

EDN: **MVGIQX**

УДК 004.925.8.(08)

**Т. П. МАЛЮТИНА, Е. Е. КОРОТЫЧ**ФГБОУ ВО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры», Российская Федерация,  
Донецкая Народная Республика, г. о. Макеевка, г. Макеевка

## **ЗАДАНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ КРУГОВОЙ СИНУСОИДЫ МЕТОДОМ ПОДВИЖНОГО СИМПЛЕКСА**

**Аннотация.** Рассматривается точное уравнение круговой синусоиды [6], построенной по известному графическому алгоритму, методами БН-исчисления (точечное исчисление Балюбы-Найдыша). Представлен пример точечного задания поверхности вращения круговой синусоиды, на основе метода подвижного симплекса (МПС), с образующей в виде круговой синусоиды. Моделирование поверхности вращения круговой синусоиды основано на кинематическом способе образования пространственных форм, где в качестве образующей выступает синусоида, которая вращением вокруг вертикальной оси по направляющей осевой окружности образует поверхность вращения. При задании текущего параметра кривой  $k$  – отношения радиусов двух окружностей, осевой окружности и образующей окружности получаем примеры построения поверхностей вращения (рис. 5–7), реализованные с помощью компьютера (например, с помощью программного пакета Maple). Предложенный в этой статье метод конструирования поверхности вращения круговой синусоиды по направляющей осевой окружности на плоскости произвольно заданной симплексом точек, может занять достойное место в ряду существующих традиционных и инновационных методов конструирования.

**Ключевые слова:** точное уравнение круговой синусоиды, БН-исчисление, поверхность вращения круговой синусоиды, метод подвижного симплекса.

### **ФОРМУЛИРОВКА ПРОБЛЕМЫ**

Круговая синусоида имеет широкое применение в науке и технике. Например, в электрических сетях и электронике, в радиосвязи, телекоммуникациях и передаче данных, акустике, механике и оптике. В данной работе поставлена задача – разработать точечный алгоритм задания криволинейной поверхности технической формы, на основе метода подвижного симплекса, с образующей в виде круговой синусоиды и направляющей осью в виде окружности. Для этого использованы полученные ранее точечные уравнения окружности и круговой синусоиды методами БН-исчисления (точечного исчисления Балюбы-Найдыша) на основе графических алгоритмов их построения [6].

### **АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ**

Эта статья является продолжением исследований по применению МПС для образования новых пространственных форм [4–7]. Конкретный вид образующей и конкретный закон ее перемещения выделяют данную поверхность однозначно из всего класса поверхностей, к которому она относится. Точечному заданию таких кривых линий, описывающих поверхности вращения, посвящены работы д. т. н., профессора И. Г. Балюбы [1] и его последователей [2–4]. В этих работах получено множество точечных уравнений кривых линий в БН-исчислении, алгебраические уравнения которых известны из аналитической математики [5]. Но есть кривые линии, которые не имеют алгебраических уравнений, и получаются только через графический алгоритм их построения. К таким кривым линиям относится и круговая синусоида, которая в аналитической математике не имеет алгебраического уравнения, а в БН-исчислении уже аналитически определена через графический алгоритм ее построения [6]. На основании полученного графического алгоритма задания круговой синусоиды было выполнено построение прямой волновой цилиндрической поверхности с направляющей кривой в форме круговой синусоиды методом подвижного симплекса [7].

© Т. П. Малютина, Е. Е. Коротыч, 2024



## ЦЕЛИ

Привести точечные уравнения задания окружности и круговой синусоиды, на основании графических алгоритмов их построения, методами БН-исчисления и рассмотреть алгоритм построения поверхности вращения круговой синусоиды с помощью МПС [4].

## ОСНОВНОЙ МАТЕРИАЛ

Рассмотрим точечное уравнение синусоиды, осью которой является окружность [6]. Используя полярную параметризацию плоскости, зададим точечное уравнение окружности в симплексе точек  $ABC$  при  $|CA| = b$  – радиус осевой окружности;  $|AP| = \rho$  – радиус образующей окружности;  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$  – параметр; (рис. 1).

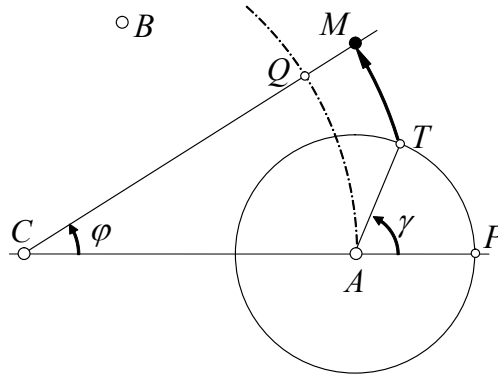


Рисунок 1 – Задание круговой синусоиды с осью в виде окружности.

Алгоритм построения:

1.  $A, B, C, k$ .
2.  $a = |BC| = \sqrt{\sum_{BB}^C} = \sqrt{\sum (B-C)^2} = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2 + (z_B - z_C)^2}$ .
3.  $b = |AC| = \sqrt{\sum_{AA}^C} = \sqrt{\sum (A-C)^2} = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2 + (z_A - z_C)^2}$ .
4.  $\sum_{AB}^C = \sum (A-C)(B-C) = (x_A - x_C)(x_B - x_C) + (y_A - y_C)(y_B - y_C) + (z_A - z_C)(z_B - z_C)$ .

$$5. \cos \gamma = \frac{\sum_{AB}^C}{\sqrt{\sum_{AA}^C} \sqrt{\sum_{BB}^C}}.$$

$$6. 2k\pi\rho = 2\pi b \rightarrow \rho = \frac{b}{k}.$$

$$7. M = (A-C) \frac{\sin(\gamma - \varphi) \sqrt{1+k^2+2k \cos k\varphi}}{k \sin \gamma} + (B-C) \frac{b \sin \varphi \sqrt{1+k^2+2k \cos k\varphi}}{ak \sin \gamma} + C, 0 \leq \varphi \leq 2\pi.$$

Ниже приведены примеры компьютерной визуализации круговой синусоиды в плоскости общего положения (рис. 2, 3).

Определим точечное уравнение окружности. Используя полярную параметризацию плоскости [1], зададим точечное уравнение окружности в симплексе точек при  $\angle QRP = 90^\circ$  через параметр угла  $\varphi$  (рис. 4). В приведенной полярной параметризации точка плоскости  $M$  определяется углом  $\varphi$ , измеряемом от полярной оси  $RP$ , и соотношением радиусов большой и малой полуосей эллипса.

Пусть радиус окружности  $|RP| = a$  соответствует большой полуоси эллипса, тогда  $|RQ| = b$  соответствует малой полуоси эллипса. Точечное уравнение окружности имеет вид:

$$M = (P-R) \cos \varphi + (Q-R) \frac{a}{b} \sin \varphi + R, \quad (1)$$

где  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ .

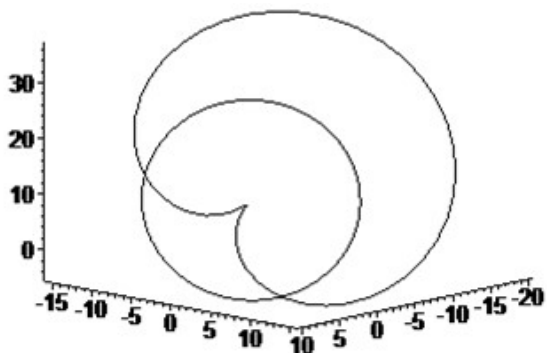


Рисунок 2 – Синусоида в Maple при  $k = 1$ .

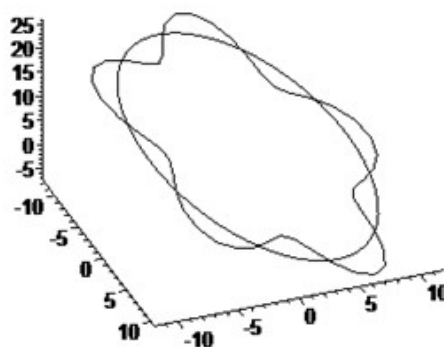


Рисунок 3 – Синусоида в Maple при  $k = 5$ .

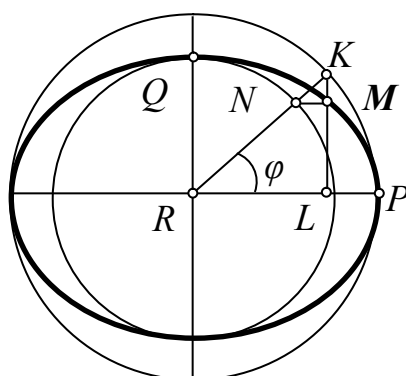


Рисунок 4 – Задание окружности.

Рассмотрим аналитическое описание поверхности вращения круговой синусоиды на основе МПС [4]. Пусть плоский подсимплекс  $PQR$  движется в симплексе  $CABD$  по окружностям  $P, Q, R$ . Определим поверхность вращения круговой синусоиды (рис. 5).

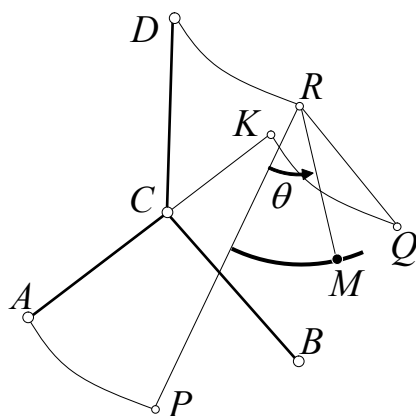


Рисунок 5 – Схема построения поверхности вращения круговой синусоиды.

Учитывая, что  $K = 2C - A$  из параллелограммов  $QKAP$  и  $RDAP$  находим:

$$Q = P - 2(A - C), \quad R = P + D - A. \quad (2)$$

Зададим точечное уравнение круговой синусоиды  $M$  в подсимплексе  $PQR$ :

$$M = (P - R) \frac{\sin(\gamma - \theta) \sqrt{1 + k^2 + 2k \cos k\theta}}{k \sin \gamma} + (Q - R) \frac{b \sin \theta \sqrt{1 + k^2 + 2k \cos k\theta}}{ak \sin \gamma} + R, \quad (3)$$

где  $\gamma = \angle QRP$ ,  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .

Точечное уравнение поверхности вращения круговой синусоиды, на основе точечного уравнения круговой синусоиды, имеет вид:

$$M = (A - C) \cos \varphi + (B - C) \sin \varphi + C, \quad (4)$$

где  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ .

Приведем примеры построения поверхности вращения круговой синусоиды при задании значений текущего параметра кривой (рис. 5, 6, 7).

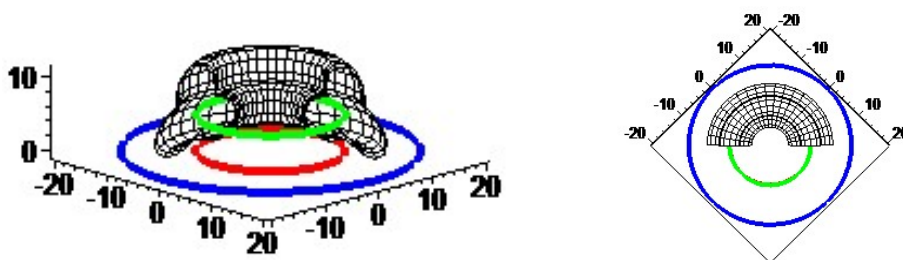


Рисунок 5 – Поверхность вращения круговой синусоиды при  $k = 3$ .

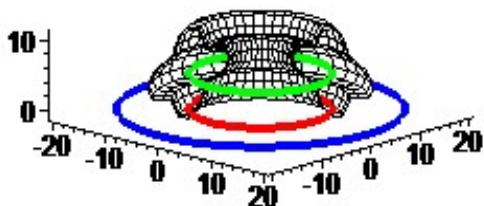


Рисунок 6 – Поверхность вращения круговой синусоиды при  $k = 4$ .

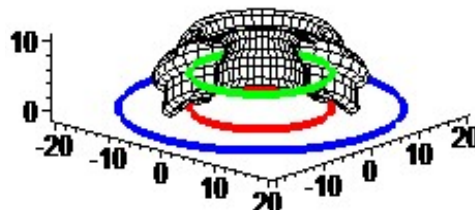


Рисунок 7 – Поверхность вращения круговой синусоиды при  $k = 5$ .

## ВЫВОДЫ

В статье представлено построение поверхности вращения круговой синусоиды на основе метода подвижного симплекса. Подвижный симплекс, плоскость которого перпендикулярна дуге окружности и вращается вокруг мнимой вертикальной оси вращения по окружности, образует поверхность вращения. В этом подвижном вертикальном симплексе задаем синусоиду уравнением (3). Таким образом, получаем поверхность вращения (4) не на основе единого уравнения, а на основе графического алгоритма и МПС.

Предложенный метод подвижного симплекса двумерного пространства может быть эффективно использован при конструировании поверхностей пространственных форм, особенно в строительстве и архитектуре, где при конструировании поверхностей оболочек необходимо соблюдение различных технических требований, описанных выше. Примеры компьютерной визуализации поверхности вращения для последующего задания поверхностей технических форм также представлены в этой работе.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балюба, И. Г. Конструктивная геометрия многообразий в точечном исчислении : специальность 05.01.01 «Инженерная геометрия и компьютерная графика» : диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук / Балюба Иван Григорьевич ; Макеевский инженерно-строительный институт. – Макеевка, 1995. – 227 с. – Текст : непосредственный.
2. Малютина, Т. П. Интерпретация вычислительной геометрии плоских фигур в точечном исчислении : специальность 05.01.01 «Инженерная геометрия и компьютерная графика» : диссертация на соискание ученой степени

- кандидата технических наук / Малютина Татьяна Петровна ; Макеевский инженерно-строительный институт. – Макеевка, 1998. – 161 с. – Текст : непосредственный.
3. Конопацкий, Е. В. Геометрическое моделирование алгебраических кривых и их использование при конструировании поверхностей в точечном исчислении Балубы-Найдыша : специальность 05.01.01 «Инженерная геометрия и компьютерная графика» : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Конопацкий Евгений Викторович ; Донбасская национальная академия строительства и архитектуры. – Макеевка, 2012. – 163 с. – Текст : непосредственный.
  4. Давыденко, И. П. Конструирование поверхностей пространственных форм методом подвижного симплекса : специальность 05.01.01 «Инженерная геометрия и компьютерная графика» : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Давыденко Иван Петрович ; Донбасская национальная академия строительства и архитектуры. – Макеевка, 2012. – 164 с. – Текст : непосредственный.
  5. Бронштейн, И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗов / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – Москва : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1956. – 608 с. – Текст : непосредственный.
  6. Конопацкий, Е. В. Конструирование системы специальных плоских кривых типа «синусоида» методом обобщенных тригонометрических функций / Е. В. Конопацкий. – Текст : непосредственный // Сборник научных трудов SWorld. – Том 12, выпуск 3. – Иваново : МАРКОВА АД, 2013. – ЦИТ: 313-0698. – С. 76–80.
  7. Малютина, Т. П. Задание прямой волновой цилиндрической поверхности с направляющей кривой в форме круговой синусоиды методом подвижного симплекса / Т. П. Малютина, И. П. Давыденко. – Текст : непосредственный // Актуальные проблемы строительства, ЖКХ и техносферной безопасности : материалы VI Всероссийской (с международным участием) научно-технической конференции молодых исследователей, Волгоград, 22–27 апреля 2019 г. / под общей редакцией Н. Ю. Ермиловой, И. Е. Степановой ; Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Волгоградский государственный технический университет. – Волгоград : ВолгГТУ, 2019. – С. 425–427.

Получена 02.04.2024

Принята 23.04.2024

TATYANA MALYUTINA, ELENA KOROTYCH  
SPECIFYING THE SURFACE OF ROTATION OF A CIRCULAR SINUSOID USING  
THE MOVING SIMPLEX METHOD

FSBEI HE «Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture», Russian Federation,  
Donetsk People's Republic, Makeevka

**Abstract.** We consider the point equation of a circular sinusoid [6], constructed by a well-known graphical algorithm, using methods of BN-calculus (Baluba-Naidysh point calculus). We present an example of the point assignment of the surface of rotation of a circular sinusoid, based on the moving simplex method (MPS), with the image as a circular sinusoid. Modelling of the surface of rotation of a circular sinusoid is based on the kinematic method of formation of spatial forms, where a sinusoid acts as a formant, which by rotation around the vertical axis along the axial circle guide forms a surface of rotation. By specifying the current curve parameter  $k$  – the ratio of the radii of two circles, the axial circle, and the circumference of the circle, we obtain examples of constructing surfaces of rotation (Figs. 5–7), implemented using a computer (e. g., using the Maple software package). The method of constructing a surface of rotation of a circular sinusoid by the guiding axial circle on a plane arbitrarily defined by a simplex of points, proposed in this article, can take a worthy place in a number of existing traditional and innovative methods of construction.

**Keywords:** point equation of circular sinusoid, BN calculus, rotation surface of circular sinusoid, moving simplex method.

**Малютина Татьяна Петровна** – кандидат технических наук, доцент кафедры специализированных информационных технологий и систем ФГБОУ ВО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры». Научные интересы: развитие альтернативного геометрического аппарата рационального описания контуров геометрических тел, создание расчетных моделей различных технических форм в процессе их проектирования на основе различных методов математического аппарата БН-исчисления.

**Коротыч Елена Евгеньевна** – студентка ФГБОУ ВО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры». Научные интересы: изучение и освоение механизма работы математического аппарата точечного БН-исчисления, решение задач исследования плоских и объёмных пространственных образований при создании их расчетных алгоритмов, приспособленных для дальнейшего использования компьютерных программ.

**Malyutina Tatyana** – Ph. D. (Eng.), Associate Professor, Specialized Information Technology and Systems Department, FSBEI HE «Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture». Scientific interests: development of alternative geometrical apparatus of rational description of contours of geometrical bodies, creation of computational models of various technical forms in the process of their design on the basis of various methods of mathematical apparatus of BN-calculus.

**Korotych Elena** – student, FSBEI HE «Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture». Scientific interests: studying and mastering the mechanism of mathematical apparatus of point BN-calculus, solving problems of research of flat and volumetric spatial formations while creating their calculation algorithms adapted for further use of computer programmes.