ВЕСТНИК
ДОНБАССКОЙ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ СТРОИТЕЛЬСТВА И АРХИТЕКТУРЫ

ISSN 2519-2817 online
Современные строительные материалы
Выпуск 2017-2(124)

УДК [[691:658]:339.142]:517.518.45

Н. П. НАГОРНАЯ
ГО ВПО «Донецкий национальный университет экономики и торговли имени Михаила Туган-Барановского»

АНАЛИЗ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ РАЗВИТИЯ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПРЕДПРИЯТИЙ СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЯДОВ ФУРЬЕ

Аннотация. Цель работы – совершенствование методики прогнозирования экономических показателей предприятий строительных материалов с использованием рядов Фурье. Используя свойства динамических рядов рассматривается не только трендовая составляющая динамического ряда статистических данных, но и временная составляющая их как случайная трендовая величина. В процессе исследования был проведен сравнительный анализ прогнозирования экономических показателей динамических рядов предприятия с использованием трендовых моделей и рядов Фурье. Разработана методика прогнозирования экономических показателей (товарооборота предприятия «Строительные товары») с высокой статистической надежностью. Предложенная модель использования рядов Фурье опробована на конкретном материале показателей товарооборота и прибыли торгового предприятия при реализации строительных товаров.

Ключевые слова: строительные материалы и товары, товарооборот, динамический ряд, линия тренда, прогнозирование, ряды Фурье.

ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА

Для успешной конкуренции торгового предприятия на рынке строительных товаров важным является надежное обоснование прогноза его экономических показателей. В качестве показателя был выбран товарооборот, который во времени образует динамический ряд.

Экономические модели, построенные на анализе динамических рядов, позволяют определить связи между отдельными факторами не только в динамике, но и раскрыть взаимосвязи между отдельными факторами, обусловленными корреляциею и автокорреляциею различных показателей.

При классическом анализе динамических рядов считается, что время не влияет на его случайную составляющую. Тем самым предполагается, что математическое ожидание и дисперсия (определяемые как среднее статистическое) равняются либо постоянной, либо нулю [2].

Это вызывает необходимость включать в систематическую составляющую модели ряда y_t тренд $f(t)$. Модели тренда можно разделить на два вида. Это такие функции, которые медленно изменяются во времени. К таким функциям относятся, например, полиноминальные модели. К другому виду моделей принадлежат циклические последовательности, такие как конечные отрезки рядов Фурье, которые представляют собою конечные суммы пар синусоидальных и косинусоидальных отрезков рядов Фурье [1].

Одной из общих моделей, в которой влияние временного параметра появляется в случайной составной u_t, является стационарный случайный процесс. Среди таких моделей динамических рядов случайный процесс может иметь и тригонометрические функции вида:

$$y_t = \sum_{j=1}^{q} (A_i \cos \lambda_i t + B_i \sin \lambda_i t), \tag{1}$$

где $A_1, B_1, ..., A_q, B_q$ – независимые случайные величины с математическим ожиданием равным нулю, и дисперсией, которая является функцией от λ_i.

Модели такого вида являются суммой q тригонометрических функций со случайной амплитудой и случайными фазами [4].

Рассматривается в работе **подход**, когда и трендовая составляющая, и случайная составляющая зависят от времени.

Рядом Фурье является функция $f(x)$, имеющая период $T = 2\pi$ на сегменте $[-\pi, \pi]$ и имеющая бесконечное число точек разрыва, а также абсолютно интегрированная на этом отрезке:

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty}(a_n \cos nx + b_n \sin nx), \tag{2}$$

коэффициенты которой определяются формулами:

$$a_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx;$$
$$a_n = \frac{1}{\pi} f(x)\cos nxdx \quad (n = 1, 2, 3, ...); \tag{3}$$
$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin nxdx \quad (n = 1, 2, 3, ...).$$

Если функция $f(x)$,разложена в равномерно сходящийся ряд вида (2), то этот ряд и будет рядом Фурье. Известно, что такая функция разлагается в свой ряд Фурье в каждой точке, в которой она дифференцирована. К таким функциям принадлежат все кусочно гладкие функции.

Если функция $f(x)$ имеет произвольный период T=2l, то заменой $x = at$ получим функцию $f(at)$, которая имеет период $T = 2l/a$. Выбираем a таким, чтобы $2l/a = 2\pi$. При этом $a = l/\pi$, тогда подстановка $x = lt/\pi$ приводит к функции $f(lt/\pi)$, которая имеет период $T = 2\pi$.

Допуская, что функция $f(x)$ имеет на сегменте $[-l, l]$ не больше конечного числа точек разрыва и абсолютно интегрирована на этом сегменте, получим в точках дифференцирования:

$$f(\frac{lt}{\pi}) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty}(a_n \cos nt + b_n \sin nt), \tag{4}$$

где

$$a_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(\frac{lt}{\pi})dt; \;\; a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(\frac{lt}{\pi})\cos ntdt \;\; (n = 1, 2, 3, ...); \tag{5}$$
$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(\frac{lt}{\pi})\sin ntdt; \; (n = 1, 2, 3, ...).$$

Возвращаясь в ряд в формулах коэффициентов от новой замены t к старой переменной x и учитывая, что $t = \pi x/l$, $dt = (\pi/l)dx$ в точках дифференцирования, получим:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty}(a_n \cos\frac{n\pi x}{l}t + b_n \sin\frac{n\pi x}{l}, \tag{6}$$

$$a_0 = l\int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx; a_n = \frac{1}{l}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos\frac{n\pi x}{l}dx \;\; (n = 1, 2, 3, ...); \tag{7}$$
$$b_n = \frac{1}{l}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx; \; (n = 1, 2, 3, ...).$$

Ряд (6) с коэффициентами (7) называется рядом Фурье для функции $f(x)$, имеющей период $T = 2l$.

Для представления динамического ряда рядом Фурье $f(x)$ существенно только его значения при $x = 1, 2, ..., N$. Если $f(x)$ имеет период и он равняется целому числу n, то $f(x)$ принимает только n значений, а именно $f(1)$, $f(2,..., f(n)$. В этом случае $f(x)$ можно представить при $x = 1, 2, ..., n$ линейной комбинацией n тригонометрических функций. Если период φ не целое число, то $f(x)$ может быть приближенно относительно небольшим числом тригонометрических членов.

Если ряд Фурье имеет период, который имеет делитель λ длины ряда, то есть $\lambda = 2\pi j/T$, $j = 1, ...,$ $(T-1)/2$, то в этом случае математическое ожидание коэффициентов ряда будут равняться нулю (1). Отличным от нуля будут лишь те коэффициенты ряда, периоды которых не будут делителями длины ряда l.

Для разложения в ряд Фурье принята функция:

$$f(x)=\begin{cases}4 \quad при\ x=0,\\ -4 \quad при\ x=12.\end{cases}$$

Это нечетная функция. В этом случае выбирается ряд Фурье (6), у которого все коэффициенты a_n равны нулю, а коэффициенты b_n образуют числовой ряд: $b_n = 4/3k$, где k нечетное число (2). Ряд Фурье имеет такой вид:

$$f(x)=\frac{4}{3}(\sin t+\frac{\sin 3t}{3}+\frac{\sin 5t}{5}+\frac{\sin 7t}{7}+\frac{\sin 9t}{9}+...+\frac{\sin kt}{k}+...), \tag{8}$$

где t – соответствующий номер месяца динамического ряда.

Практически использовано было 7 членов ряда Фурье (последнее k = 1) потому, что уже при k = 13 влияние на сумму квадратов отклонений значения ряда Фурье от соответствующих значений остатков не заметно. В таблице 1 рассмотрен динамический ряд показателей товарооборота предприятия «Строительные товары» и его прогнозирование с помощью линии тренда и рядов Фурье.

Таблица 1 – Сравнение данных товарооборота предприятия «Строительные товары» с помощью линии тренда и рядов Фурье

Месяц	Товарооборот – млн руб. y_i	Линия тренда y_1t	Остатки $y_1 - y_it$	Ряд Фурье $f(t)$
1	6,5	5,1	0,9616	2,4672983
2	11,4	7,2	3,805	2,25800969
3	11,1	9,3	1,4484	1,87129306
4	7,4	11,4	–4,3082	–2,43247533
5	10,7	13,5	–3,0648	–2,16900558
6	11,6	15,6	–4,2214	–2,71509217
7	20,5	17,7	2,622	2,16111093
8	22,9	19,8	2,9654	2,33113937
9	23,8	21,9	1,8088	2,52228413
10	19,6	24	–4,4478	–2,11205599
11	24,2	26,1	–1,9044	–2,46287144
12	32,5	28,2	4,339	–1,33375467

Как видно из данных таблицы 1, значения отклонений прогноза товарооборота с использованием линии тренда имеет большое рассеивание, в то время как прогноз с помощью рядов Фурье дает более стабильные остатки. При этом коэффициент детерминации для прогноза рядов Фурье составил R^2=0,406.

В таблице 2 приведен прогноз товарооборота предприятия на следующий квартал.

Таблица 2 – Прогноз на первый квартал следующего года

Месяц	Линия тренда y_1t	$f(t)$	Прогноз $y_it + f(t)$	Прогноз по ряду Фурье $y_{it} - f(t)$
1	30,2176	1,87390594	32,0915059	28,3437
2	32,2742	0,88301932	33,1572193	31,3912
3	34,3308	1,18705919	35,5178592	33,1437

Как свидетельствуют данные таблицы 2, прогноз товарооборота предприятия «Строительные товары» по ряду Фурье имеет более умеренный рост показателей [5].

ВЫВОДЫ

Используя свойства периодичности рядов Фурье, которые позволяют учесть неопределенность динамики развития экономических систем предприятий строительных материалов в зоне риска, была построена экономическая модель, которая не имеет аналогов в литературе. Параметры модели были определены методом статистического эксперимента. Модель рассмотрена на примере динамического ряда товарооборота предприятия «Строительные товары» за год. Это позволило составить прогноз, который учитывает неопределенность развития предприятия в виде риска. В работе доказано, что использование рядов Фурье для анализа динамических рядов экономических показателей возможно и может быть использовано при прогнозировании экономических процессов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Романовский, П. И. Ряды Фурье. Теория Поля. Аналитические и специальные функции. Преобразование Лапласа [Текст] / П. И. Романовский. – Изд. 6-е, стер. – М. : Наука, 1980. – 336 с.
2. Андерсон, Т. Статистический анализ временных рядов [Текст] / Т. Андерсон. – М. : Мир, 1976. – 755 с.
3. Безопасность непродовольственных товаров [Текст] : [учебное пособие] / Под редакцией проф. Д. П. Лойко. – Харьков : Издательство «НТМТ», 2016. – 260 с.
4. Болдин, М. В. Знаковый статистический анализ линейных моделей [Текст] / М. В. Болдин, Г. И. Симонова, Ю. Н. Тюрин. – М. : Наука, Физматлит, 1997. – 288 с. – ISBN 5-02-015222-6.
5. Ширяев, А. Н. Основы стохастической финансовой математики. Факты. Модели [Текст]. Т. 1 / А. Н. Ширяев. – М. : Фазис, 1998. – 512 с. – ISBN 5-7036-0043-X.

Получено 22.12.2016

Н. П. НАГОРНА

АНАЛІЗ І ПРОГНОЗУВАННЯ ДИНАМІКИ РОЗВИТКУ ЕКОНОМІЧНОЇ СИСТЕМИ ПІДПРИЄМСТВ БУДІВЕЛЬНИХ МАТЕРІАЛІВ З ВИКОРИСТАННЯМ РЯДІВ ФУР'Є

ДО ВПО «Донецький національний університет економіки і торгівлі імені Михайла Туган-Барановського»

Анотація. Ціль роботи – удосконалювання методики прогнозування економічних показників підприємства з використанням рядів Фур'є. Використовуючи властивості динамічних рядів, розглянуто не тільки трендову складову динамічного ряду статистичних даних, але й тимчасову складову їх як випадкову трендову величину. У процесі дослідження було проведено порівняльний аналіз прогнозування економічних показників динамічних рядів підприємства з використанням трендових моделей і рядів Фур'є. Розроблено методику прогнозування економічних показників (товарообігу підприємства «Будівельні товари»). Запропонована модель використання рядів Фур'є випробувана на конкретному матеріалі показників товарообігу й прибутку торговельного підприємства при реалізації будівельних товарів.
Ключові слова: будівельні матеріали та товари, товарообіг, динамічний ряд, лінія тренда, прогнозування, ряди Фур'є.

NINA NAGORNA

ANALYSIS AND PREDICTION OF THE DYNAMICS OF ECONOMIC DEVELOPMENT OF ENTERPRISES OF CONSTRUCTION MATERIALS USING FOURIER SERIES

State Organization of Higher Education «Tugan-Baranovsky Donetsk National University of Economics and Trade»

Abstract. Purpose is improving the methods of forecasting economic performance of enterprises of building materials using Fourier series. The aim of this work is to improve the methods of forecasting economic indicators of the enterprise with the use of Fourier series. Using the properties of time series, it is not only the trend component of a time series of statistical data, but the temporal component of their trend as a random variable. In the process of research was a comparative analysis of forecasting economic indicators time series of the enterprise with the use of trend models and Fourier series was carried out. The technique of forecasting of economic indicators (turnover of the enterprise «Construction products») has been developed. The model of using Fourier series tested on specific material indicators of the turnover and profit of commercial enterprise in the implementation of the construction products has been suggested.
Key words: building materials and products, trade, time series, trend line, forecasting, Fourier series.

Нагорная Нина Павловна – кандидат технических наук, доцент кафедры товароведения и экспертизы непродовольственных товаров ГО ВПО «Донецкий национальный университет экономики и торговли имени Михаила Туган-Барановского». Научные интересы: разработка эффективных технологий переработки техногенного сырья в компоненты композиционных материалов.

Нагорна Ніна Павлівна – кандидат технічних наук, доцент кафедри товарознавства та експертизи непродовольчих товарів ДО ВПО «Донецький національний університет економіки і торгівлі імені Михайла Туган-Барановського». Наукові інтереси: розробка ефективних технологій переробки техногенної сировини у компоненти композиційних матеріалів.

Nagorna Nina – Ph.D. (Eng.), Associate Professor, Commodity Research and Expertise of Non Foodstuff Department, State Organization of Higher Education «Tugan-Baranovsky Donetsk National University of Economics and Trade». Scientific interests: development of effective technologies of processing of technogenic raw material to components of composition materials.