

На правах рукописи

**Бумага Алла Ивановна**



**ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИКО-  
МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ КОМПОЗИЦИОННЫХ  
СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ В БН-ИСЧИСЛЕНИИ**

05.23.05 – строительные материалы и изделия  
05.01.01 – инженерная геометрия и компьютерная графика

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание учёной степени  
кандидата технических наук

Макеевка – 2016

Работа выполнена в ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры», г. Макеевка.

**Научный руководитель:**

доктор технических наук, профессор  
**Братчун Валерий Иванович,**  
ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия  
строительства и архитектуры», заведующий  
кафедрой автомобильных дорог и аэродромов;

кандидат технических наук, доцент  
**Конопацкий Евгений Викторович,**  
ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия  
строительства и архитектуры, доцент кафедры  
специализированных информационных  
технологий и систем.

**Официальные оппоненты:**

**Федоркин Сергей Иванович,**  
доктор технических наук, профессор,  
ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет  
им. В.И. Вернадского», проректор по научной  
деятельности, директор Академии строительства  
и архитектуры, профессор кафедры строительного  
инжиниринга и материаловедения;

**Гайдарь Олег Георгиевич,**  
кандидат технических наук, доцент,  
ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический  
университет», заведующий кафедрой начертатель-  
ной геометрии и инженерной графики.

**Ведущая организация:**

ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный ар-  
хитектурно-строительный университет».

Защита состоится «23» декабря 2016 г. в 13<sup>00</sup> часов на заседании диссертаци-  
онного совета Д01.006.02 ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строи-  
тельства и архитектуры» по адресу: 86123, г. Макеевка, ул. Державина, 2, 1-й учеб-  
ный корпус, зал заседаний ученого совета. Тел. факс: +38(0623) 22-77-19, e-mail:  
d01.006.02@donnasa.ru.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ГОУ ВПО «Донбасская  
национальная академия строительства и архитектуры» по адресу: 86123,  
г. Макеевка, ул. Державина, 2 (<http://www.donnasa.ru>).

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2016 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
Д 01.006.02



Назим Ярослав Викторович

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Важной составляющей современных исследований в любой отрасли науки и техники является экспериментально-статистическое проектирование составов, обработка и аналитическое описание, полученного в результате эксперимента массива данных. Особенно это актуально для исследования свойств многокомпонентных систем, к которым относятся искусственные композиционные строительные материалы (КСМ), для которых важной задачей является определение оптимального состава КСМ с целью получения проектируемых физико-механических свойств. Но перед проведением оптимизации состава КСМ необходимо удостовериться в адекватности полученных аналитических зависимостей. При исследовании свойств строительных композиционных материалов и оптимизации их состава в настоящее время у отечественных и зарубежных учёных широко используется экспериментально-статистическое моделирование, в котором используется лишь геометрическая интерпретация оптимальных областей составов и параметров технологических режимов. С другой стороны, если некоторому процессу или явлению поставить в соответствие геометрический объект, который получен на основе имеющегося экспериментального массива данных, можно получать результаты гораздо более высокого качества, чем те которые получены другими способами математического и компьютерного моделирования.

**Степень разработанности темы исследования.** Известно, что полученная математическая модель оптимизируемого КСМ исчерпывающе полной быть не может. Она всегда ограничена и должна соответствовать исключительно целям моделирования, отражая ровно столько свойств исходного объекта, с проектируемым составом и структурой, сколько необходимо для данного конкретного исследования. Поэтому при оценке эффективности моделирования всегда встаёт вопрос об адекватности полученных моделей. Для оценки адекватности моделей, полученных на основе методов математической статистики, используются соответствующие критерии адекватности, которые показывают, насколько полученная математическая модель отличается от значений экспериментальных данных. При большом массиве экспериментальных данных, когда геометрически имеется облако точек, такой подход оправдан, поскольку позволяет оценить характер протекания процесса, но при небольшом количестве экспериментальных данных он даёт значительную погрешность. С другой стороны, методами геометрического моделирования, можно создавать геометрические объекты с проектируемыми свойствами. Геометрически это значит, что объект должен проходить через множество точек, каждая из которых соответствует своей ячейке из полученного экспериментальным путём массива данных. Преимуществом такого подхода является полное отсутствие отклонений от исходных данных, поскольку это условие закладывается изначально в свойства геометрического объекта уже на стадии его формирования.

Другим недостатком современных математических моделей, которые используются для исследования физико-механических свойств композиционных ма-

териалов при оптимизации состава и структуры КСМ, является сложность одновременного учета всех факторов, которые влияют на процессы взаимодействия компонентов. Как правило, на практике используют зависимость необходимых физико-механических свойств композиционных материалов от одного фактора с помощью графика функции и от двух факторов, которые представлены в виде номограмм с изолиниями, или в виде отсека поверхности. Если необходимо проанализировать математическую зависимость от нескольких факторов, то избыточные факторы фиксируются, и строится математическая зависимость от одного или двух факторов, затем выбираются оставшиеся факторы и весь этот процесс повторяется. То есть, все необходимые физико-механические свойства композиционного материала исследуются по очереди. В некоторых случаях, исследуемые по очереди факторы, представляются в виде диаграмм, с последующим наложением диаграмм друг на друга для определения оптимальной области решения задачи. Метод действительно достаточно эффективный, но, с точки зрения начертательной геометрии, при фиксации ряда параметров мы имеем дело с проекцией, которая подобна оригиналу, но всегда от него отличается. Другими словами, такой подход не включает в себя инвариантные свойства параллельного проецирования, что ведёт к искажению формы его диаграммы. При совмещении диаграмм имеет место накопление ошибки, поскольку каждая отдельная диаграмма несет в себе какую-то часть погрешности, связанной с проецированием. Такой метод не позволяет точно оценить одновременное влияние всех факторов и, прежде всего, их взаимодействие, а также геометрическую область оптимального состояния оптимизируемой системы на физико-механические свойства исследуемого композиционного материала.

Исходя из этого, можно сделать вывод о необходимости дальнейших исследований и разработки новых эффективных способов моделирования зависимости физико-механических свойств композиционных материалов от состава, который позволяет учитывать одновременное влияние всех необходимых факторов на качество КСМ.

*Теоретической базой* для данных исследований стали работы ведущих ученых и их учеников:

– в области геометрического моделирования процессов и явлений: Верещаги В.М., Вертинской Н.Д., Гумен Н.С., Найдыша А.В., Подгорного А.Л. и др.;

– в области БН-исчисления: Балюбы И.Г., Бездитного А.А., Верещаги В.М., Горягина Б.Ф., Давыденко И.П., Конопацкого Е.В., Кучеренко В.В., Малютиной Т.П., Найдыша А.В., Найдыша В.М., Полищука В.И., Скидана И.А. и др.;

– в области исследования физико-механических свойств КСМ: Братчуна В.И., Зайченко Н.М., Королева И.В., Матвиенко В.А., Соколова Б.Ф., Фролова А.Ф., Ефремова А.Н., Золотарева В.А. и др.

– в области экспериментально-статистического моделирования физико-механических свойств КСМ: Баженова Ю.М., Вознесенского В.А., Дворкина Л.И., Дворкина О.Л., Коваля С.В., Лященко Т.В., Кровякова С.А., Смирнова В.А. и др.

*Экспериментальной базой* для проведения исследований стали диссертационные работы: Самойловой Е.Э., Рыбалко И.Ф., Ходуна В.Н., Мартыновой В.Б., Толчина С.М. и Аль-Шамси Халед Али Саида.

**Связь работы с научными программами, планами, темами.** Работа выполнена по плану научно-исследовательских работ Донбасской национальной академии строительства и архитектуры Д-2-04-13 «Новые композиционные материалы для промышленного и дорожного строительства, которые отличаются повышенной долговечностью, пониженной ресурсоемкостью и энергоемкостью производства», номер государственной регистрации 0113U001920 (2013-2014 гг.) и К-2-09-11 «Создание графического и вычислительного аппарата для моделирования топографических линий и поверхностей и их взаимного положения в рамках специализации «Землеустройство», номер государственной регистрации 0111U0081760 (2011-2015 гг.).

**Целью исследования является** разработка метода геометрического моделирования и аналитического описания физико-механических свойств композиционных строительных материалов в зависимости от их состава в БН-исчислении.

**Задачи исследования:**

- выполнить анализ существующих способов моделирования оптимальных составов и аналитического описания физико-механических свойств композиционных строительных материалов;
- разработать и исследовать в БН-исчислении способы аналитического определения дуг алгебраических кривых, проходящих через наперед заданные точки, применительно к многокомпонентным КСМ;
- разработать в БН-исчислении способ использования полученных дуг алгебраических кривых для моделирования многопараметрических процессов как геометрических объектов многомерного пространства методом подвижного симплекса конструктивно-функциональных КСМ;
- разработать геометрические модели физико-механических свойств композиционных строительных материалов в зависимости от составов КСМ;
- разработать способ математической оптимизации состава композиционных строительных материалов на примере оптимизации состава многокомпонентного заполнителя из отходов промышленности для получения проектируемых свойств мелкозернистого бетона;
- внедрить результаты исследований проектирования оптимальных концентрационных соотношений в технологию производства многокомпонентных эффективных КСМ для строительства зданий и сооружений, а также в учебный процесс Донбасской национальной академии строительства и архитектуры, при подготовке бакалавров по направлению 08.03.01 «Строительство» в дисциплинах «Физико-химическая механика строительных материалов», «Инженерная графика» и аспирантов по направлению подготовки 09.06.01 «Информатика и вычислительная техника» по дисциплине «Геометрическое моделирование процессов и явлений».

**Объектом исследования** является геометрическое моделирование сложных расчетных зависимостей факторов варьирования, влияющих на физико-механические свойства композиционных строительных материалов.

**Предметом исследования** являются оптимизированные многокомпонентные КСМ, как геометрические модели многофакторных сложных зависимостей переменных параметров в БН-исчислении.

**Научная новизна полученных результатов:**

- впервые предложен метод конструирования дуг кривых, проходящих через наперед заданные точки, на основе полиномов Бернштейна;

- разработан в БН-исчислении метод конструирования геометрических объектов многомерного пространства, как упорядоченного множества точек методом подвижного симплекса для геометрического моделирования многопараметрических процессов и явлений;

- впервые предложен метод геометрического моделирования многокомпонентных систем, для реализации которого разработан способ формирования план-матрицы при проведении нового эксперимента и адаптации матрицы-планирования для существующих экспериментальных данных экспериментально-статистического моделирования КСМ оптимальных составов;

- впервые получена и оптимизирована геометрическая модель, описывающая влияние состава многокомпонентного заполнителя из техногенного сырья на физико-механические свойства мелкозернистого цементного бетона;

- впервые с помощью БН-исчисления получен комплекс геометрических и компьютерных моделей физико-механических свойств комплексно-модифицированного дегтеполимербетона в зависимости от состава матрицы КСМ.

**Практическая и теоретическая значимость полученных результатов.**

Изложенные в диссертационной работе результаты позволили создать и внедрить в практику геометрические модели многопараметрических явлений и процессов, представленных в виде геометрических объектов многомерного пространства, что имеет большое значение при проектировании состава и исследовании физико-механических свойств многокомпонентных композиционных строительных материалов. Результаты работы внедрены в учебном процессе Донбасской национальной академии строительства и архитектуры, а также в ООО ГАК «Автомобильные дороги Украины».

**Методы исследования.** Поставленные в работе задачи решаются на основе математического аппарата моделирования явлений и процессов – БН-исчисления. Также используются методы начертательной, аналитической, синтетической, проективной и аффинной геометрии; компьютерные методы расчета и изображения геометрических форм с помощью программного пакета *Maple*.

**На защиту выносятся:**

- способ конструирования геометрических объектов, проходящих через наперед заданные точки, в БН-исчислении, как упорядоченного множества точек методом подвижного симплекса;

– способ геометрического и компьютерного моделирования многофакторных процессов и явлений, как геометрических объектов многомерного пространства, реализованный в БН-исчислении;

– комплекс геометрических и компьютерных моделей физико-механических свойств дегтебетона в зависимости от состава комплексно-модифицированной матрицы дегтеполимербетона для устройства долговечных покрытий нежестких дорожных одежд автомобильных дорог;

– оптимизирована геометрическая и компьютерная модель зависимости физико-механических свойств мелкозернистого цементного бетона от состава многокомпонентного заполнителя из техногенного сырья.

**Достоверность и обоснованность** результатов подтверждается соответствием результатов экспериментальных данных теоретическим, структурным превращением в оптимизируемых системах, аналитическими преобразованиями, а также построенными с помощью программного пакета *Maple* изображениями результатов исследований.

**Апробация результатов диссертации.** Основные положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на: VI международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых Донбасской национальной академии строительства и архитектуры (г. Макеевка, 2007 г.); XXXIX Всеукраинской студенческой научно-технической конференции «Научно-технические достижения студентов – строительно-архитектурной отрасли Украины» Донбасской национальной академии строительства и архитектуры (г. Макеевка, 2013 г.); XV и XVI международной научно-практической конференции «Современные проблемы геометрического моделирования» (г. Мелитополь, 2013, 2014 гг.); IX, X Крымской международной научно-практической конференции «Геометрическое и компьютерное моделирование: энергоснабжение, экология, дизайн» (г. Симферополь, 2012, 2013 гг.); II международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Прикладная геометрия, дизайн и объекты интеллектуальной собственности» (г. Киев, 2013 г.); международной научно-практической конференции «Вопросы образования и науки в XXI веке» (г. Тамбов, 2013 г.); международной научно-практической Интернет-конференции «Научные исследования и их практическое применение. Современное состояние и пути развития `2013» (г. Одесса, 2013 г.); XVIII юбилейной международной научно-практической конференции «Научные итоги: достижения, проекты, гипотезы» (г. Минеральные Воды, 2013 г.); XIII Международной конференции молодых ученых, аспирантов, студентов «Здания и конструкции с применением новых материалов и технологий» (г. Макеевка, 2014 г.); XV Международной конференции по математическому моделированию, посвящённая 160-летию со дня рождения Анри Пуанкаре (г. Херсон, 2014 г.), Всеукраинской научно-методической конференции «Исследование возможностей использования инновационных технологий в научной работе по прикладной геометрии в учебном процессе кафедр вузов, которые занимаются графической подготовкой студентов» (г. Луцк, 2015 г.), Международной конференции «Здания и сооружения с

применением новых материалов и технологий» направление: «Высококачественные бетоны: материалы, конструкции, технологии» (г. Макеевка, ДонНАСА, 2015 г.).

**Публикации.** По результатам исследований опубликовано 20 работ, в том числе 10 из них опубликованы в изданиях, входящих в перечень специализированных научных изданий, утвержденных МОН Украины; 2 – в изданиях, включенных в международные наукометрические базы; 6 публикаций – в материалах и тезисах конференций. Общий объем публикаций 8,4 п.л., из которых 5,4 п.л. принадлежат лично автору.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, пяти разделов, выводов и списка использованной литературы из 143 наименований на 19 страницах, трех приложений, содержит 165 страниц, в том числе 130 страниц основного текста, 33 рисунка, 10 таблиц.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Введение** содержит общую характеристику работы. Обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цели и задачи исследований, научная новизна и практическое значение полученных результатов.

В **первом разделе** выполнен критический анализ существующих методов моделирования явлений и процессов, которые используются для математического описания и анализа эффективности проектирования состава и структуры композиционных строительных материалов с заданным комплексом свойств.

Установлено, что для исследования физико-механических свойств композиционных строительных материалов в зависимости от состава, используются экспериментально-статистические модели на основе регрессионного анализа.

Рассмотренные методы моделирования имеет свои преимущества и недостатки. Например, при большом количестве экспериментальных данных, когда имеет место хаотическое облако точек, регрессионный анализ даёт очень хорошие результаты, что и было наглядно продемонстрировано в работах профессора Вознесенского В.А. и его учеников, Ляшенко Т.В., а также в работах профессоров Дворкина Л.И. и Дворкина О.Л. и их учеников. Предложенные в их работах методы планирования эксперимента и экспериментально-статистические модели, полученные на их основе, позволяют не только отсеять (удалить) ошибочную информацию, полученную в результате эксперимента, но и отследить основную тенденцию протекания процесса и изменения физико-механических свойств строительных материалов в зависимости от изменения значений факторов варьирования эксперимента.

С другой стороны, при небольшом количестве экспериментальных данных использование экспериментально-статистического моделирования, с нашей точки зрения, не является целесообразным, поскольку для применения методов математической статистики необходим именно большой объём статистического материала. При незначительном объёме экспериментальных данных достоверность полученных результатов, даже при высоких значениях критериев адекватности, не гарантируются самими методами математической статистики.



Такие экспериментально-статистические модели даже при высоких значениях критериев Фишера и Стьюдента не всегда обеспечивают требуемую адекватность и дают значительную погрешность по сравнению с исходными данными. Например, в таблице 1 приведен фрагмент анализа эффективности использования регрессионного анализа для математического описания зависимости физико-механических свойств дегтеполимербетона.

Таблица 1 – Анализ эффективности использования регрессионного анализа по сравнению с исходными данными

№ п/п	$\bar{Y}_1$	$Y_1$	Отклонение, %	$\bar{Y}_2$	$Y_2$	Отклонение, %	$\bar{Y}_3$	$Y_3$	Отклонение, %
1	7,1	9,96	28,7	3	4,30	30,3	0,9	1,34	33,0
2	5,6	13,2	57,6	2,2	5,00	56,0	0,7	1,51	53,8
3	5,8	10,00	42,0	2,4	4,06	40,9	0,8	1,26	36,7
4	12	14,25	15,8	5,4	5,15	4,9	1,6	1,51	5,7
5	9,2	10,30	10,7	3,8	4,25	10,5	1,3	1,30	0,3
6	7,3	13,88	47,4	2,9	4,91	41,0	1	1,47	32,1
7	8,7	13,52	35,7	3,8	5,20	27,0	1,2	1,55	22,8
8	4,9	9,30	47,3	1,8	3,98	54,8	1,5	1,26	18,9
9	9,7	12,00	19,2	4,5	4,95	9,0	1,5	1,48	1,2
10	5,3	11,70	54,7	2,7	4,75	43,2	0,95	1,44	34,1
11	11	14,02	21,5	4,8	5,29	9,2	1,4	1,57	10,6
12	7,5	10,29	27,1	3,1	4,41	29,7	1	1,36	26,3
13	8,6	11,82	27,2	3,8	4,59	17,3	1,2	1,39	13,6
14	7,3	11,32	35,5	2,9	4,66	37,8	0,9	1,43	37,0
15	10	11,86	15,7	4	4,85	17,5	1,3	1,46	11,0

В таблице:  $\bar{Y}_i$  – значения предела прочности при сжатии, полученные во время эксперимента, которые являются выходными данными для регрессионного анализа;  $Y_i$  – значения предела прочности при сжатии, полученные на основе уравнений регрессии.

Выполненный анализ, фрагмент которого приведен в таблице 1, нескольких экспериментально-статистических моделей многокомпонентных систем, полученных на основе регрессионного анализа, показал, что, несмотря на высокие значения критерия Фишера (дисперсия адекватности равна 0,018; коэффициент вариации равен 2,82; корреляционное соотношение от 0,802 до 0,987), отклонения полученных значений при подстановке в уравнение регрессии от исходных данных достигает почти 60%. Такие модели нельзя считать в достаточной мере достоверными и, соответственно, результаты оптимизации состава, полученные на их основе, можно считать не достаточно точными.

Для геометрического моделирования явлений и процессов в работе используется новый математический аппарат геометрического моделирования – точное исчисление Балюбы-Найдыша (далее БН-исчисление), особенностью которого яв-

ляется возможность определения геометрических объектов в пространстве любой размерности, в отличие от других методов, которые определяют геометрические объекты с помощью проекций. Эта особенность БН-исчисления обусловлена тем, что в качестве параметра используется простое отношение трех точек прямой, которое является инвариантом параллельного проецирования.

Основным элементом БН-исчисления является точка, которая характеризуется рядом параметров. Количество параметров, которые определяют точку в пространстве, зависит от размерности этого пространства. А любой геометрический объект является организованным множеством точек. Поэтому точечные уравнения, которые определяют геометрический объект в пространстве, справедливы для пространства любой размерности. Эта особенность БН-исчисления дает возможность представлять геометрические объекты в многомерном пространстве (имеется в виду аффинное многомерное пространство). Исходя из этого, можно сделать вывод, что геометрическая модель, представленная в БН-исчислении, по сути, является организованным множеством точек, которые зависят от нескольких, связанных между собой, текущих параметров. Так, однопараметрическим множеством точек в двумерном пространстве является линия, двухпараметрическим в трехмерном пространстве – поверхность, трехпараметрическим в четырехмерном пространстве – гиперповерхность и т.д.

**Во втором разделе** исследованы способы конструирования дуг алгебраических кривых, проходящих через наперед заданные точки и теоретические основы геометрического моделирования многокомпонентных систем.

Для геометрического моделирования явлений и процессов нужно иметь специальный набор дуг кривых, проходящих через наперед заданные точки. В работе предложен новый способ определения дуг кривых  $n$  – го порядка, которые проходят через  $n + 1$  точек, на основе полиномов Бернштейна. Суть этого способа заключается в следующем. Пусть задана ломаная линия  $A_1A_2\dots A_n, A_{n+1}$ . Тогда дуга кривой  $n$  – го порядка имеет точечное уравнение:

$$M = A_1\bar{u}^n + A_2C_n^1\bar{u}^{n-1}u + A_3C_n^2\bar{u}^{n-2}u^2 + \dots + A_nC_n^{n-1}\bar{u}u^{n-1} + A_{n+1}u^n = \sum_{k=0}^n A_{k+1}C_n^k u^k \bar{u}^{n-k}, \quad (1)$$

где  $C_n^1, \dots, C_n^k$  – коэффициенты Бернштейна;  $\bar{u} = 1 - u$ .

Если  $u(t) = t$  и  $A_i$  принадлежат к одной плоскости, то кривую, представленную точечным уравнением (1), будем называть  $n$  – кривой Бернштейна. При  $n = 3$  получим кривую Бернштейна, которая также называется кривой Безье. В самом общем случае – это кривая  $(n - 1)$  – й кривизны  $n$  – мерного аффинного пространства.

Кривые вида  $M = \sum_{k=0}^n A_{k+1}C_n^k t^k \bar{t}^{n-k}$ , где  $\bar{t} = 1 - t$ , в БН-исчислении называются  $n$  – параболами. В данном случае текущая точка дуги кривой  $M$  определяется точками заданной ломаной  $A_1A_2\dots A_n, A_{n+1}$ .

Переопределим точки ломаной линии  $A_1A_2\dots A_n, A_{n+1}$  через точки  $M_1M_2\dots M_n, M_{n+1}$ , которые принадлежат дуге кривой, определенной с помощью уравнения (1) при  $u(t) = t$ , изменяя соответствующим образом значение параметра

$t$  от 0 до 1. Так при значении параметра  $t = 0$  имеем начало дуги кривой – точку  $M_1$ , а при  $t = 1$  – конец дуги кривой – точку  $M_{n+1}$ . Особенностью такого определения является то, что значение параметра распределяется равномерно:  $t_k = \frac{k}{n}$ , где

$k$  изменяется от 0 до  $n$ . Причем точке  $M_k$  соответствует значение параметра  $t_k$ . Таким образом, получим систему  $n + 1$  уравнений с неизвестными  $A_1 A_2 \dots A_n, A_{n+1}$ . Решив эту систему уравнений методом Крамера и подставив полученные значения в исходное уравнение, получим уравнение дуги кривой, которая будет проходить через точки  $M_1 M_2 \dots M_n, M_{n+1}$ . В диссертационной работе приведены примеры определения предложенным способом пяти дуг кривых, для которых  $n$  изменяется от 2 до 6.

Также в диссертационной работе исследованы способы определения дуг парабол второго и третьего порядка, как кривых, определяемых соответственно одной и двумя несобственными точками.

Утверждение: дуга параболы второго порядка определяется точками  $A, C_\infty, C, B$  и имеет точечное уравнение

$$M = (A - C) \frac{\bar{t}(t_c - t)}{t_c} + (B - C) \frac{t(t - t_c)}{\bar{t}_c} + C = A \frac{\bar{t}(t_c - t)}{t_c} + B \frac{t(t - t_c)}{\bar{t}_c} + C \frac{t\bar{t}}{t_c \bar{t}_c}, \quad (2)$$

где  $A, C, B$  – точки симплекса, через которые проходит дуга параболы;  $0 \leq t \leq 1$  – параметр, который определяет дугу параболы;  $t_c$  – значение параметра, который определяет положение несобственной точки дуги параболы.

При практическом применении полученное уравнение можно упростить, если принять значение параметра  $t_c = 0,5$ . Это позволяет наилучшим образом приспособить точку  $C_\infty$  к дискретной выпуклости, тогда уравнение (2) примет следующий вид:

$$M = (A - C)\bar{t}(1 - 2t) + (C - B)t(1 - 2t) + C. \quad (3)$$

Уравнение (3) является основой для параболической интерполяции способом «Лупа», который эффективно используется в исследованиях других ученых Мелитопольской школы прикладной геометрии и их учеников.

Кроме этого во второй главе также разработаны теоретические основы общего метода конструирования геометрических объектов в  $n$ -мерном аффинном пространстве на основе заданного дискретного массива точек арифметического пространства.

В основу этого способа положен метод подвижного симплекса, который позволяет организовать геометрический объект из множества точек, выбирая опорные контуры геометрического объекта (направляющие дуги кривых) и управляя движением текущих точек, составляющих геометрического объекта, который конструируется.

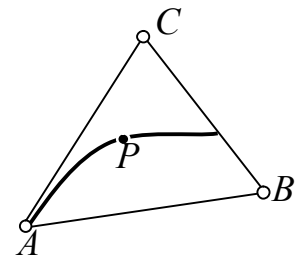


Рисунок 1. Определение линии в БН-исчислении

Самым простым геометрическим объектом является точка. Более сложным геометрическим объектом является линия (рис. 1), которая определяется как организованное множество точек в симплексе  $ABC$  с помощью текущего параметра  $u$ , который, двигая текущую точку  $P$ , образует дугу кривой или, в частном случае, отрезок прямой линии:

$$P = (A - C)p(u) + (B - C)q(u) + C, \quad (4)$$

где  $p(u)$  и  $q(u)$  – функции от параметра  $u$ , которые определяют закон движения точки  $P$ .

Отсек поверхности определяется как двухпараметрическое множество точек в симплексе  $ABCD$  (рис. 2). Текущие точки  $P$  и  $P'$  определяют две опорные линии отсека поверхности с помощью параметра  $u$ . Текущая точка  $Q$ , двигаясь с помощью параметра  $v$ , определяет образующую линию отсека поверхности. Таким образом, отсек поверхности является организованным множеством точек, которые определяются двумя параметрами:  $u$  и  $v$ . Аналитическое представление такого множества точек в БН-исчислении имеет следующий вид:

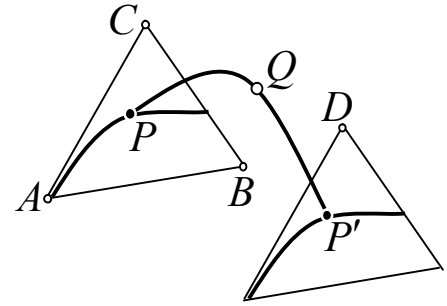


Рисунок 2. Определение отсека поверхности в БН-исчислении

$$\begin{cases} P = (A - C)p(u) + (B - C)q(u) + C; \\ P' = (A - C)p'(u) + (B - C)q'(u) + C; \\ Q = (P - D)\varphi(v) + (P' - D)f(v) + D. \end{cases} \quad (5)$$

Аналогичным образом определяется отсек гиперповерхности, как трехпараметрическое организованное множество точек в симплексе  $ABCDK$  (рис. 3).

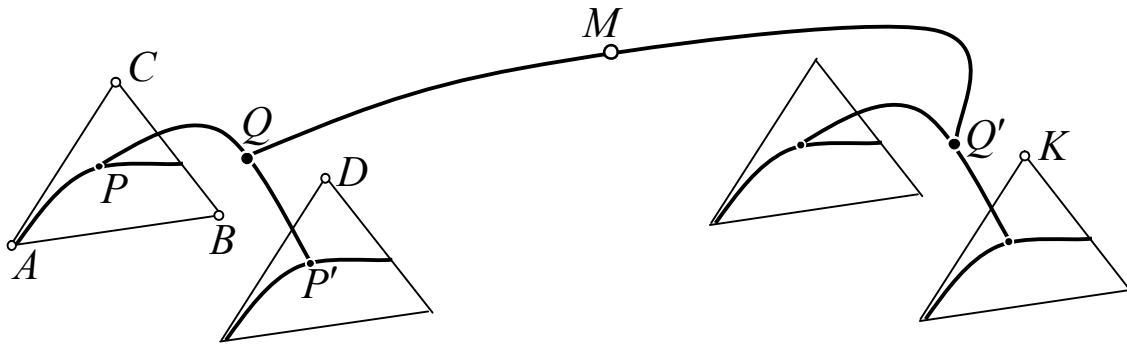


Рисунок 3. Определение отсека гиперповерхности в БН-исчислении

В данном случае текущие точки  $Q$  и  $Q'$  определяют подвижные опорные контуры, а текущая точка  $M$  определяет образующую отсека гиперповерхности. Аналитически это показано в виде последовательности четырех точечных уравнений:

$$\begin{cases} P = (A - C)p(u) + (B - C)q(u) + C; \\ P' = (A - C)p'(u) + (B - C)q'(u) + C; \\ Q = (P - D)\varphi(v) + (P' - D)f(v) + D; \\ M = (Q - K)\mu(w) + (Q' - K)\eta(w) + K. \end{cases} \quad (6)$$

Аналогичным образом можно сконструировать любой геометрический объект и получить его аналитическое представление в виде расчетного алгоритма, представленного последовательностью точечных уравнений.

**Третий раздел посвящён** геометрическому моделированию технологических параметров композиционных строительных материалов, на примере которых разработана методика оптимального планирования эксперимента с учётом его дальнейшего аналитического описания с помощью геометрических моделей многомерного пространства, предложенных во втором разделе, адаптированная для применения её в строительном материаловедении и, в частности, для геометрического моделирования физико-механических свойств и оптимизации состава композиционных строительных материалов.

После чего предложен способ геометрического моделирования значений параметров технологических процессов композиционных строительных материалов, показанный на примере геометрической модели зависимости предела прочности при сжатии образцов газобетона после ТВО от напряженности электростатического поля и длительности электрообработки.

Для построения геометрической модели зависимости предела прочности при сжатии образцов газобетона после ТВО от напряженности электростатического поля и длительности электрообработки были проанализированы и реструктурированы исходные данные, представленные в виде план-матрицы эксперимента, в которой представлены натуральные и кодируемые значения варьируемых факторов. Изначально два исследуемых параметра были закодированы факторами варьирования на трех уровнях: -1, 0 и +1. Всего для проведения полного факторного эксперимента была реализована матрица из 9 комбинаций факторов варьирования. Для геометрического моделирования исследуемой зависимости необходимо было перейти от кодированных значений к натуральным значениям и перестроить исходные данные в необходимом для моделирования виде.

В данном случае предел прочности при сжатии газобетона зависит от двух факторов: напряженности электростатического поля и длительности электрообработки. С геометрической точки зрения объект, который определяется с помощью двух параметров, является отсеком поверхности, расположенным в трёхмерном пространстве. Для построения такой поверхности использован метод подвижного симплекса и выделены из девяти имеющихся точек, которым соответствуют натуральные значения факторов варьирования и среднее значение параметра оптимизации, три направляющих дуги, которые соответствуют длительности электрообработки 10, 20 и 30 мин. Воспользуемся точечным уравнением дуги параболы второго порядка, проходящей через три наперед заданные точки (3), для параболической интерполяции экспериментальных данных. Выбор параболической интерполяции обусловлен количеством наперед заданных точек дуги кривой и напрямую зависит от количества экспериментов. Точечные уравнения направляющих дуг, согласованные с помощью параметра  $u$ , имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 M_{10} &= A_1^{10} \bar{u} (1 - 2u) + 4A_{1,5}^{10} \bar{u} u + A_2^{10} u (2u - 1), \\
 M_{20} &= A_1^{20} \bar{u} (1 - 2u) + 4A_{1,5}^{20} \bar{u} u + A_2^{20} u (2u - 1), \\
 M_{30} &= A_1^{30} \bar{u} (1 - 2u) + 4A_{1,5}^{30} \bar{u} u + A_2^{30} u (2u - 1),
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

где  $A_i^j$  – соответствует среднему значению параметра оптимизации при  $i$ -й напряженности электростатического поля и  $j$ -й длительности электрообработки, которые принимаются в соответствии с план-матрицей.

По этим направляющим параболическим дугам движется симплекс трёх точек  $M_{10}$ ,  $M_{20}$  и  $M_{30}$ , в котором задана образующая дуга параболы с помощью аналогичного точечного уравнения:

$$M = M_{10} \bar{v} (1 - 2v) + 4M_{20} \bar{v} v + M_{30} v (2v - 1). \tag{8}$$

В результате получена последовательность точечных уравнений зависящих от двух параметров  $u$  и  $v$ , которые однозначно определяют поверхность, проходящую через девять наперед заданных точек. Причём значению параметра  $u$ , который меняется в пределах от 0 до 1, соответствует напряженность электростатического поля, изменяющаяся в пределах от 1 кВ/см до 2 кВ/см, а значению параметра  $v$ , который также меняется в пределах от 0 до 1, соответствует длительность электрообработки, изменяющаяся от 10 мин. до 30 мин.

**В четвертом разделе** на основе способа геометрического моделирования, предложенного во втором разделе, показаны универсальные возможности моделирования с последующей оптимизацией состава композиционных строительных материалов на примере использования комбинированного заполнителя мелкозернистого цементного бетона.

Особенность данной геометрической модели заключается в том, что содержание заполнителей в смеси определяется процентным соотношением и вместе составляет единое целое. Итак, имеем три компонента заполнителя:

мартеновский шлак (МШ), горелая порода (ГП) и доменный граншлак (ГрШ) составляют единую смесь заполнителя с разным долевым участием. Поскольку суммарное участие всех трёх компонентов всегда составляет 100%, один из компонентов можно исключить. Например, на геометрической схеме (рис. 4) в качестве компонентов используется мартеновский шлак и доменный граншлак, что позволяет абсолютно точно определить смесь заполнителя. Далее исключим лишние комбинации компонентов заполнителя, из условия, чтобы сумма долевого

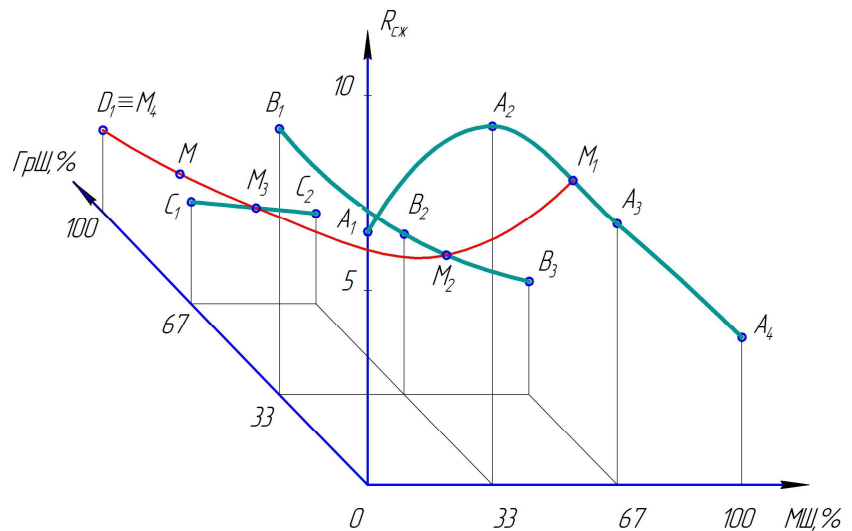


Рисунок 4. Геометрическая схема построения модели зависимости мелкозернистого бетона от состава комбинированного заполнителя

участия всех трёх компонентов всегда составляет 100%. Таким образом, число проведенных экспериментов равно 10. Распределим полученные в результате эксперимента 10 точек следующим образом: первый опорный контур состоит из четырёх точек, второй – из трёх, третий – из двух и четвёртый – из одной точки. Тогда первый опорный контур можно аналитически описать с помощью точечного уравнения дуги кривой третьего порядка, проходящей через четыре наперед заданные точки.

$$M_1 = A_1 [\bar{u}^3 - 2,5\bar{u}^2u + \bar{u}u^2] + A_2 [9\bar{u}^2u - 4,5\bar{u}u^2] + A_3 [-4,5\bar{u}^2u + 9\bar{u}u^2] + A_4 [\bar{u}^2u - 2,5\bar{u}u^2 + u^3]. \quad (9)$$

Второй и третий опорные контуры определим соответственно с помощью точечных уравнений параболы и прямой:

$$M_2 = B_1\bar{u}(1 - 2u) + 4B_2\bar{u}u + B_3u(2u - 1), \quad (10)$$

$$M_3 = C_1\bar{u} + C_2u.$$

Образующую такой поверхности определим с помощью точечного уравнения аналогичного уравнению (9), но с параметром  $v$ . В итоге получаем вычислительный алгоритм определения физико-механических свойств мелкозернистого бетона от состава комбинированного заполнителя.

Исследовав полученные геометрические модели с помощью программного пакета *Maple* на наибольшее и наименьшее значение, в соответствии с заданными физико-механическими свойствами мелкозернистого бетона, были получены результаты, приведенные в таблице 2.

Таблица 2 – Оптимизация состава комбинированного заполнителя в зависимости от проектируемых физико-механических свойств мелкозернистого бетона

№ п/п	Физико-механические свойства бетона	Категория значений	Значение целевой функции*	Содержание в смеси заполнителей, %		
				МШ	ГрШ	ГП
1	В/Ц	Min	0,59	0,064	0	99,936
		Max	0,91	81	19	0
2	$\rho_{об}, \text{кг/м}^3$	Min	1671	44,1	31,6	24,3
		Max	1997	0	0	100
3	$\sigma_{сж}^{пр}, \text{МПа}$	Min	1,32	0	86,7	13,3
		Max	9,24	29,4	0	70,6

\*Под целевой функцией в данном случае понимается конкретное значение физико-механического свойства мелкозернистого цементного бетона, которое соответствует оси  $z$  декартовой системы координат.

Как видно из анализа экспериментальной информации, обработанной методами геометрического моделирования с последующим применением математического анализа (табл. 2), минимальная плотность, а соответственно и минимальная масса мелкозернистого бетона, достигается при следующем соотношении между заполнителем с различными кислотно-основными свойствами: мартеновский

шлак (44,1%), доменный граншлак (31,6%) и горелая порода (24,3%). Таким образом, при средней плотности бетона  $1671 \text{ кг/м}^3$  предел прочности при сжатии 3,7 МПа. С другой стороны, максимальный предел прочности при сжатии 9,24 МПа при средней плотности  $1691 \text{ кг/м}^3$  достигается при следующем составе заполнителей: мартеновский шлак (29,4%) и горелая порода (70,6%). Таким образом, оптимальным, в данном случае, можно считать состав заполнителя: мартеновский шлак (29,4%) и горелая порода (70,6%), который даёт максимальный предел прочности при сжатии и при этом достаточно небольшую плотность бетона.

**Пятый раздел посвящен** реализации теоретических основ геометрического моделирования в БН-исчислении, разработанных во втором разделе, физико-механических свойств композиционных строительных материалов на примерах:

1. Определение зависимости средней плотности и прочности цементно-песчаной матрицы от добавок содержания химических добавок;

2. Проектирование состава дегтеполимербетонов с комплексно-модифицированной микроструктурой, как геометрических объектов в  $n$ -мерном аффинном пространстве.

Отличительной особенностью первой модели является то, что вместо трёх факторов варьирования в данном случае используется четыре. В предыдущих работах для построения подобной модели методами регрессионного анализа было сделано упрощение, которое заключается в уменьшении количества факторов варьирования до трёх. Для построения геометрической модели искомой зависимости в упрощениях необходимости нет.

В соответствии с точечным уравнением (9) дуги кривой 3-го порядка, проходящей через четыре наперед заданные точки, которая была получена во втором разделе на основе полиномов Бернштейна, определены четыре опорных контура будущего отсека поверхности с помощью параметра  $u$ . Точечные уравнения для всех четырёх опорных контуров имеют сходную структуру, меняются только точки, которые соответствуют факторам варьирования план-матрицы эксперимента.

Аналогичным образом определена образующая поверхности с помощью параметра  $v$ :

$$M = M_1 [\bar{v}^3 - 2,5\bar{v}^2v + \bar{v}v^2] + M_2 [9\bar{v}^2v - 4,5\bar{v}v^2] + \\ + M_3 [-4,5\bar{v}^2v + 9\bar{v}v^2] + M_4 [\bar{v}^2v - 2,5\bar{v}v^2 + v^3]. \quad (11)$$

Исследовано проектирование составов дегтеполимербетонов с комплексно-модифицированной микроструктурой, которые состоят из двух частей, охватывающих две геометрические модели зависимости физико-механических свойств дегтеполимербетона от вида и концентрации модифицирующих добавок.

Использование первой геометрической модели предлагается при проектировании модифицированных дегтеполимербетонов, для которых большое значение имеет зависимость предела прочности при сжатии от состава дегтевяжущего вещества и температуры. Анализ этой зависимости позволяет определить необходимое количество модификаторов, а следовательно и состав матрицы дегтеполимербетона, от чего зависят его качество и цена. Во время исследований, совместно с аспирантами кафедры «Автомобильные дороги и аэродромы» ГОУ ВПО



«Донбасская национальная академия строительства и архитектуры», автором были экспериментально получены следующие физико-механические свойства дегтеполимербетона.

Рассмотрена геометрическая схема моделирования физико-механических свойств дегтеполимербетона (рис. 5). Поскольку графическая визуализация геометрической модели выполнена в программном пакете *Maple*, определена геометрическая модель в глобальной декартовой системе координат, которая определяется симплексом пространства  $OE_1E_2E_3$ . Установим соответствие между осями декартовой системы координат (рис. 5) и физико-механическими свойствами дегтеполимербетона. Пусть оси  $Ox$  декартовой системы координат будет соответствовать температура дегтеполимербетона, °С; оси  $Oy$  – степень активации доломитовой пыли КФ-МТ, %; оси  $Oz$  – предел прочности при сжатии, МПа.

Пусть оси  $Ox$  декартовой системы координат будет соответствовать температура дегтеполимербетона, °С; оси  $Oy$  – степень активации доломитовой пыли КФ-МТ, %; оси  $Oz$  – предел прочности при сжатии, МПа.

С геометрической точки зрения модель, которая графически характеризует физико-механические свойства дегтеполимербетона, является отсеком поверхности, которая определяется пятью опорными линиями:  $A_1A_2A_3$ ,  $B_1B_2B_3$ ,  $C_1C_2C_3$ ,  $D_1D_2D_3$  и  $E_1E_2E_3$ , которые соответствуют степени поверхностной активации доломитовой пыли КФ-МТ.

Определим эти линии точечными уравнениями, как дуги парабол второго порядка. Для линии  $A_1A_2A_3$  точечное уравнение дуги параболы второго порядка имеет следующий вид:

$$M_1 = A_1\bar{u}(1-2u) + 4A_2\bar{u}u + A_3u(2u-1), \quad \text{где } 0 \leq u \leq 1; \quad \bar{u} = 1-u. \quad (12)$$

Для других опорных линий точечные уравнения будут аналогичными уравнению (12) и также определяться параметром  $u$ , при этом будут меняться только точки симплекса, через которые проходит дуга параболы. Образующую линию отсека поверхности, которая отражает физико-механические свойства дегтеполимербетона, представим как дугу кривой, проходящей через пять наперёд заданных точек:  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$ ,  $M_4$  и  $M_5$ , точечное уравнение которой было получено во втором разделе на основе полиномов Бернштейна.

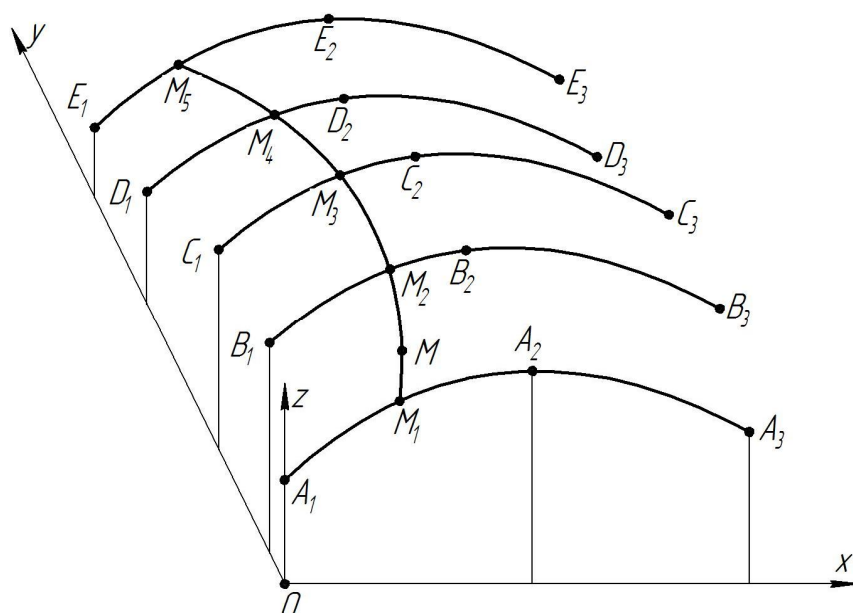


Рисунок 5. Геометрическая схема моделирования физико-механических свойств дегтебетона

$$\begin{aligned}
M = M_1 \left( \bar{v}^4 - \frac{13}{3} \bar{v}^3 v + \frac{13}{3} \bar{v}^2 v^2 - \bar{v} v^3 \right) + M_2 \left( 16 \bar{v}^3 v - \frac{64}{3} \bar{v}^2 v^2 + \frac{16}{3} \bar{v} v^3 \right) + \\
+ M_3 \left( -12 \bar{v}^3 v + 40 \bar{v}^2 v^2 - 12 \bar{v} v^3 \right) + M_4 \left( \frac{16}{3} \bar{v}^3 v - \frac{64}{3} \bar{v}^2 v^2 + 16 \bar{v} v^3 \right) + \\
+ M_5 \left( -\bar{v}^3 v + \frac{13}{3} \bar{v}^2 v^2 - \frac{13}{3} \bar{v} v^3 + v^4 \right). \quad (13)
\end{aligned}$$

Последняя, предложенная в этом разделе, геометрическая модель построена на основе экспериментальных данных, фрагмент которых представлен в таблице 3, зависимости предела прочности при сжатии от четырех факторов: вязкости дегтя –  $C_{30}^{10}$ , концентрации отсева поливинилхлорида –  $C_m^{ПВХ}$ , концентрации активатора на поверхности минерального порошка –  $C_m^{KM-MГ}$  и температуры образцов мелкозернистого дегтеполимербетона.

Таблица 3 – Экспериментальные данные зависимости предела прочности при сжатии от четырех факторов

№ п/п	$C_{30}^{10}, c$	$C_m^{ПВХ}, \%$	$C_m^{KM-MГ}, \%$	$R_0, \text{МПа}$	$R_{20}, \text{МПа}$	$R_{50}, \text{МПа}$
1	52	0,5	0	4,9	1,8	0,5
2	52	0,5	0,5	5,6	2,0	0,6
3	52	0,5	1,0	5,8	2,4	0,8
4	52	1,25	0	5,5	2,9	1,0
5	52	1,25	0,5	5,3	2,7	0,95
6	52	1,25	1,0	6,0	3,0	1,2
7	52	2,0	0	5,6	2,2	0,7
8	52	2,0	0,5	6,0	3,0	0,8
9	52	2,0	1,0	7,3	2,9	1,0

Как видно из таблицы 3, предел прочности при сжатии был измерен при температурах  $0^\circ\text{C}$  –  $R_0$ , при  $20^\circ\text{C}$  –  $R_{20}$  и при  $50^\circ\text{C}$  –  $R_{50}$ .

Здесь следует остановиться на существующей матрице планирования эксперимента. Дело в том, что при использовании регрессионного анализа значения факторов варьирования кодируется тремя значениями: -1, 0 и +1. С геометрической точки зрения, если речь идёт об однопараметрическом объекте, который соответствует однофакторному процессу, то задача сводится к определению дуги кривой проходящей через три точки. Точечные уравнения таких дуг, были исследованы автором во второй главе.

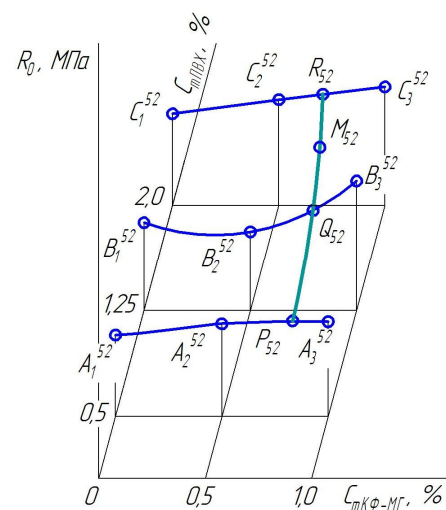


Рисунок 6. Установление зависимости двух факторов

Если планируется провести эксперимент с изменением двух факторов, то кодируемых факторов варьирования будет 6: 3 для одного фактора и 3 для второго, а их комбинаций – 9. Т.е. геометрически задача сводится к определению отсека поверхности, которая проходит через 9 точек и определяется двумя параметрами. Обобщая такой подход, получим необходимое количество экспериментальных данных: для трёхфакторного эксперимента – 27, для четырёхфакторного – 81 и т.д.

Для лучшего понимания метода формирования геометрической модели представим её вычислительный алгоритм в виде 3-х этапов.

Во-первых, установим зависимость предела прочности при сжатии от концентрации активатора поверхности минерального порошка и концентрации отсева поливинилхлорида в каменноугольном вяжущем при температуре 0°C (рис. 6). Поскольку количество точек опорных и образующих дуг равно трем, используем для геометрического моделирования точечное уравнение дуги параболы (12), которая проходит через три точки. Полученный отсек поверхности фактически является поверхностью типа «Лупа» и выражается следующей последовательностью аналитических зависимостей в виде точечных уравнений:

$$\begin{cases} P_{52} = A_1^{52}\bar{u}(1-2u) + 4A_2^{52}\bar{u}u + A_3^{52}u(2u-1), \\ Q_{52} = B_1^{52}\bar{u}(1-2u) + 4B_2^{52}\bar{u}u + B_3^{52}u(2u-1), \\ R_{52} = C_1^{52}\bar{u}(1-2u) + 4C_2^{52}\bar{u}u + C_3^{52}u(2u-1), \\ M_{52} = P_{52}\bar{v}(1-2v) + 4Q_{52}\bar{v}v + R_{52}v(2v-1). \end{cases} \quad (14)$$

Во-вторых, установим соответствие между предыдущими двумя факторами это: концентрация отсева поливинилхлорида в каменноугольном дорожном дегте ( $C_m^{ПВХ}$ ) и концентрация активатора на поверхности минерального порошка ( $C_m^{KM-МГ}$ ), и третьим параметром – вязкостью дегтя. Для этого необходимо трижды построить поверхность типа «Лупа» соответственно при вязкости дегтя ( $C_{30}^{10}$ ) 52, 130 и 208с и температуре 0°C (рис. 8), трижды используя последовательность точечных уравнений аналогичную (14).

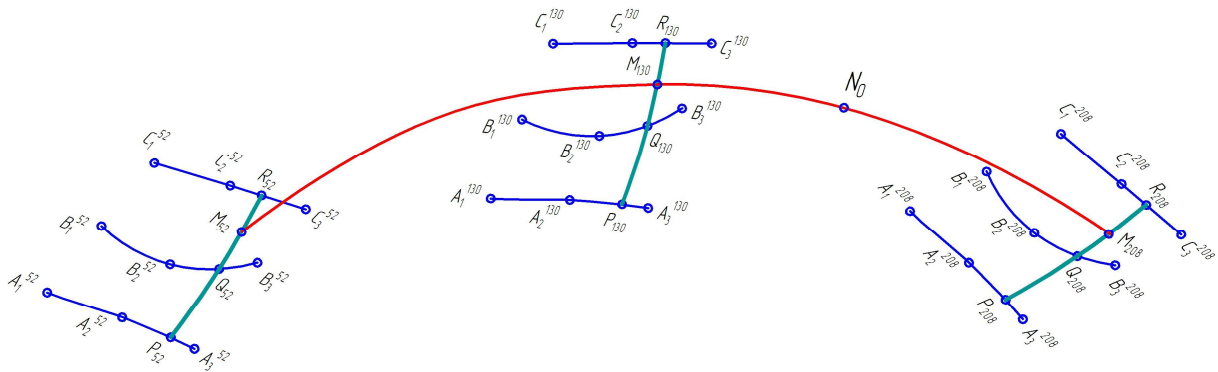


Рисунок 7. Установление зависимости трех факторов

Из геометрической схемы (рис. 7) видно, что опорными контурами отсека гиперповерхности есть образующие дуги трех отсеков поверхности типа «Лупа». Поскольку количество опорных контуров равно трем, используем в качестве образующей отсека гиперповерхности дугу параболы второго порядка, которая будет проходить через три точки, образуя гиперповерхности типа «Гиперлупа»:

$$\begin{cases} M_{52} = P_{52}\bar{v}(1-2v) + 4Q_{52}\bar{v}v + R_{52}v(2v-1), \\ M_{130} = P_{130}\bar{v}(1-2v) + 4Q_{130}\bar{v}v + R_{130}v(2v-1), \\ M_{208} = P_{208}\bar{v}(1-2v) + 4Q_{208}\bar{v}v + R_{208}v(2v-1), \\ N_0 = M_{52}^0\bar{w}(1-2w) + 4M_{130}^0\bar{w}w + M_{208}^0w(2w-1). \end{cases} \quad (15)$$

В-третьих, установим зависимость между четвертым фактором с предыдущими тремя. Для этого нужно трижды использовать полученную ранее гиперповерхность типа «Гиперлупа» при температуре 0°C, 20°C и 50°C. В данном случае опорными контурами будут три образующие гиперповерхности, а образующей – дуга параболы второго порядка, проходящей через три точки.

$$\begin{cases} N_0 = M_{52}^0\bar{w}(1-2w) + 4M_{130}^0\bar{w}w + M_{208}^0w(2w-1), \\ N_{20} = M_{52}^{20}\bar{w}(1-2w) + 4M_{130}^{20}\bar{w}w + M_{208}^{20}w(2w-1), \\ N_{50} = M_{52}^{50}\bar{w}(1-2w) + 4M_{130}^{50}\bar{w}w + M_{208}^{50}w(2w-1), \\ T = N_0\bar{w}(1-2w) + 4N_{20}\bar{w}w + N_{50}w(2w-1). \end{cases} \quad (16)$$

Таким образом, получен расчетный алгоритм (в виде последовательностей точечных уравнений) геометрической модели зависимости предела прочности при сжатии от концентрации активатора на поверхности минерального порошка, концентрации отсева поливинилхлорида в каменноугольном вяжущем, вязкости дегтя и температуры.

Как видно из последовательностей точечных уравнений (14), (15) и (16), все тройки точек увязаны с помощью однотипного уравнения дуги параболы второго порядка, что облегчает программирование такого расчетного алгоритма. Создана программная реализация предложенной геометрической модели в программном пакете *Maple* для расчета предела прочности при сжатии в зависимости от четырех переменных параметров. Все необходимые исходные данные для программирования приведены в таблице 3. По результатам исследований выполнено внедрение в производство ООО ГАК «Автомобильные дороги Украины».

Полученные в работе геометрические модели наглядно демонстрируют универсальность предложенного метода моделирования многофакторных явлений и процессов, реализованного в БН-исчислении. В данном случае использовались те исходные данные, которые были получены в практике проектирования модифицированных дегтебетонов. Аналогичным образом количество взаимосвязанных между собой факторов может изменяться как в меньшую, так и в большую сторону. Здесь можно выделить следующие преимущества предложенного способа геометрического моделирования физико-механических свойств композиционных строительных материалов в зависимости от состава матрицы КСМ:

1. Универсальность предложенного способа, который позволяет получать геометрические модели в виде последовательности аналитических зависимостей физико-механических свойств КСМ как от состава и структуры, так и от технологических параметров КСМ.

2. Количество факторов и их взаимосвязей могут ограничиваться только исходными данными моделирования и требованиями, которые предъявляются к искомой модели.

3. Высокая устойчивость полученных моделей по отношению к исходным данным моделирования.

4. Возможность использования инструментов математического анализа для определения экстремальных точек, характеризующих, в зависимости от целевой функции, оптимальное состояние исследуемых КСМ.

## ВЫВОДЫ

Диссертация посвящена геометрическому моделированию физико-механических свойств композиционных строительных материалов. Полученные в работе модели представлены упорядоченным множеством точек многомерного пространства в БН-исчислении методом подвижного симплекса.

При этом получены результаты, имеющие научную и практическую ценность:

1. Выполнен анализ существующих способов математического моделирования показателей физико-механических свойств многокомпонентных КСМ. Установлено, что для оптимизации составов и структур КСМ используется регрессионный анализ, который имеет ряд недостатков и ограничений. Критический анализ подтвердил необходимость и целесообразность применения математического аппарата БН-исчисления, который позволяет решать задачи моделирования многопараметрических процессов, упрощает их программную реализацию и уменьшает затраты ресурсов.

2. Разработаны и исследованы в БН-исчислении способы аналитического определения дуг алгебраических кривых, проходящих через наперёд заданные точки, что значительно расширило инструментальную базу БН-исчисления, как аппарата геометрического моделирования многопараметрических явлений и процессов.

3. Разработан в БН-исчислении способ использования геометрических объектов многомерного аффинного пространства для моделирования многопараметрических процессов в БН-исчислении. Этот способ позволяет получить аналитические зависимости в виде точечных уравнений и расчетные алгоритмы на их основе, что обеспечивает эффективное моделирование в многомерном аффинном пространстве, получая при этом относительно несложную программную реализацию. На основе предложенного способа моделирования в работе получено пять геометрических моделей физико-механических свойств композиционных строительных материалов в зависимости от состава и от технологических параметров.

4. Разработана методика оптимального планирования эксперимента с учётом его дальнейшего аналитического описания с помощью геометрических моделей

многомерного пространства, что даёт значительную экономию материальных, временных и вычислительных ресурсов.

5. На основе предложенной методики обработки и анализа экспериментально-статистической информации, получен состав комбинированного заполнителя из техногенного сырья, который является оптимальным для соответствующей целевой функции оптимизации, которая отвечает конкретному физико-механическому свойству мелкозернистого цементного бетона. Установлено, что комбинированный заполнитель состава: мартеновский шлак (29,4%) - горелая порода (70,6%), даёт максимальный предел прочности при сжатии 9,24 МПа и при этом достаточно высокую плотность бетона 1691 кг/м<sup>3</sup>.

6. Разработан комплекс геометрических и компьютерных моделей зависимости показателей физико-механических свойств дегтеполимербетона в зависимости от состава и структуры, которые наглядно демонстрируют возможности БН-исчисления как аппарата геометрического моделирования многофакторных процессов и явлений, что позволяет уменьшить количество дорогостоящих экспериментов для аналитического описания и исследования необходимых свойств композиционных строительных материалов с последующей оптимизацией их состава.

7. Результаты работы внедрены в ООО ГАК «Автомобильные дороги Украины» для геометрического моделирования процесса физико-механических свойств асфальтобетона в зависимости от состава при строительстве автомобильных дорог с нежесткими дорожными одеждами, а также в учебный процесс Донбасской национальной академии строительства и архитектуры.

## **ОСНОВНЫЕ НАУЧНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ**

– публикации в специализированных научных изданиях, рекомендованных МОН Украины:

1. Конопацький, Є.В. Конструювання однопараметричної множини ліній в  $n$ -вимірному просторі [Текст] / Є.В. Конопацький, **А.І. Бумага** // Праці Таврійської державної агротехнічної академії. Вип. 4. Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Мелітополь: ТДАТА, 2007. – Т. 36 – С.106-111 (*Личный вклад заключается в создании расчетного алгоритма*).

2. **Бумага, А.І.** Точкове рівняння дуги параболы другого порядку [Текст] / А.І. Бумага // Геометрическое и компьютерное моделирование: энергосбережение, экология, дизайн: Матер. IX Крымской междун. научн.-практ. конф. (Симферополь, 24-28 сент. 2012 г.). Міжвідомчий науково-технічний збірник. Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2012. – Вип. 90. – С.49-51.

3. Поверхня трьох напрямних з афінно-відповідними перерізами [Текст] / І.Г. Балюба, **А.І. Бумага**, І.П. Давиденко, та інші // Праці Таврійської державної агротехнологічної академії. Вип. 4. Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Мелітополь: ТДАТУ, 2012. – Т. 55. – С.20-25 (*Создана программная реализация с помощью пакета Maple*).

4. Конопацький, Є.В. Дуга просторової кривої 3-го порядку з двома невластними точками [Текст] / Є.В. Конопацький, **А.І. Бумага** // Праці Таврійської дер-

жавної агротехнологічної академії. Вип. 4. Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Мелітополь: ТДАТУ, 2013. – Т. 56. – С.88-95 (*Разработано точечное уравнение определения дуги кривой 3-го порядка*).

5. **Бумага, А.И.** Конструирование дуги кривой второго порядка, проходящей через пять точек [Текст] / А.И. Бумага // Вісник Донбаської національної академії будівництва та архітектури. Будівлі та конструкції із застосуванням нових матеріалів та технологій: зб. наук. пр. – Макіївка: ДонНАБА, 2013. – Вип. 2013-3(101). – С. 92-95.

6. **Бумага, А.И.** Геометрическое моделирование физико-механических свойств асфальтобетона [Текст] / А.И. Бумага, А.В. Найдыш, Е.А. Гавриленко // Математическое моделирование: сб. науч. тр. по матер. XV Междунар. конф. (Херсон, 16-20 сент. 2014 г.) - Вестник Херсонского национального технического университета. – Херсон: ХНТУ, 2014. – Вып. 3(50). – С. 567-570 (*Разработан геометрический алгоритм модели зависимости физико-механических свойств асфальтобетона от четырех факторов*).

7. **Бумага, А.И.** Розрахунковий алгоритм визначення залежності межі міцності при стисканні дрібнозернистого дьогтебетону в залежності від 4х параметрів [Текст] / А.И. Бумага // Зб. наук. пр. Наукові нотатки. – Луцьк: ЛНТУ, 2015. – №48. – С.41-44.

8. Конопацкий, Е.В. Геометрическая модель зависимости предела прочности при сжатии модифицированного мелкозернистого дегтебетона от четырёх параметров [Текст] / Е.В. Конопацкий, **А.И. Бумага**, В.А. Бочоришвили // Вестник Донбасской национальной академии строительства и архитектуры. Современные строительные материалы: сб. науч. тр. Макеевка: ДонНАСА, 2016. – Вып. 2016-1(117). – С. 55-61 (*Выполнена программная реализация геометрической модели*).

9. Конопацкий, Е.В. Геометричне моделювання залежності межі міцності при стисканні зразків газобетону після тепло-вологої обробки [Текст] / Е.В. Конопацкий, **А.И. Бумага**, В.С. Єремєєв // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. пр. Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2016. – Вип. 5. – С. 71-77 (*Предложен геометрический алгоритм моделирования геометрической модели зависимости предела прочности при сжатии образцов газобетона после ТВО от напряжения электростатического поля и длительности электрообработки*).

10. Конопацкий, Е.В. Некоторые вопросы математического моделирования физико-механических свойств строительных материалов [Текст] / Е.В. Конопацкий, **А.И. Бумага** // Вестник Донбасской национальной академии строительства и архитектуры. Здания и сооружения с применением новых материалов и технологий: сб. науч. тр. Макеевка: ДонНАСА, 2016. – Вып. 2016-3(119). – С. 79-84 (*Проведено сравнение полученной геометрической модели с существующими экспериментально-статистическими моделями*).

– **публикации в журналах или сборниках, включенных в международные наукометрические базы:**

11. **Бумага, А.И.** Оптимизация состава комбинированного заполнителя мелкозернистого бетона методами БН-исчисления [Текст] / А.И. Бумага, В.И. Брат-

чун, Е.В.Конопацкий // Современное промышленное и гражданское строительство. – Т.12, №2. – С. 92-98 (*Проведен анализ экспериментальных данных с последующей их реструктуризацией и адаптацией для геометрического моделирования*).

12. **Бумага, А.И.** Алгоритм побудови опуклого обводу нульового порядку гладкості за допомогою дуг кривих другого порядку, які визначаються п'ятьма точками [Текст] / А.И. Бумага // Научный журнал «Сборник научных трудов SWorld». – Вып. 3, Т. 12. – Иваново: МАРКОВА АД, 2013. – С. 82-86.

– **публикации по материалам научных конференций:**

13. **Бумага, А.И.** Точечное уравнение параболической дуги кривой второго порядка [Текст] / А.И. Бумага, И.Г. Балюба // Збірник тез доповідей і повідомлень VI Міжнар. наук. конф. молод. вч., аспір. і студ. (Макіївка, 18 квіт. 2007 р.) – Макіївка: ДонНАБА, 2007. – С. 64 (*Аналитическое определение дуги кривой второго порядка*).

14. Конопацкий, Є.В. Геометричне моделювання поверхні резервуару для зберігання нафтопродуктів з урахуванням недосконалостей методами БН-числення [Текст] / Є.В. Конопацкий, **А.И. Бумага**, О.А. Крисько // Прикладна геометрія, дизайн та об'єкти інтелектуальної власності: Матер. II міжнар. наук.-практ. конф. студ., аспір. та мол. вч. (Київ, 22-23 квіт. 2013р.) – К.: ДІЯ, 2013. – Вип. 2 – С. 118-122 (*Получено уравнение дуги кривой 6-го порядка, проходящей через 7 точек*).

15. **Бумага, А.И.** Геометричне моделювання фізико-механічних властивостей дьогтебетону [Текст] / А.И. Бумага // Строительство и техногенная безопасность: Сб. науч. труд. по мат. X Межд. крым. науч. конф. (Симферополь, 07-11 окт. 2013 г.) – Симферополь: НАПКС, 2013. – Вип.48. – С. 24-28.

16. **Бумага, А.И.** Использование дуги параболы 2-го и 3-го порядков при анализе состава почвы в системе точного земледелия [Текст] / А.И. Бумага // Вопросы образования и науки в XXI веке: сб. науч. тр. по матер. Междунар. науч.-практ. конф. (Тамбов, 29 апр. 2013 г.). – Изд-во ТРОО «Бизнес-Наука-Общество». – Ч. 7. – 2013. – С. 34-35.

17. Теоретические основы конструирования геометрических объектов многомерного пространства в БН-исчислении [Текст] / А.В. Найдыш, Е.В. Конопацкий, **А.И. Бумага** и др. // Научные итоги: достижения, проекты, гипотезы: сб. докл. XVIII Юбилейной междунар. науч.-практ. конф. (Минеральные Воды, 28 нояб. 2013 г.). – Минеральные Воды: Копир. множ. бюро СКФ БГТУ им. Г.Шумова, 2013. – Вып. 18. – С. 151-154 (*Предложен метод конструирования геометрических объектов в n-мерном пространстве*).

18. **Бумага, А.И.** Геометрическое моделирование физико-механических свойств мелкозернистого дегтебетона в БН-исчислении [Текст] / А.И. Бумага, Е. В. Конопацкий // Зб. тез доп. за матер. конф. «Науково-технічні досягнення студентів, аспірантів, молодих вчених будівельно-архітектурній галузі» (Макіївка, 21–22 квітня 2016 р.) – Макеевка, ДонНАСА, 2016. – С. 33.



– публикации в других изданиях:

19. Найдыш, А.В. Теоретические основы геометрического моделирования физико-механических свойств асфальтобетонов методами БН-исчисления [Текст] / А.В. Найдыш, Е.В. Конопацкий, **А.И. Бумага** // Математика. Геометрия. Информатика: Науковий вісник Мелітопольського державного педагогічного університету ім. Б. Хмельницького. – Мелітополь: МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2014. – Т.1. – С. 111-117 (*Проведен анализ эффективности использования экспериментально-статистических моделей на основе регрессионного анализа*).

20. **Бумага, А.И.** Геометрична модель залежності фізико-механічних властивостей асфальтобетону від чотирьох параметрів у БН-численні [Текст] / А.И. Бумага // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць. – Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2014. – Вип. 3. – С. 28-33.

### АННОТАЦИЯ

Бумага Алла Ивановна. **Геометрическое моделирование физико-механических свойств композиционных строительных материалов в БН-исчислении.** – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальностям 05.23.05 – Строительные материалы и изделия и 05.01.01 – Инженерная геометрия и компьютерная графика. – ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры», Макеевка, 2016 г.

Диссертация посвящена геометрическому моделированию оптимальных составов композиционных строительных материалов с проектируемыми физико-механическими свойствами методами прикладной геометрии, реализованными в БН-исчислении, на основе полученных ранее экспериментальных данных.

В работе исследованы способы задания алгебраических кривых и их дуг, которые проходят через наперед заданные точки. В том числе предложен способ геометрического моделирования дуг алгебраических кривых на основе полиномов Бернштейна, который эффективно используется в работе для моделирования физико-механических свойств композиционных строительных материалов методом подвижного симплекса. Используя предложенный способ в БН-исчислении, определены алгебраические дуги кривых со второго по шестой порядок, что значительно расширило инструментарий БН-исчисления как аппарата геометрического моделирования многопараметрических процессов и явлений.

Предложен способ использования геометрических объектов многомерного аффинного пространства для геометрического моделирования физико-механических свойств композиционных строительных материалов, который позволяет получить аналитические зависимости в виде точечных уравнений и расчетные алгоритмы на их основе, что обеспечивает эффективное моделирование в многомерном аффинном пространстве, получая при этом относительно легкую программную реализацию.

Разработана методика оптимального планирования эксперимента с учётом его дальнейшего аналитического описания с помощью геометрических моделей

многомерного пространства, предложенных в работе, что даёт значительную экономию материальных, временных и вычислительных ресурсов.

В работе получено пять геометрических моделей физико-механических свойств композиционных строительных материалов в зависимости от состава и от технологических параметров, в качестве примера универсальности предложенного метода геометрического моделирования многофакторных явлений процессов и явлений, что позволяет уменьшить количество необходимых и дорогостоящих экспериментов для аналитического описания и исследования физико-механических свойств композиционных строительных материалов с последующей оптимизацией их состава.

Результаты исследований внедрены в ООО ГАК «Автомобильные дороги Украины», а также в учебный процесс Донбасской национальной академии строительства и архитектуры.

**Ключевые слова:** физико-механические свойства, проектируемый состав, композиционные строительные материалы, дегтеполимербетон, газобетон, предел прочности при сжатии, план-матрица эксперимента, БН-исчисление, точечные уравнения, дуги кривых, метод подвижного симплекса, геометрическое моделирование.

## SUMMARY

Bumaga Alla. **Geometrical modeling of physical and mechanical properties of asphaltic concretes in BN-calculation.** – Manuscript.

Thesis submitted for the scientific degree of Candidate of Technical Science in specialty 05.23.05 – Building materials and products, 05.01.01 – Engineering geometry and computer graphics. – Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture, Makeyevka, 2016.

The thesis is devoted to geometrical modeling of algebraic curve arcs in BN-calculation system, which is based on geometrical algorithms development. The algebraic curves arcs should pass through preassigned points. The thesis is also devoted to the usage of curve arcs pointed equations, which were obtained, for modeling of multiparameter phenomena and processes which are presented in the form of ordered set of points by using the variable simplex method.

Proposed method of geometrical modeling of algebraic curve arcs is based on Bernstein polynomial, it can be effectively applied to development of multiparameter phenomena and processes by using the variable simplex method. It allows to apply the obtained curve arcs directly to geometrical modeling of phenomena and processes.

Two geometrical models of physical and mechanical properties of asphaltic concretes depending on the structure and amount of components were developed in BN-calculation. It allows to reduce the number of necessary and expensive experiments, which are normally carried out for analytic description and research of asphaltic concrete properties.

**Key words:** BN-calculation, curve arcs pointed equations, variable simplex method, ordered set of points, geometrical modeling, physical and mechanical properties of asphaltic concretes.