

УДК 514.18

**Т. П. МАЛЮТИНА<sup>а</sup>, И. П. ДАВЫДЕНКО<sup>б</sup>, Ж. В. СТАРЧЕНКО<sup>а</sup>**<sup>а</sup> ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры», <sup>б</sup> ПАО «Авдеевский завод металлических конструкций»

## ПОСТРОЕНИЕ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ЦИЛИНДРА С ЭВОЛЬВЕНТНОЙ ОСЬЮ МЕТОДОМ ПОДВИЖНОГО СИМПЛЕКСА

**Аннотация.** В работе рассматривается точечный алгоритм задания цилиндра с направляющей осью в виде эвольвенты и образующей в виде эллипса на основе МПС (метода подвижного симплекса). Подобная поверхность может быть применена при задании оболочек различных технических форм.

**Ключевые слова:** точечный алгоритм, эвольвента, эллипс, БН-исчисление, метод подвижного симплекса (МПС).

### ФОРМУЛИРОВКА ПРОБЛЕМЫ

При построении таких криволинейных поверхностей технических форм как оболочек различных гидротехнических сооружений, а именно: каналов, водопроводов сложной формы, горок в аквапарках, в качестве направляющей поверхности принимают *эвольвенту окружности*, а образующей – *эллипс*. В данной работе поставлена задача – разработать точечный алгоритм задания криволинейной поверхности технической формы на основе метода подвижного симплекса с образующей в виде эллипса и направляющей в виде эвольвенты. Для этого использованы полученные ранее точечные уравнения эллипса и эвольвенты окружности методами БН-исчисления (точечного исчисления Балюбы-Найдыша) на основании графических алгоритмов их построения [4, 6].

### АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Аналитическому описанию различных кривых линий в точечном исчислении, посвящены работы д. т. н., профессора И. Г. Балюбы [1] и его последователей [2–4], в которых получено множество точечных уравнений кривых линий в БН-исчислении, алгебраические уравнения которых известны из аналитической математики [5]. Но есть кривые линии, которые не имеют единых алгебраических уравнений и получаются только графическим путем. К таким кривым линиям относится эвольвента окружности, которая в аналитической математике не имеет алгебраического уравнения, а в БН-исчислении уже аналитически определена через графический алгоритм ее построения [6].

### ЦЕЛИ

Привести точечные уравнения эллипса и эвольвенты окружности на основании графических алгоритмов построения кривых методами БН-исчисления и рассмотреть пример построения эллиптического цилиндра с эвольвентной осью с помощью МПС [4].

### ОСНОВНОЙ МАТЕРИАЛ

Пусть заданы три точки  $A, B, C$ , образующие произвольно заданный симплекс двумерного пространства  $SAB$  [1]. Представим в плоскости  $SAB$  эвольвенту  $M$  окружности  $T$  радиуса  $|CT| = \rho$ , с центром в точке  $C$  (рис. 1).

По определению эвольвенты окружности, согласно графическому алгоритму построения кривой, имеем:

© Т. П. Малютинa, И. П. Давыденко, Ж. В. Старченко, 2017

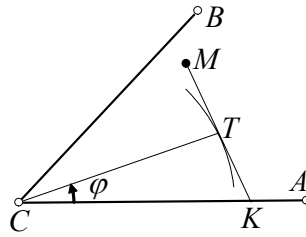


Рисунок 1 – Эвольвента окружности в симплексе двумерного пространства.

$$TM = \varphi\rho, \angle CTM = \frac{\pi}{2}. \quad (1)$$

Точечные уравнения двух точек, определяющих касательную к окружности, имеют вид:

$$K = (A-C)\frac{\rho}{b\cos\varphi} + C, T = (A-C)\frac{\rho\sin(\gamma-\varphi)}{b\sin\gamma} + (B-C)\frac{\rho\sin\varphi}{a\sin\gamma} + C, \quad (2)$$

$$KT = \rho\tg\varphi, KM = KT + TM = \rho(\varphi + \tg\varphi).$$

Тогда точечное уравнение эвольвенты  $M$  окружности  $T$  имеет вид [6]:

$$M = (T-K)(\varphi\ctg\varphi + 1) + K =, \quad (3)$$

$$= \frac{(A-C)\rho}{b\sin\gamma\sin\varphi} [(\varphi\cos\varphi + \sin\varphi)\sin(\gamma-\varphi) - \varphi\sin\gamma] + \frac{(B-C)\rho}{a\sin\gamma} (\varphi\cos\varphi + \sin\varphi) + C,$$

где  $\gamma = \angle BCA, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \rho$  – радиус окружности.

Ниже приведен пример построения эвольвенты окружности в плоскости общего положения с помощью программного пакета *Maple* (рис. 2, 3).

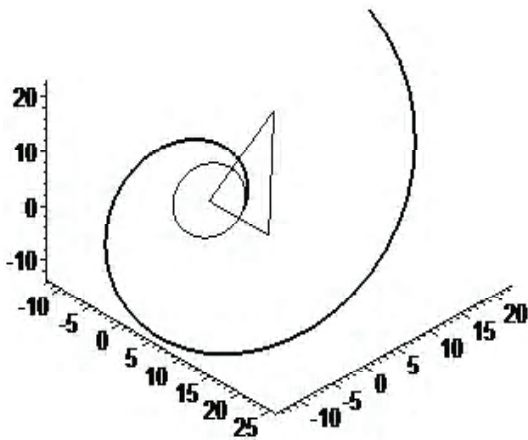


Рисунок 2 – Эвольвента окружности в плоскости общего положения.

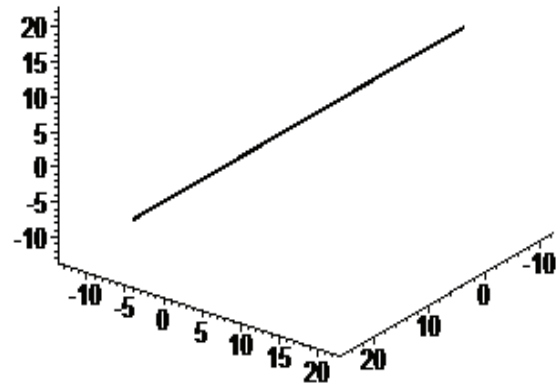


Рисунок 3 – Эвольвента окружности в плоскости общего положения.

Определим точечное уравнение эллипса, полученного путем сжатия окружности к одному из ее диаметров [4]. Используя полярную параметризацию плоскости [1], зададим точечное уравнение окружности в симплексе точек  $PQR$  при  $\angle QRP = 90^\circ$  через параметр угла сжатия  $\theta$  (рис. 4).

Пусть радиус окружности  $|RP| = a$  соответствует большой полуоси эллипса, тогда  $|RQ| = b$  соответствует малой полуоси эллипса. Точечное уравнение окружности имеет вид:

$$M = (P-R)\cos\theta + (Q-R)\frac{a}{b}\sin\theta + R. \quad (4)$$

где  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .

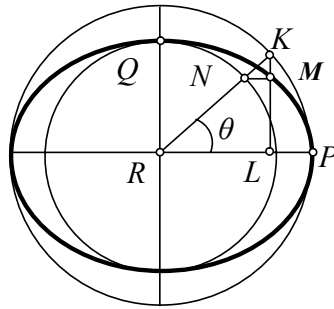


Рисунок 4 – Задание эллипса сжатием окружности.

Точечное уравнение эллипса, построенного как результат сжатия окружности к одному из ее диаметров, в симплексе точек  $PQR$  через параметр угла сжатия  $\theta$  имеет вид:

$$M = (P - R)\cos\theta + (Q - R)\sin\theta + R, \quad (5)$$

где  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .

Обратим внимание, что параметр  $\theta$  в полученном уравнении эллипса относится к окружности радиуса  $a$ , которая сжимается в одном из направлений до малой полуоси  $b$  эллипса. В уравнении эллипса (5) полуоси не принимают участие, так как они определены точками  $P$ ,  $Q$  и  $R$  ( $|RP| = a$ ,  $|RQ| = b$ ).

Рассмотрим аналитическое описание эллиптического цилиндра с эвольвентной осью, на основе МПС [4].

Пусть плоский подсимплекс  $PQR$  движется в симплексе  $CABD$  по эвольвентам  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ . Определим эллиптический цилиндр с эвольвентной осью  $R$  (рис. 5).

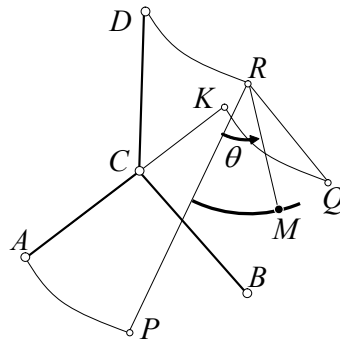


Рисунок 5 – Схема построения эллиптического цилиндра с эвольвентной осью.

Зададим точечное уравнение эвольвенты  $P$  в подсимплексе  $BCA$ :

$$P = \frac{(A - C)\rho}{b \sin \gamma \sin \varphi} [(\varphi \cos \varphi + \sin \varphi) \sin(\gamma - \varphi) - \varphi \sin \gamma] + \frac{(B - C)\rho}{a \sin \gamma} (\varphi \cos \varphi + \sin \varphi) + C, \quad (6)$$

где  $\gamma = \angle BCA$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ,  $b = |AC|$ ,  $a = |BC|$ ,  $\rho$  – радиус окружности.

Учитывая, что  $K = 2C - A$  из параллелограммов  $QKAP$  и  $RDAP$  находим:

$$Q = P - 2(A - C), R = P + D - A. \quad (7)$$

Тогда точечное уравнение эллиптического цилиндра с эвольвентной осью  $R$  на основе точечного уравнения эллипса имеет вид:

$$M = (P - R)\cos\theta + (Q - R)\sin\theta + R, \quad (8)$$

где  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .

Приведем пример построения эллиптического цилиндра с эвольвентной осью  $R$  при различных значениях параметров (рис. 6–9).

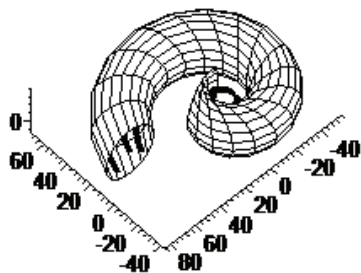


Рисунок 6 – Эллиптический цилиндр с эвольвентной осью.

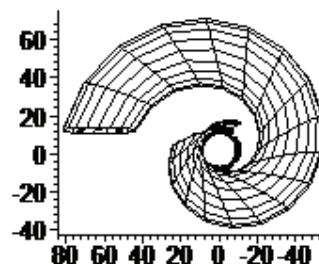


Рисунок 7 – Эллиптический цилиндр с эвольвентной осью.

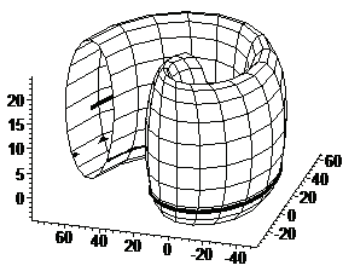


Рисунок 8 – Эллиптический цилиндр с эвольвентной осью.

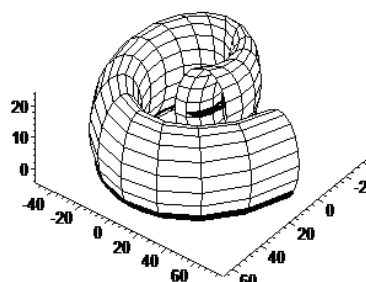


Рисунок 9 – Эллиптический цилиндр с эвольвентной осью.

## ВЫВОДЫ

В статье представлен точечный алгоритм построения эллиптического цилиндра с эвольвентной осью на основе метода подвижного симплекса. Для получения такого алгоритма были приведены точечные уравнения эллипса и эвольвенты окружности, полученные на основании графических алгоритмов построения кривых.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балюба, И. Г. Конструктивная геометрия многообразий в точечном исчислении [Текст] : диссертация на соискание научной степени доктора технических наук : 05.01.01 / Балюба Иван Григорьевич. – Макеевка, 1995. – 227 с.
2. Малютина, Т. П. Интерпретация вычислительной геометрии плоских фигур в точечном исчислении [Текст] : диссертация на соискание научной степени кандидата технических наук : 05.01.01 / Малютина Татьяна Петровна. – Макеевка, 1998. – 161 с.
3. Конопацький, Є. В. Геометричне моделювання алгебраїчних кривих та їх використання при конструюванні поверхонь у точковому численні Балюби-Найдиша [Текст] : дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук : 05.01.01 / Конопацький Євген Вікторович. – Макіївка, 2012. – 163 с.
4. Давиденко, И. П. Конструирование поверхностей пространственных форм методом подвижного симплекса [Текст] : диссертация на соискание научной степени кандидата технических наук : 05.01.01 / Давыденко Иван Петрович. – Макеевка, 2012. – 164 с.
5. Кронштейн, И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов [Текст] / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – М. : Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1956. – 608 с.
6. Малютина, Т. П. Точечное уравнение эвольвенты и его применение при конструировании поверхностей технических форм методом подвижного симплекса [Текст] / Т. П. Малютина, И. П. Давыденко // Вісник Донбаської нац. академії будівництва і архітектури : зб. наук. праць / МОН України; ДонНАБА. – Макіївка, 2015. – Вип. 2015-3(113) : Будівлі та конструкції із застосуванням нових матеріалів та технологій. – С. 66–69.

Получено 17.04.2017

Т. П. МАЛЮТИНА <sup>a</sup>, І. П. ДАВИДЕНКО <sup>b</sup>, Ж. В. СТАРЧЕНКО <sup>a</sup>  
 ПОБУДОВА ЕЛІПТИЧНОГО ЦИЛІНДРА З ЕВОЛЬВЕНТНОЮ ВІССЮ  
 МЕТОДОМ РУХОМОГО СИМПЛЕКСУ

<sup>a</sup> ДООУ ВПО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури», <sup>b</sup> ПАТ «Авдіївський завод металевих конструкцій»

**Анотація.** У роботі розглядається точковий алгоритм завдання циліндра з направляючою віссю у вигляді евольвенти і твірною у вигляді еліпса на основі МРС (методу рухомого симплексу). Подібна поверхня може бути застосована при завданні оболонок різних технічних форм.

**Ключові слова:** точковий алгоритм, евольвента, еліпс, БН-числення, метод рухомого симплексу (МРС).

TATYANA MALUTINA <sup>a</sup>, IVAN DAVYDENKO <sup>b</sup>, JANNA STARCHENKO <sup>a</sup>  
CONSTRUCTION OF ELLIPTIC CYLINDER HAVING EVOLVENT BY AXIS BY  
THE METHOD OF MOBILE SIMPLEX

<sup>a</sup>Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture, <sup>b</sup> PJSC «Avdiyivsky Metal Construction Details Plant»

**Abstract.** It has been considered the dot algorithm of task of cylinder having a sending axis as involute and formative as an ellipse, based on MMS (method of mobile simplex). A similar surface can be applied at the task of shells of different technical forms.

**Key words:** dot algorithm, involute, ellipse, BN-calculation, MMS.

**Малютина Татьяна Петровна** – кандидат технических наук, доцент кафедры специализированных информационных технологий и систем ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры». Научные интересы: развитие БН-исчисления на плоскости. Разработка уравнений плоских геометрических форм в точечной форме по геометрическому алгоритму их построения.

**Давыденко Иван Петрович** – кандидат технических наук, начальник проектного отдела Авдеевского завода металлических конструкций. Научные интересы: развитие БН-исчисления в пространстве. Разработка вычислительных алгоритмов построения поверхностей различных технических пространственных форм.

**Старченко Жанна Владимировна** – доцент кафедры специализированных информационных технологий и систем ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры». Научные интересы: развитие БН-исчисления на плоскости. Применение уравнений и вычислительных алгоритмов точечного исчисления в системах САПР.

**Малютина Тетяна Петрівна** – кандидат технічних наук, доцент кафедри спеціалізованих інформаційних технологій і систем ДООУ ВПО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури». Наукові інтереси: розвиток БН-числення на площині. Розробка рівнянь плоских геометричних форм в точковій формі по геометричному алгоритму їх побудови.

**Давиденко Іван Петрович** – кандидат технічних наук, начальник проектного відділу Авдіївського заводу металевих конструкцій. Наукові інтереси: розвиток БН-числення в просторі. Розробка обчислювальних алгоритмів побудови поверхонь різних технічних просторових форм.

**Старченко Жанна Володимирівна** – доцент кафедри спеціалізованих інформаційних технологій і систем ДООУ ВПО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури». Наукові інтереси: розвиток БН-числення на площині. Використання рівнянь і обчислювальних алгоритмів точкового числення в системах САПР.

**Malutina Tatyana** – Ph. D. (Eng.), Associate Professor, Specialized Information Technologies and Systems Department, Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. Scientific interests: development of BN-calculation on a plane. Development of equalizations of flat geometrical forms in a dot form on the geometrical algorithm of their construction.

**Davydenko Ivan** – Ph. D. (Eng.), chief of project department Avdiyivsky Metal Constructions plant. Scientific interests: development of BN-calculation is in space. Development of dot algorithms of construction of surfaces of different technical spatial forms.

**Starchenko Janna** – Ph. D. (Eng.), Associate Professor, Specialized Information Technologies and Systems Department, Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. Scientific interests: development of BN-calculation on a plane. Application of equalizations and algorithms of dot calculation in the systems CAD.