



ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНИЙ СТАН КРУГОВОЇ ТОРОЇДАЛЬНОЇ ОБОЛОНКИ З ПРЯМОКУТНИМ ОТВОРОМ

В.П. Мущанов, А.І. Демидов

*Донбаська національна академія будівництва і архітектури,
вул. Державина, 2, м. Макіївка, Донецька область, Україна, 86123.*

E-mail: mvf@dgasa.dn.ua

Отримана 12 березня 2007; прийнята 30 квітня 2007.

Анотація. Стаття присвячена застосуванню раніше розробленої методики з визначення пружно-пластичного напружено-деформованого стану оболонок довільної форми на основі теорії малих пружно-пластичних деформацій. Лінеаризація рішення задач виконується методом пружних рішень. У кожному наближенні застосовується варіаційне рівняння Лагранжа в переміщеннях точок серединної поверхні оболонки в кінцевих різницях. При записі варіаційного рівняння Лагранжа зв'язок між напруженнями і деформаціями представлений у формі закону Гука, але з додатковими членами, що враховують пластичні деформації. Геометричні рівняння прийняті в лінійній постановці у формі співвідношень Коші. Матеріал характеризується відповідною діаграмою розтягу циліндричного зразка, модулем нормальної пружності і коефіцієнтом Пуассона. Кінематичні граничні умови задовольняються точно, а статичні на вільних від закріплення краях оболонки - приблизно. Розглядається приклад розрахунку тороїдальної оболонки, рівняння серединної поверхні якої записані в параметричній формі. Внутрішній і зовнішній крає оболонки закріплені абсолютно жорстко, а бічні сторони закріплені шарнірно. Оболонка ослаблена великим невідкріпленим прямокутним отвором і завантажена нормальним рівномірно розподіленим навантаженням. Задача вирішується методом пружних рішень у сполученні з варіаційно-різницевою методикою в переміщеннях точок серединної поверхні оболонки. Рішення задачі доведено до чисельних результатів. Представлені поля інтенсивності дотичних напружень по внутрішній світловій поверхні оболонки, переміщень, поздовжніх сил і згинальних моментів при пружно-пластичному рішенні задачі для всієї сіткової області. Робота присвячена актуальному питанню будівельної механіки оболонок, ослаблених великими отворами при пружно-пластичному деформуванні при простому процесі навантаження.

Ключові слова: незамкнута тороїдальна оболонка, варіаційно-різницевий метод, граничні умови, метод пружних рішень, інтенсивність деформацій зрушення, інтенсивність дотичних напружень, функція пластичності.

УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ КРУГОВОЙ ТОРОИДАЛЬНОЙ ОБОЛОЧКИ С ПРЯМОУГОЛЬНЫМ ОТВЕРСТИЕМ

В.Ф. Мущанов, А.И. Демидов

*Донбасская национальная академия строительства и архитектуры,
ул. Державина, 2, г. Макеевка, Донецкая область, Украина, 86123.*

E-mail: mvf@dgasa.dn.ua

Получена 12 марта 2007; принята 30 апреля 2007.

Аннотация. Статья посвящена применению ранее разработанной методики по определению упруго-пластического напряженно-деформированного состояния оболочек произвольной формы на основе теории малых упруго-пластических деформаций. Линейаризация решения задач выполняется методом пружных решений. В каждом приближении применяется вариационное уравнение Лагранжа в

перемещениях точек срединной поверхности оболочки в конечных разностях. При записи вариационного уравнения Лагранжа связь между напряжениями и деформациями представлена в форме закона Гука, но с дополнительными членами, учитывающими пластические деформации. Геометрические уравнения приняты в линейной постановке в форме соотношений Коши. Материал характеризуется соответствующей диаграммой растяжения цилиндрического образца, модулем нормальной упругости и коэффициентом Пуассона. Кинематические граничные условия удовлетворяются точно, а статические - на свободных от закрепления краях оболочки приближенно. Рассматривается пример расчета тороидальной оболочки, уравнения срединной поверхности которой записаны в параметрической форме. Внутренний и наружный края оболочки абсолютно жестко заделаны, а боковые стороны закреплены шарнирно. Оболочка ослаблена большим неподкрепленным прямоугольным отверстием и нагружена нормальной равномерно распределенной нагрузкой. Задача решается методом упругих решений в сочетании с вариационно-разностным методом в перемещениях точек срединной поверхности оболочки. Решение задачи доведено до численных результатов. Представлены поля интенсивности касательных напряжений по внутренней световой поверхности оболочки, перемещений, продольных сил и изгибающих моментов при упруго-пластическом решении задачи для всей сеточной области. Работа посвящена актуальному вопросу строительной механики ослабленных оболочек большими отверстиями при упруго-пластическом деформировании при простом процессе нагружения.

Ключевые слова: незамкнутая тороидальная оболочка, вариационно-разностный метод, граничные условия, метод упругих решений, интенсивность деформаций сдвига, интенсивность касательных напряжений, функция пластичности.

AN ELASTIC-PLASTIC STATE OF A CIRCLE TOROIDAL SHELL WITH A RECTANGULAR OPENING

V.F. Muschanov, A.I. Demidov

The Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture,

2, Derzhavin str., Makiyivka 86123, Ukraine.

E-mail: mvf@dgasa.dn.ua

Reicieved 12 March 2007; accepted 30 April 2007.

Abstract. This article is devoted to the use of the technique developed for determining a plasto-elastic stress-strain state of arbitrary curvature shells on the base of the theory of small plasto-elastic deformations. Linearization of task solution is done by the method of elastic solutions. Lagrange's variational equation in the form of point displacements of a shell middle surface in finite differences is used in every approximation. When writing down Lagrange's variational equation a functional dependence between stresses and strains is given in the form of Hooke's law but with additional members taking into account plastic deformations. Geometrical equations are used in a linear form as Cauchy correlations. A material is characterized by a corresponding tension diagram of a cylindrical specimen, by a normal elasticity modulus, and Poisson's ratio. Cinematic boundary conditions are exactly met, and static ones on free loose shell edges are met approximately. There is considered an example of calculating a toroidal shell middle surface equations of which are written in a parametrical form. Shell internal and external edges are fastened quite rigidly, and its side faces are hingedly fastened. A shell is weakened by a large unsupported rectangular opening and is loaded with a normal uniformly distributed load. The task is solved by the elastic solution method and the variation-difference method of point displacements of a shell middle surface. The solution is taken as far as numerical results. There are given the fields of intensity of shearing stresses by a shell internal light surface, displacements, axial forces, and bending moments at a plasto-elastic solution of the task for the whole net area. The paper is devoted to an actual problem of structural mechanics of the shells weakened by large openings at the plasto-elastic deformation in a simple loading.

Keywords: loose toroidal shell, variation-difference method, boundary conditions, elastic solution method, intensity of shear strains, intensity of shearing stresses, plasticity function.

Постановка задачи

В книге [2] разработана методика численного расчета тонких упруго-пластических оболочек произвольной формы постоянной толщины при простых процессах нагружения на основе метода упругих решений. Физические уравнения приняты в форме обобщенного закона Гука, но с дополнительными членами, учитывающие пластические деформации.

$$\begin{aligned}\sigma_{11}^z &= \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_{11}^z + \mu \varepsilon_{22}^z + \varepsilon_{11}^{pz}), \\ \sigma_{22}^z &= \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_{22}^z + \mu \varepsilon_{11}^z + \varepsilon_{22}^{pz}), \\ \sigma_{12}^z &= \frac{E}{2(1+\mu)} (\gamma^z - \gamma^{pz}), \\ \varepsilon_{33}^z &= \frac{\mu}{1-\mu} (\varepsilon_{11}^{pz} + \varepsilon_{22}^{pz}) + \frac{1-2\mu}{1-\mu} \varepsilon_{33}^{pz},\end{aligned}\quad (1)$$

где E модуль упругости, μ — коэффициент Пуассона. Дополнительные члены в уравнениях (1) представлены в виде:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{11}^{pz} &= \omega (\mu \varepsilon_{33}^z - (1-\mu) \varepsilon_{11}^z), \\ \varepsilon_{22}^{pz} &= \omega (\mu \varepsilon_{33}^z - (1-\mu) \varepsilon_{22}^z), \\ \gamma^{pz} &= \omega \gamma^z, \\ \varepsilon_{33}^{pz} &= \omega \varepsilon_{33}^z.\end{aligned}\quad (2)$$

Основные деформации ε_{11}^z , ε_{22}^z , γ^z приняты в виде линейных соотношений, связывающих с перемещениями u , v , w , точек срединной поверхности, принимаем в соответствии с книгой В. В. Новожилова [4].

Компоненты дивергента деформаций $\varepsilon_{ii}^z = \varepsilon_{ii}^z - \varepsilon_0^z$, ($i = 1, 2, 3$), а средняя деформация:

$$\begin{aligned}\varepsilon_0^z &= \frac{1}{3} (\varepsilon_{11}^z + \varepsilon_{22}^z + \varepsilon_{33}^z), \\ \varepsilon_{33}^z &= -\frac{[3\mu + \omega(1-2\mu)](\varepsilon_{11}^z + \varepsilon_{22}^z)}{3(1-\mu) - 2\omega(1-2\mu)},\end{aligned}\quad (3)$$

Функция пластичности А.А. Ильюшина [1] представляет такое выражение:

$$\omega = 1 - \frac{G_s}{G},$$

Секущий модуль G_s и модуль сдвига G находим по диаграмме растяжения цилиндрического образца из соотношений:

$$2G_s = S\Gamma^{-1}, \quad 2G = E(1+\mu)^{-1} \quad (4)$$

Интенсивность касательных напряжений S и деформаций сдвига Γ при плоском напряженном состоянии находим по формулам [3, 5]:

$$\begin{aligned}S^z &= \sqrt{\frac{1}{3} \left[(\sigma_{11}^z)^2 + (\sigma_{22}^z)^2 - \sigma_{11}^z \cdot \sigma_{22}^z + 3(\sigma_{12}^z)^2 \right]}, \\ \Gamma^z &= \sqrt{\frac{1}{6} \left[(\varepsilon_{11}^z - \varepsilon_{22}^z)^2 + (\varepsilon_{11}^z + \varepsilon_{22}^z)^2 + 3(\gamma^z)^2 \right]}\end{aligned}\quad (5)$$

Пример расчета тороидальной оболочки.

Рассмотрим круговую незамкнутую тороидальную оболочку постоянной толщины $h=3$ см, ослабленную прямоугольным неподкрепленным отверстием, края которого совпадают с направлением координатных линий α_1 и α_2 (рис. 1). Срединную поверхность представим параметрическими уравнениями:

$$\begin{aligned}x &= (R_2 + R_1 \cos \alpha_1) \cos \alpha_2 \\ y &= (R_2 + R_1 \cos \alpha_1) \sin \alpha_2 \\ z &= R_1 \sin \alpha_1\end{aligned}\quad (6)$$

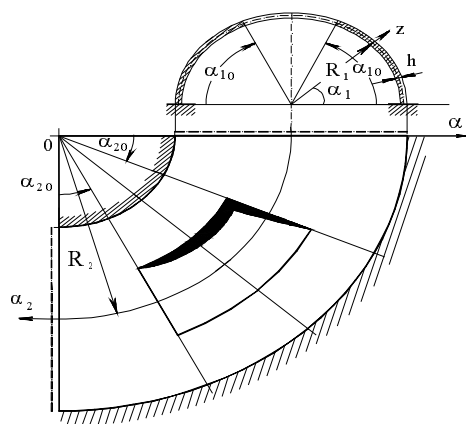


Рис. 1. Схема тороидальной незамкнутой оболочки с отверстием.

Примем значения $R_1=1.5$ м, $R_2=3.0$ м, $0 \leq \alpha_1 \leq \pi$, $0 \leq \alpha_2 \leq \pi/2$. Положение отверстия определим параметрами $\alpha_{10}=3\pi/10$ и $\alpha_{20}=\pi/7$.

Наружные края оболочки при $\alpha_1=0$ и $\alpha_1=\pi$, жестко заделаны, где перемещения

$$u=v=w=\frac{\partial w}{\partial \alpha_1}=0;$$

при $\alpha_2=0$ и $\alpha_2=\pi/2$ - шарнирно закреплены, где перемещения $u=v=w=0$. Оболочка изготовленная из стали 12ХГНМФ, характеризуется диаграммой растяжения $S=f(\Gamma)$ (рис. 2), модулем нормальной упругости $E=2 \cdot 10^5$ МПа, коэффициентом Пуассона $\mu=0,3$.

Диаграмму $S=f(\Gamma)$ получим из диаграммы растяжения стали $s=f(e)$ на основе соотношений:

$$S = \frac{\sigma}{\sqrt{3}}, \quad \Gamma = (1 + \mu) \frac{\varepsilon}{\sqrt{3}},$$

По геометрии оболочка имеет одну ось симметрии. Поэтому при расчете рассмотрим одну её половину. Оболочка нагружена нагрузкой $q_{zz}=6$ МПа, при которой в отдельных элементах её возникают пластические деформации.

Для определения напряженно-деформированного состояния воспользуемся методом упругих решений. Сначала для выбора необходимой густоты сетки при решении задачи упругости в каждом приближении оболочка была рассчитана на действие нагрузки $q_{zz}=1$ МПа с сетками 13×10 и 23×17 узлов. Результаты расчета для соответствующих узлов показаны

Таблица 1.

Сетка	Узлы	Интенсивность касательных напряжений, МПа		
		$S(h/2)$	$S(0)$	$S(h/2)$
13×10	7, 6	28.041	27.921	27.855
23×17	12, 10	26.525	26.55	26.602
% отличия		5,4	4,9	4,49

в таблице 1. Сгущение сетки дает уточнение в пределах 5,4 % максимум. Поэтому для реализации численного расчета в каждом приближении вариационно-разностным методом остановимся на сетке размером 23×17 узлов (рис.3).

Приведем результаты полученного решения. Решение выполнено с точностью сходимости итерационного процесса до 4,5%. Процесс сошелся на 21-м приближении.

В таблице 2 приведены значения интенсивности касательных напряжений по линии

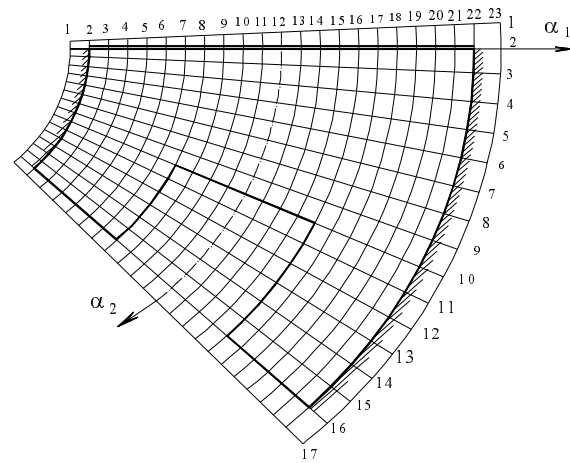


Рис. 3. Схема сеточной области тороидальной оболочки с отверстием 23×17 узлов.

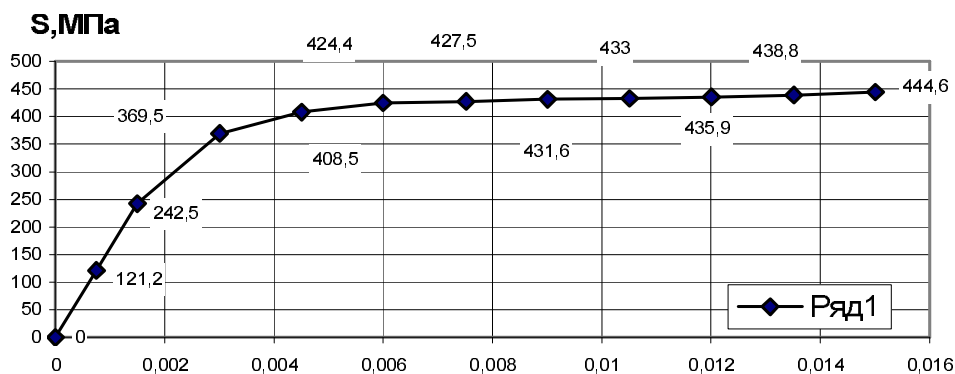


Рис. 2. Диаграмма растяжения стали 12ХГНМФ.

Таблица 2.

Узлы по ряду $j=8$	Упругое решение			Пластическое решение		
	$S(-h/2)$	$S(0)$	$S(h/2)$	$S(-h/2)$	$S(0)$	$S(h/2)$
0	145,557	87,529	29,502	145,524	87,42	29,316
1	134,685	148,121	161,869	134,62	148,061	161,824
2	153,59	159,982	168,937	153,443	159,875	168,906
3	165,777	177,135	192,823	165,337	176,844	192,753
4	187,395	211,825	238,334	187,291	211,693	238,361
5	206,891	246,631	287,928	213,995	248,111	269,44
6	320,08	314,01	319,042	292,733	289,968	291,743
7	226,457	222,405	220,641	230,218	225,889	224,288
8	181,059	180,41	179,977	181,504	180,754	180,312
9	165,893	165,833	165,824	166,536	166,512	166,542
10	159,153	159,35	159,615	160,011	160,092	160,207
11	160,645	162,213	163,914	161,438	162,08	162,757
12	195,154	183,467	175,484	203,009	181,794	172,5
13	299,791	287,167	275,819	329,238	293,185	269,336
14	750,661	685,959	625,594	426,517	431,242	433,975
15	294,868	264,669	249,213	341,117	316,097	297,537
16	192,443	185,688	190,094	206,62	193,632	189,475
17	153,748	155,918	165,038	158,857	156,822	162,805
18	128,761	137,731	152,775	132,263	138,304	151,762
19	109,475	115,579	125,665	114,068	117,375	125,804
20	142,232	2,135	137,962	142,381	1,437	139,507

узлов $j = 10$, проходящей через угловые точки отверстия (узлы 8,10 и 16,10) при упругом и упруго-пластическом решении задачи по толщине h оболочки, что проиллюстрировано соответствующими графиками (рисунки 4, 5). Наибольшее значение интенсивности касательных напряжений S при упругом решении

задачи в узле 14, 8 при $z = -h/2$ составило 750,661 МПа, а при упруго-пластическом — 426,517 МПа. Таким образом, за счет перераспределения произошло снижение интенсивности касательных напряжений вблизи угловой точки (14,8) на 43,18%. Следует заметить, что концентрация интенсивности касательных напряжений S в угловой точке отверстия 14,8 значительнее, нежели в точке 6,8. При построении графиков за узел 0, 0 принят узел 2,2 сетки (рис. 3).

В таблице 3 приведено поле интенсивности касательных напряжений S по всей сеточной области заданной оболочки при $z = -h/2$. На рис. 6 показано наглядное представление изменения интенсивности касательных напряжений S по всей сеточной области по внутренней световой поверхности оболочки. На этом рисунке видны пластические области, где интенсивность касательных напряжений превышает 242,5 МПа.

Наибольшие значения перемещений u и w по ряду узлов $j = 14$ даны в таблице 4 при упругом и упруго-пластическом решении задачи. Из рис. 7 и таблицы 4 видно, что при решении задачи с учетом упрочнения материала оболочки перемещения u и w возрастают. Наибольшее значение

Таблица 4.

i	Перемещения по ряду узлов $j=14$			
	w упруг	w пласт	u упруг	u пласт
0	0	0	0	0
1	0,85627	0,85667	0,2755	0,27571
2	1,95905	1,9616	0,41028	0,41046
3	3,58727	3,59333	0,30977	0,30945
4	5,58062	5,59202	-0,1223	-0,1239
5	7,30937	7,32755	-0,9083	-0,9122
6	8,17498	8,19606	-1,9342	-1,9414
14	19,262	20,7669	10,013	10,8981
15	17,1817	18,5529	7,14245	7,80434
16	14,2844	15,4613	4,64076	5,09788
17	11,2084	12,1191	2,62992	2,91301
18	8,00882	8,66364	1,14259	1,29172
19	4,22027	4,62265	0,23735	0,2925
20	0	0	0	0

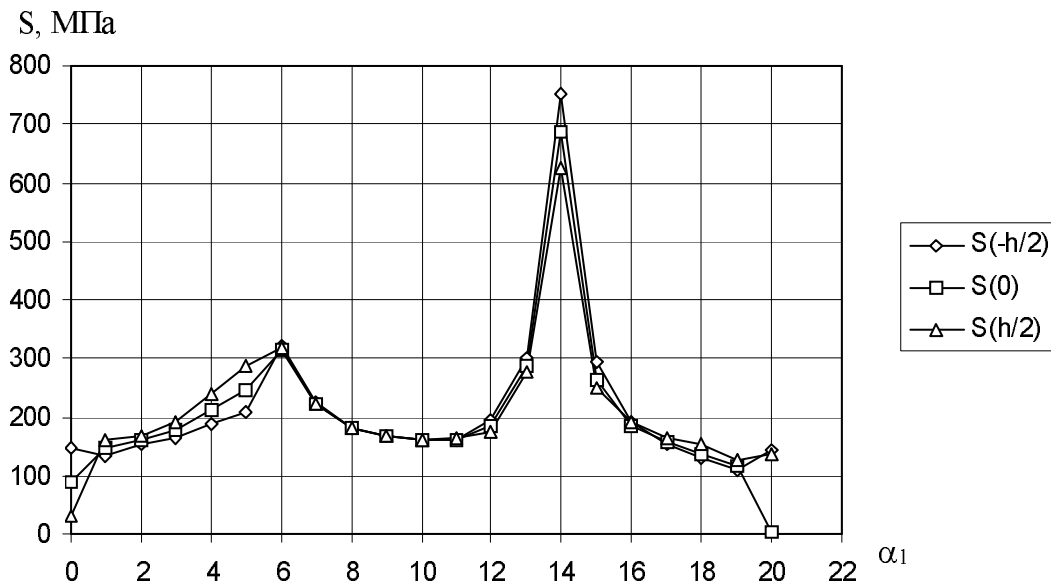


Рис. 4. Интенсивность касательных напряжений при упругом состоянии тороидальной оболочки.

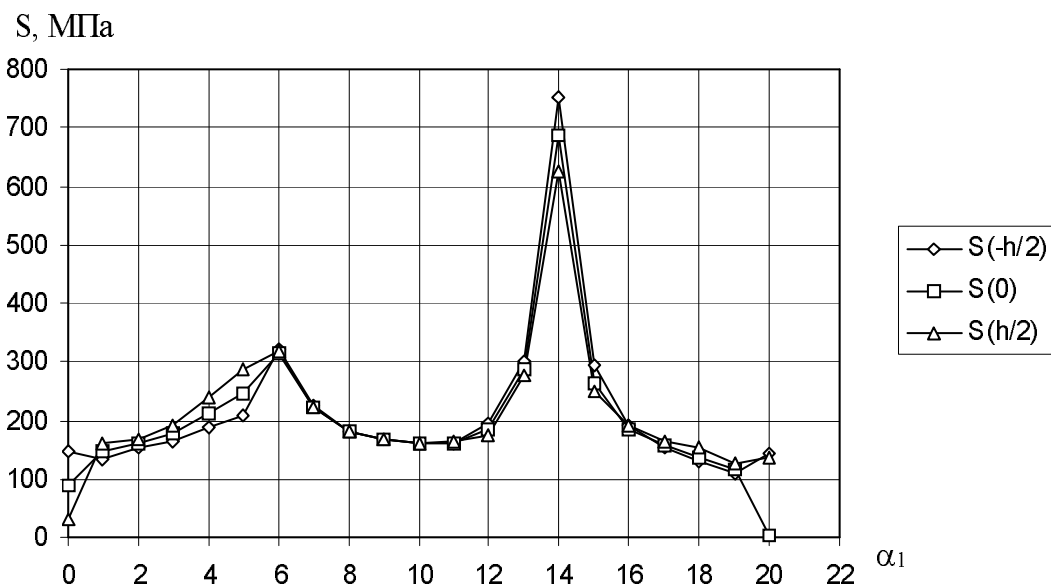


Рис.5. Интенсивность касательных напряжений при упруго-пластическом состоянии тороидальной оболочки.

прогиба w возросло на 7,24%, а перемещения u – на 9,98%. Результаты расчета показывают, что кинематические граничные условия на наружных краях оболочки удовлетворяются точно.

В таблицах 5 и 6 приведены значения изгибающих моментов M_1 и продольных сил по линиям узлов от $j=9$ до $j=14$, которые содержат края отверстия, которые параллельны координатной линии α_2 при упругопластическом состоянии оболочки.

Результаты расчета показывают, что статические граничные условия на свободных краях отверстия оболочки удовлетворяются приближенно. Максимальное значение изгибающего момента $M_1 = -77,923$ кНм/м в узле 20, 14, а на свободном краю его значение составило $M_1 -4,174$ кНм/м в узле 14, 14, что составило 5,36% от максимального значения.

При продольных силах N_1 по направлению узлов i (α_1) прослеживается тенденция к их

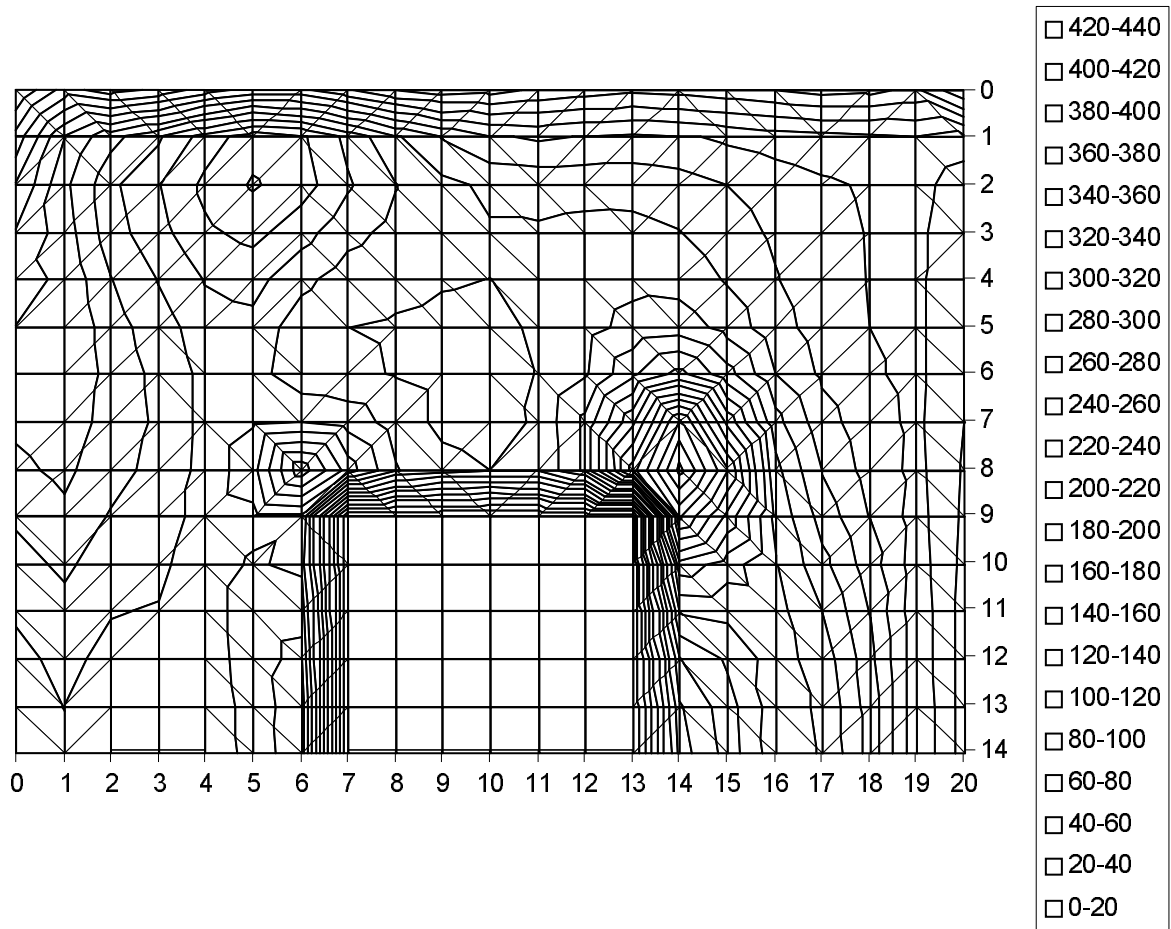


Рис. 6. Интенсивность касательных напряжений $S(-h/2)$ в упругопластическом состоянии тороидальной оболочки.

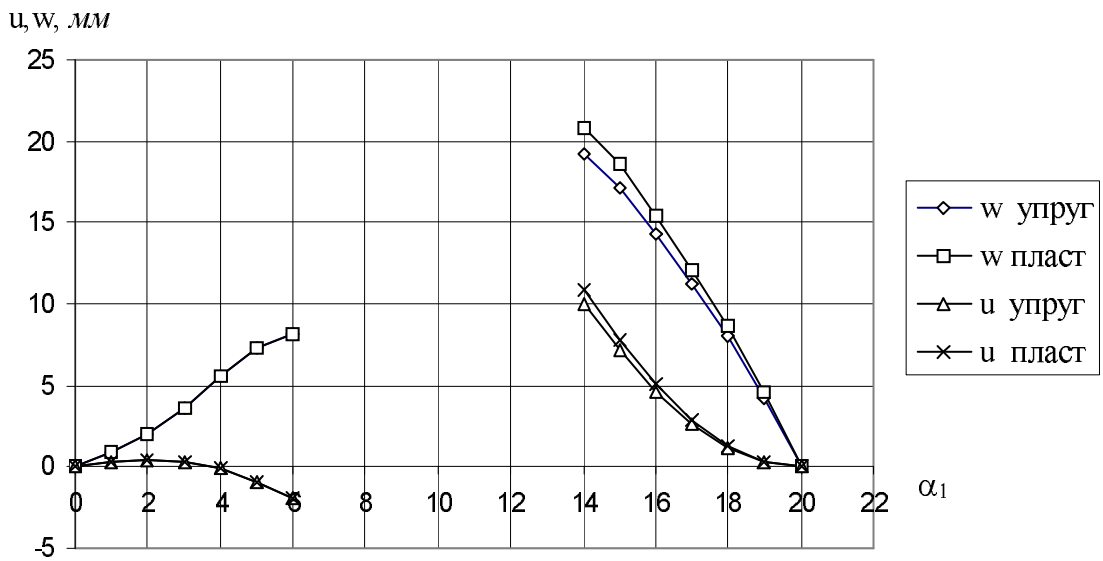


Рис. 7. Перемещения u, w при упругом и упруго-пластическом состоянии тороидальной оболочки с отверстием по линии узлов $j=14$.

Таблица 3.

Интенсивность касательных напряжений $S(-h/2)$ в упруго-пластическом состоянии тороидальной оболочки														
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	46,457	80,893	101,497	112,873	120,222	127,179	135,512	145,524	156,596	167,659	177,572	185,359	190,31	192,006
1	48,033	119,558	133,763	129,559	120,109	121,153	126,235	134,62	145,103	156,195	166,424	174,579	179,802	181,597
2	30,579	152,981	174,859	170,032	159,207	147,055	148,163	153,443	161,568	170,716	179,115	185,618	189,66	191,025
3	44,866	176,982	198,849	193,179	181,037	164,997	163,288	165,337	170,218	176,252	181,141	184,038	185,313	185,636
4	69,802	208,193	225,392	215,81	201,493	185,803	185,617	187,291	187,6	189,68	189,788	186,876	183,323	181,777
5	89,437	232,222	242,123	226,022	207,138	193,594	197,683	213,995	193,382	202,701	212,317	213,174	210,93	209,726
6	85,116	223,765	228,755	208,102	185,718	168,967	200,087	292,733	197,148	194,979	213,784	225,095	230,704	232,385
7	62,765	194,472	202,716	186,381	169,843	160,076	192,375	230,218						
8	39,739	163,699	181,007	173,523	163,976	158,396	170,567	181,504						
9	28,951	138,814	165,608	166,056	160,987	156,826	155,083	166,536						
10	33,077	122,576	155,93	161,954	159,864	156,6	151,207	160,011						
11	43,007	117,67	152,708	162,119	162,922	161,584	162,571	161,438						
12	51,613	120,862	153,627	164,97	169,548	172,746	177,924	204,791						
13	55,62	124,144	153,473	165,732	174,586	186,616	215,494	275,158						
14	54,119	122,585	148,782	160,563	171,96	190,966	246,51	384,012	362,324	272,24	220,984	179,052	157,737	150,935
15	48,171	116,709	140,098	149,283	158,097	172,637	207,397	275,054	293,654	250,027	224,627	203,437	191,63	187,762
16	40,362	110,237	131,086	136,958	141,267	147,518	160,188	187,808	215,355	221,175	226,833	230,197	231,976	232,505
17	34,223	105,858	123,927	127,21	128,828	131,353	136,773	148,247	158,857	171,359	199,82	209,791	216,013	218,107
18	35,021	102,925	117,207	118,921	119,227	119,991	122,346	127,401	139,566	149,544	159,133	166,786	171,717	173,411
19	45,282	100,056	111,362	114,562	115,326	115,301	115,35	115,721	111,602	109,303	106,879	104,517	102,863	102,32
20	0	107,852	132,375	136,338	136,984	137,25	138,104	140,414	144,095	146,181	148,316	149,669	150,145	150,277

Таблица 5.

i	Значения изгибающих моментов M_i , кНм/м по ряду					
	j=9	j=10	j=11	j=12	j=13	j=14
0	-16,579	-16,257	-15,996	-15,794	-15,664	-15,619
1	2,446	1,008	-0,284	-1,305	-1,958	-2,183
2	-1,045	-2,058	-2,985	-3,717	-4,179	-4,337
3	-2,122	-2,078	-2,084	-2,091	-2,087	-2,083
4	0,131	1,709	2,859	3,652	4,127	4,287
5	9,363	9,361	9,408	9,606	9,77	9,831
6	-0,6	-1,104	-1,458	-1,681	-1,803	-1,841
14	-1,592	-2,277	-3,232	-3,754	-4,068	-4,174
15	7,586	5,858	5,42	6,245	6,886	7,1
16	2,897	0,796	0,671	0,886	1,063	1,126
17	4,194	2,136	0,944	0,3	0,028	-0,024
18	6,794	5,993	5,368	4,979	4,753	4,674
19	4,677	4,579	4,594	4,76	4,984	5,075
20	-50,95	-60,557	-68,613	-74,235	-76,975	-77,923

Таблица 6.

i	Значения продольных сил N_i кН/м по ряду					
	j=9	j=10	j=11	j=12	j=13	j=14
0	5839,06	6550,14	7181,99	7677,55	7992,91	8101,05
1	7329,49	7866,69	8347,64	8723,71	8961,65	9042,93
2	6591,45	7127,13	7612,5	7989,43	8225,04	8304,84
3	5802,98	6257,79	6690,82	7025,54	7229,88	7297,85
4	5133,64	5303,98	5592,04	5822,94	5956,52	5998,87
5	4476,97	4282,77	4313,85	4351,67	4360,46	4359,56
6	2308,59	2097,99	2015,72	1882,62	1764,82	1719,4
14	-1101,5	2962,69	2779,33	2606,96	2546,16	2532,35
15	1986,34	4288,98	4273,14	4301,62	4343,7	4361,1
16	5182,17	4508,34	4285,37	4155,67	4084,68	4063,51
17	5865,32	5129,47	4677,95	4380,2	4224,11	4179,75
18	6201,33	5661,78	5249,75	4955,01	4785,12	4728,09
19	5803,24	5274,3	4820,81	4472,61	4258,19	4185,16
20	-1766	-3689,4	-5432,9	-6755,2	-7521,9	-7789,9

убыванию по мере приближения к незакрепленному краю отверстия. Их значения вычисляются через односторонние разности не непосредственно на краях отверстия, а в узлах в середине ячейки основной сетки. Поэтому можно считать, что и по продольным силам N_i статические граничные условия удовлетворяются, хотя и приближенно, но достаточно точно.

Выводы

Таким образом, можно сделать вывод о том, что получено решение задачи по определению упруго-пластического напряженно-деформи-

рованного состояния тонкой тороидальной оболочки с прямоугольным вырезом, края которого параллельным координатным линиям α_1 и α_2 на основе разработанной методики по методу упругих решений в сочетании с методом конечных разностей на базе вариационного уравнения Ж. Лагранжа.

Литература

1. Ильющин А.А., Ленский В.С. Сопротивление материалов. – М: Физматгиз, 1959. – 372с.
2. Избранные методы строительной механики в расчетах пространственных конструкций/ Под общей ред. д.т.н., проф. В.Ф. Муцанова. – Макеевка, 2006. – С.55-136.

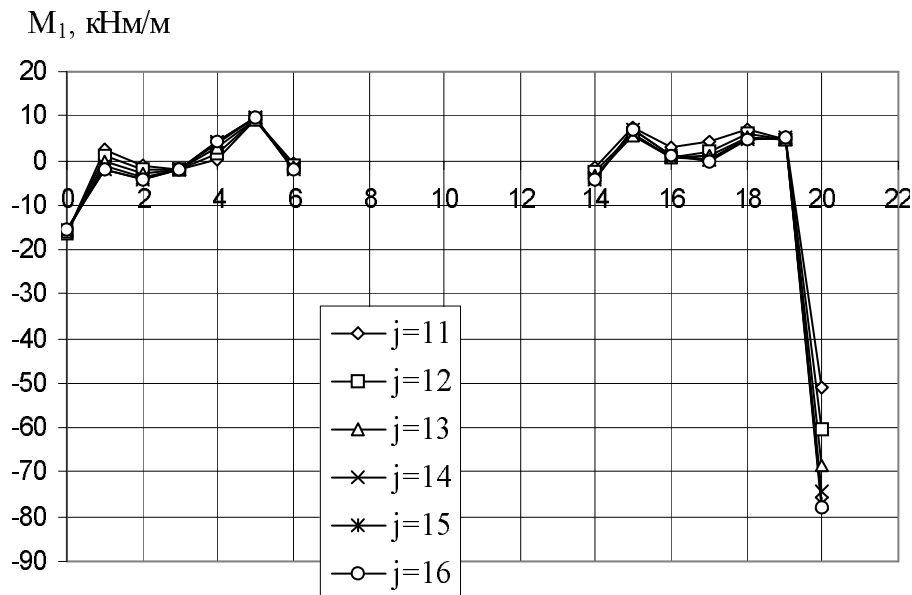


Рис. 8. Изгибающие моменты M_1 по рядам узлов от $j=9$ до $j=14$.

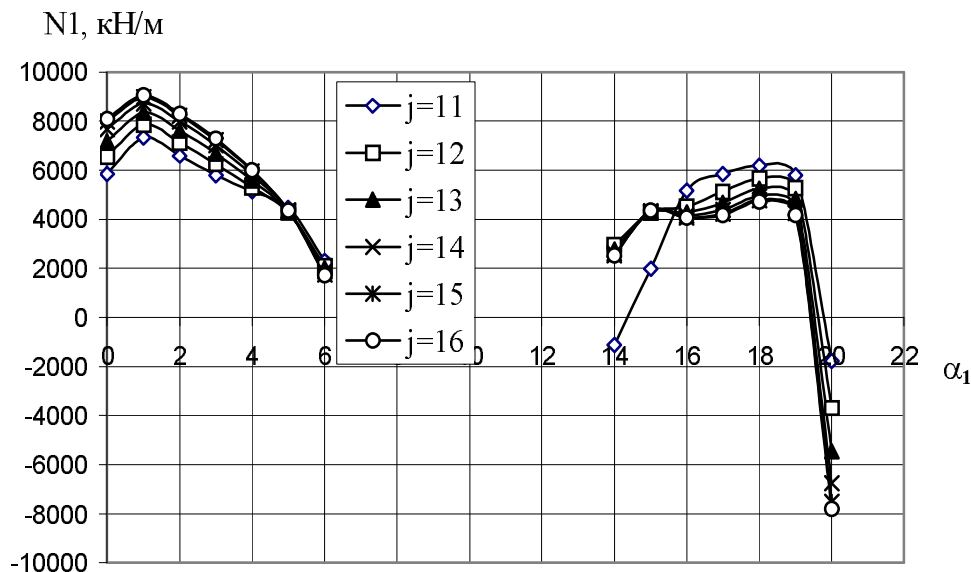


Рис. 9. Продольные силы N_1 по рядам узлов от $j=9$ до $j=14$.

- Муцанов В.Ф., Демидов А.И. Линейные и нелинейные задачи теории упругости в расчетах тонкостенных конструкций. — Макеевка: РИС ОМС ДонГАСА, 2000, 182 с.
- Демидов А.И. Упруго-пластическое напряженно-деформированное состояние тонкой незамкнутой тороидальной оболочки. — Сб. Современное промышленное и гражданское строительство, Дон-НАСА т. 2, номер 4, 2006, с. 163–176.
- Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. — Ленинград: Судпромгиз, 1962.— 432 с.
- Шевченко Ю.Н., Прохоренко И.В. Методы расчета оболочек. Теория упруго-пластических оболочек при неизотермических процессах нагружения. — Киев: Наук. Думка, 1981. — 296 с.
- Sen S. K., Gould P. L. Criteria for finite element discretization of shells of revolution. — Int. J. for Numerical Methods in Engineering, 1973, 6, 2, P. 265–274.
- Stang G. Linear algebra and its applications. — New York, Sanfrancisco, London: 1976. — P. 456
- Коларов Д., Бончева Н. Механика на пластичните среди. — София: Издателство на Българската Академия на науките, 1975. — 510с.

Мушанов Володимир Пилипович працює завідувачем кафедри « Теоретична і прикладна механіка », проректором з наукової роботи Донбаської національної академії будівництва і архітектури. Член міжнародної організації „По мостам і будівельним конструкціям” та міжнародної асоціації “Просторові конструкції”, аудитор системи сертифікації УкрСЕПРО. Наукові інтереси: теорія надійності, розрахунок, проектування та технічна діагностика просторових металевих конструкцій.

Демидов Олександр Іванович працює на посаді доцента кафедри “Теоретична і прикладна механіка”, секція “Опір матеріалів”. Наукові інтереси: фізичні лінійні і нелінійні задачі теорії тонких оболонок постійної і змінної товщини.

Мушанов Владимир Филиппович работает заведующим кафедрой теоретической и прикладной механики, проректор по научной работе. Член международной организации “По мостам и строительным конструкциям” и международной ассоциации “Пространственные конструкции”, аудитор системы сертификации УкрСЕПРО. Научные интересы: теория надежности, расчет, проектирование и техническая диагностика пространственных металлических конструкций.

Демидов Александр Иванович работает в должности доцента кафедры “Теоретическая и прикладная механика”, секция “Сопротивление материалов”. Научные интересы: физически линейные и нелинейные задачи теории тонких оболочек постоянной и переменной толщины.

Muschanov Volodimir Pilipovich is a Principal of the Department Theoretical and Applied Mechanics, vice-rector of Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. He is a member of International Association for Bridge and Structural Engineering, and member of International Association of Spatial Structures, auditor of certification scheme UKRSEPRO. His research interests include the reliability theory, calculation, designing and engineering diagnostics of spatial metal structures.

Demidov Alexander Ivanovich is an Associate Professor of the Department of Theoretical and Applied Mechanics, Materials Resistance Section. Research interests: Physically linear and non-linear problems of the theory of thin coverages of a constant and variable thickness.