MasU, NumMasV)) + yN(i, j, NumMasU, NumMasV)
    zQ(i, j, NumMasU, NumMasV) = (zN(i - 1, j, NumMasU, NumMasV) - zN(i + 1, j,
    NumMasU, NumMasV)) * N1N2(i, j, NumMasU, NumMasV) / (2 * N1N3(i, j, Num-
    MasU, NumMasV)) + zN(i, j, NumMasU, NumMasV)
  Next j
Next i
For j = 2 To n + 1
  xM(1, j, NumMasU, NumMasV) = xN(1, j, NumMasU, NumMasV) * (1 - v) + xN(2,
  j, NumMasU, NumMasV) * v
  yM(1, j, NumMasU, NumMasV) = yN(1, j, NumMasU, NumMasV) * (1 - v) + yN(2,
  j, NumMasU, NumMasV) * v
  zM(1, j, NumMasU, NumMasV) = zN(1, j, NumMasU, NumMasV) * (1 - v) + zN(2,
  j, NumMasU, NumMasV) * v
  xM(m - 1, j, NumMasU, NumMasV) = xN(m - 1, j, NumMasU, NumMasV) * (1 - v)
  + xN(m, j, NumMasU, NumMasV) * v
  yM(m - 1, j, NumMasU, NumMasV) = yN(m - 1, j, NumMasU, NumMasV) * (1 - v)
  + yN(m, j, NumMasU, NumMasV) * v
  zM(m - 1, j, NumMasU, NumMasV) = zN(m - 1, j, NumMasU, NumMasV) * (1 - v)
  + zN(m, j, NumMasU, NumMasV) * v
Next j
For i = 2 To m - 2
  For j = 2 To n + 1
    xM(i, j, NumMasU, NumMasV) = xN(i, j, NumMasU, NumMasV) * (1 - v) ^ 3 + 3 *
    xP(i, j, NumMasU, NumMasV) * v * (1 - v) ^ 2 + 3 * xQ(i + 1, j, NumMasU, Num-
    MasV) * v ^ 2 * (1 - v) + xN(i + 1, j, NumMasU, NumMasV) * v ^ 3

```

```

    yM(i, j, NumMasU, NumMasV) = yN(i, j, NumMasU, NumMasV) * (1 - v) ^ 3 + 3 *
yP(i, j, NumMasU, NumMasV) * v * (1 - v) ^ 2 + 3 * yQ(i + 1, j, NumMasU, Num-
MasV) * v ^ 2 * (1 - v) + yN(i + 1, j, NumMasU, NumMasV) * v ^ 3
    zM(i, j, NumMasU, NumMasV) = zN(i, j, NumMasU, NumMasV) * (1 - v) ^ 3 + 3 *
zP(i, j, NumMasU, NumMasV) * v * (1 - v) ^ 2 + 3 * zQ(i + 1, j, NumMasU, Num-
MasV) * v ^ 2 * (1 - v) + zN(i + 1, j, NumMasU, NumMasV) * v ^ 3
    Next j
Next i

NumMasV = NumMasV + 1
Next v
NumMasU = NumMasU + 1
Next u

For i = 1 To m - 1
    For j = 2 To n + 1
        For NumMasU = 1 To VstU - 1
            For NumMasV = 1 To VstV - 1

                Point1(0) = xM(i, j, NumMasU, NumMasV)
                Point1(1) = yM(i, j, NumMasU, NumMasV)
                Point1(2) = zM(i, j, NumMasU, NumMasV)
                Point2(0) = xM(i, j, NumMasU + 1, NumMasV)
                Point2(1) = yM(i, j, NumMasU + 1, NumMasV)
                Point2(2) = zM(i, j, NumMasU + 1, NumMasV)
                Point3(0) = xM(i, j, NumMasU + 1, NumMasV + 1)
                Point3(1) = yM(i, j, NumMasU + 1, NumMasV + 1)
                Point3(2) = zM(i, j, NumMasU + 1, NumMasV + 1)
                Point4(0) = xM(i, j, NumMasU, NumMasV + 1)
                Point4(1) = yM(i, j, NumMasU, NumMasV + 1)
                Point4(2) = zM(i, j, NumMasU, NumMasV + 1)
                Set faceObj = ThisDrawing.ModelSpace.Add3DFace(Point1, Point2, Point3,
Point4)
                ZoomAll
            Next NumMasV
        Next NumMasU
    Next j
    Set faceObj = ThisDrawing.ModelSpace.Add3DFace(Point1, Point2, Point3,
Point4)
Next i
ZoomAll
End Sub

```