

УДК 7.04:535.4.011.22.23

**М. О. МОИСЕЕНКО, О. Н. ПОПОВ, А. П. МАЛИНОВСКИЙ**  
ФГБОУ ВО «Томский государственный архитектурно-строительный университет»**НДС НЕРАЗРЕЗНЫХ ПЛАСТИН С МАЛОЙ НАЧАЛЬНОЙ ПОГИБЬЮ ИЗ ТЕРМОЧУВСТВИТЕЛЬНОГО МАТЕРИАЛА ПРИ РАЗНЫХ ПАРАМЕТРАХ ОПИРАНИЯ**

**Аннотация.** Исследуется изменение напряженно-деформированного состояния двухпольных гибких пластин, находящихся под действием температурной нагрузки. Проводится сравнительный анализ пластин разной гибкости  $\lambda = 72; 50; 33$  (отношение меньшего размера пластины  $a$  к толщине  $h$ ) с разными граничными условиями их опирания. Материал конструкции – сплав Вт6. При расчете учитывается наличие в пластинах начальных несовершенств формы – начального прогиба.

**Ключевые слова:** двухпольная пластина, температурная нагрузка, начальный прогиб, неоднородность материала, геометрическая нелинейности.

Элементы конструкции, состоящие из неразрезных пластин разных толщин и гибкости, находят свое применение в авиастроении, машиностроении, строительстве [1]. Наличие начальных несовершенств начальной формы могут значительно изменять характер поведения пластин под внешним воздействием по сравнению с заложенными при проектировании прямолинейными формами. Кроме того, конструкции подобного типа могут подвергаться не только внешним силовым нагрузкам, но и температурным воздействиям. Поэтому важно при проектировании конструкций одновременно учитывать геометрическую нелинейность, изменение физических свойств материала под нагрузкой. Анализ работ, посвященных расчету пластин и оболочек, дает основание говорить об актуальности исследований, а также об отсутствии единой методики расчета.

Целью представленной работы является проведение исследования, на основе ранее разработанной методики и программы расчета [3] изменения напряженно-деформированного состояния (НДС) неразрезных пластин с малой начальной погибью, находящихся под действием температурной нагрузки. А также проведение сравнительного анализа влияния граничных условий на изменение характеристик НДС пластин.

Расчет велся в перемещениях аналитически энергетическим методом [3]. Учитывалось изменение механических свойств материала в зависимости от температуры [2] и геометрическая нелинейность по Т. Карману [4]. Исходя из минимума функционала, определялись варьируемые параметры функций перемещений, по которым определялись деформации и напряжения.

В представленной статье рассматриваются пластины гибкостью  $\lambda = 72; 50; 33$  (отношение меньшего размера пластины  $a$  к толщине  $h$ ) с начальным синусоидальным прогибом –  $W_0$  в продольном направлении. Максимальный начальный прогиб –  $W_0$  в центре пластины равен половине толщины. Пластина, выполненная из материала Вт6 [2], разделена симметрично на две панели шарнирно подвижным поперечным подкреплением. На пластину действует температурное поле, которое в продольном направлении изменяется линейно по треугольной зависимости (рис. 1). Граничные условия пластины: поперечные кромки жестко защемлены, продольные кромки имеют шарнирное закрепление.

Для наглядности полученных результатов и проведения сравнительного анализа ниже приведены эпюры, построенные вдоль продольной оси симметрии пластины с максимальным начальным прогибом, равным половине толщины пластины, которые характеризуют поперечные перемещения

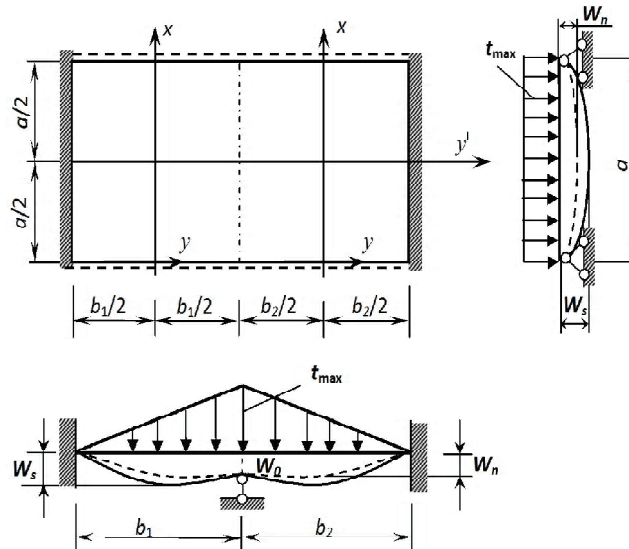


Рисунок 1 – Расчетная схема неразрезной пластины с начальным прогибом.

и интенсивность напряжений пластин с разной гибкостью  $\lambda = 72; 50; 33$  и максимальной температурой  $t = 100 \div 400$  град.

На рис. 2 представлены эпюры суммарных прогибов панели  $W_s$  гибкостью  $\lambda = 50; 72$  с начальным прогибом  $h/2$  при разных значениях возрастающей максимальной температуры.

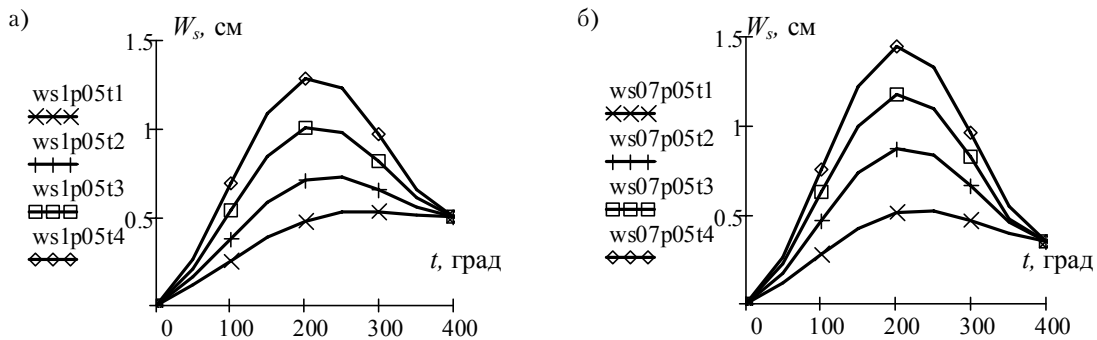


Рисунок 2 – Эпюры суммарных прогибов панели  $W_s$  с начальным максимальным прогибом  $h/2$  гибкостью  $\lambda = 50$  (а) и  $\lambda = 72$  (б) при максимальных температурах  $t = 100 \div 400$  град.

На рис. 3–5 представлены эпюры интенсивности напряжений  $\sigma_i$  для верхних и нижних волокон пластины разной гибкости  $\lambda = 33; 50; 72$  (соответственно  $h = 1,5$  см;  $h = 1,0$  см;  $h = 0,7$  см) при разных значениях максимальной температуры  $t = 100 \div 400$  град.

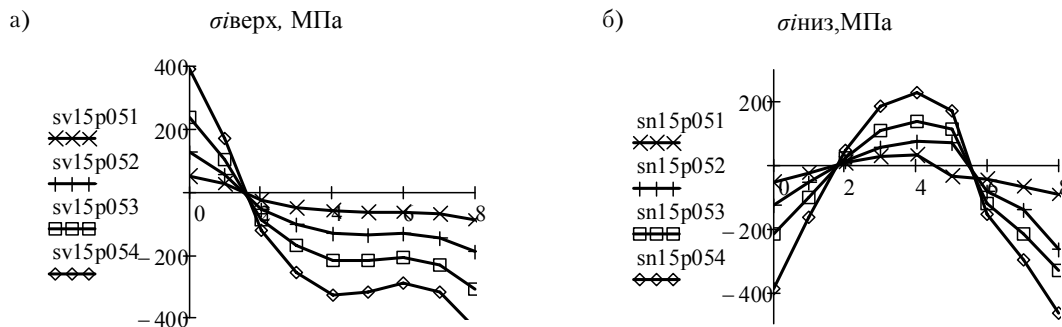
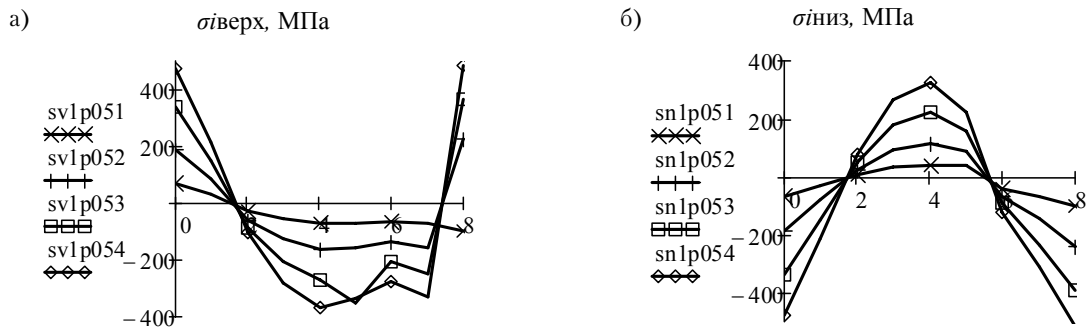
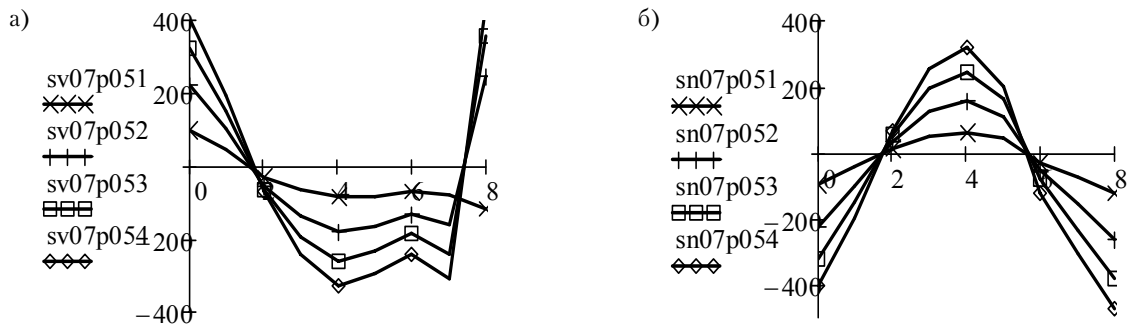


Рисунок 3 – Эпюры интенсивности напряжений  $\sigma_i$  для верхних (а) и нижних волокон (б) пластины с начальным максимальным прогибом  $h/2$ , гибкостью  $\lambda = 33$  при температуре  $t = 100 \div 400$  град.

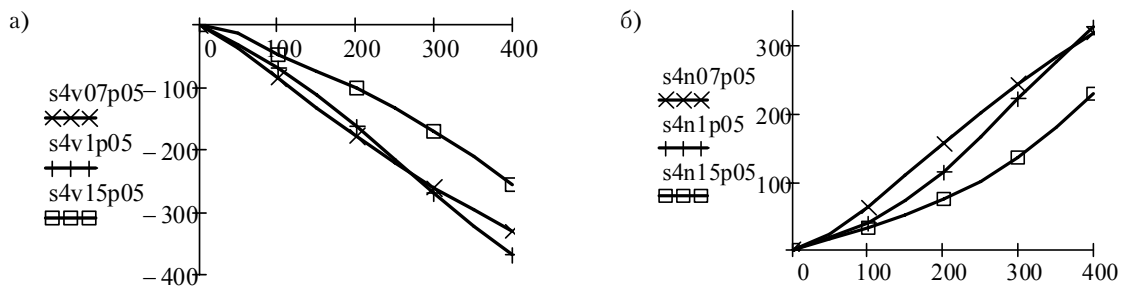


**Рисунок 4** – Эпюры интенсивности напряжений  $\sigma_i$  для верхних (а) и нижних (б) волокон пластины с начальным максимальным прогибом  $h/2$ , гибкостью  $\lambda = 50$  при температуре  $t = 100 \div 400$  град.



**Рисунок 5** – Эпюры интенсивности напряжений  $\sigma_i$  для верхних (а) и нижних (б) волокон пластины с начальным максимальным прогибом  $h/2$ , гибкостью  $\lambda = 72$  при температуре  $t = 100 \div 400$  град.

На рис. 6–8 представлены графики зависимости интенсивность напряжений  $\sigma_i$  (МПа) – температура  $t$  (град) для пластин с начальным максимальным прогибом  $h/2$  с разной гибкостью  $\lambda = 33; 50; 72$ , соответственно  $h = 1,5$  см;  $h = 1,0$  см;  $h = 0,7$  см:



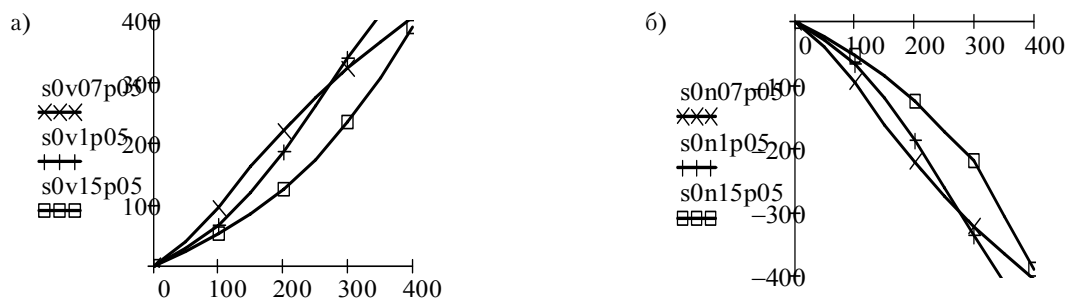
**Рисунок 6** – Графики зависимости интенсивность напряжений  $\sigma_i$  (МПа) – температура  $t$  (град) для верхних (а) и нижних (б) волокон центра панели разной гибкости –  $\lambda = 33; 50; 72$  с начальным максимальным прогибом –  $h/2$ .

- рис. 6 для верхних (а) и нижних (б) волокон центра панели;
- рис. 7 для верхних (а) и нижних (б) волокон в центре левого опирания пластины;
- рис. 8 для верхних (а) и нижних (б) волокон центра пластины.

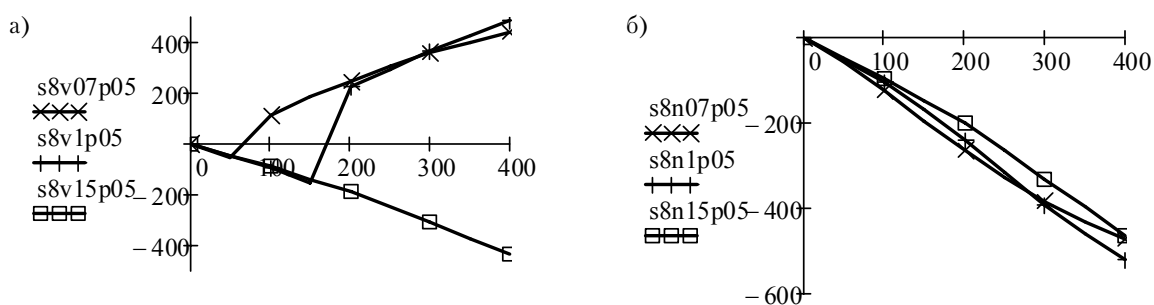
На рис. 9 представлен график зависимости максимального суммарного прогиба от температуры ( $100 \div 400$  град) для центра панели при разной гибкости пластины  $\lambda = 33; 50; 72$  с начальным максимальным прогибом –  $h/2$

В таблице представлены полученные численные результаты расчета суммарного прогиба в зависимости от температуры ( $100 \div 400$  град) для центра панели.

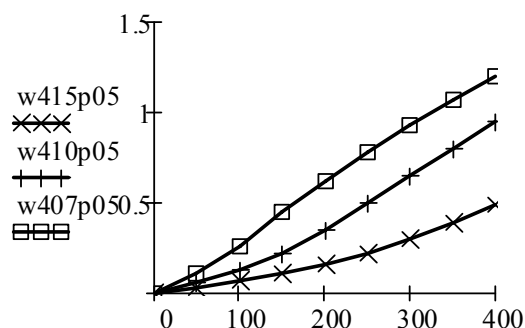
Для проведения сравнительного анализа характеристик НДС пластин, находящихся под действием температуры, имеющих разные граничные условия, брались ранее полученные авторами результаты, представленные в статьях [5–7]. В указанных работах проводились исследования НДС пластин



**Рисунок 7** – Графики зависимости интенсивность напряжений  $\sigma_i$  (МПа) – температура  $t$  (град) для верхних (а) и нижних (б) волокон в центре левого защемления пластины разной гибкостью  $\lambda = 33; 50; 72$  с начальным макси-



**Рисунок 8** – Графики зависимости интенсивность напряжений  $\sigma_i$  (МПа) – температура  $t$  (град) для верхних (а) и нижних (б) волокон центра пластины с начальным максимальным прогибом  $h/2$  разной гибкостью  $\lambda = 33; 50; 72$ .



**Рисунок 9** – График зависимости максимальный прогиб  $w$  (см) – температура (град) пластин разной гибкости  $\lambda = 33; 50; 72$  с начальным максимальным прогибом  $-h/2$  (центр панели).

**Таблица** – Значения максимального дополнительного прогиба в середине панели пластины

$\lambda$	$W$ (см)	Температура $t$ (град)							
		50	100	150	200	250	300	350	400
$\lambda = 33$		0,0311	0,0656	0,1065	0,1564	0,2182	0,2951	0,3873	0,4912
$\lambda = 50$		0,0551	0,126	0,2248	0,3532	0,4989	0,6501	0,7972	0,9536
$\lambda = 72$		0,1059	0,2636	0,4481	0,6221	0,7805	0,9291	1,0685	1,1966

при шарнирном закреплении по всему контуру. Так же, как и в представленной работе, рассматривались пластины толщинами  $h = 1,5$  см;  $h = 1,0$  см;  $h = 0,7$  см (соответственно гибкостью  $\lambda = 33; 50; 72$ ).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе полученных результатов и сравнительного анализа с предыдущими полученными [5–7] результатами для пластин разной гибкости  $\lambda = 33; 50; 72$ , с разными граничными условиями, с начальным прогибом, равным половине толщины пластины, сделаны следующие выводы.

В пластинах гибкостью  $\lambda = 33$  полученные графики «прогиб – температура» с учетом неоднородности и геометрической нелинейности близки к результатам, полученным при линейном расчете. С увеличением гибкости зависимости интенсивности напряжений – температура становятся нелинейными, что указывает на необходимость учета физической (зависимость механических свойств материала от величины температуры) и геометрической нелинейностей (прогибы сравнимы с толщиной) при расчетах, особенно в пластинах при  $\lambda = 72; 50$ . При  $\lambda = 50$  прогибы изменяются плавно до 150 градусов и далее плавно нарастают нелинейно. При  $\lambda = 72$  они возрастают нелинейно после 100 градусах.

В пластинах гибкостью  $\lambda = 33$  знаки напряжений при росте температуры не изменяются (они отрицательны). При  $\lambda = 50$  знаки напряжений изменяются в верхних волокнах возле центрального подкрепления с минуса на плюс. При  $\lambda = 72$  знаки изменяются уже после 50 градусов в центре пластины. Они становятся положительными.

Сравнение с результатами работ [5–7] по прогибам и интенсивности напряжений при других граничных условиях (шарнирное закрепление по контуру) показало на количественное изменение величин характеризующих НДС. Качественно граничные условия изменяют НДС незначительно.

Дальнейшие исследования связаны с определением НДС двухпольных гибких пластин, подкрепленных в поперечном направлении ребрами разной жесткости [8–13]. Это позволит рассмотреть влияние податливости контура пластин на НДС.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Расчет неразрезных прямоугольных пластин средней толщины [Текст] / А. Н. Леонтьев, Хасан А. М. Вагналла // Вестник МГСУ. – 2007. – № 1. – С. 97–100.
2. Расчеты на прочность, устойчивость и колебания в условиях высоких температур [Текст] / Н. И. Безухов, В. Л. Бажанов, И. И. Гольденблат, Н. А. Николаенко и др. / Под ред. И. И. Гольденבלата. – М. : Машиностроение, 1965. – 568 с.
3. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ, Россия, RU. Расчет тонкостенных конструкций с начальным прогибом [Текст] / О. Н. Попов, М. О. Моисеенко, Т. А. Трепутнева ; правообладатель : Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Томский государственный архитектурно-строительный университет» (ТГАСУ). – № 2017614725. – 26 апреля 2017.
4. Петров, В. В. Нелинейная инкрементальная строительная механика [Текст] / В. В. Петров. – М. : Инфра – Инженерия, 2014. – 480 с.
5. Деформируемость двухпольной гибкой пластины с начальным прогибом при неравномерном нагреве [Текст] / М. О. Моисеенко, О. Н. Попов, Т. А. Трепутнева // Строительная механика и расчет сооружений. – 2017. – № 5. – С. 21–27.
6. Изменение величин напряжений, прогибов в пластине с начальным прогибом под действием неравномерного температурного поля [Текст] / М. О. Моисеенко, О. Н. Попов, Т. А. Трепутнева, А. В. Гордиенко // Строительная механика и расчет сооружений. – 2018. – № 2. – С. 26–31.
7. Моисеенко, М. О. Исследование воздействия температурного поля на изменение НДС неразрезной гибкой пластины с начальным прогибом [Текст] / М. О. Моисеенко, О. Н. Попов // Строительная механика и расчет сооружений. – 2018. – № 5. – С. 51–57.
8. Белова, О. Ю. Расчет полой составной оболочки с учетом упругой податливости продольных швов [Текст] / О. Ю. Белова // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1991. – № 7. – С. 44–48.
9. Исследование совместной работы мембранного настила и податливого бортового элемента [Текст] / В. Н. Гордеев, К. Н. Ивлев, А. В. Перельмуер, А. Я. Прицкер // Строительная механика и расчет сооружений. – 1972. – № 3. – С. 50–54.
10. Состояние вопроса по исследованию влияния податливости контура на прочность и жесткость тонкостенных элементов [Текст] / Е. Е. Лучникова, О. Н. Попов, М. О. Моисеенко // Инвестиции, строительство, недвижимость как материальный базис модернизации и инновационного развития экономики : материалы VII Международной научно-практической конференции (Томск, 14–16 марта 2017 г.). – В 2 частях. – Том 1. – 2017. – Томск : Издательство: Томский государственный архитектурно-строительный университет. – 556 с. – С. 382–385. – ISBN: 978-5-93057-773-0 (ч. 1).
11. Расчет упругих мембранных покрытий с гибким контуром [Текст] / В. И. Малый, И. Л. Должиков, М. И. Аляутдинов, В. И. Куликов // Строительная механика и расчет сооружений. – 1981. – № 2. – С. 18–22.
12. Турков, А. В. Способы учета податливости жесткого заземления при проведении эксперимента [Текст] / А. В. Турков, К. В. Марфин // Строительство и реконструкция. – 2015. – № 1(57). – С. 62–64.

13. Kumpuak, O. G. Numerical simulation of yielding supports the shape of annular tubes under static and short – term dynamic loading [Текст] / O. G. Kumpuak, N. V. Mescheulov // International Journal for computational Civil and Structural Engineering. – 2017. – № 13(4). – P. 103–113.

Получено 12.03.2019

М. О. МОІСЕЄНКО, О. М. ПОПОВ, А. П. МАЛИНОВСЬКИЙ  
НДС НЕРОЗРІЗНИХ ПЛАСТИН З МАЛИМ ПОЧАТКОВИМ ПРОГИНОМ З  
ТЕРМОЧУТЛИВОГО МАТЕРІАЛУ ПРИ РІЗНИХ ПАРАМЕТРАХ  
ОБПИРАННЯ  
ФДБОУ ВО «Томський державний архітектурно-будівельний університет»

**Анотація.** Досліджується зміна напружено-деформованого стану двопільних гнучких пластин, які перебувають під дією температурного навантаження. Проводиться порівняльний аналіз пластин різної гнучкості  $\lambda = 72; 50; 33$  (відношення меншого розміру пластини  $a$  до товщини  $h$ ) з різними граничними умовами їх спирання. Матеріал конструкції – сплав ВТ6. При розрахунку враховується наявність в пластинах початкових недосконалостей форми – початкового прогину.

**Ключові слова:** двопільна пластина, температурне навантаження, початковий прогин, неоднорідність матеріалу, геометрична нелінійність.

MARGARITA MOISEENKO, OLEG POPOV, ANATOLY MALINOVSKY  
STRESS-STRAIN STATE CONTINUOUS PLATE SMALL INITIAL LOSS OF  
HEAT-SENSITIVE MATERIAL WITH DIFFERENT PARAMETERS OF SUPPORT  
Tomsk State University of Architecture and Civil Engineering

**Abstract.** The change in the stress-strain state of bipolar flexible plates under the influence of temperature load is investigated. A comparative analysis of plates of different flexibility  $\lambda = 72; 50; 33$  (the ratio of the smaller plate size  $a$  to thickness  $h$ ) with different boundary conditions for their support. Construction material – alloy W6. The calculation takes into account the presence in the plates of the initial imperfections of the form – the initial deflection.

**Key words:** two-field plate, temperature load, initial deflection, in homogeneity of the material, geometric nonlinearity.

**Моисеенко Маргарита Олеговна** – кандидат технических наук, доцент кафедры строительной механики ФГБОУ ВО «Томский государственный архитектурно-строительный университет». Научные интересы: развитие метода расчета разномодульных прямоугольных тонкостенных элементов конструкций с разрывными параметрами с учетом нелинейностей.

**Попов Олег Николаевич** – кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической механики ФГБОУ ВО «Томский государственный архитектурно-строительный университет». Научные интересы: расчёт прямоугольных пластин и пологих оболочек, подкреплённых рёбрами жёсткости с учётом физической и геометрической нелинейности.

**Малиновский Анатолий Павлович** – кандидат технических наук, доцент кафедры строительной механики ФГБОУ ВО «Томский государственный архитектурно-строительный университет». Научные интересы: оптимизация параметров конструкций, методов расчета разномодульных прямоугольных тонкостенных элементов конструкций с разрывными параметрами с учетом нелинейностей.

**Моісеєнко Маргарита Олегівна** – кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельної механіки ФДБОУ ВО «Томський державний архітектурно-будівельний університет». Наукові інтереси: розвиток методу розрахунку різномодульних прямокутних тонкостінних елементів конструкцій з розривними параметрами з урахуванням нелінійностей.

**Попов Олег Миколайович** – кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної механіки ФДБОУ ВО «Томський державний архітектурно-будівельний університет». Наукові інтереси: розрахунок прямокутних пластин і пологих оболонок, підкріплених ребрами жорсткості, з урахуванням фізичної та геометричної нелінійностей.

**Малиновський Анатолій Павлович** – кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельної механіки ФДБОУ ВО «Томський державний архітектурно-будівельний університет». Наукові інтереси: оптимізація параметрів конструкцій, методів розрахунку різномодульних прямокутних тонкостінних елементів конструкцій з розривними параметрами з урахуванням нелінійностей.

**Moiseenko Margarita** – Ph. D. (Eng.), Associate Professor, Structural Mechanics Department, Tomsk State University of Architecture and Civil Engineering. Scientific interests: development of a method for calculating multi-module rectangular thin-walled structural elements with discontinuous parameters, taking into account non-linearities.

**Popov Oleg** – Ph. D. (Eng.), Associate Professor, Structural Mechanics Department, Tomsk State University of Architecture and Civil Engineering. Scientific interests: the calculation of rectangular plates and shallow shells, supported by stiffeners, taking into account the physical and geometric nonlinearity.

**Malinovsky Anatoly** – Ph. D. (Eng.), Associate Professor, Structural Mechanics Department, Tomsk State University of Architecture and Civil Engineering. Scientific interests: optimization of parameters of structures, methods for calculating multi-modular rectangular thin-walled elements of structures with discontinuous parameters, taking into account nonlinearities.