

EDN: ZSBONT

УДК 004.925.8(08)

**Т. П. МАЛЮТИНА, И. А. ЕРМАКОВ**ФГБОУ ВО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»,  
г. Макеевка, ДНР, Российская Федерация

## ПОСТРОЕНИЕ КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА С ОСЬЮ В ВИДЕ КРУГОВОЙ СИНУСОИДЫ МЕТОДОМ ПОДВИЖНОГО СИМПЛЕКСА

**Аннотация.** В работе рассматривается точечный алгоритм задания цилиндра, с направляющей осью в виде круговой синусоиды и образующей в виде окружности, на основе МПС (метода подвижного симплекса). В работе использованы точечные уравнения окружности и круговой синусоиды, полученные на основании графических алгоритмов построения этих кривых методами БН-исчисления (точечного исчисления Балюбы-Найдыша). Представлен вычислительный алгоритм построения круговой синусоиды с осью в виде окружности с использованием полярной параметризации плоскости. Рассмотрен алгоритм получения точечного уравнения кругового цилиндра с синусоидной осью на основе МПС. Приведены примеры построения круговой синусоиды в плоскости общего положения и кругового цилиндра с синусоидной осью при различных значениях коэффициента, задающего число периодов, с помощью программного пакета Maple. Подобная поверхность может быть применена при задании оболочек различных технических форм.

**Ключевые слова:** точечный алгоритм, эвольвента, эллипс, БН-исчисление, метод подвижного симплекса (МПС).

### ФОРМУЛИРОВКА ПРОБЛЕМЫ

При построении таких криволинейных поверхностей технических форм, как оболочек различных гидротехнических сооружений, а именно: каналов, водопроводов сложной формы, горок в аквапарках, в качестве направляющей поверхности принимают *круговую синусоиду*, а образующей – *окружность*. В данной работе поставлена задача – разработать точечный алгоритм задания криволинейной поверхности технической формы, на основе метода подвижного симплекса, с образующей в виде окружности и направляющей в виде круговой синусоиды. Для этого использованы полученные ранее точечные уравнения окружности и круговой синусоиды методами БН-исчисления на основании графических алгоритмов их построения [4, 6].

### АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Аналитическому описанию различных кривых линий, в точечном исчислении, посвящены работы д. т. н., профессора И. Г. Балюбы [1] и его последователей [2–4], в которых получено множество точечных уравнений кривых линий в БН-исчислении, алгебраические уравнения которых известны из аналитической математики [5]. Но есть кривые линии, которые не имеют единых алгебраических уравнений, и получаются только графическим путем. К таким кривым линиям относится круговая синусоида, которая в аналитической математике не имеет алгебраического уравнения, а в БН-исчислении уже аналитически определена через графический алгоритм ее построения [6].

### ЦЕЛИ

Привести точечные уравнения окружности и круговой синусоиды, на основании графических алгоритмов построения кривых, методами БН-исчисления и рассмотреть пример построения кругового цилиндра с осью в виде круговой синусоиды с помощью МПС [4].



### ОСНОВНОЙ МАТЕРИАЛ

Рассмотрим точечное уравнение синусоиды, осью которой является окружность [6]. Используя полярную параметризацию плоскости, зададим точечное уравнение окружности в симплексе точек  $ABC$  при  $|CA| = b$  – радиус осевой окружности;  $|AP| = \rho$  – радиус образующей окружности;  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$  – параметр;  $|AQ| = |PT|$  (рис. 1).

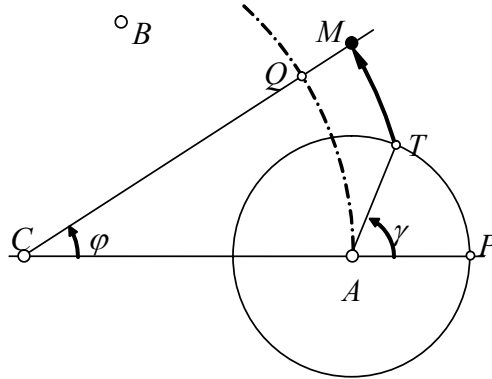


Рисунок 1 – Задание круговой синусоиды с осью в виде окружности.

Алгоритм построения:

1.  $A, B, C, k$ .

$$2. a = |BC| = \sqrt{\sum_{BB}^C} = \sqrt{\sum (B - C)^2} = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2 + (z_B - z_C)^2}.$$

$$3. b = |AC| = \sqrt{\sum_{AA}^C} = \sqrt{\sum (A - C)^2} = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2 + (z_A - z_C)^2}.$$

$$4. \sum_{AB}^C = \sum (A - C)(B - C) = (x_A - x_C)(x_B - x_C) + (y_A - y_C)(y_B - y_C) + (z_A - z_C)(z_B - z_C).$$

$$5. \cos \gamma = \frac{\sum_{AB}^C}{\sqrt{\sum_{AA}^C} \sqrt{\sum_{BB}^C}}.$$

$$6. 2k\pi\rho = 2\pi b \rightarrow \rho = \frac{b}{k}.$$

$$7. M = (A - C) \frac{\sin(\gamma - \varphi) \sqrt{1 + k^2 + 2k \cos k\varphi}}{k \sin \gamma} + (B - C) \frac{b \sin \varphi \sqrt{1 + k^2 + 2k \cos k\varphi}}{ak \sin \gamma} + C,$$

$0 \leq \varphi \leq 2\pi$ .

Ниже приведен пример построения круговой синусоиды в плоскости общего положения с помощью программного пакета Maple (рис. 2, 3).

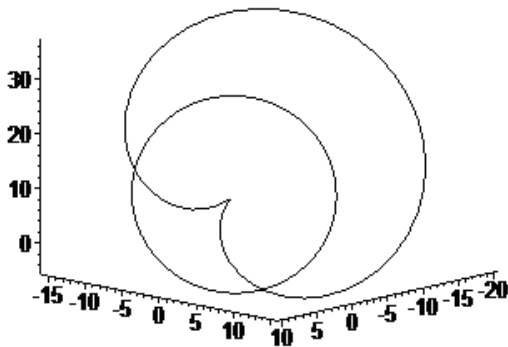


Рисунок 2 – Синусоида в Maple при  $k = 1$ .

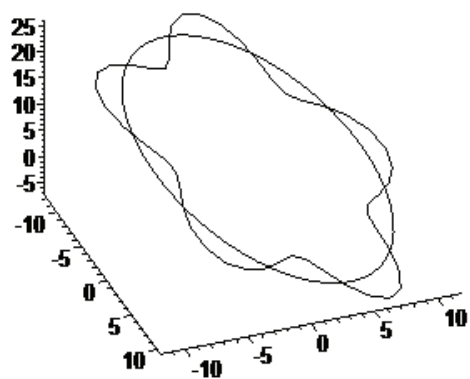


Рисунок 3 – Синусоида в Maple при  $k = 5$ .

Определим точечное уравнение окружности. Используя полярную параметризацию плоскости [4], зададим точечное уравнение окружности в симплексе точек  $PQR$  при  $\angle QRP = 90^\circ$  через параметр угла  $\theta$  (рис. 4).

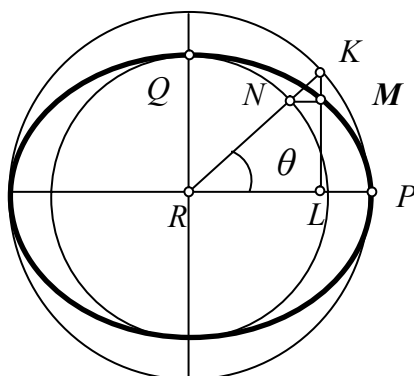


Рисунок 4 – Задание окружности.

Пусть радиус окружности  $|RP| = a$  соответствует большой полуоси эллипса, тогда  $|RQ| = b$  соответствует малой полуоси эллипса. Точечное уравнение окружности имеет вид:

$$M = (P - R)\cos\theta + (Q - R)\frac{a}{b}\sin\theta + R, \tag{1}$$

где  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .

Рассмотрим аналитическое описание кругового цилиндра с осью в виде круговой синусоиды на основе МПС [4].

Пусть плоский подсимплекс  $PQR$  движется в симплексе  $CABD$  по синусоидам  $P, Q, R$ . Определение кругового цилиндра с синусоидной осью  $R$  (рис. 5).

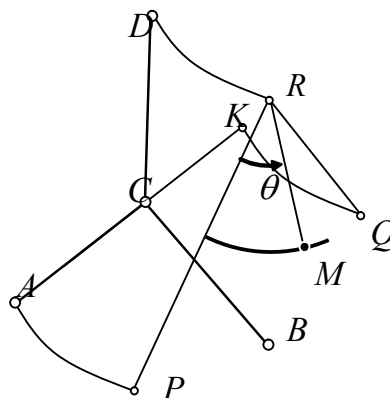


Рисунок 5 – Схема построения кругового цилиндра с синусоидной осью.

Зададим точечное уравнение круговой синусоиды  $P$  в подсимплексе  $BCA$ :

$$P = (A - C)\frac{\sin(\gamma - \varphi)\sqrt{1 + k^2 + 2k \cos k\varphi}}{k \sin \gamma} + (B - C)\frac{b \sin \varphi \sqrt{1 + k^2 + 2k \cos k\varphi}}{ak \sin \gamma} + C, \tag{2}$$

где  $\gamma = \angle BCA$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ .

Учитывая, что  $K = 2C - A$  из параллелограммов  $QKAP$  и  $RDAP$ , находим:

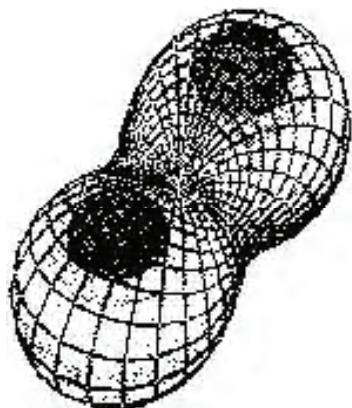
$$Q = P - 2(A - C), \quad R = P + D - A. \tag{3}$$

Тогда точечное уравнение кругового цилиндра с синусоидной осью  $R$ , на основе точечного уравнения окружности, имеет вид:

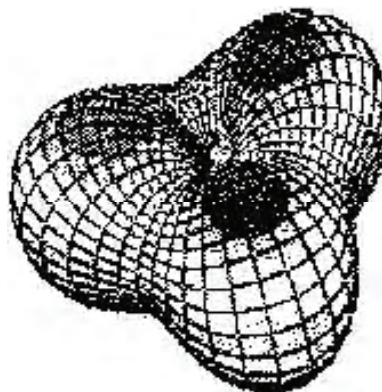
$$M = (P - R)\cos\theta + (Q - R)\sin\theta + R, \quad (4)$$

где  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .

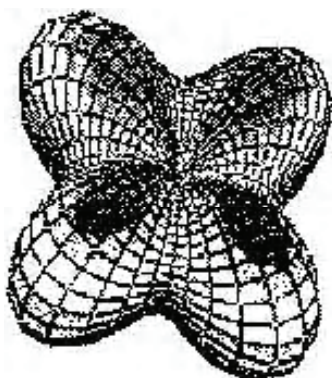
Приведем пример построения кругового цилиндра с синусоидной осью  $R$  при различных значениях параметров (рис. 6, 7, 8, 9).



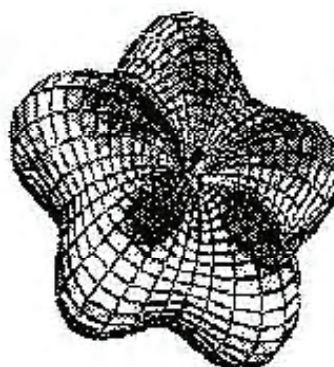
**Рисунок 6** – Круговой цилиндр с синусоидной осью при  $k = 2$ .



**Рисунок 7** – Круговой цилиндр с синусоидной осью при  $k = 3$ .



**Рисунок 8** – Круговой цилиндр с синусоидной осью при  $k = 4$ .



**Рисунок 9** – Круговой цилиндр с синусоидной осью при  $k = 5$ .

## ВЫВОДЫ

В статье представлен точечный алгоритм построения кругового цилиндра с синусоидной осью на основе метода подвижного симплекса. Для получения такого алгоритма были приведены точечные уравнения окружности и круговой синусоиды, полученные на основании графических алгоритмов построения кривых.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балюба, И. Г. Конструктивная геометрия многообразий в точечном исчислении : 05.01.01 «Инженерная геометрия и компьютерная геометрия» : диссертация на соискание научной степени доктора технических наук / Балюба Иван Григорьевич ; Киевский государственный университет строительства и архитектуры. – Киев, 1995. – 227 с. – Текст : непосредственный.
2. Малютина, Т. П. Интерпретация вычислительной геометрии плоских фигур в точечном исчислении : 05.01.01 «Инженерная геометрия и компьютерная геометрия» : диссертация на соискание научной степени кандидата

- технических наук / Малютина Татьяна Петровна ; Киевский национальный технический университет строительства и архитектуры. – Киев, 1998. – 161 с. – Текст : непосредственный.
3. Конопацкий, Е. В. Геометрическое моделирование алгебраических кривых и их использование при конструировании поверхностей в точечном исчислении Балюбы-Найдыша : специальность 05.01.01 «Инженерная геометрия и компьютерная геометрия» : диссертация на соискание научной степени кандидата технических наук / Конопацкий Евгений Викторович ; Таврический государственный агротехнологический университет. – Мелитополь, 2012. – 163 с. – Текст : непосредственный.
  4. Давыденко, И. П. Конструирование поверхностей пространственных форм методом подвижного симплекса : специальность 05.01.01 «Инженерная геометрия и компьютерная геометрия» : диссертация на соискание научной степени кандидата технических наук / Давыденко Иван Петрович ; Таврический государственный агротехнологический университет. – Мелитополь, 2012. – 164 с. – Текст : непосредственный.
  5. Бронштейн, И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗов / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – Москва : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1956. – 608 с. – Текст : непосредственный.
  6. Конопацкий, Е. В. Конструирование системы особых плоских кривых типа «синусоида» способом обобщенных тригонометрических функций / Е. В. Конопацкий. – Текст : непосредственный // Сборник научных трудов SWorld. – 2013. – Том 12, выпуск 3. – С. 76–80.

Получена 27.03.2023

Принята 21.04.2023

Т. П. МАЛЮТИНА, І. А. ЄРМАКОВ  
ПОБУДОВА КРУГОВОГО ЦИЛІНДРА З ВІССЮ У ВИГЛЯДІ КРУГОВОЇ  
СИНУСОЇДИ МЕТОДОМ РУХОМОГО СИМПЛЕКСУ  
ФДБОУ ВО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури», м. Макіївка,  
ДНР, Російська Федерація

**Анотація.** У роботі розглядається точковий алгоритм задання циліндра, з направляючою віссю у вигляді кругової синусоїди і твірною у вигляді кола, на основі МРС (методу рухомого симплексу). У роботі використані точкові рівняння кола і кругової синусоїди, отримані на підставі графічних алгоритмів побудови цих кривих методами БН-числення (точкового числення Балюби-Найдиша). Представлено обчислювальний алгоритм побудови кругової синусоїди з віссю у вигляді кола з використанням полярної параметризації площини. Розглянуто алгоритм отримання точкового рівняння кругового циліндра з синусоїдною віссю на основі МРС. Наведено приклади побудови кругової синусоїди в площині загального положення і кругового циліндра з синусоїдною віссю при різних значеннях коефіцієнта, що задає число періодів, за допомогою програмного пакета Maple. Подібна поверхня може бути застосована при заданні оболонок різних технічних форм.

**Ключові слова:** точковий алгоритм, евольвента, еліпс, БН-обчислення, метод рухомого симплексу (МРС).

TATYANA MALYUTINA, IVAN ERMAKOV  
CONSTRUCTION OF A CIRCULAR CYLINDER WITH AN AXIS IN THE FORM  
OF A CIRCULAR SINUSOID BY THE MOBILE SIMPLEX METHOD  
FSBEI HE «Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture», Makeyevka,  
DPR, Russian Federation

**Abstract.** The paper considers a point algorithm for specifying a cylinder, with a guiding axis in the form of a circular sine wave and a generatrix in the form of a circle, based on the MPS (mobile simplex method). The paper uses point equations of a circle and a circular sinusoid, obtained on the basis of graphical algorithms for constructing these curves by methods of BN-calculus (Balyuba-Naydysh point calculus). A computational algorithm for constructing a circular sinusoid with an axis in the form of a circle using polar parametrization of the plane is presented. An algorithm for obtaining a point equation of a circular cylinder with a sinusoidal axis based on the MSM is considered. Examples of constructing a circular sine wave in the plane of the general position and a circular cylinder with a sine axis at different values of the coefficient specifying the number of periods using the Maple software package are given. Such a surface can be used when specifying shells of various technical forms.

**Keywords:** point algorithm, evolute, ellipse, BN-calculus, mobile simplex method (MSM).

**Малютина Татьяна Петровна** – кандидат технических наук, доцент кафедры специализированных информационных технологий и систем ФГБОУ ВО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры», г. Макеевка, ДНР, Российская Федерация. Научные интересы: развитие альтернативного геометрического аппарата рационального описания контуров геометрических тел, создание расчетных моделей различных технических форм в процессе проектирования на основе различных методов математического аппарата БН-исчисления.

**Ермаков Иван Александрович** – студент ФГБОУ ВО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры», г. Макеевка, ДНР, Российская Федерация. Научные интересы: изучение и освоение механизма работы математического аппарата точечного БН-исчисления, решение задач исследования плоских и объёмных пространственных образований при создании их расчетных алгоритмов, приспособленных для дальнейшего использования компьютерных программ.

**Малютіна Тетяна Петрівна** – кандидат технічних наук, доцент кафедри спеціалізованих інформаційних технологій і систем ФДБОУ ВО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури», м. Макіївка, ДНР, Російська Федерація. Наукові інтереси: розвиток альтернативного геометричного апарата раціонального опису контурів геометричних тіл, створення розрахункових моделей різних технічних форм у процесі їх проектування на основі різних методів математичного апарата БН-обчислення.

**Єрмаков Іван Олександрович** – студент групи ІСІ-7Б ФДБОУ ВО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури», м. Макіївка, ДНР, Російська Федерація. Наукові інтереси: вивчення та освоєння механізму роботи математичного апарата точкового БН-обчислення, вирішення завдань дослідження плоских та об'ємних просторових утворень при створенні їх розрахункових алгоритмів, пристосованих для подальшого використання комп'ютерних програм.

**Malyutina Tatyana** – Ph. D. (Eng.), Associate Professor, Specialized Information Technology and Systems Department, FSBEI HE «Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture», Makeyevka, DPR, Russian Federation. Scientific interests: development of an alternative geometric apparatus for the rational description of the contours of geometric bodies, the creation of computational models of various technical forms in the process of their design based on various methods of the mathematical apparatus of BN-calculus.

**Ermakov Ivan** – student, FSBEI HE «Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture», Makeyevka, DPR, Russian Federation. Scientific interests: studying and mastering the mechanism of operation of the mathematical apparatus of point BN-calculus, solving problems of studying flat and volumetric spatial formations when creating their calculation algorithms adapted for further use of computer programs.