

**ЗАДАНИЯ НА ВЫЧИСЛЕНИЯ И ПРЕОБРАЗОВАНИЯ, ПРЕОБРАЗОВАНИЯ  
АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ**

**ЗАДАНИЕ 1**

**Числа и вычисления**

(действия с обыкновенными дробями, действия с десятичными дробями, действия с обыкновенными и десятичными дробями, степени)

№ 1. Найдите значение выражения  $\left(\frac{19}{8} + \frac{11}{12}\right) : \frac{5}{48}$ .

№ 2. Найдите значение выражения  $(16 \cdot 10^{-2})^2 \cdot (13 \cdot 10^4)$ .

№ 3. Какому из данных промежутков принадлежит число  $\frac{7}{11}$ ?

- 1) [0,4; 0,5]      2) [0,5; 0,6]      3) [0,6; 0,7]      4) [0,7; 0,8]

№ 4. Найдите значение выражения  $-0,7 \cdot (-10)^2 + 90$ .

№ 5. Найдите значение выражения  $80 + 0,4 \cdot (-10)^3$ .

№ 6. Найдите значение выражения  $0,7 \cdot (-10)^3 - 20$ .

№ 7. Соотнесите обыкновенные дроби с равными им десятичными.

- А  $\frac{5}{8}$       Б  $\frac{3}{25}$       В  $\frac{1}{2}$       Г  $\frac{1}{50}$   
1) 0,5      2) 0,02      3) 0,12      4) 0,625

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

№ 8. Каждому выражению поставьте в соответствие его значение:

А	$5 - 1\frac{4}{5}$	Б	$36 : 80$	В	$2\frac{1}{2} - \frac{3}{4}$
1)	3,2	2)	1,75	3)	0,45

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В

№ 9. Найдите значение выражения  $0,8 \cdot (-10)^2 - 95$ .

№ 10. Найдите значение выражения  $45 + 0,6 \cdot (-10)^2$ .

## ЗАДАНИЕ 2

### Числовые неравенства, координатная прямая

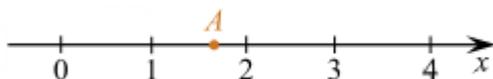
(неравенства, сравнение чисел, числа на прямой, выбор верного или неверного утверждения)

№ 1. Известно, что  $0 < a < 1$ . Выберите наименьшее из чисел.

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1)  $a^2$                       2)  $a^3$                       3)  $-a$                       4)  $\frac{1}{a}$

№ 2. Какое из чисел отмечено на координатной прямой точкой  $A$ ?



В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1)  $\sqrt{2}$                       2)  $\sqrt{3}$                       3)  $\sqrt{7}$                       4)  $\sqrt{11}$

№ 3. На координатной прямой отмечено число  $a$ .



Найдите наименьшее из чисел  $a^2, a^3, a^4$ .

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1)  $a^2$                       2)  $a^3$                       3)  $a^4$                       4) не хватает данных для ответа

№ 4. На координатной прямой отмечены числа  $a, b$  и  $c$ .

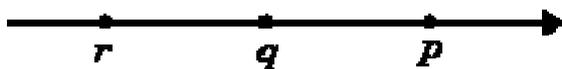


Какая из разностей  $a - b, a - c, c - b$  положительна?

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1)  $a - b$                       2)  $a - c$                       3)  $c - b$                       4) ни одна из них

№ 5. На координатной прямой отмечены числа  $p, q$  и  $r$ .



Какая из разностей  $p - r, p - q, r - q$  отрицательна?

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1)  $p - r$                       2)  $p - q$                       3)  $r - q$                       4) ни одна из них

№ 6. Между какими числами заключено число  $\sqrt{30}$ ?

- 1) 11 и 13                      2) 5 и 6                      3) 2 и 3                      4) 29 и 31

№ 7. Известно, что  $0 < a < 1$ . Выберите наибольшее из чисел.

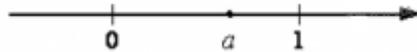
В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1)  $a^2$                       2)  $a^3$                       3)  $\frac{1}{a}$                       4)  $a - 1$

№ 8. Известно, что  $a$  и  $b$  - отрицательные числа и  $a < b$ . Сравните  $\frac{1}{a}$  и  $\frac{1}{b}$ .

- 1)  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$                       2)  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$                       3)  $\frac{1}{a} = \frac{1}{b}$                       4) сравнить невозможно

№ 9. На координатной прямой отмечено число  $a$



Найдите наибольшее из чисел  $a^2, a^3, a^4$

- 1)  $a^2$                       2)  $a^3$                       3)  $a^4$                       4) не хватает данных для ответа

№ 10. На координатной прямой отмечены числа  $a$  и  $b$



Какое из следующих утверждений относительно этих чисел является верным?

- 1)  $b - a < 0$                       3)  $\frac{1}{a} < b$   
 2)  $a^2 - b^2 < 0$                       4)  $a + b < 0$

### ЗАДАНИЕ 3

#### Числа, вычисления и алгебраические выражения

*(целые алгебраические выражения, рациональные алгебраические выражения, степени и корни)*

№ 1. Найдите значение выражения:  $\frac{4x - 25y}{2\sqrt{x} - 5\sqrt{y}} - 3\sqrt{y}$ , если  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 4$ .

№ 2. Упростите выражение  $7b + \frac{2a - 7b^2}{b}$ , найдите его значение при  $a = 9$ ;  $b = 12$ . В ответ запишите полученное число.

№ 3. Найдите значение выражения  $(8b - 8)(8b + 8) - 8b(8b + 8)$  при  $b = 2,6$ .

№ 4. Найдите  $f(7)$ , если  $f(x + 5) = 2^{4-x}$ .

№ 5. Упростите выражение  $\frac{a^{-11} \cdot a^4}{a^{-3}}$  и найдите его значение при  $a = -\frac{1}{2}$ . В ответе запишите полученное число.

№ 6. Найдите значение выражения  $\left(\frac{a + 2b}{a^2 - 2ab} - \frac{1}{a}\right) : \frac{b}{2b - a}$  при  $a = 1,6$ ;  $b = \sqrt{2} - 1$ .

№ 7. Найдите значение выражения  $\frac{16x-25y}{4\sqrt{x}-5\sqrt{y}} - \sqrt{y}$ , если  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 3$ .

№ 8. Какое из данных ниже чисел является значением выражения  $\frac{6}{(2\sqrt{3})^2}$ ?

- 1) 1                      2)  $\frac{1}{2}$                       3)  $\frac{1}{3}$                       4)  $\frac{1}{6}$

№ 9. Найдите значение выражения  $\left(\frac{a}{3} + \frac{3}{a} + 2\right) \cdot \frac{1}{a+3}$ , при  $a = 6$ .

№ 10. Упростите выражение  $\frac{9b}{a-9} \cdot \frac{a^2-ab}{54b}$  и найдите его значение при  $a = -63$ ,  $b = 9,6$ . В ответе запишите найденное значение.

#### ЗАДАНИЕ 4

##### Уравнения, системы уравнений

(линейные уравнения, квадратные уравнения, рациональные уравнения, системы уравнений)

№ 1. Решите систему уравнений  $\begin{cases} 4x - 2y = 2, \\ 2x + y = 5. \end{cases}$  В ответ запишите  $x + y$ .

№ 2. Решите уравнение  $10(x-9) = 7$ .

№ 3. Решите уравнение  $-9(8+9x) = 4x+5$ .

№ 4. Решите уравнение  $4x+7 = 0$ .

№ 5. Решите уравнение  $1-5x = -6x+8$ .

№ 6. Решите уравнение  $2x+2 = 3$ .

№ 7. Решите уравнение  $x - \frac{x}{7} = \frac{15}{7}$ .

№ 8. Решите уравнение  $(-4x-3)(x-3) = 0$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

№ 9. Решите уравнение  $7x-9 = 40$ .

№ 10. При каком значении  $x$  значения выражений  $3x-4$  и  $7x+6$  равны?

## ЗАДАНИЕ 5

### Статистика, вероятности

*(классические вероятности, статистика, теоремы о вероятностных событиях)*

- № 1. В денежно-вещевой лотерее на 100 000 билетов разыгрывается 1300 вещевых и 850 денежных выигрышей. Какова вероятность получить вещевой выигрыш?
- № 2. Записан рост (в сантиметрах) пяти учащихся: 158, 166, 134, 130, 132. На сколько отличается среднее арифметическое этого набора чисел от его медианы?
- № 3. Фирма «Вспышка» изготавливает фонарики. Вероятность того, что случайно выбранный фонарик из партии бракованный, равна 0,02. Какова вероятность того, что два случайно выбранных из одной партии фонарика окажутся небракованными?
- № 4. Коля выбирает трехзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 5.
- № 5. Стрелок 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,5. Найдите вероятность того, что стрелок первые 3 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся.
- № 6. В мешке содержатся жетоны с номерами от 5 до 54 включительно. Какова вероятность, того, что извлеченный наугад из мешка жетон содержит двузначное число?
- № 7. Известно, что в некотором регионе вероятность того, что родившийся младенец окажется мальчиком, равна 0,512. В 2010 г. в этом регионе на 1000 родившихся младенцев в среднем пришлось 477 девочек. На сколько частота рождения девочек в 2010 г. в этом регионе отличалась от вероятности этого события?
- № 8. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд будет первой владеть мячом. Команда  $A$  должна сыграть два матча – с командой  $B$  и с командой  $C$ . Найдите вероятность того, что в обоих матчах первой мячом будет владеть команда  $A$ .
- № 9. Игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность того, что оба раза выпало число, большее 3.
- № 10. В чемпионате по футболу участвуют 16 команд, которые жеребьевкой распределяются на 4 группы:  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ . Какова вероятность того, что команда России не попадает в группу  $A$ ?

## ЗАДАНИЕ 6

### Графики функций

(чтение графиков функций, растяжения и сдвиги)

№ 1. Установите соответствие между функциями и их графиками.

Функции:

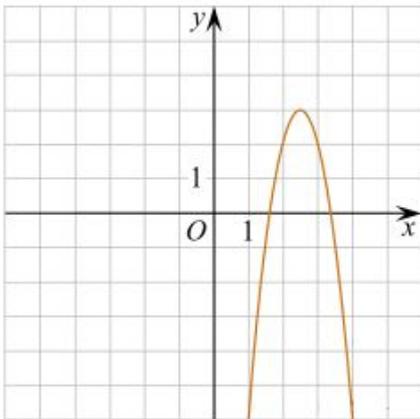
А)  $y = \frac{1}{3}x + 2$

Б)  $y = -4x^2 + 20x - 22$

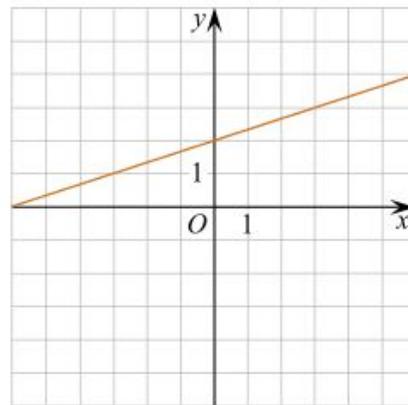
В)  $y = \frac{1}{x}$

Графики:

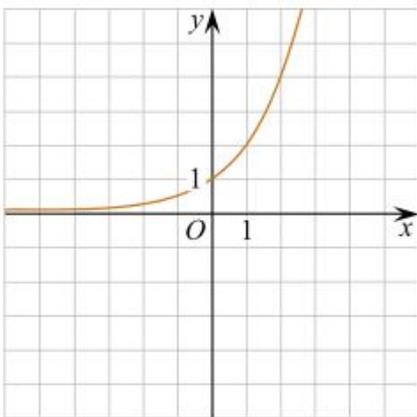
1)



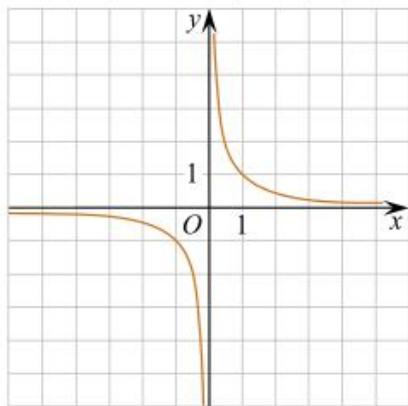
3)



2)



4)

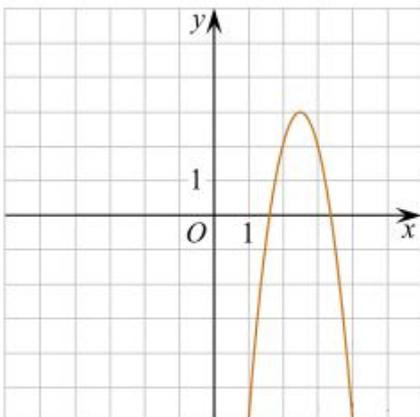


Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

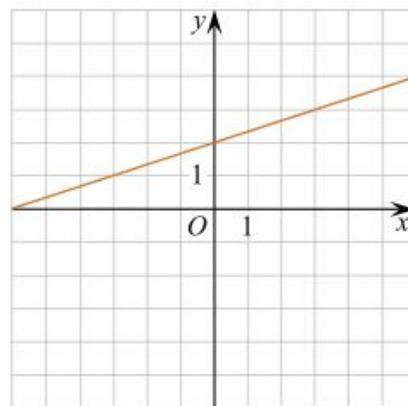
А	Б	В

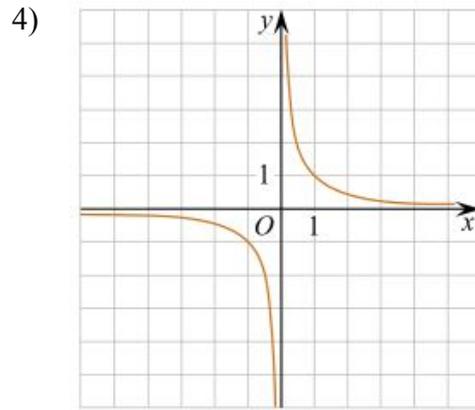
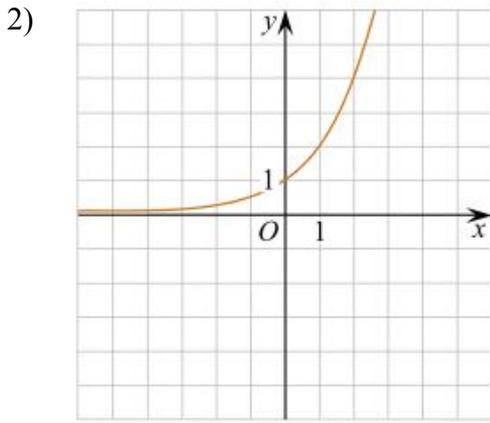
№ 2. На одном из рисунков изображена парабола. Укажите номер этого рисунка.

1)



3)

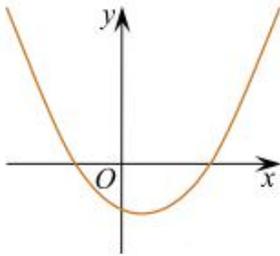




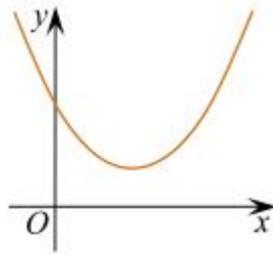
**№ 3.** На рисунке изображены графики функций вида  $y = ax^2 + bx + c$ . Для каждого графика укажите соответствующее ему значения коэффициента  $a$  и дискриминанта  $D$ .

**Графики**

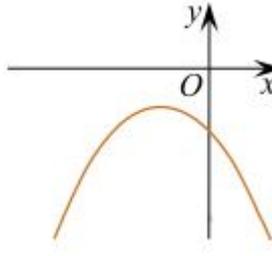
А)



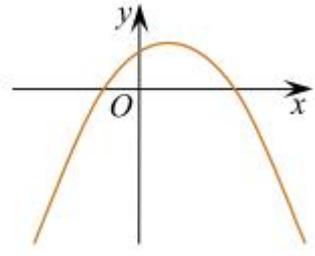
Б)



В)



Г)



**Знаки чисел**

1)  $a > 0, D > 0$

2)  $a > 0, D < 0$

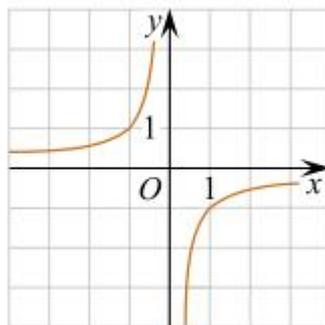
3)  $a < 0, D > 0$

4)  $a < 0, D < 0$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

**№ 4.** Найдите значение  $k$  по графику функции  $y = \frac{k}{x}$ , изображенному на рисунке.



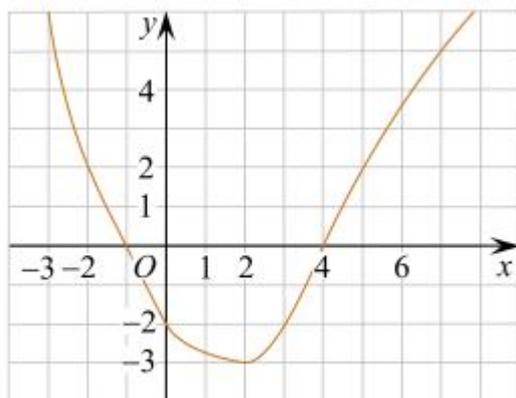
**№ 5.** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . Какие из утверждений относительно этой функции неверны? Укажите их номера.

1) функция возрастает на промежутке  $[-2; +\infty)$

3)  $f(0) = -2$

2)  $f(3) > f(-3)$

4) Прямая  $y = 2$  пересекает график в точках  $(-2; 2)$  и  $(5; 2)$



№ 6. Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ

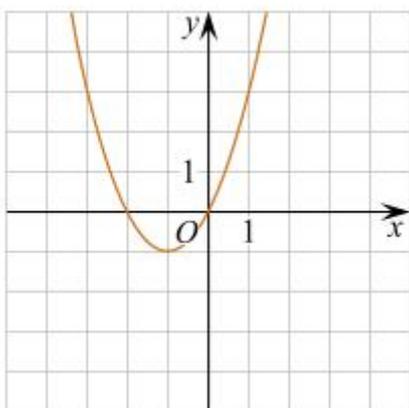
А)  $y = x^2 - 2x$

Б)  $y = x^2 + 2x$

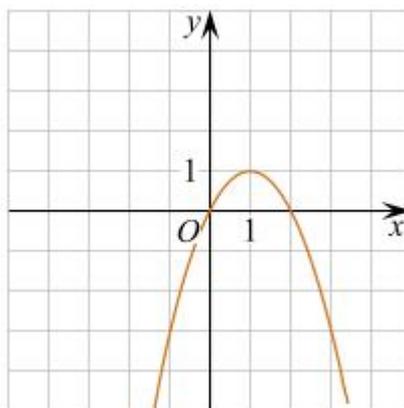
В)  $y = -x^2 - 2x$

ГРАФИКИ

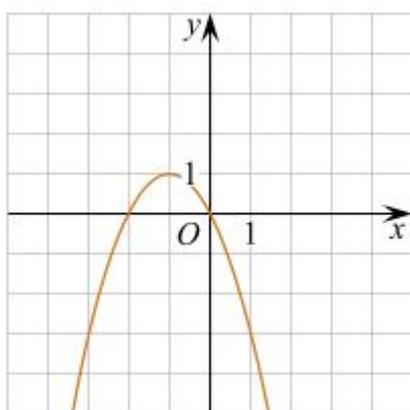
1)



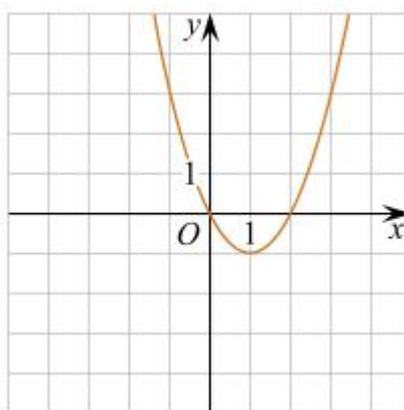
2)



3)



4)



Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В

№ 7. На рисунке изображены графики функций вида  $y = kx + b$ . Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов  $k$  и  $b$ .

Коэффициенты

1)  $k < 0, b > 0$

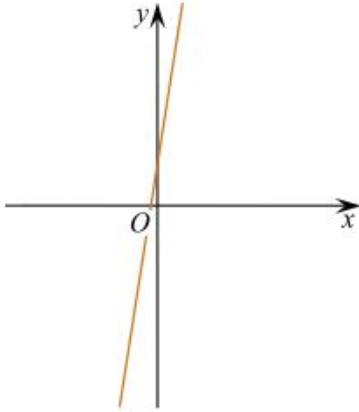
2)  $k > 0, b > 0$

3)  $k < 0, b < 0$

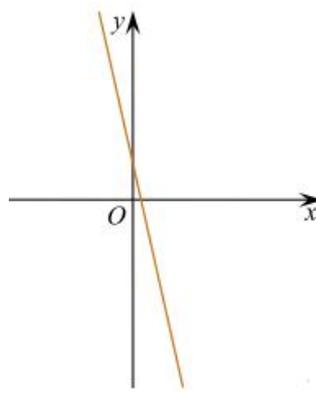
4)  $k > 0, b < 0$

**Графики**

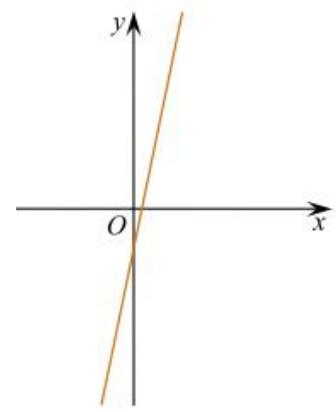
**А)**



**Б)**



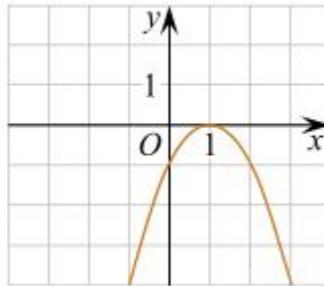
**В)**



Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В

**№ 8.** На рисунке изображён график функции  $y = ax^2 + bx + c$ . Установите соответствие между утверждениями и промежутками, на которых эти утверждения выполняются. Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.



**УТВЕРЖДЕНИЯ**

- А) функция возрастает на промежутке
- Б) функция убывает на промежутке

**ПРОМЕЖУТКИ**

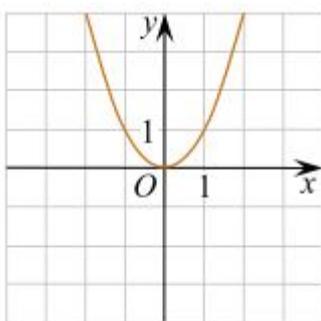
- 1) [1;2]
- 2) [0;2]
- 3) [-1;0]
- 4) [-2;3]

Ответ:

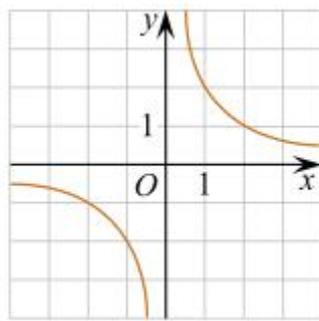
А	Б

**№ 9.** Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

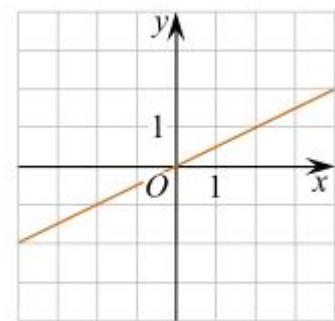
**А)**



**Б)**



**В)**

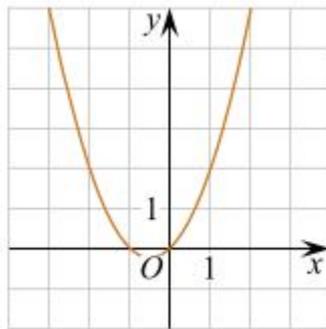


1) $y = x^2$	2) $y = \frac{x}{2}$	3) $y = \sqrt{x}$	4) $y = \frac{2}{x}$
--------------	----------------------	-------------------	----------------------

Ответ укажите в виде последовательности цифр без пробелов и запятых в указанном порядке.

А	Б	В

№ 10. График какой из приведенных ниже функций изображен на рисунке?



- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| 1) $y = x^2 - x$  | 3) $y = x^2 + x$  |
| 2) $y = -x^2 - x$ | 4) $y = -x^2 + x$ |

## ЗАДАНИЕ 7

### Неравенства, системы неравенств

(линейные неравенства, квадратные неравенства, рациональные неравенства, системы неравенств)

№ 1. На каком рисунке изображено множество решений неравенства  $x^2 - 4x + 3 \geq 0$ ?

В ответе укажите номер правильного варианта.

- |    |    |
|----|----|
| 1) | 3) |
| 2) | 4) |

№ 2. Решите неравенство  $22 - x > 5 - 4(x - 2)$  и определите, на каком рисунке изображено множество его решений.

В ответе укажите номер правильного варианта.

- |    |    |
|----|----|
| 1) | 3) |
| 2) | 4) |

№ 3. При каких значениях  $x$  значение выражения  $9x + 7$  меньше значения выражения  $8x - 3$ ?

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1)  $x > 4$                       2)  $x < 4$                       3)  $x > -10$                       4)  $x < -10$

№ 4. На каком рисунке изображено множество решений неравенства  $2 + x \leq 5x - 8$ ?

В ответе укажите номер правильного варианта.



№ 5. На каком рисунке изображено множество решений неравенства  $x^2 - 6x - 27 < 0$ ?



№ 6. На каком рисунке изображено множество решений неравенства  $x^2 > 9$ ?



№ 7. Решите неравенство  $6x - 7 < 8x - 9$ .

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1)  $(-\infty; 8)$                       2)  $(-\infty; 1)$                       3)  $(8; +\infty)$                       4)  $(1; +\infty)$

№ 8. Найдите наибольшее значение  $x$ , удовлетворяющее системе неравенств  $\begin{cases} 6x + 18 \leq 0, \\ x + 8 \geq 2. \end{cases}$

№ 9. Решите систему неравенств  $\begin{cases} x > 3, \\ 4 - x > 0. \end{cases}$

На каком рисунке изображено множество её решений?

В ответе укажите номер правильного варианта.



№ 10. Решите неравенство  $x^2 < 361$ .

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1)  $(-\infty; -19) \cup (19; +\infty)$                       3)  $(-19; 19)$   
2)  $(-\infty; -19] \cup [19; +\infty)$                       4)  $[-19; 19]$

## ЗАДАНИЕ 8

### Треугольники, четырехугольники, многоугольники и их элементы

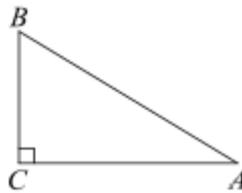
(углы, треугольники общего вида, равнобедренные треугольники, прямоугольный треугольник, параллелограмм, ромб, трапеция, многоугольники)

№ 1. Основания трапеции равны 4 см и 10 см. Диагональ трапеции делит среднюю линию на два отрезка. Найдите длину большего из них.

№ 2. Площадь прямоугольного треугольника равна  $722\sqrt{3}$ . Один из острых углов равен  $30^\circ$ . Найдите длину катета, лежащего напротив этого угла.

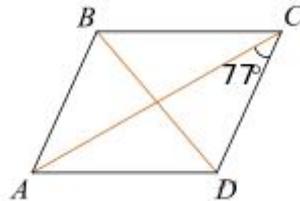
№ 3. Диагональ прямоугольника образует угол  $51^\circ$  с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.

№ 4. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = 15$ ,  $\cos A = \frac{5}{7}$ . Найдите  $AB$ .



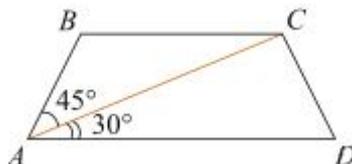
№ 5. В параллелограмме  $ABCD$  диагональ  $AC$  в 2 раза больше стороны  $AB$  и  $\angle ACD = 77^\circ$ .

Найдите меньший угол между диагоналями параллелограмма. Ответ дайте в градусах



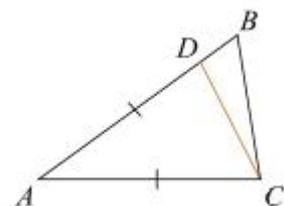
№ 6. Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна  $140^\circ$ . Найдите больший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

№ 7. Найдите больший угол равнобедренной трапеции  $ABCD$ , если диагональ  $AC$  образует с основанием  $AD$  и боковой стороной  $AB$  углы, равные  $30^\circ$  и  $45^\circ$  соответственно.



№ 8. Два острых угла прямоугольного треугольника относятся как 4:5. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.

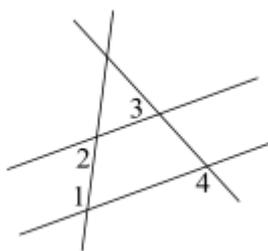
№ 9. Один угол параллелограмма в два раза больше другого. Найдите меньший угол. Ответ дайте в градусах.



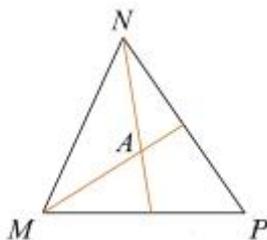
№ 10. Точка  $D$  на стороне  $AB$  треугольника  $ABC$  выбрана так, что  $AD = AC$ . Известно, что  $\angle CAB = 80^\circ$  и  $\angle ACB = 59^\circ$ . Найдите угол  $DCB$ . Ответ дайте в градусах.

№ 11. Высота равностороннего треугольника равна  $15\sqrt{3}$ . Найдите его периметр.

№ 12. На плоскости даны четыре прямые. Известно, что  $\angle 1 = 120^\circ$ ,  $\angle 2 = 60^\circ$ ,  $\angle 3 = 55^\circ$ . Найдите  $\angle 4$ . Ответ дайте в градусах.



№ 13. Биссектрисы углов  $N$  и  $M$  треугольника  $MNP$  пересекаются в точке  $A$ . Найдите  $\angle NAM$ , если  $\angle N = 84^\circ$ , а  $\angle M = 42^\circ$ .



№ 14. Тангенс острого угла прямоугольной трапеции равен  $\frac{5}{6}$ . Найдите её большее основание, если меньшее основание равно высоте и равно 15.

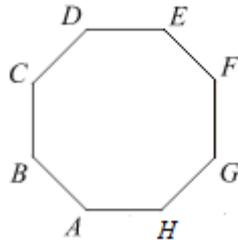


№ 15. Основания трапеции равны 4 см и 10 см. Диагональ трапеции делит среднюю линию на два отрезка. Найдите длину большего из них.

№ 16. Сумма трех углов выпуклого четырехугольника равна  $300^\circ$ . Найдите четвертый угол. Ответ дайте в градусах.

№ 17. Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны  $82^\circ$  и  $58^\circ$ . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

№ 18.  $ABCDEFGH$  — правильный восьмиугольник. Найдите угол  $EFG$ . Ответ дайте в градусах.



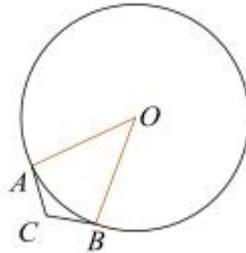
## ЗАДАНИЕ 9

### Окружность, круг и их элементы

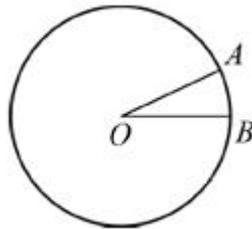
*(центральные и вписанные углы, касательная, хорда, секущая, радиус, окружность, описанная вокруг многоугольника)*

**№ 1.** Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 4. Угол при вершине, противолежащий основанию, равен  $120^\circ$ . Найдите диаметр окружности, описанной около этого треугольника.

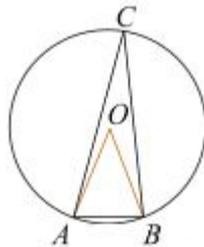
**№ 2.** В угол  $C$  величиной  $157^\circ$  вписана окружность, которая касается сторон угла в точках  $A$  и  $B$ , точка  $O$  – центр окружности. Найдите угол  $AOB$ . Ответ дайте в градусах.



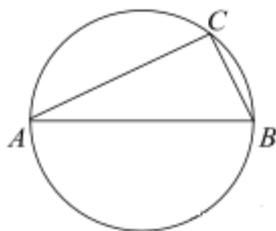
**№ 3.** На окружности с центром  $O$  отмечены точки  $A$  и  $B$  так, что  $\angle AOB = 8^\circ$ . Длина меньшей дуги  $AB$  равна 37. Найдите длину большей дуги.



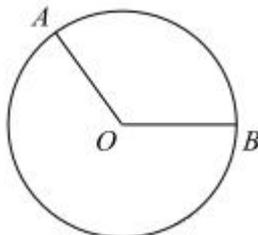
**№ 4.** Треугольник  $ABC$  вписан в окружность с центром в точке  $O$ . Найдите градусную меру угла  $C$  треугольника  $ABC$ , если угол  $AOB$  равен  $48^\circ$ .



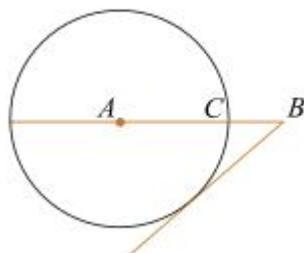
**№ 5.** Центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , лежит на стороне  $AB$ . Найдите угол  $ABC$ , если угол  $BAC$  равен  $30^\circ$ . Ответ дайте в градусах.



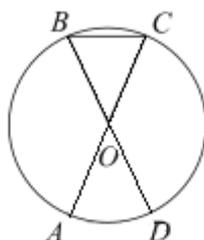
№ 6. На окружности с центром в точке  $O$  отмечены точки  $A$  и  $B$  так, что  $\angle AOB = 122^\circ$ . Длина меньшей дуги  $AB$  равна 61. Найдите длину большей дуги  $AB$ .



№ 7. На отрезке  $AB$  выбрана точка  $C$  так, что  $AC = 60$  и  $BC = 27$ . Построена окружность с центром  $A$ , проходящая через  $C$ . Найдите длину отрезка касательной, проведённой из точки  $B$  к этой окружности.



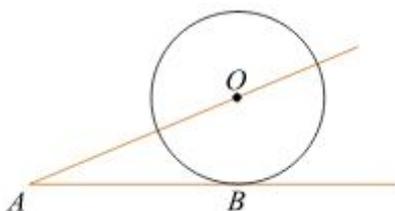
№ 8.  $AC$  и  $BD$  – диаметры окружности с центром  $O$ . Угол  $ACB$  равен  $79^\circ$ . Найдите угол  $AOD$ . Ответ дайте в градусах.



№ 9. Окружность с центром на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  проходит через вершину  $C$  и касается прямой  $AB$  в точке  $B$ . Найдите  $AC$ , если диаметр окружности равен 7,5, а  $AB = 2$ .

№ 10. Точки  $A$  и  $B$  делят окружность на две дуги, длины которых относятся как 9:11. Найдите величину центрального угла, опирающегося на меньшую из дуг. Ответ дайте в градусах.

№ 11. К окружности с центром в точке  $O$  проведены касательная  $AB$  и секущая  $AO$ . Найдите радиус окружности, если  $AB = 12$  см,  $AO = 13$  см.



## ЗАДАНИЕ 10

### Площади фигур

*(квадрат, прямоугольник, параллелограмм, треугольники общего вида, прямоугольный треугольник, равнобедренный треугольник, трапеция, площадь круга и его частей)*

№ 1. Одна из сторон параллелограмма равна 12, другая равна 5, а тангенс одного из углов равен  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ . Найдите площадь параллелограмма.

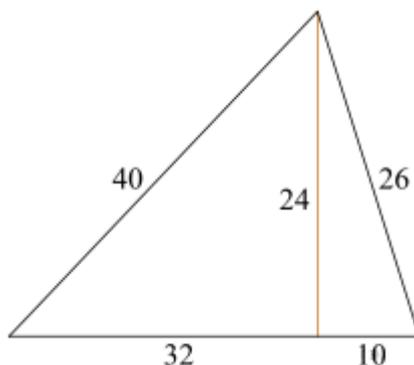
№ 2. В прямоугольнике одна сторона равна 10, другая сторона равна 12. Найдите площадь прямоугольника.

№ 3. Периметр равнобедренного треугольника равен 216, а боковая сторона – 78. Найдите площадь треугольника.

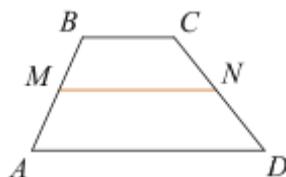
№ 4. Средняя линия трапеции равна 11, а меньшее основание равно 5. Найдите большее основание трапеции.

№ 5. Периметр равностороннего треугольника равен 30. Найдите его площадь, делённую на  $\sqrt{3}$ .

№ 6. Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке.



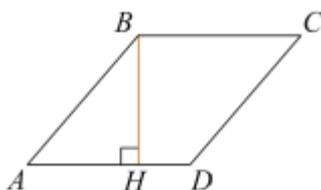
№ 7. В трапеции  $ABCD$  известно, что  $AD=2$ ,  $BC=1$ , а её площадь равна 48. Найдите площадь трапеции  $BCNM$ , где  $MN$  – средняя линия трапеции  $ABCD$ .



№ 8. В прямоугольнике одна сторона равна 96, а диагональ равна 100. Найдите площадь прямоугольника.

№ 9. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 34, а основание равно 60. Найдите площадь этого треугольника.

№ 10. Высота  $BH$  ромба  $ABCD$  делит его сторону  $AD$  на отрезки  $AH = 21$  и  $HD = 14$ . Найдите площадь ромба.



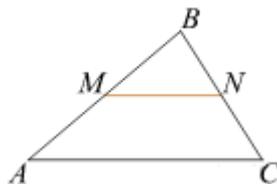
№ 11. Радиус круга равен 1. Найдите его площадь, деленную на  $\pi$ .

№ 12. Найдите площадь кругового сектора, если радиус круга равен 3, а угол сектора равен  $120^\circ$ . В ответе укажите площадь, деленную на  $\pi$ .

№ 13. Найдите площадь кругового сектора, если длина ограничивающей его дуги равна  $10\pi$ , угол сектора равен  $240^\circ$ , а радиус круга равен 7,5.

№ 14. В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 4, а острый угол, прилежащий к нему, равен  $45^\circ$ . Найдите площадь треугольника.

№ 15. Прямая, параллельная стороне  $AC$  треугольника  $ABC$ , пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно,  $AC = 18$ ,  $MN = 8$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна 81. Найдите площадь треугольника  $MBN$ .



## Часть 2

### ЗАДАНИЕ 11

**Алгебраические выражения, уравнения, неравенства и их системы**  
(алгебраические выражения, уравнения, неравенства, системы уравнений, системы неравенств)

**Инструкция.** Решение задания 20 должно содержать обоснование.  
В нём необходимо записать последовательные логические действия и их объяснения.

№ 1. Разложите на множители:  $x^2y + 1 - x^2 - y$ .

№ 2. Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} x^2 + 3x + y^2 = 2, \\ x^2 + 3x - y^2 = -6. \end{cases}$$

№ 3. Решите уравнение  $x(x^2 + 2x + 1) = 6(x + 1)$ .

№ 4. Упростите выражение  $\frac{3x^2 + 4x}{x^2 - 2x} - \frac{2x - 7}{x} - \frac{x + 8}{x - 2}$ .

№ 5. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} 3x + y = 5, \\ \frac{x + 2}{5} + \frac{y}{2} = -1. \end{cases}$$

№ 6. Решите неравенство  $(x - 3)^2 < \sqrt{5}(x - 3)$ .

№ 7. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} x - y = -5, \\ x^2 - 2xy - y^2 = 17. \end{cases}$$

№ 8. Решите неравенство  $\frac{-10}{(x - 3)^2 - 5} \geq 0$ .

№ 9. Решите систему неравенств 
$$\begin{cases} (6x + 2) + 6(x + 2) > 2x, \\ (x - 7)(x + 6) < 0. \end{cases}$$

№ 10. Решите уравнение  $x^3 + 4x^2 = 9x + 36$ .

№ 11. Упростите выражение:  $\frac{5^{n+1} - 5^{n-1}}{2 \cdot 5^n}$ .

№ 12. Решите неравенство  $x^2(-x^2 - 64) \leq 64(-x^2 - 64)$

№ 13. Решите уравнение  $x^2 - 2x + \sqrt{3 - x} = \sqrt{3 - x} + 8$ .

## ЗАДАНИЕ 12

### Задачи на прогрессии

*(задачи ФИПИ, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия)*

№ 1. При свободном падении тело прошло в первую секунду 5 м, а в каждую следующую на 10 м больше. Найдите глубину шахты, если свободно падающее тело достигло его дна через 5 с после начала падения.

№ 2. Три конькобежца, скорости которых в некотором порядке образуют геометрическую прогрессию, одновременно стартуют (из одного места) по кругу. Через некоторое время

второй конькобежец обгоняет первого, пробежав на 400 метров больше его. Третий конькобежец пробегает то расстояние, который пробежал первый к моменту обгона его вторым, за время на  $\frac{2}{3}$  мин больше, чем первый. Найдите скорость первого конькобежца в м/мин.

**№ 3.** Грузовик перевозит партию щебня массой 210 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 2 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено за девятый день, если вся работа была выполнена за 14 дней.

**№ 4.** Ваня, Миша, Алик и Вадим ловили рыбу. Оказалось, что количества рыб, пойманных каждым из них, образуют в указанном порядке арифметическую прогрессию. Если бы Алик поймал столько же рыб, сколько Вадим, а Вадим поймал бы на 12 рыб больше, то количества рыб, пойманных юношами, образовали бы в том же порядке геометрическую прогрессию. Сколько рыб поймал Миша?

**№ 5.** Клиент взял в банке кредит в размере 50 000 р. на 5 лет под 20% годовых. Какую сумму он должен вернуть в банк в конце срока, если проценты начисляются ежегодно на текущую сумму долга и весь кредит с процентами возвращается в банк после срока?

**№ 6.** Васе надо решить 434 задачи. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вася решил 5 задач. Определите, сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 14 дней.

**№ 7.** Турист идет из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошел 10 километров. Определите, сколько километров прошел турист за третий день, если весь путь он прошел за 6 дней, а расстояние между городами составляет 120 километров.

**№ 8.** Бизнесмен Бубликов получил в 2000 году прибыль в размере 5000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 300% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Бубликов за 2003 год?

**№ 9.** Мать дарит каждой из пяти своих дочерей в день рождения, начиная с пяти лет, столько книг, сколько дочери лет. Возрасты пяти дочерей составляют арифметическую прогрессию, разность которой равна 2. Сколько лет было старшей дочери, когда у них составила библиотека общей численностью в 495 книг?

**№ 10.** Компания «Альфа» начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 5000 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 200% от капитала предыдущего года. А компания «Бета» начала инвестировать средства в другую отрасль в 2003 году, имея капитал в размере 10 000 долларов, и, начиная с 2004 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 400% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась?

## ЗАДАНИЕ 13

### Функции и их свойства, графики функций

*(параболы, гиперболы, кусочно-непрерывные функции, разные задачи)*

**Инструкция.** Решение задания 22 должно содержать обоснование.

В нём необходимо записать последовательные логические действия и их объяснения.

№ 1. Постройте график функции  $y = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} \right| + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right)$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

№ 2. Постройте график функции  $y = \begin{cases} x^2 - 4x + 5, & \text{если } x \geq 1, \\ x + 1, & \text{если } x < 1, \end{cases}$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки.

№ 3. Известно, что графики функций  $y = x^2 + p$  и  $y = -2x - 2$  имеют ровно одну общую точку. Определите координаты этой точки. Постройте графики заданных функций в одной системе координат.

№ 4. Постройте график функции  $y = \frac{(0,75x^2 - 0,75x)|x|}{x - 1}$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  не имеет с графиком ни одной общей точки.

№ 5. Постройте график функции  $y = 4 - 3x - x^2$ . Найдите:

- а) при каких значениях аргумента значения функции положительные;
- б) при каких значениях аргумента функция убывает.

№ 6. Постройте график функции  $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x - 3)(x + 2)}$  и определите, при каких значениях параметра  $c$  прямая  $y = c$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

№ 7. Построить график функции  $y = \frac{x^2 + 6x + 9}{x + 3} - \frac{x^2 + 5x}{x}$ .

№ 8. Парабола проходит через точки  $K(0; -5)$ ,  $L(3; 10)$ ,  $M(-3; -2)$ . Найдите координаты её вершины.

№ 9. Постройте график функции  $y = -4 - \frac{x+1}{x^2+x}$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  не имеет с графиком ни одной общей точки.

№ 10. Найдите область определения функции  $y = 3\sqrt{7x-3-2x^2} + 2\frac{3x+8}{\sqrt{6+7x-3x^2}}$ .

## ЗАДАНИЕ 14

### Геометрическая задача на вычисления

(углы, треугольники, четырехугольники, окружность)

**Инструкция.** Решение задания 23 должно содержать обоснование.

В нём необходимо записать последовательные логические действия и их объяснения.

№ 1. Окружность, вписанная в треугольник  $ABC$ , касается его сторон в точках  $M$ ,  $K$  и  $P$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ , если углы треугольника  $MKP$  равны  $49^\circ$ ,  $69^\circ$  и  $62^\circ$ .

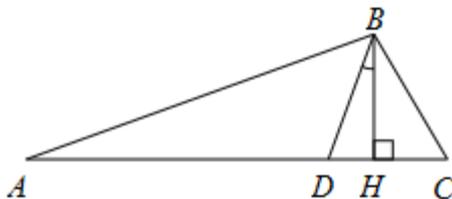
№ 2. Отрезки  $AB$  и  $DC$  лежат на параллельных прямых, а отрезки  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $M$ . Найдите  $MC$ , если  $AB = 16$ ,  $DC = 24$ ,  $AC = 25$ .

№ 3. Точка  $H$  является основанием высоты  $BH$ , проведённой из вершины прямого угла  $B$  прямоугольного треугольника  $ABC$ . Окружность с диаметром  $BH$  пересекает стороны  $AB$  и  $CB$  в точках  $P$  и  $K$  соответственно. Найдите  $PK$ , если  $BH = 11$ .

№ 4. Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  при боковой стороне  $AB$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $F$ . Найдите  $AB$ , если  $AF = 24$ ,  $BF = 10$ .

№ 5. Отрезки  $AB$  и  $DC$  лежат на параллельных прямых, а отрезки  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $M$ . Найдите  $MC$ , если  $AB = 13$ ,  $DC = 65$ ,  $AC = 42$ .

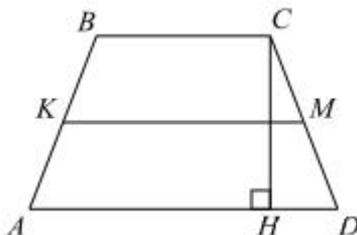
№ 6. В треугольнике  $ABC$  углы  $A$  и  $C$  равны  $20^\circ$  и  $60^\circ$  соответственно. Найдите угол между высотой  $BH$  и биссектрисой  $BD$ .



№ 7. Биссектриса угла  $A$  параллелограмма  $ABCD$  пересекает его сторону  $BC$  в точке  $E$ . Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ , если  $BE = 7$ ,  $EC = 3$ , а  $\angle ABC = 150^\circ$ .

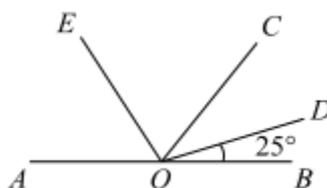
№ 8. Биссектрисы углов  $A$  и  $D$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке, лежащей на стороне  $BC$ . Найдите  $AB$ , если  $BC = 34$ .

№ 9. В трапеции  $ABCD$  боковые стороны  $AB$  и  $CD$  равны,  $CH$  – высота, проведённая к большему основанию  $AD$ . Найдите длину отрезка  $HD$ , если средняя линия  $KM$  трапеции равна 16, а меньшее основание  $BC$  равно 4.



№ 10. Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 19, а одна из диагоналей ромба равна 76. Найдите углы ромба.

№ 11. Найдите величину угла  $AOE$ , если  $OE$  – биссектриса угла  $AOC$ ,  $OD$  – биссектриса угла  $COB$ .



№ 12. В треугольнике  $ABC$  угол  $B$  равен  $56^\circ$ , угол  $C$  равен  $64^\circ$ ,  $BC = 3\sqrt{3}$ . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

### Часть 3

## ЗАДАНИЕ 15

### Текстовые задачи

(задачи на проценты, сплавы и смеси, движение по прямой, задачи на движение по воде, задачи на совместную работу, разные задачи)

**Инструкция.** Решение задания 21 должно содержать обоснование.

В нём необходимо записать последовательные логические действия и их объяснения.

№ 1. Свежие фрукты содержат 80% воды, а высушенные — 28%. Сколько сухих фруктов получится из 288 кг свежих фруктов?

№ 2. Моторная лодка прошла 36 км по течению реки и вернулась обратно, потратив на весь путь 5 часов. Скорость течения реки равна 3 км/ч. Найдите скорость лодки в неподвижной воде.

№ 3. Катер прошёл от одной пристани до другой, расстояние между которыми по реке равно 48 км, сделал стоянку на 20 мин и вернулся обратно через  $5\frac{1}{3}$  ч после начала поездки.

Найдите скорость течения реки, если известно, что скорость катера в стоячей воде равна 20 км/ч.

**№ 4.** Расстояние между городами  $A$  и  $B$  равно 120 км. Из города  $A$  в город  $B$  выехал автомобиль, а через 90 минут следом за ним со скоростью 100 км/ч выехал мотоциклист. Мотоциклист догнал автомобиль в городе  $C$  и повернул обратно. Когда он проехал половину пути из  $C$  в  $A$ , автомобиль прибыл в  $B$ . Найдите расстояние от  $A$  до  $C$ .

**№ 5.** Три бригады изготовили вместе 266 деталей. Известно, что вторая бригада изготовила деталей в 4 раза больше, чем первая и на 5 деталей меньше, чем третья. На сколько деталей больше изготовила третья бригада, чем первая.

**№ 6.** Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 84 км/ч, а вторую – со скоростью 96 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

**№ 7.** Первые 5 часов автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 3 часа – со скоростью 100 км/ч, а последние 4 часа – со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

**№ 8.** Имеются два сосуда, содержащие 48 кг и 42 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 42% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 40% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?

**№ 9.** Из пункта  $A$  в пункт  $B$ , расстояние между которыми 27 км, вышел турист. Через полчаса навстречу ему из пункта  $B$  вышел пешеход и встретил туриста в 12 км от  $A$ . Найдите скорость туриста, если известно, что она была на 2 км/ч меньше скорости пешехода.

**№ 10.** Два автомобиля одновременно отправляются в 420-километровый пробег. Первый едет со скоростью, на 24 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 2 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

**№ 11.** Из пяти следующих утверждений о результатах матча хоккейных команд "Транспортир" и "Линейка" четыре истинны, а одно – ложно. Определите, с каким счетом закончился матч, и укажите победителя (если матч завершился победой одной из команд). Ответ обоснуйте.

- 1) Выиграл "Транспортир".
- 2) Всего в матче было заброшено менее 10 шайб.
- 3) Матч закончился вничью.
- 4) Всего в матче было заброшено более 8 шайб.
- 5) "Линейка" забросила более 3 шайб.

**№ 12.** Кролик утверждает, что вчера Винни-Пух съел не менее 9 баночек мёда, Пятачок – что не менее 8 баночек, ослик Иа – что не менее 7. Сколько баночек мёда съел вчера Винни-Пух, если из трех этих утверждений истинно только одно?

**№ 13.** Найдите целое число  $a$ , если из двух следующих утверждений верно только одно: 1)  $a > -17$ ; 2)  $a > -18$ .

№ 14. Имеется два сплава с разным содержанием меди: в первом содержится 60%, а во втором – 45% меди. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 55% меди?

№ 15. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 63 км/ч, проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 3 км/ч пешехода за 57 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

## ЗАДАНИЕ 16

### Геометрическая задача повышенной сложности

*(треугольники, четырехугольники, окружности, комбинация многоугольников и окружностей)*

**Инструкция.** Решение задания 25 должно содержать обоснование.

*В нём необходимо записать последовательные логические действия и их объяснения.*

№ 1. В параллелограмме  $ABCD$  проведена диагональ  $AC$ . Точка  $O$  является центром окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ . Расстояния от точки  $O$  до точки  $A$  и прямых  $AD$  и  $AC$  соответственно равны 5, 4 и 3. Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ .

№ 2. На каждой из двух окружностей с радиусами 3 и 4 лежат по три вершины ромба. Найдите его сторону.

№ 3. Середина  $M$  стороны  $AD$  выпуклого четырёхугольника равноудалена от всех его вершин. Найдите  $AD$ , если  $BC = 10$ , а углы  $B$  и  $C$  четырёхугольника равны соответственно  $112^\circ$  и  $113^\circ$ .

№ 4. Длина катета  $AC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  равна 8 см. Окружность с диаметром  $AC$  пересекает гипотенузу  $AB$  в точке  $M$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если известно, что  $AM : MB = 16 : 9$ .

№ 5. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  катет  $AC$  равен 8, катет  $BC$  равен 15. Найдите радиус окружности, которая проходит через концы гипотенузы треугольника и касается прямой  $BC$ .

№ 6. Углы при одном из оснований трапеции равны  $85^\circ$  и  $5^\circ$ , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 11 и 1. Найдите основания трапеции.

№ 7. В трапеции  $ABCD$  основание  $AD$  вдвое больше основания  $BC$  и вдвое больше боковой стороны  $CD$ . Угол  $ADC$  равен  $60^\circ$ , сторона  $AB$  равна 1. Найдите площадь трапеции.

№ 8. Медиана  $BM$  и биссектриса  $AP$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $K$ , длина стороны  $AC$  втрое больше длины стороны  $AB$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABK$  к площади четырёхугольника  $KPCM$ .

**№ 9.** Три окружности, радиусы которых равны 2, 3 и 10, попарно касаются внешним образом. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, вершинами которого являются центры этих трёх окружностей.

**№ 10.** Окружность радиуса 4 касается внешним образом второй окружности в точке  $B$ . Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку  $B$ , пересекается с некоторой другой их общей касательной в точке  $A$ . Найдите радиус второй окружности, если  $AB = 6$ .

**№ 11.** В окружности с центром в точке  $O$  проведены две хорды  $AB$  и  $CD$ . Прямые  $AB$  и  $CD$  перпендикулярны и пересекаются в точке  $M$ , лежащей вне окружности. При этом  $AM = 36$ ,  $BM = 6$ ,  $CD = 4\sqrt{46}$ . Найдите  $OM$ .

**№ 12.** Высоты остроугольного треугольника  $ABC$ , проведённые из точек  $B$  и  $C$ , продолжили до пересечения с описанной окружностью в точках  $B_1$  и  $C_1$ . Оказалось, что отрезок  $B_1C_1$  проходит через центр описанной окружности. Найдите угол  $BAC$ .